

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید مثلاً $\alpha < \beta$ باشد. ریشه‌ها برابرند با:

$$\alpha x - \beta = 0 \Rightarrow x = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\beta}{\frac{\beta}{\alpha}} = \beta$$

$$\beta x - \alpha = 0 \Rightarrow x = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\frac{\alpha}{\beta}} = \alpha$$

بنابراین دامنه $f(x)$ برابر (α, β) است و از طرفی داریم:

$$\alpha = \frac{4 - \sqrt{12}}{2} = 2 - \sqrt{3}, \beta = \frac{4 + \sqrt{12}}{2} = 2 + \sqrt{3}$$

پس:

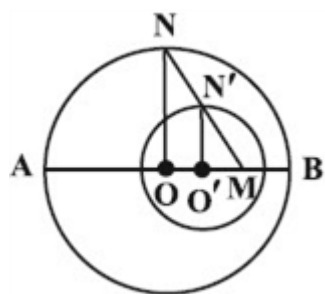
$$(\alpha^2, \beta^2) = (2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}) = (\sqrt{49} - \sqrt{48}, \sqrt{49} + \sqrt{48}) = (0/\dots, 13/9\dots)$$

$\cap \mathbb{Z} \rightarrow 1, 2, \dots, 13 =$ شامل سیزده عدد صحیح

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا وضعیت دو دایره را مشخص می‌کنیم. با فرض $R = 6, R' = 3$ و $d = 2$ داریم:

$$2 < |6 - 3| \Rightarrow d < |R - R'| \Rightarrow \text{دو دایره متداخل‌اند}$$

اگر شعاع‌های موازی ON و $O'N'$ را در دو دایره رسم کنیم آنگاه مطابق شکل مرکز تجانس مستقیم دو دایره روی امتداد خط المکزین دو دایره است که آن را با نقطه M نمایش می‌دهیم. اگر $MO' = x$ فرض شود. آنگاه داریم:



$$\begin{aligned} \triangle MON : O'N' \parallel ON &\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MO'}{MO} = \frac{O'N'}{ON} \\ \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{3}{6} &\Rightarrow 6x = 3x + 6 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

حال طول قطعات MA و MB و نسبت آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

$$MA = AO + OO' + O'M = 6 + 2 + 2 = 10$$

$$MB = AB - MA = 12 - 10 = 2$$

$$\frac{MB}{MA} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عرض مستطیل X و طول آن $2x$ است.

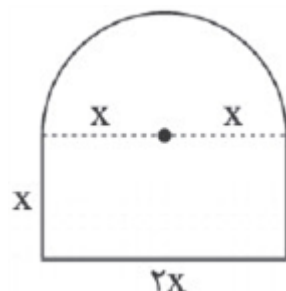
$$2x \times x = 2x^2 \quad \text{مساحت مستطیل:}$$

$$\frac{\pi x^2}{2}$$

شعاع نیم‌دایره برابر X است، پس مساحت نیم‌دایره برابر است با:

$$S(x) = 2x^2 + \frac{\pi x^2}{2}$$

مساحت کل شکل برابر است با:

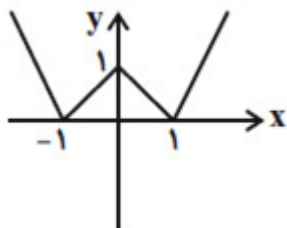


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقاط M ، N و P به ترتیب میانگین مختصات نقاط « A و B »، « B و C » و « A و C » هستند. پس

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{A+B}{2} \\ N &= \frac{B+C}{2} \\ P &= \frac{A+C}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = M + P - N$$

داریم:

پس مختصات نقطه A به صورت $A(4, -2)$ است که فاصله آن از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار $|x| - 1$ ، خواهیم داشت:

همچنین با رسم نمودار $|x|$ ، می توان دریافت، اگر نمودار $|x|$ را به اندازه یک یا (-1) واحد در امتداد محور طول ها، جابه جا کنیم، قسمت هایی از نمودار $|x \pm 1|$ با نمودار $|x| - 1$ دقیقاً بر روی هم منطبق می شوند و بی شمار جواب دارد.

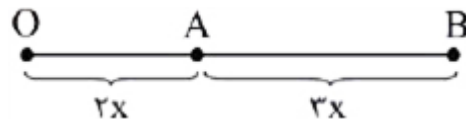
$$m = \pm 1 \Rightarrow +1 + (-1) = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مجانس نقطه A به مرکز O و نسبت $k_1 = \frac{5}{2}$ را مشخص می کنیم که همان نقطه B است. اگر

$$OA = 2x$$

در نظر گرفته شود، آنگاه داریم:

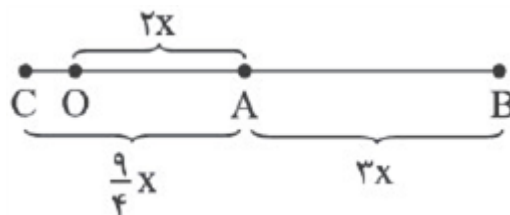
$$|k_1| = \frac{OB}{OA} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{OB}{2x} \Rightarrow OB = 5x \Rightarrow AB = 5x - 2x = 3x$$



حال مجانس نقطه B را به مرکز A و نسبت تجانس $k_2 = -\frac{3}{4}$ مشخص می کنیم که همان نقطه C است. چون نسبت تجانس

منفی است، پس نقاط B و C در دو طرف نقطه A قرار دارند. با توجه به نسبت تجانس داریم:

$$|k_2| = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{AC}{3x} \Rightarrow AC = \frac{9}{4}x \Rightarrow OC = \frac{9}{4}x - 2x = \frac{1}{4}x$$



مطابق شکل نقاط A و C در دو طرف نقطه O قرار دارند و نسبت تجانسی که A را به مرکز O بر C تصویر می کند، منفی است.

$$|k_3| = \frac{OC}{OA} = \frac{\frac{1}{4}x}{2x} = \frac{1}{8} \xrightarrow{k_3 < 0} k_3 = -\frac{1}{8}$$

نسبت این تجانس برابر است با:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر شیر کاملاً باز در x ساعت استخر را پر کند شیر نیمه باز در $2x$ ساعت پر می کند، حال داریم:

$$\frac{1}{2x} \Rightarrow \text{استخر} = \frac{1}{2x} \Rightarrow \text{در ۲ ساعت} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} \Rightarrow \text{استخر} = \frac{1}{x} \Rightarrow \text{در ۳ ساعت} = \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که شعاع دایره بر خط مماس در نقطه تماس عمود است، پس داریم:

$$m_{OA} = \frac{4-3}{1-(-2)} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{شیب خط مماس} = -3$$

$$A \left| \begin{matrix} -2 \\ 3 \end{matrix} \right., m = -3 \Rightarrow y - 3 = -3(x + 2) \Rightarrow y = -3x - 3$$

سطح محصور شده بین خط و محورهای مختصات مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع قائمه‌ای به اندازه قدر مطلق طول از مبدأ و عرض از مبدأ خط است پس داریم:

$$\left. \begin{matrix} y = 0 \rightarrow x = -1 \\ x = 0 \rightarrow y = -3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow S = \frac{|-1| \times |-3|}{2} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(S) : 8 \times 7 \times 6$$

$$n(A) :$$

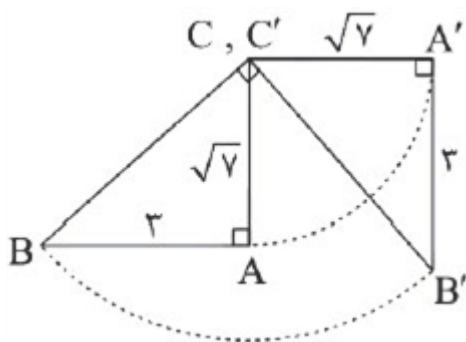
هر زیرمجموعه ۳ عضوی از ۸ عدد فقط یک جایگشت مطلوب می‌سازد چون باید به ترتیب صعودی باشند پس:

$$n(A) : \binom{8}{3}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}}{8 \times 7 \times 6} = \frac{1}{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در شکل $\triangle A'B'C$ دوران یافته مثلث $\triangle ABC$ به مرکز C با زاویه 90° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت است. چون دوران تبدیل ایزومتري است پس $BC = B'C$ و چون زاویه دوران 90° است، پس $\widehat{BCB'}$ برابر 90° است.

پس مثلث $BB'C$ قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. بنابراین:



$$\triangle ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 3^2 + (\sqrt{7})^2 \\ = 9 + 7 = 16 \Rightarrow BC = 4 \Rightarrow CB' = 4$$

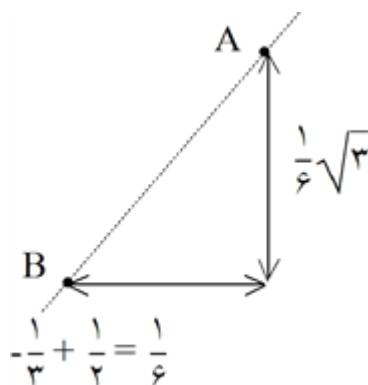
$$S_{\triangle BB'C} = \frac{1}{2} BC \times B'C = \frac{1}{2} (4)(4) = 8$$

دقت کنید! مرکز دوران نقطه ثابت این تبدیل است. پس دوران یافته C خودش است به همین علت C' بر C منطبق است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$|AB| = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{2}{36}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{طول قطر} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$2 - x^2 > 0 \Rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{2-x^2} \geq 1 \Rightarrow 2-x^2 \geq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$2\beta - \alpha = 2 - (-1) = 3 \quad \text{پس دامنه به صورت } [-1, 1] \text{ است.}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $P(A \cup B) = P(S)$ ۱۳

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - P(\{b, c\}) = 1 \Rightarrow \frac{5}{6} - 1 = P(\{b, c\}) \Rightarrow \frac{1}{6} = P(\{b, c\})$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A' \cup B') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

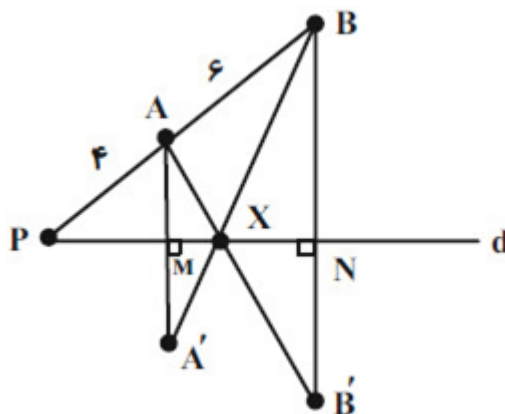
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $A'B'$ بازتاب AB نسبت به d است پس نقاط A, X, B' روی یک خط هستند. ۱۴

$$AA' \parallel BB' \Rightarrow S_{A'XB'} = S_{AXB} \quad (۱)$$

$$\frac{S_{A'XB'}}{S_{AA'B}} = \frac{BX}{BA'} = \frac{BN}{BN+AM}$$

$$AM \parallel BN \Rightarrow \frac{BN}{AM} = \frac{PB}{AP} = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BN}{BN+AM} = \frac{1}{14}$$



بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{A'XB'}}{S_{AA'B}} = \frac{1}{14} \\ \frac{S_{PA'A}}{S_{AA'B}} = \frac{4}{6} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{نقسیم می‌کنیم}} \frac{S_{A'XB'}}{S_{PA'A}} = \frac{15}{14} \quad (۱) \xrightarrow{\text{از (۱)}} \frac{S_{A'XB'}}{S_{PA'A}} = \frac{15}{14}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵

مورد الف: می‌دانیم ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی یک انتقال است و تبدیل انتقال نقطه ثابت ندارد.
مورد ب: حاصل تبدیل همه نقاط روی عمودمنصف BC روی خودشان می‌افتد: بی‌شمار نقطه ثابت داریم.
مورد ج: می‌دانیم حاصل دو دوران خود یک دوران است و هر دوران یک نقطه ثابت دارد: یک نقطه ثابت داریم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$S_9 = 73S_7$$

$$\frac{a(q^9 - 1)}{q-1} = 73 \times \frac{a(q^7 - 1)}{q-1} \Rightarrow (q^7 - 1)(q^2 + q + 1) = 73q^{7-1}$$

$$\downarrow$$

$$q^7 = t$$

$$\Rightarrow t^2 + t + 1 = 73 \Rightarrow t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t + 9)(t - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -9 \\ t = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q^7 = -9 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} \text{غ ق ق} \\ q^7 = 8 \Rightarrow q = 2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{در نتیجه: } \frac{a_7}{a_1} = \frac{a_7 q^7}{a_1} = q^7 = 8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر A اعداد بخش پذیر بر ۶ و B اعداد بخش پذیر بر ۸ باشد، داریم: ۱۷

$$P(A \cup B') = P(A' \cap B)' = P(B - A)' = 1 - P(B - A)$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{\left(\left[\frac{99}{8}\right] - \left[\frac{9}{8}\right]\right) - \left(\left[\frac{99}{24}\right] - \left[\frac{9}{24}\right]\right)}{90} = \frac{11 - 4}{90} = \frac{7}{90}$$

$$\Rightarrow 1 - P(B - A) = 1 - \frac{7}{90} = \frac{83}{90}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\left[x + \frac{6}{k-1}\right] - [x] = \frac{6}{k-1} \Rightarrow [x] + \frac{6}{k-1} - [x] = \frac{6}{k-1}$$

پس $\frac{6}{k-1}$ باید عدد صحیح باشد؛ یعنی ۶ بر $k-1$ بخش پذیر باشد.

$$\begin{cases} k-1 = \pm 1 \Rightarrow k = 0, 2 \\ k-1 = \pm 2 \Rightarrow k = -1, 3 \\ k-1 = \pm 3 \Rightarrow k = -2, 4 \\ k-1 = \pm 6 \Rightarrow k = -5, 7 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع مقادیر } k = 8$$

$$n \in \mathbb{Z} : [x + n] = [x] + n \quad \text{توجه:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق رابطه $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ در یک دنباله حسابی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} S_{2n} = \frac{2n}{2}(a_1 + a_{2n}) = n(2a_1 + 2nd - d) \\ 2S_n = 2 \times \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = n(2a_1 + nd - d) \end{cases} \Rightarrow S_{2n} - 2S_n = n^2 d$$

$$25d, 100d, 400d, \dots$$

پس جملات دنباله داده شده به صورت مقابل خواهد بود:

مشخص است که این دنباله، یک دنباله هندسی با قدرنسبت $q = 4$ است. حالا از رابطه مجموع n جمله اول در دنباله هندسی

$$\text{استفاده می‌کنیم:} \quad \text{مجموع } 12 \text{ جمله اول} = \frac{t_1(q^{12} - 1)}{q - 1}$$

$$\text{مجموع } 6 \text{ جمله دوم} = \frac{t_6(q^6 - 1)}{q - 1}$$

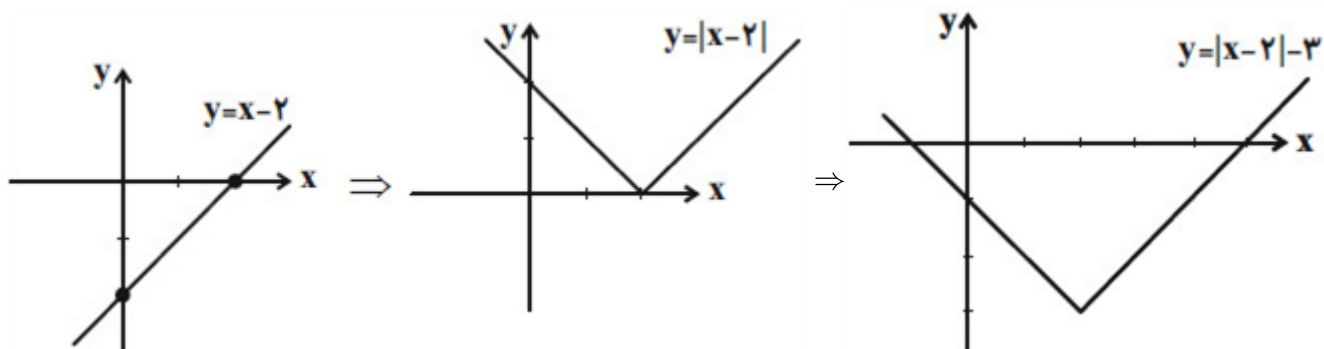
$$\Rightarrow \frac{\text{مجموع جمله اول } 12}{\text{مجموع جمله اول } 6} = \frac{t_1(q^{12} - 1)}{t_1 q^6 (q^6 - 1)} = \frac{q^6 + 1}{q^6} = 1 + \left(\frac{1}{q}\right)^6$$

$$m = 1 + \left(\frac{1}{q}\right)^6 \Rightarrow (m - 1)^{\frac{1}{6}} = \left(\left(\frac{1}{q}\right)^6\right)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{1}{q}} = \frac{1}{q}$$

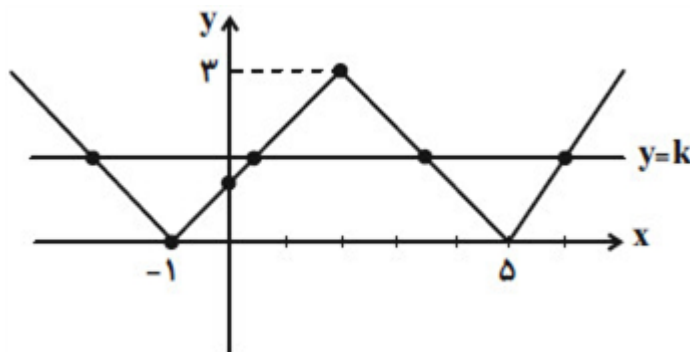
چون $q = 4$ ، پس طبق فرض:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در اینجا برای حل معادله از رسم نمودار استفاده می‌کنیم، می‌دانیم که محل تلاقی دو نمودار

$f(x) = ||x - 2| - 3|$ و $g(x) = k$ ، ریشه‌های معادله $||x - 2| - 3| = k$ است، لذا داریم:



پس نمودار $f(x) = ||x - 2| - 3|$ به صورت زیر است:



اگر معادله تلاقی، ۴ جواب داشته باشد، $0 < k < 3$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم که شیر B استخر را در x ساعت پر می‌کند، بنابراین شیر A در $x - a$ ساعت استخر را پر خواهد کرد و اگر هر دو شیر A و B هم‌زمان با هم باز باشند استخر در $x - ۹$ ساعت پر خواهد شد بنابراین داریم:

$$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-9} \xrightarrow{x(x-9)(x-5)} x^2 - 9x + x^2 - 14x + 45 = x^2 - 5x$$

کم..

در ادامه خواهیم داشت:

$$x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow (x - 15)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \text{ ق} \\ x = 3 \text{ غ} \end{cases}$$

در نتیجه با توجه به اینکه شیر A، ۵ ساعت زودتر از شیر B استخر را پر می‌کرد، پس شیر A در ۱۰ ساعت استخر را پر می‌کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا x را از مخرج دو طرف تساوی ساده می‌کنیم و سپس طرفین وسطین می‌کنیم.

$$\frac{x+1}{x(x-2)} = \frac{a-1}{2} \Rightarrow (a-1)(x-2) = 2(x+1) \Rightarrow ax - 2a - x + 2 = 2x + 2 \Rightarrow (a-3)x = 2a$$

$$\Rightarrow x = \frac{2a}{a-3}$$

برای اینکه معادله جواب نداشته باشد باید یکی از حالت‌های زیر رخ دهد.

حالت اول: $x = \frac{2a}{a-3}$ ریشه مخرج باشد.

$$\begin{cases} \frac{2a}{a-3} = 0 \Rightarrow a = 0 \quad \checkmark \\ \frac{2a}{a-3} = 2 \Rightarrow 2a = 2a - 6 \Rightarrow 0 = -6 \quad \times \end{cases}$$

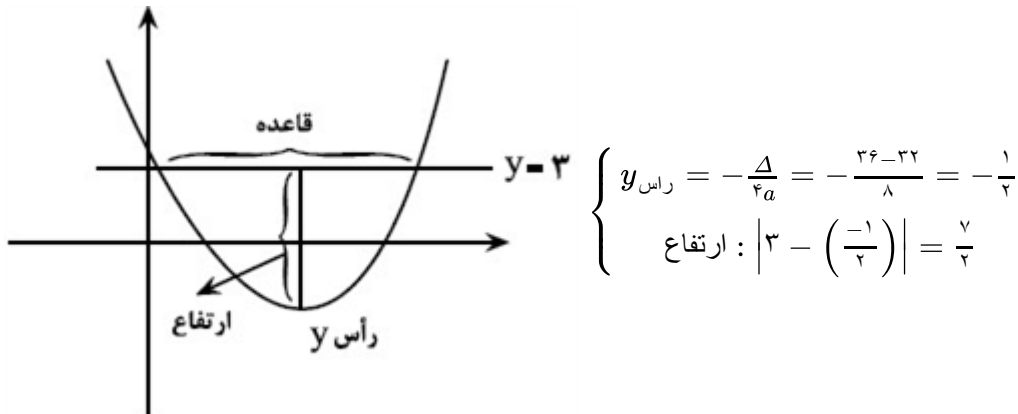
حالت دوم: اگر $a = 3$ باشد مخرج $x = \frac{2a}{a-3}$ نیز صفر می‌شود که تعریف نشده است پس به ازای $a = 0$ و $a = 3$ معادله جواب ندارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به ریشه‌ها و عرض از مبدأ تابع درجه ۲ داریم:

$$y = a(x-1)(x-2) \xrightarrow{(0,4)} 4 = 2a \Rightarrow a = 2$$

$$y = 2(x^2 - 3x + 2) = 2x^2 - 6x + 4$$

اختلاف ریشه‌های معادله = قاعده



نکته: اگر α و β ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشند، اختلاف آن دو $(|\alpha - \beta|)$ از رابطه $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ به دست می‌آید. بنابراین

$$2x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{28}}{2} = \sqrt{7}$$

داریم:

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} \Rightarrow S = \frac{\frac{7}{2} \times \sqrt{7}}{2} = \frac{7\sqrt{7}}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کافی است معادله دو ارتفاع را بنویسیم.

$$m_{AB} = -\frac{1}{3} \Rightarrow CH: y + 2 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 8$$

$$m_{AC} = -2 \Rightarrow BH': y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\Rightarrow \text{نقطه برخورد} \left[\begin{matrix} x = 3/5 \\ y = 2/5 \end{matrix} \right] \Rightarrow OM = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{25}{4}} = \sqrt{18/5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموع جواب نامعادله را محاسبه می‌کنیم:

$$|x - a^2| > b^2 \Rightarrow \begin{cases} 2x - a^2 > b^2 \Rightarrow x > \frac{a^2 + b^2}{2} \\ 2x - a^2 < -b^2 \Rightarrow x < \frac{a^2 - b^2}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \left[\frac{a^2 - b^2}{2}, \frac{a^2 + b^2}{2} \right]$$

حال نتیجه به دست آمده را با $R - [c, ab]$ مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{a^2 + b^2}{2} = ab \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = 0 \Rightarrow (a - b)^2 = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\frac{a^2 - b^2}{2} = c \xrightarrow{a=b} \frac{a^2 - b^2}{2} = 0 = c$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طول بازه مورد نظر که روی خط $y = -1$ قرار گرفته، زمانی بزرگ‌ترین مقدار ممکن است که تابع

$f(x) = x^2 - 4x + m$ بر خط $y = -1$ مماس باشد، یعنی عرض رأس سهمی f برابر (-1) باشد:

$$y_S = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(16 - 4m)}{4} = -1 \Rightarrow 16 - 4m = 4 \Rightarrow 4m = 12 \Rightarrow m = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث NEF، NM میانه‌ی وارد بر ضلع EF و اندازه‌ی آن $\frac{3}{4}$ طول AM می‌باشد. از طرفی

مثلث‌های NEF و ABC با هم متشابه هستند و نسبت تشابه همان نسبت میانه‌ها یعنی $\frac{3}{4}$ می‌باشد، پس:

$$\frac{S_{\triangle NEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle NEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{16 - 9}{16} = \frac{7}{16} \quad (1)$$

از طرفی انتقال تبدیلی طولپا است و مساحت اشکال تحت آن، تغییر نمی‌کند. یعنی:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle NPQ} \xrightarrow{(1)} \frac{S_{\text{سایه زده}}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{7}{16} \Rightarrow \frac{S_{\text{سایه زده}}}{S_{\triangle NPQ}} = \frac{7}{16}$$

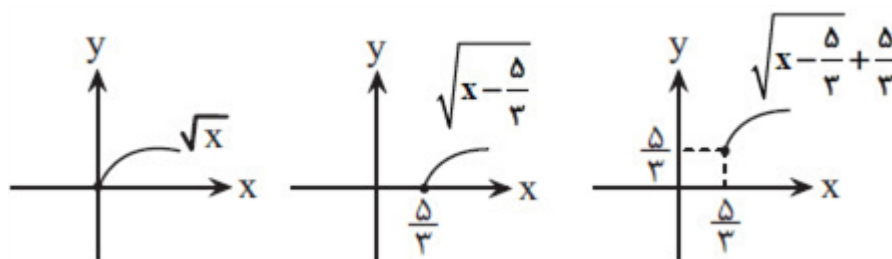
$$D_f = R, D_g = R \Rightarrow D_f = D_g$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

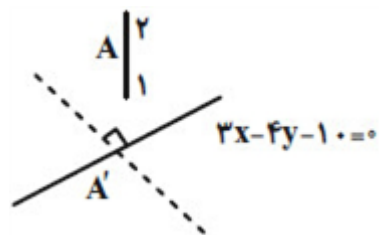
$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-1}{3x+1} = 3x-1 & x \neq -\frac{1}{3} \\ k+x & x = -\frac{1}{3} \end{cases} \xrightarrow{x=-\frac{1}{3}} \begin{cases} f\left(-\frac{1}{3}\right) = k - \frac{1}{3} \\ g\left(-\frac{1}{3}\right) = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k - \frac{1}{3} = -2 \Rightarrow k = -\frac{5}{3}$$

$$y = \sqrt{x - \frac{5}{3}} + \frac{5}{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پاره خط $A'A$ بر خط L عمود است. پس:



$$3x - 4y - 10 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{10}{4}$$

$$m_{A'A} = -\frac{1}{m_L} = -\frac{4}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

حال می‌توان معادله خط $A'A$ را نوشت:

$$y - 1 = -\frac{4}{3}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$$

نقطه تلاقی $y = \frac{3}{4}x - \frac{10}{4}$ و $y = -\frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$ همان نقطه A' است:

$$\begin{cases} y = -\frac{4}{3}x + \frac{11}{3} \Rightarrow (\times 9) \Rightarrow 9y = -12x + 33 \\ y = \frac{3}{4}x - \frac{10}{4} \Rightarrow (\times 16) \Rightarrow 16y = 12x - 40 \end{cases}$$

$$25y = -7 \Rightarrow y = -\frac{7}{25} \Rightarrow b = -\frac{7}{25}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به سؤال داریم: ۳۰

$$a^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{a \neq 0} 1 = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow (-S)^{\frac{1}{2}} + (P)^{\frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow S^{\frac{1}{2}} + P^{\frac{1}{2}} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد قوطی‌ها در هر ردیف، تشکیل دنباله حسابی می‌دهد، بنابراین داریم: ۳۱

$\Rightarrow 5, 7, 9, \dots$ جملات دنباله حسابی

$a_n = 2n + 3, d = 2$ جمله عمومی دنباله

۱۲ ردیف، تن ماهی چیده شده است $\Rightarrow n = 12 \Rightarrow a_n = 2n + 3 = 27$

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [a_1 + a_{12}] = 6 [5 + 27] = 192$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۲

$$\frac{4}{x^2 - 2x - 3} - \frac{2}{x^2 - 4x + 3} = 3$$

$$\frac{4}{(x-3)(x+1)} - \frac{2}{(x-1)(x-3)} = 3 \xrightarrow{\times (x-3)(x-1)(x+1)}$$

$$4(x-1) - 2(x+1) = 3(x-3)(x-1)(x+1) \xrightarrow{x \neq 3} 2(x-4) = 3(x-3)(x-1)(x+1)$$

$$\underbrace{4(x-1) - 2(x+1)}_{2x-6}$$

تذکر: هر دو جواب قابل قبول هستند چون ریشه مخرج نیستند.

$$\Rightarrow 2x^2 - 3 = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \sqrt{\frac{5}{2}} + \left(-\sqrt{\frac{5}{2}}\right) = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. احتمال رخداد پیشامد مطلوب برابر است با: ۳۳

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{3} \times 4!}{\binom{9}{4} \times 4!} = \frac{\frac{7 \times 6 \times 5}{3!}}{\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4!}} = \frac{24 \times 5}{6 \times 9 \times 8} = \frac{5}{18}$$

$$\left. \begin{aligned} a_5 = 3 &\Rightarrow a_1 + 4d = 3 \\ a_{n+1} - a_n &= \frac{-1}{2} \Rightarrow d = \frac{-1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_1 = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) \text{ پس:}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2a_1 + 9d) = 5 \left(2(5) + 9 \left(\frac{-1}{2} \right) \right) = 5 \left(10 - \frac{9}{2} \right) = 5 \times \frac{11}{2} = \frac{55}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ترکیب دو دوران همواره یک دوران است و تنها دورانی که تجانس معکوس نیز محسوب می‌شود، دوران ۳۵

180° یا به طور کلی مضارب فرد 180° است که تجانس با نسبت $k = -1$ است. در ترکیب دو دوران، زاویه‌های دوران با هم

جمع می‌شوند. بنابراین:

$$3\theta + \theta + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow 4\theta = 160^\circ \Rightarrow \theta = 40^\circ$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $[P(A' \cap B') = P(A \cup B)]'$ بنابراین:

$$P(A' \cap B') = 0/35 \Rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0/35 = 0/65$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/65$$

$$\Rightarrow \underbrace{(P(B) - P(A \cap B))}_{P(B \cap A') = 0/3} + P(A) = 0/65 \Rightarrow P(A) = 0/35$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 5 \\ P = \alpha\beta = 2 \Rightarrow \alpha^2\beta^2 = 4 \end{cases}$$

$$A = \frac{4\alpha + \beta^2}{5\beta^2} = \frac{(\alpha^2\beta^2)\alpha + \beta^2}{5\beta^2} = \frac{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)}{5\beta^2} = \frac{S^2 - 2PS}{5} = \frac{5^2 - 2 \times 2 \times 5}{5} = 25 - 6 = 19$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه مجموع دو عدد برابر $\frac{8}{3}$ و حاصل ضرب آن‌ها $\frac{4}{3}$ می‌باشد، پس می‌توان هر کدام از آنها

را از حل معادله درجه دوم $x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{4}{3} = 0$ به دست آورد:

$$\times 3 \rightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 \Rightarrow x = \frac{8 \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{2}{3} \\ a_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = 3$$

$$\Rightarrow S_4 = \frac{a_1(1 - r^4)}{1 - r} = \frac{\frac{2}{3}(1 - 3^4)}{1 - 3} = \frac{1}{3}(3^4 - 1) = \frac{80}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m_{AB} = \frac{3/5 - 2}{0/5 - 2} = -1 \Rightarrow m_{CD} = -1 \text{ (زیرا ضلع } AB \text{ با } CD \text{ موازی است.)}$$

$$AB: y - 2 = -1 \times (x - 2) \Rightarrow AB: x + y - 4 = 0$$

$$AB \text{ طول ضلع} = \sqrt{(2 - 0/5)^2 + (2 - 3/5)^2} = \frac{3}{5}\sqrt{2}$$

$$CD: y = -x + a \quad \text{چون ضلع } CD \text{ موازی ضلع } AB \text{ است پس شیب برابر با } AB \text{ داشته و داریم:}$$

از سمتی فاصله خط AB از خط CD ، همان طول ضلع AB است، پس:

$$\left. \begin{aligned} AB: x + y - 4 &= 0 \\ CD: x + y - a &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{|a - 4|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{5}\sqrt{2} \Rightarrow |a - 4| = 3 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 7$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مقادیر $P(a)$, $P(b)$ و $P(c)$ را به ترتیب برابر kq , kq^2 و kq^3 فرض می‌کنیم. حال

$$\begin{cases} k + kq + kq^2 = 1 \quad (1) \\ \frac{1}{k} + \frac{1}{kq} + \frac{1}{kq^2} = \frac{49}{4} \Rightarrow \frac{kq^2 + kq + k}{k^2 q^2} = \frac{49}{4} \quad (2) \end{cases}$$

داریم:

$$k^2 q^2 = \frac{4}{49} \xrightarrow{k, q > 0} kq = \frac{2}{7}$$

از تقسیم تساوی ۱ بر تساوی ۲ داریم:

حال با جای‌گذاری مقدار kq در تساوی ۱ داریم:

$$k + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}q = 1 \Rightarrow k = \frac{5}{7} - \frac{2}{7}q \xrightarrow{k = \frac{2}{7q}} \frac{2}{7q} = \frac{5}{7} - \frac{2}{7}q \xrightarrow{\times 7q} 2 = 5q - 2q^2$$

$$\Rightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Rightarrow (2q - 1)(q - 2) = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{2} \text{ یا } 2$$

بنابراین مقادیر $P(a)$, $P(b)$ و $P(c)$ به صورت‌های زیر می‌توانند باشند:

$$\begin{cases} q = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{4}{5} \Rightarrow P(a) = \frac{4}{5}, P(b) = \frac{1}{5}, P(c) = \frac{1}{5} \\ q = 2 \Rightarrow k = \frac{1}{5} \Rightarrow P(a) = \frac{1}{5}, P(b) = \frac{2}{5}, P(c) = \frac{4}{5} \end{cases}$$

در هر دو حالت مذکور بیشترین مقدار ممکن برای احتمال یک پیشامد ساده برابر $\frac{4}{5}$ می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در حالت اول اگر میدان ناشی از بار $+q$ را $\vec{E}_1$ و بار $-q$ را $\vec{E}_2$ و فاصله دو بار را $2r$ فرض کنیم،

داریم:

$$E = E_1 + E_2 = k\frac{q}{r^2} + k\frac{q}{r^2} = 2k\frac{q}{r^2} \quad (\text{به سمت راست})$$

اگر فرض کنیم بار $+q$ دو برابر و علامت بار $-q$ قرینه شود، داریم:

$$E' = k\frac{2q}{r^2} - k\frac{q}{r^2} = k\frac{q}{r^2} = \frac{E}{2} \quad (\text{به سمت راست})$$

و اگر بار $-q$ دو برابر شود و بار $+q$ قرینه شود، داریم:

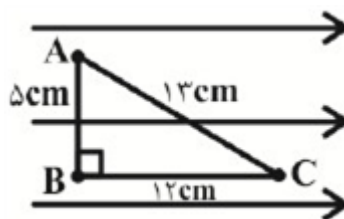
$$E' = k\frac{2q}{r^2} - k\frac{q}{r^2} = k\frac{q}{r^2} = \frac{E}{2} \quad (\text{به سمت راست})$$

یعنی علامت بردار میدان برآیند عوض نمی‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مسیر AB چون عمود بر خط‌های میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم، انرژی پتانسیل الکتریکی آن

تغییری نمی‌کند. در مسیر BC در حرکت به سمت پتانسیل کمتر، انرژی پتانسیل ذره (با بار مثبت) کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:

$$\Delta U_E = -E|q|d = -10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 12 \times 10^{-2} = -0.06 \text{ J}$$



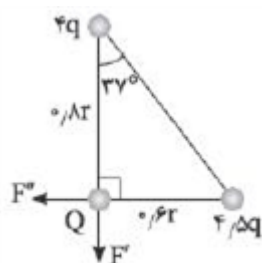
$$C = \frac{k\varepsilon \cdot A}{(d)^{\frac{1}{4}}} \Rightarrow C \propto 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$4(C) = \frac{q}{(V)_{\text{ثابت}}} \Rightarrow q \propto 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. وقتی دو قطب یک باتری را به دو فلز (دیگ زودپز و تیغه چاقو) وصل می‌کنیم، باتری آن‌ها را باردار می‌کند. در باتری‌ها، قطب مثبت باتری، محل تجمع بارهای الکتریکی مثبت است و به همین دلیل پتانسیل الکتریکی آن قطب مثبت و بیشتر است و قطب منفی باتری، محل تجمع بارهای الکتریکی منفی است و به همین دلیل پتانسیل الکتریکی آن قطب منفی و کمتر است. این آرایش بارهای الکتریکی اختلاف پتانسیل الکتریکی معینی را میان دو قطب باتری به وجود می‌آورد. هنگامی که قطب مثبت باتری را به دیگ زودپز وصل می‌کنیم، مقداری بار الکتریکی منفی از دیگ زودپز به وسیله این قطب دریافت می‌شود و به داخل باتری کشیده می‌شود و تعدادی از بارهای مثبت قطب مثبت را خنثی می‌کند به این ترتیب تعادل بارهای الکتریکی درونی باتری برهم می‌خورد در نتیجه برای برقراری مجدد تعادل به طور همزمان به همان تعداد بار الکتریکی منفی از قطب منفی باتری به تیغه چاقو فرستاده می‌شود. همان طور که واضح است باتری بار الکتریکی تولید نمی‌کند و تنها به بارهای الکتریکی موجود انرژی می‌دهد و آن‌ها را به شارش در می‌آورد. پس تعدادی بار الکتریکی از یکی از فلزها جدا شده و پس از عبور از باتری به فلز دیگر منتقل می‌شود، یعنی اندازه‌ی بار الکتریکی دیگ زودپز و تیغه چاقو با هم برابر و غیر هم نام خواهند بود پس می‌توان گفت: مجموع بار الکتریکی دیگ زودپز و چاقوی آشپزخانه برابر صفر است. به مجموعه گفته شده که از دو فلز بدون تماس الکتریکی ساخته شده است خازن می‌گویند، همان طور که می‌دانیم بارهای الکتریکی فلزهای خازن هم‌اندازه و نا هم نام می‌باشند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به سؤال:



$$F = K \frac{qQ}{r^2} \xrightarrow{F=100N} 100 = K \frac{qQ}{r^2}$$

حال نیرویی که بار $4/5q$ و بار $4q$ به بار Q وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:

$$F' = K \frac{4/5q \times Q}{0.36r^2} = \frac{4/5}{0.36} K \frac{qQ}{r^2} = 12/5 K \frac{qQ}{r^2} \Rightarrow F' = 1250N$$

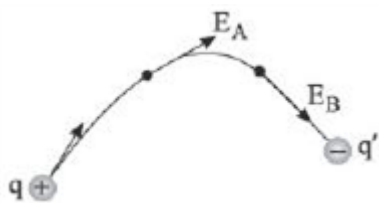
$$F'' = K \frac{4q \times Q}{0.64r^2} = \frac{4}{0.64} K \frac{qQ}{r^2} = 6/25 K \frac{qQ}{r^2} \Rightarrow F'' = 625N$$

نیروی خالص وارد بر بار Q برابر است با:

$$F_T = \sqrt{F'^2 + F''^2} \Rightarrow F_T = \sqrt{(1250)^2 + (625)^2} = 625\sqrt{1+2^2} \Rightarrow F_T = 625\sqrt{5}N$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

میدان در هر نقطه بر خطوط میدان، مماس و هم‌جهت با آن است، بنابراین خطوط اطراف نقاط A و B باید مشابه شکل زیر باشند:



چون میدان در نقطه A با توجه به بردار کشیده شده بزرگ‌تر از میدان در نقطه B است، بنابراین:

$$|q| > |q'|$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۷)

چگالی سطحی بار الکتریکی روی یک کره رسانا از رابطه $\sigma = \frac{|q|}{4\pi R^2}$ به دست می‌آید:

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \frac{|q_B|}{|q_A|} \times \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 \rightarrow \frac{2\sigma}{3\sigma} = \frac{|q_B|}{54} \times \left(\frac{3R}{2R}\right)^2 \rightarrow |q_B| = 16\mu C$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر اختلاف پتانسیل دو سر باتری $\mathcal{E}$ باشد، آن گاه انرژی اولیه خازن برابر است با: (۴۸)

$$U = \frac{1}{2}c\mathcal{E}^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{c}$$

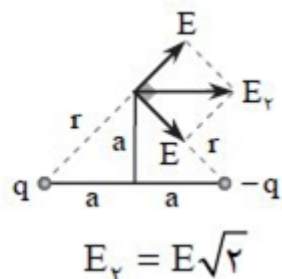
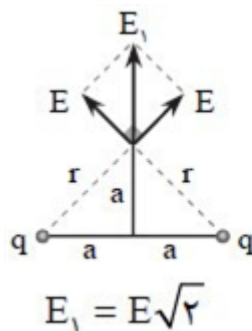
زیرا خازن تا اختلاف پتانسیل $\mathcal{E}$ توسط باتری شارژ می‌شود. وقتی فاصله بین صفحات n برابر می‌شود، ظرفیت خازن $\frac{1}{n}$ می‌شود زیرا $c \propto \frac{1}{d}$ اما اختلاف پتانسیل دو سر آن همان $\mathcal{E}$ می‌ماند چون هم‌چنان به باتری متصل است پس:

$$U' = \frac{1}{2}\left(\frac{c}{n}\right) \times \mathcal{E}^2$$

اما اگر زمانی فاصله را n برابر کنیم که از مدار جدا شده است آن گاه اختلاف پتانسیل آن تغییر می‌کند ولی بار آن ثابت می‌ماند چون جایی نمی‌تواند برود در این صورت برای انرژی از رابطه دیگر استفاده می‌کنیم:

$$U'' = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\left(\frac{c}{n}\right)} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{c} \times n \Rightarrow \frac{U''}{U'} = \frac{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{c} \times n}{\frac{1}{2}c\mathcal{E}^2 \times \frac{1}{n}} = \frac{\cancel{Q^2} \times n}{\cancel{Q^2} \times \frac{1}{n}} = n^2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میدان برآیند بارهای روی یک قطر را ابتدا به دست می‌آوریم: (۴۹)



$$E = \frac{kq}{r^2} = \frac{kq}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{kq}{2a^2}$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2E^2 + 2E^2} = 2E = 2\frac{kq}{2a^2} = \frac{kq}{a^2}$$

E_1 و E_2 بر هم عمودند. بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۵۰)

نادرستی گزینه‌ی ۱: چون ولتاژ ثابت است، طبق رابطه $U = \frac{1}{2}cv^2$ با دو برابر شدن ظرفیت، انرژی خازن دو برابر می‌شود.

نادرستی گزینه‌ی ۲: رسوب‌دهنده‌های الکتروستاتیکی براساس میدان الکتریکی ایجاد شده بین ذرات باردار دود باعث رسوب ذرات دود در فیلترها می‌شود.

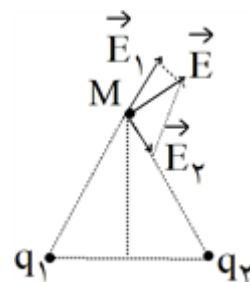
نادرستی گزینه‌ی ۴: طبق رابطه $c = \frac{k\epsilon \cdot A}{dq}$ دی‌الکتریک باعث افزایش ظرفیت خازن می‌شود.

۵۱ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر بردار $\vec{E}$ را به دو مولفه‌ی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ تجزیه کنیم ($\vec{E}_1$ میدان حاصل از q_1 و $\vec{E}_2$ میدان حاصل از q_2)، در شکل دیده می‌شود که $E_1 > E_2$ است. با توجه به این که فاصله‌ی نقطه‌ی M از q_1 و q_2 یکسان است، پس می‌توان نوشت:

$$E_1 > E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r^2} > k \frac{|q_2|}{r^2} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| < 1$$

از طرفی چون میدان حاصل از q_1 به طرف خارج آن است، پس q_1 مثبت است و چون میدان حاصل از q_2 به طرف آن است، پس q_2 منفی است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$-\frac{q_2}{q_1} < 1 \Rightarrow -K < 1 \Rightarrow K > -1 \text{ و } K < 0 \Rightarrow -1 < K < 0$$



۵۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چگالی سطحی بار الکتریکی دو کره در ابتدا با هم برابر است. بنابراین داریم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{Q_1}{Q_2} \times 5^2 \Rightarrow Q_2 = 25Q_1$$

برای اینکه بار دو کره برابر شود، باید مقداری بار از کره دارای بار بیشتر به کره دارای بار کمتر منتقل شود. وقتی بار دو کره برابر است، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، می‌توان نوشت:

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \frac{Q_1 + 25Q_1}{2} \Rightarrow Q'_1 = Q'_2 = 13Q_1$$

بار کره بزرگ‌تر ابتدا $Q_2 = 25Q_1$ است و بعد از برابر شدن بار دو کره به $Q'_2 = 13Q_1$ می‌رسد. بنابراین به مقدار $12Q_1$ از بار آن را به کره دیگر منتقل کرده‌ایم. در نتیجه:

$$\text{درصد بار منتقل شده} = \frac{12Q_1}{25Q_1} \times 100 = 48\%$$

۵۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون ظرفیت خازن ثابت و ΔV معلوم است، تغییر انرژی خازن (ΔU) را با استفاده از رابطه‌ی

$$V_2 = V_1 - \frac{10}{100} V_1 \Rightarrow V_2 = 0.9 V_1 \quad U = \frac{1}{2} C V^2 \text{ به دست می‌آوریم:}$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \xrightarrow{\text{ثابت: } C} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \xrightarrow{V_2 = 0.9 V_1} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{0.9 V_1}{V_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 0.81 \Rightarrow U_2 = 0.81 U_1$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta U = 0.81 U_1 - U_1 \Rightarrow \Delta U = -0.19 U_1 \Rightarrow \Delta U = -19\% U_1$$

بنابراین انرژی خازن ۱۹ درصد کاهش می‌یابد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا برابری میدان الکتریکی را در نقطه M به دست می آوریم:

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_M = 9.0 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_M = \vec{E}_{TN} + 6.0 \times 10^5 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_{TN} = 3.0 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

از طرفی طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$\vec{E}_{TM} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_{TM} = 9.0 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

حال برابری میدان الکتریکی را در نقطه N به دست می آوریم:

$$\vec{E}'_N = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 \Rightarrow 3.0 \times 10^5 = \frac{1.08 \times 10^3}{(x + 0.2)^2} + \frac{1.8 \times 10^3}{x^2} \quad (1)$$

به جای حل معادله ۱ بهتر است از جاگذاری گزینه ها استفاده کنیم، پس جواب گزینه ۲ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم خطوط میدان الکتریکی همواره از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می شوند. در شکل خطوط

میدان از A خارج شده و به صفحه با بار منفی می رسند، در نتیجه ($q_A > 0$) است.

از طرفی خطوط میدان A و B از هم دور شده اند، یعنی A و B همدیگر را می رانند و هم نامند، در نتیجه ($q_B > 0$) است.

همچنین میدان های بارهای B و C به یکدیگر می رسند، پس همدیگر را می ربایند و غیر هم نامند، در نتیجه ($q_C < 0$) است.

از طرفی خطوط میدان C و D از یکدیگر دور می شوند پس هم نامند و بار D نیز باید منفی باشد ($q_D < 0$) است.

$$F = mg \Rightarrow 9.0 \times \frac{q^2}{9} = 7/5 \times 10^{-8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$q = 5 \times 10^{-11} C$$

$$n = \frac{q}{e} = 9/375 \times 10^8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $Q \rightarrow C \uparrow V \downarrow U \downarrow$ ثابت

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه مستقل از مسیر حرکت بار است و برای محاسبه

می توانیم تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را روی قطر AB حساب کنیم. به این ترتیب داریم:

$$\Delta V = -E|q|d \cos \theta = 2 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-6} \times 8.0 \times 10^{-2} \times \cos(120) = 9.6 \times 10^{-2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -0.48 J$$

دقت کنید چون بار منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می یابد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه خطوط میدان از q_1 خارج و به q_2 وارد می شوند، پس $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ خواهد بود.

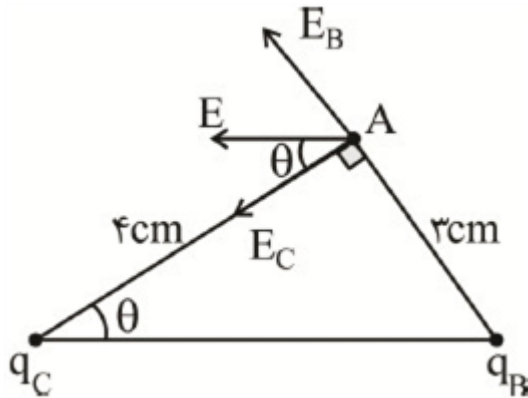
جهت میدان الکتریکی در نقطه p به صورت $\nearrow$ خواهد بود، در نتیجه جهت نیروی وارد بر بار منفی در این نقطه به صورت $\nwarrow$ خواهد بود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق رابطه کولن:

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{r_1}{r_1 + 4}\right)^2$$

$$\frac{1}{9} = \frac{r_1}{r_1 + 4} \Rightarrow 9r_1 = 4 \Rightarrow r_1 = \frac{4}{9}m$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$E_C = E \cos \theta = \frac{4}{5}E$$

$$E_B = E \sin \theta = \frac{3}{5}E$$

$$\frac{E_B}{E_C} = \frac{\frac{k|q_B|}{r_B^2}}{\frac{k|q_A|}{r_A^2}} \Rightarrow \frac{\frac{3}{5}E}{\frac{4}{5}E} = \frac{\frac{|q_B|}{(0.03)^2}}{\frac{|q_A|}{(0.04)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\frac{|q_B|}{3^2}}{\frac{|q_A|}{4^2}} = \left|\frac{q_B}{q_A}\right| \times \frac{4^2}{3^2} \Rightarrow \left|\frac{q_B}{q_A}\right| = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$$

$$\frac{q_B}{q_A} = -\frac{27}{64}$$

با توجه به جهت میدان‌های E_C و E_B مشخص می‌شود که q_B و q_A ناهمنام هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فروریزش الکتریکی ناشی از کنده شدن الکترون‌های اتم‌های ماده‌ی دی‌الکتریک توسط میدان الکتریکی ایجاد شده بین دو صفحه و سپس رانده شدن این الکترون‌ها توسط میدان الکتریکی و ایجاد مسیرهای رسانا درون دی‌الکتریک می‌باشد که با یک جرقه همراه است و معمولاً خازن را می‌سوزاند. بنابراین دیگر به همان حالت قبل برنمی‌گردد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هسته یک عنصر، از پروتون‌ها و نوترون‌ها تشکیل شده است که تنها پروتون‌های آن دارای بار الکتریکی

$$16 \quad O \Rightarrow \text{تعداد پروتون‌ها} = Z = 8 \quad \text{هستند:}$$

همچنین پروتون دارای باری مثبت و هم‌اندازه با الکترون است، بنابراین:

$$q_1 = 8e = 8 \times 1.6 \times 10^{-19} C$$

$$|q_2| = e = 1.6 \times 10^{-19} C \quad \text{حال با توجه به اینکه اندازه بار الکترون همان } e \text{ است، خواهیم داشت:}$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad \frac{|q_1| = 8 \times 1.6 \times 10^{-19} C, |q_2| = 1.6 \times 10^{-19} C}{r = 1.6 \times 10^{-11} m, k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}}$$

$$F = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 1.6 \times 10^{-22}} \Rightarrow F = 7/2 \times 10^{-8} N$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تراکم بار و چگالی سطحی بار در نقاط نوک تریز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر آن بیشتر است.

بنابراین با تماس گوی‌های فلزی ۱ و ۲ با نقاط A و B، گوی ۱ دارای بار الکتریکی بیشتری خواهد شد و در نتیجه با تماس با الکتروسکوپ خنثی، باعث انحراف بیشتر ورقه‌های آن می‌شود.

۶۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم به اندازه مقدار مجهول x از یک بار کم و به بار دیگر اضافه کرده‌ایم. بدین ترتیب دو بار با مقادیر $q_1 = q - x$ و $q_2 = q + x$ خواهیم داشت. با توجه به صورت سؤال، مقادیر ثانویه نیرو و فاصله را نیز باید محاسبه

$$کنیم: F' = F - \frac{50}{100}F = \frac{1}{2}F$$

$$r' = r + \frac{25}{100}r = \frac{5}{4}r$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{(q-x) \times (q+x)}{q \times q} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{q^2 - x^2}{q^2} \times \frac{16}{25} \Rightarrow 25q^2 = 32q^2 - 32x^2$$

$$\Rightarrow 32x^2 = 7q^2 \Rightarrow \frac{x}{q} = \sqrt{\frac{7}{32}} \simeq 0.47 = 47\%$$

جواب به دست آمده نشان‌دهنده درصد کاهش و افزایش ثانویه به نسبت مقدار بار اولیه می‌باشد.

نکته: با توجه به مقدار به دست آمده و مقدار تقریبی باید در انتخاب گزینه درست دقت بیشتری صورت گیرد.

۶۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توضیح خط اول جواب: با توجه به برابر بودن فاصله نیروها:

$$F_{12} = \frac{kq^2}{a^2} = F$$

$$F_2 = \sqrt{\underbrace{\left(\frac{kq^2}{a^2}\right)^2}_{F^2} + \left(\frac{kq^2}{a^2}\right)^2} = \sqrt{(F)^2 + (F)^2}$$

$$\frac{F_2}{F_{12}} = \frac{\sqrt{(F)^2 + (F)^2}}{F} = \sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶۷

$$E = E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_5 = \frac{k|q|}{r^2}$$

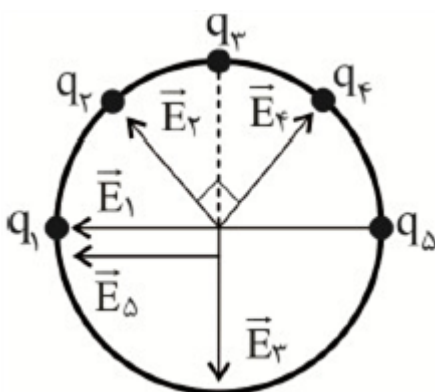
$$\Rightarrow E = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{10^{-2}} = 1800 \frac{N}{C}$$

$$E_{1,5} = E_1 + E_5 = 2 \times 1800 = 3600 \frac{N}{C}$$

$$E_{2,4} = \sqrt{(1800)^2 + (1800)^2} = 1800 \sqrt{2} \frac{N}{C}$$

$$E_{3,5} = 1800 \sqrt{2} - 1800 = 1800(\sqrt{2} - 1) = 720 \frac{N}{C}$$

$$E_t = \sqrt{3600^2 + 720^2} = \sqrt{720^2(5^2 + 1^2)} = 720 \sqrt{26} \frac{N}{C}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی خازن از باتری (مولد) جدا می‌شود، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند.

$$C = \frac{kC_1 A}{d} \Rightarrow \frac{C}{C_1} = \frac{k}{1} \times \frac{d}{\left(\frac{d}{2}\right)} = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow C = 4C_1$$

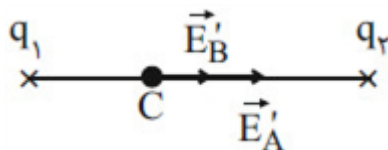
$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{2C_1} \Rightarrow \Delta U = \frac{q^2}{2(4C_1)} - \frac{q^2}{2C_1} = \frac{q^2}{2C_1} \left(\frac{1}{4} - 1 \right)$$

دقت کنید که $U_2 < U_1$ است. $\Delta U < 0$ خواهد بود. در واقع انرژی الکتریکی خازن کاهش می‌یابد.

$$-63 \times 10^{-6} = -\frac{1}{4} \times \frac{(30 \times 10^{-6})^2}{2C_1} \Rightarrow 16C_1 \times 63 \times 10^{-6} = 1 \times 900 \times 10^{-12}$$

$$C_1 = \frac{1 \times 900}{16 \times 63} \times 10^{-6} F = \frac{100}{16} \mu F \Rightarrow C_1 = \frac{25}{4} \mu F$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل نتیجه می‌گیریم بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است. اندازه میدان برای آنرا در C به



دست می‌آوریم.

$$\frac{E'_A}{E_1} = \left(\frac{d}{\frac{d}{2}} \right)^2 \Rightarrow \frac{E'_A}{4 \times 10^5} = 2^2 \Rightarrow E'_A = 16 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

اندازه میدان بار q_1 در C:

$$\frac{E'_B}{E_2} = \left(\frac{d}{\frac{d}{2}} \right)^2 \Rightarrow \frac{E'_B}{10^5} = 2^2 \Rightarrow E'_B = 4 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

اندازه میدان بار q_2 در C:

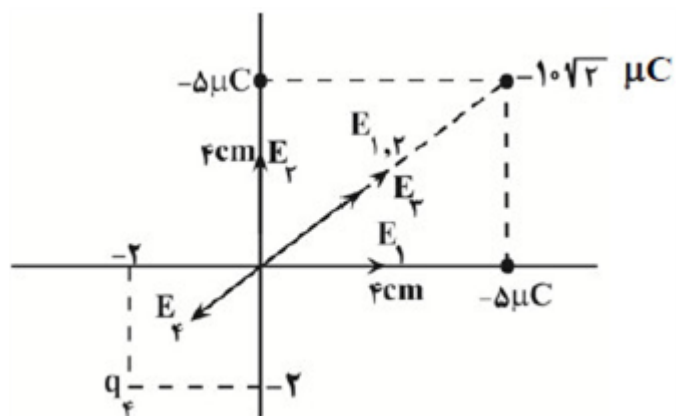
$$E_C = E'_A + E'_B$$

بنابراین:

$$E_C = 16 \times 10^5 + 4 \times 10^5 = 2 \times 10^6 \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$F_T = E_C q_C \Rightarrow F_T = 2 \times 10^6 \times 5 \times 10^{-7} \Rightarrow F_T = 10 N$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بارهای موجود در مختصات را اگر رسم کنیم، داریم:



$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{(4 \times 10^{-2})^2}$$

$$= \frac{45}{16} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{45}{16} \sqrt{2} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = \frac{kq_3}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10 \times \sqrt{2} \times 10^{-6}}{(4\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{90\sqrt{2}}{16 \times 2} \times 10^7 = \frac{45\sqrt{2}}{16} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_T = \frac{k|q_4|}{d^2} \Rightarrow \frac{45}{16} \sqrt{2} \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_4|}{(2\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}} \frac{N}{C}$$

$$|q_4| = \frac{\frac{45}{16} \times \sqrt{2} \times 10^7 \times (2\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}}{9 \times 10^9} = 5\sqrt{2} \times 10^{-6} C \Rightarrow q_4 = -5\sqrt{2} \times 10^{-6} C$$

$$q_4 = -5\sqrt{2} \mu C$$

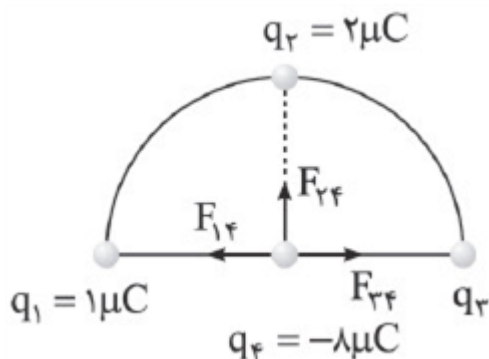
میدان q_4 در محل مبدأ باید خلاف جهت برآیند میدان‌های E_1 و E_2 و E_3 باشد، پس منفی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به اینکه نیروی خالص بر روی محور y ها، 360 N است که مربوط به نیروی بین q_4 و q_2 است، شعاع نیم‌دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{24} = \frac{k|q_2||q_4|}{r^2} \Rightarrow 360 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ m} \xrightarrow{\text{جذر}} r = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow r = 2 \text{ cm}$$

حال چون برابند نیروهای روی محور x ها $(360\text{ N}) \vec{i}$ است پس متوجه می‌شویم بار q_3 مثبت است و داریم:



$$F_{14} = \frac{k|q_1||q_4|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}} = 180 \text{ N}$$

با توجه به این که نیروی q_1 و q_3 برابر 180 N به سمت چپ و نیروی برابند وارد بر بار q_4 در راستای افقی 360 N در جهت مثبت است پس اولاً نیروی q_3 و q_4 باید در جهت راست و بار q_3 باید منفی باشد.

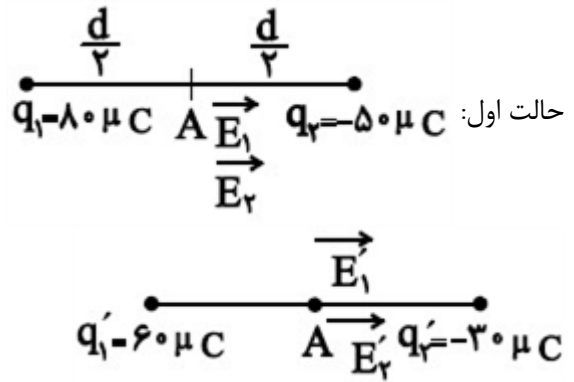
$$F_{\text{net}_x} = 360\vec{i} \Rightarrow 360 = F_{24} - F_{14} \Rightarrow 360 = F_{24} - 180 \Rightarrow F_{24} = 540\text{ N}$$

حال داریم:

$$F_{24} = \frac{k|q_2||q_4|}{r^2} \Rightarrow 540 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times q_3}{4 \times 10^{-4}} \Rightarrow 540 = 4.5 \times 10^7 q_3 \Rightarrow q_3 = 12 \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow q_3 = 1/2 \mu\text{C}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \\ \Delta U_E = -\Delta K : \text{طبق اصل پایستگی انرژی} \end{cases} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{-\Delta K}{q} = \frac{-8 \times 10^{-3}}{-4 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B - V_A = 2 \times 10^3 \text{ V} \Rightarrow V_B - V_A = 2 \text{ kV}$$



حالت دوم:

$$E_{T_1} = E_1 + E_2 = \frac{k}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} (80 + 50) = \frac{4k}{d^2} \times 130$$

$$q_1' = q_1 - 0.5q_1 = 80 - 40 = 40 \mu C$$

$$q_2' = q_2 + 0.5q_2 = -50 + 25 = -25 \mu C$$

$$E_{T_2} = E_1' + E_2' = \frac{k}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} (40 + 25) = \frac{4k}{d^2} \times 65$$

$$\frac{E_{T_2}}{E_{T_1}} = \frac{65}{130} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شرط تعادل، برابر نیروی وزن با نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر ذره است. ۷۵

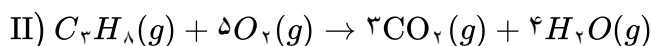
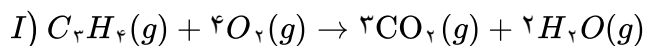
$$\left. \begin{aligned} m_2 g &= K \frac{q_1^2}{x^2} - K \frac{q_2^2}{r^2} = \frac{r}{x} K \frac{q_1^2}{x} \\ m_2 g &= K \frac{q_1^2}{x^2} + K \frac{q_2^2}{r^2} = \frac{1}{r} K \frac{q_1^2}{x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تقسیم روابط: } \frac{m_2}{m_1} = \frac{r}{x}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دومین عضو خانواده آلکین‌ها، پروپین (C_3H_4) است. هنگامی که در شرایط یکسان حجم دو گاز برابر باشد، به این معناست که مقدار مول آن‌ها نیز برابر است، بنابراین فرض می‌کنیم که x مول C_3H_4 و x مول H_2 در اختیار داریم.



مطابق واکنش با مصرف شدن x مول گاز H_2 ، $\frac{x}{4}$ مول گاز C_3H_8 تولید و $\frac{x}{4}$ مول از گاز C_3H_4 مصرف شده و $\frac{x}{4}$ مول از آن باقی می‌ماند، بنابراین در مخلوط ایجاد شده $\frac{x}{4}$ مول C_3H_8 و $\frac{x}{4}$ مول C_3H_4 خواهیم داشت.

معادله موازنه شده سوختن پروپین و پروپان به صورت زیر است:



مقدار اکسیژن مصرف شده در هر یک از واکنش‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$I) ?gO_2 = \frac{x}{4} \text{ mol } C_3H_4 \times \frac{4 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_3H_4} \times \frac{32gO_2}{1 \text{ mol } O_2} = 64xg$$

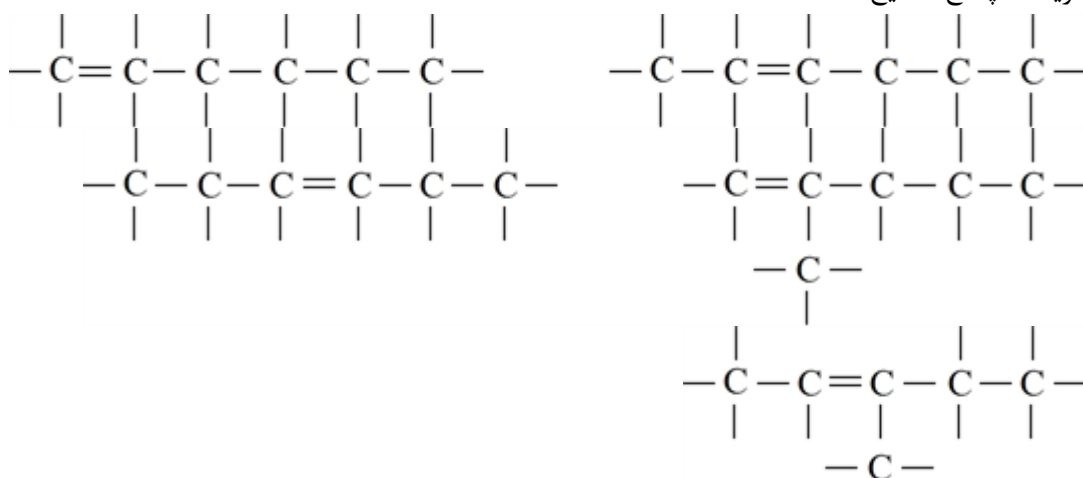
$$II) ?gO_2 = \frac{x}{4} \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_3H_8} \times \frac{32gO_2}{1 \text{ mol } O_2} = 80xg$$

بنابراین در مجموع $144x$ گرم O_2 مصرف شده است. حال مقدار x را به دست می‌آوریم:

$$144x = 72 \Rightarrow x = 0.5 \text{ mol}$$

از این رو در مخلوط اولیه 0.5 مول C_3H_4 و 0.5 مول H_2 وجود داشته که در مجموع دارای ۳ مول اتم هیدروژن بوده که جرمی معادل با ۳ گرم دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



ترکیب آلی غیرحلقوی مشابه فرمول هگزن $C_6H_{12} \rightleftharpoons$ شمار پیوندهای دوگانه در زنجیر کربنی مولکول آن برابر ۱ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ا) نادرست - نام آیوپاک آلکان «b» ۴- اتیل ۴- متیل هپتان و نام آیوپاک آلکان «d» ۳، ۶- دی‌متیل دکان می‌باشد.

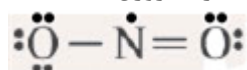
ب) درست - نام آیوپاک آلکان «a» ۳- متیل اکتان می‌باشد و در آلکان «d» شماره‌گذاری از سمتی انجام می‌شود که شاخه فرعی متیل روی کربن شماره ۳ قرار دارد.

پ) درست - جرم مولی هپتان (C_7H_{16}) برابر ۱۰۰ گرم بر مول می‌باشد.

ت) نادرست - نفت سفید شامل آلکان‌های ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن می‌باشد در حالی که آلکان «c» دارای ۹ کربن است!

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۹

(۱) از سوختن زغال سنگ، گاز نیتروژن دی اکسید تولید می شود که در ساختار لوویس آن الکترون جفت نشده وجود



دارد.

(۳) گازی که باعث انفجار معادن زغال سنگ می شود، گاز متان (CH_4) می باشد. از سوختن زغال سنگ، گاز متان تولید نمی شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد سوم و چهارم درست هستند. ۸۰

مورد اول: در مدل گلوله و میله، تنها تعداد پیوندهای اشتراکی مشخص بوده و تعداد جفت الکترون ناپیوندی معین نمی باشد.

مورد دوم: در دمای اتاق و فشار یک اتمسفر، بوتان به صورت گازی است اما دمای جوش اوکتان بالای 100°C می باشد.

مورد سوم: فرمول مولکولی و جرم مولی دو ترکیب اشاره شده به صورت زیر است:

$$C_{25}H_{52} = 25(12) + 52(1) = 352 g. \text{mol}^{-1} \quad \text{وازلین}$$

$$C_{18}H_{38} = 18(12) + 38(1) = 254 g. \text{mol}^{-1} \quad \text{گریس}$$

مورد چهارم: در تعداد کربن برابر، شمار پیوندهایی اشتراکی سه دسته هیدروکربن داده شده به صورت زیر است:

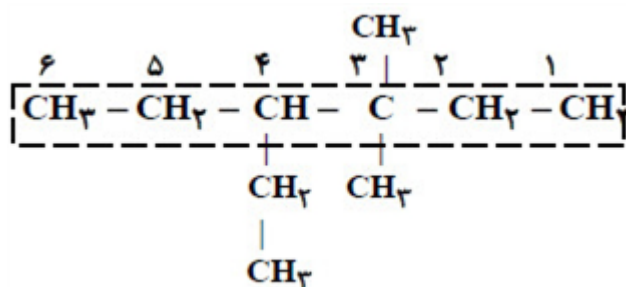
$$1 - 3n : \text{آلکین}, 3n : \text{آلکن}, 3n + 1 : \text{آلکان}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت الف و ت نادرست است. بررسی عبارات نادرست: ۸۱

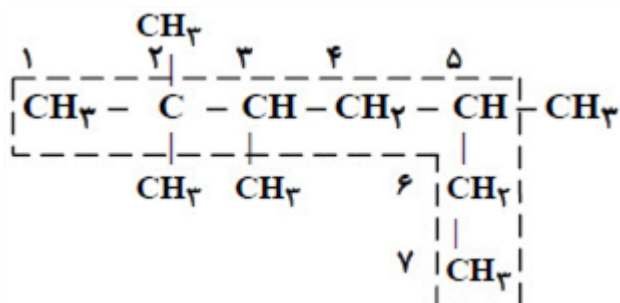
الف) بازیافت فلزها قبل از خوردگی و فرسایش آنها امکان پذیر است.

ت) با افزایش شمار اتمهای کربن در آلکانها، قدرت نیروی بین مولکولی، نقطه جوش، گرانروی، چسبندگی، درصد جرمی کربن و

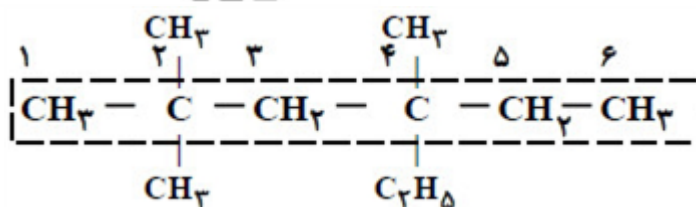
چگالی افزایش می یابد اما فراریت و نسبت اتمهای هیدروژن به کربن کاهش می یابد.



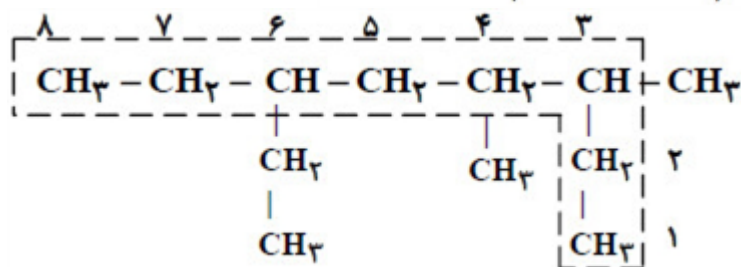
الف) درست



ب) نادرست. ۲، ۲، ۳، ۵ - تترا متیل هپتان



پ) درست



ت) ۶- اتیل - ۳، ۴- دی متیل اوکتان

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) عنصر کربن، نافلزی است که می‌تواند با اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش هشت‌تایی پایدار برسد.
ب) اتم‌های کربن می‌توانند با یکدیگر به روش‌های گوناگون متصل شده و دگرشکل‌های متفاوتی را ایجاد کنند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد پ و ت نادرست‌اند. بررسی موارد:

الف) بوتان در سوخت فندک کاربرد دارد و در دمای 22°C به حالت گاز است.
ب) آلکانی که ۱۶ پیوند $C-H$ دارد، C_7H_{16} است و آلکانی که دارای ۳۸ الکترون پیوندی (۱۹ پیوند) است، C_6H_{14} می‌باشد که حالت فیزیکی آن‌ها با حالت فیزیکی برم (مایع) در دمای اتاق یکسان است.
پ) در بازه دمایی ۳۲۳ کلوین (50°C) تا ۴۷۵ کلوین (202°C) حدود ۶ آلکان مایع وجود دارد.
ت) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، نقطه جوش آلکان‌ها بر خلاف فراژیت آن‌ها افزایش می‌یابد.
ث) از آلکان‌های مایع برای حفاظت از فلزات استفاده می‌شود، اولین آلکانی که پیوند $C-C$ دارد، اتان است که در دمای اتاق به حالت گاز است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: رنگ‌های زیبا در سنگ‌های فیروزه و ...، نشانی از وجود برخی ترکیب‌های فلزهای واسطه است.

گزینه ۲: چکش‌خواری بالای طلا سبب امکان تولید نخ طلا شده است.

گزینه ۳: ${}_{24}\text{Cr} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$

در این شرایط زیرلایه‌های $4s$ و $3d$ نیمه‌پر هستند.

گزینه ۴: نخستین عنصر با ویژگی مطرح شده Cu ۲۹ است و نمی‌تواند کاتیون X^{3+} تولید کند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عنصر M می‌تواند یکی از عنصرهای K ، Cr ۲۴ یا Cu ۲۹ باشد. واکنش‌پذیری پتاسیم از سدیم

بیشتر است. زیرا در گروه فلزهای قلیایی با افزایش شعاع اتمی واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲: ${}_{24}\text{Cr}^{3+} : [\text{Ar}] 3d^3$

گزینه ۳: زیرا محلول‌های محتوی نمک‌های پتاسیم همگی رنگی نیستند.

گزینه ۴: شمار الکترون‌ها در سومین لایه اتم‌های Cr ۲۴ و Mn ۲۵ یکسان و برابر ۱۳ می‌باشد که این شمار در پتاسیم کمتر از منگنز است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: این هالوژن، ید (I ۵۳) می‌باشد. (نخستین عنصر فلزی گروه ۱۴، قلع (Sn ۵۰) در دوره پنجم است.)

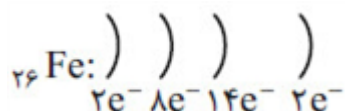
گزینه ۲: نخستین عنصر واسطه اسکاندیم (Sc ۲۱) و دومین عنصر فلزی دسته p گالیم (Ga ۳۱) می‌باشد.

$${}_{21}\text{Sc} : [\text{Ar}] 3d^1 4s^2 \Rightarrow \begin{cases} (3+2) \times 1 = 5 \\ (4+0) \times 2 = 8 \end{cases}$$

$${}_{31}\text{Ga} : [\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^1 \Rightarrow \begin{cases} (4+0) \times 2 = 8 \\ (4+1) \times 1 = 5 \end{cases}$$

$$5 + 8 = 13$$

گزینه ۳: ششمین عنصر واسطه و شبه فلز دوره سوم جدول دوره‌ای به ترتیب Fe ۲۶ و Si ۱۴ می‌باشند.



گزینه ۴: درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به واکنش‌های داده شده، مقایسه واکنش‌پذیری این فلزات به صورت زیر است:

$\text{Ca} > \text{Mn} > \text{Cr} > \text{Cu} > \text{Ag}$: واکنش‌پذیری

بنابراین از فلز نقره (Ag) نمی‌توان برای استخراج فلز کروم (Cr) از اکسید آن استفاده کرد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در میان عناصر دوره سوم جدول دوره‌ای (به جز گاز نجیب)، تفاوت شعاع اتمی Na ۱۱ و Cl ۱۷ در

مقایسه با Al ۱۳ و Si ۱۴ بیشتر است! بررسی بعضی از گزینه‌های درست:

(۱) به همین دلیل طبقه‌بندی تازه‌ای از عناصرها ارائه شده است.

(۳) شعاع اتمی پتاسیم از شعاع اتمی استرانسیم بزرگتر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت کنید که در شرایط STP تنها NO دارای حالت گازی است، اکنون با توجه به جرم NH_3 و حجم گاز تولیدی می توان بازده درصدی واکنش را محاسبه نمود:

$$?LNO = 136gNH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17gNH_3} \times \frac{4 \text{ mol } NO}{4 \text{ mol } NH_3} \times \frac{22.4/4 LNO}{1 \text{ mol } NO} \times \frac{R}{100} = 134/4 LNO$$

$$\Rightarrow R = 75\%$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عنصر مورد نظر Cr ۲۴ است.

$$A^{2+} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 \Rightarrow \frac{6}{n} = 1/5 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^2$$

$$\Rightarrow A = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^5 4s^1 \rightarrow 3d^5 / 4s^1 \text{ ظرفیت } 5/4$$

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ۱: تعداد الکترون ظرفیت برابر ۶ و تعداد الکترون با $l = 1$ برابر ۱۲ است: $\frac{6}{12} = 0.5$

گزینه ۳: نزدیک ترین شبه فلز به Cr ۲۴ عنصر Ge ۳۲ می باشد. $32 - 24 = 8$

گزینه ۴: بیرونی ترین زیر لایه A، $4s^1$ می باشد. $n = 4, l = 0 \Rightarrow 4 + 0 = 4$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به خواسته کیفی سؤال، نیازی به محاسبه و حل سه معادله سه مجهول جهت یافتن فرمول هیدروکربن ها نیست.

از مقایسه واکنش ۱ و ۲: با توجه به ثابت ماندن مول آلکان، افزایش مول آلکین موجب افزایش مول CO_2 شده است، لذا تعداد کربن آن از آلکن بیشتر است. $(I) c > b$

از مقایسه واکنش ۱ و ۳: با توجه به ثابت ماندن مول آلکین، افزایش مول آلکان موجب کاهش مول CO_2 شده است، لذا تعداد کربن آن از آلکن کمتر است. $(II) a < b$

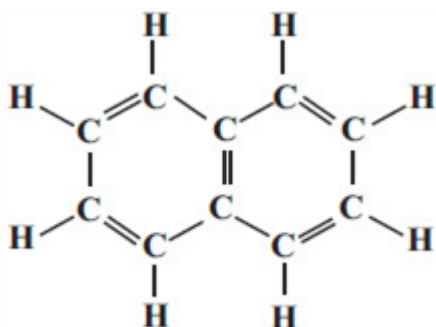
$$(I, II) \Rightarrow \left. \begin{matrix} a < b \\ b < c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a < b < c$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $2Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 4Fe + 3CO_2$

$$? \text{ mol Fe} = 0.4 \text{ ton } Fe_2O_3 \times \frac{106gFe_2O_3}{1 \text{ ton}} \times \frac{106gFe_2O_3}{100gFe_2O_3} \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{160gFe_2O_3} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{2 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{56gFe}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{1 \text{ ton Fe}}{106gFe} = 0.21$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط عبارت پ نادرست می باشد. بررسی عبارت ها:

عبارت آ: نفتالن به عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد دارد و ساختار آن به صورت زیر است:



۸ : شمار پیوندهای C - H

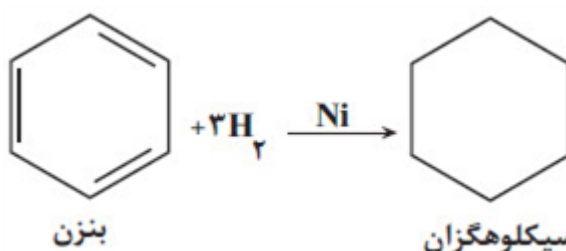
۶ : شمار پیوندهای C - C

$$\Rightarrow \frac{C - C \text{ تعداد}}{C - H \text{ تعداد}} = \frac{6}{8} = 0.75$$

عبارت ب: $C_6H_{12} \rightarrow$ سیکلوهگزان $\frac{H \text{ تعداد}}{C \text{ تعداد}} = \frac{12}{6} = 2$

$C_7H_8 \rightarrow$ اتن $\rightarrow$ گاز عمل آورنده در کشاورزی $\frac{H \text{ تعداد}}{C \text{ تعداد}} = \frac{8}{7} = 1.14$

عبارت پ: سیکلوالکان ها می توانند در واکنش های سوختن شرکت کنند.



عبارت ت:

عبارت ث: سرگروه ترکیبات آروماتیک ← بنزن

چهارمین سیکلوالکان ← سیکلوهگزان

بنزن و سیکلوهگزان از جمله هیدروکربن های سازنده نفت خام می باشند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نام ترکیب، ۶- اتیل - ۳، ۳، ۴، ۵، ۷- پنتا متیل نونان است که دارای فرمول مولکولی $C_{16}H_{34}$ است.

اگر در بوتان (C_4H_{10}) به جای اتم های هیدروژن گروه متیل جایگزین کنیم، ترکیبی با فرمول $C_{14}H_{30}$ به دست می آید.

$$= 28 g \cdot mol^{-1} = (14(12) + 30(1)) - (14(12) + 34(1)) = 28 g \cdot mol^{-1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$Cu_2S + O_2 \rightarrow 2Cu + SO_2$$

$$? kg Cu = 200 kg Cu_2S \times \frac{80 kg Cu_2S \text{ خالص}}{100 kg Cu_2S \text{ ناخالص}} \times \frac{1 mol Cu_2S}{160 g Cu_2S} \times \frac{2 mol Cu}{1 mol Cu_2S}$$

$$\times \frac{64 g Cu}{1 mol Cu} = 128 kg$$

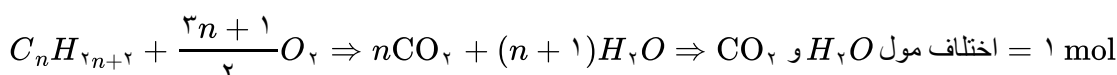
$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \frac{96 kg}{128 kg} \times 100 = 75$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در آلکان ها با افزایش جرم مولی، درصد جرمی هیدروژن کاهش می یابد؛ بنابراین افزایش درصد جرمی

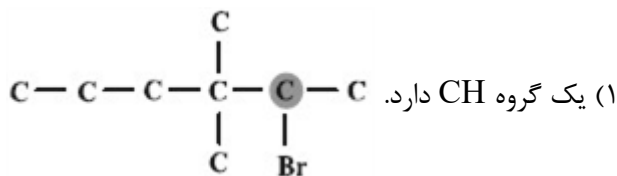
هیدروژن یعنی کاهش جرم مولی آن.

در آلکان ها با کاهش جرم مولی، قدرت نیروهای جاذبه واندروالسی و گرانروری کاهش می یابد.

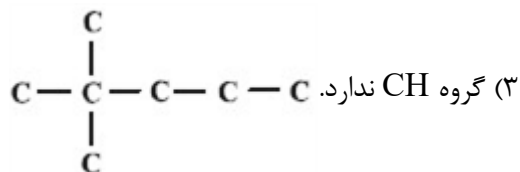
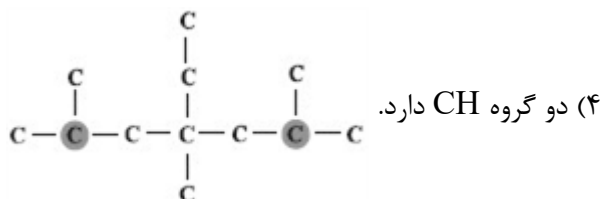
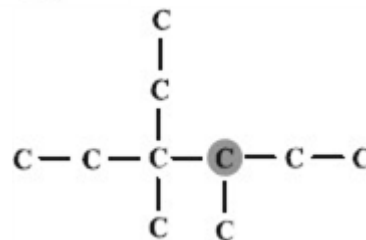
فراریت و تفاوت نقطه جوش در آلکان های متوالی افزایش می یابد و تفاوت مول CO_2 و H_2O در واکنش سوختن کامل یک مول از آلکان تغییر نمی کند.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. منظور صورت سؤال گروه CH می باشد. بررسی گزینه ها:



(۲) یک گروه CH دارد.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون گاز فقط در سمت راست واکنش حضور دارد، پس بنا بر قانون پایستگی جرم، کاهش جرم مخلوط واکنش برابر است با جرم گاز آزاد شده

$$500 - 412 = 88g(CO_2)$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{88gCO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{(44)gCO_2} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{3 \text{ mol } CO_2} \times \frac{56g \text{ Fe}}{1 \text{ mol Fe}}}{412g \text{ ناخالص}} \times 100 = 36/2\%$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم مولی گازها را به دست می آوریم:

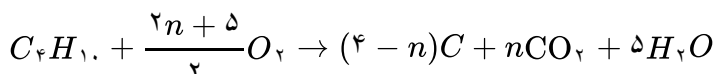
$$\rho_{CO_2} = \frac{\text{جرم مولی } CO_2}{\text{حجم مولی}} \Rightarrow 2/2 = \frac{44}{x} \Rightarrow x = 20 \frac{L}{\text{mol}}$$



$$21gNaHCO_3 \times \frac{60gNaHCO_3 \text{ خالص}}{100gNaHCO_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } NaHCO_3}{84gNaHCO_3} \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } NaHCO_3} \\ \times \frac{20LH_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{80LH_2O \text{ عملی}}{100LH_2O \text{ نظری}} = 1/2 LH_2O$$

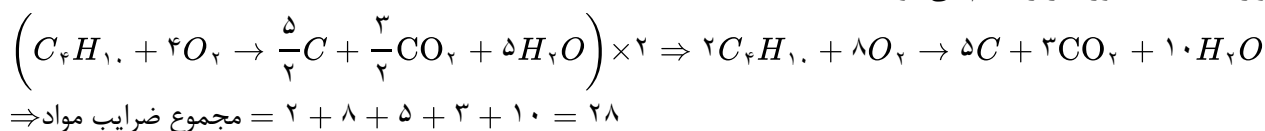
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ترکیب های شناخته شده از کربن از مجموع ترکیب های شناخته شده از دیگر عنصرهای جدول دوره ای بیشتر است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سوختن بوتان به صورت زیر است:

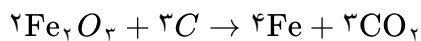


$$7/25gC_4H_{10} \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}}{58gC_4H_{10}} \times \left(\frac{n+5}{2}\right) \text{ mol } O_2 \times \frac{22/4LO_2}{1 \text{ mol } O_2} = 11/2LO_2 \Rightarrow n = 1/5$$

معادله موازنه شده به صورت زیر انجام می شود:

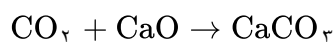


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۳)



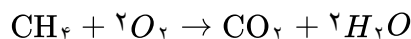
$$\frac{3}{2} \text{ ton Fe} \times \frac{100 \text{ نظری}}{64 \text{ عملی}} \times \frac{10^6 \text{ g Fe}}{1 \text{ ton Fe}} \times \frac{2 \times 160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{4 \times 56 \text{ g Fe}} \times \frac{100 \text{ g ناخالص}}{75 \text{ g خالص}} \times \frac{1 \text{ ton}}{10^6 \text{ g}} = 9/52 \text{ Ton}$$

$$\frac{3}{2} \text{ Ton Fe} \times \frac{3 \times 44 \text{ Ton CO}_2}{4 \times 56 \text{ Ton Fe}} = \frac{3/2 \times 3 \times 11}{56} \text{ ton CO}_2$$



$$\frac{3/2 \times 3 \times 11}{56} \text{ Ton CO}_2 \times \frac{56 \text{ Ton CaO}}{44 \text{ Ton CO}_2} \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ Ton}} = 2400 \text{ kg}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۴)

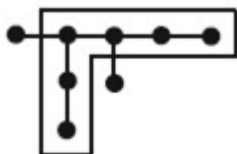


$$?gCO_2 = 1 \text{ mol CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 44 \text{ g CO}_2 \text{ مقدار نظری}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{33}{44} \times 100 = 75\%$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) فرمول مولکولی آن C_1H_{22} می‌باشد و شمار پیوندهای $C-C$ در آلکان‌ها برابر $n-1$ و برای این ترکیب ۹ می‌باشد.



(۲) نام درست آن ۳، ۴-دی‌متیل‌هگزان می‌باشد.

(۳) در نفت سنگین کشورهای عربی درصد نفت کوره از ۵۰ درصد بیشتر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عناصر A, B, C, D, E, F و G به ترتیب عنصرهای Na, Mg, Al, Si, P, S و Cl هستند. (۱۰۵)

S و Cl هستند. بررسی گزینه‌ها:

(۱) نور حاصل از واکنش عنصرهای سدیم و کلر زرد رنگ است.

(۲) عنصر کلر در دمای اتاق به آرامی با H_2 واکنش می‌دهد.

(۳) عنصر D ، سیلیسیم است که شبه‌فلز بوده و الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(۴) در یک دوره از جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی عناصر، نیروی جاذبه‌ای که هسته به الکترون‌ها وارد می‌کند افزایش یافته و در نتیجه شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

