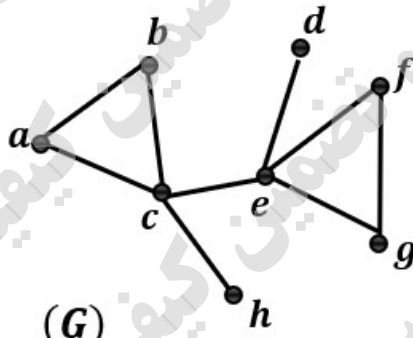
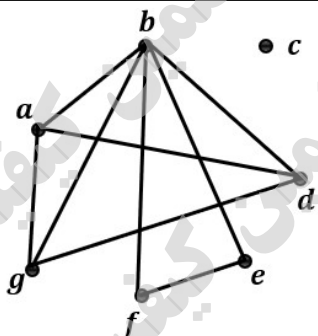


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir					
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱	جاهای خالی را با کلمات یا عبارت مناسب تکمیل کنید: (الف) اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$ و $(p, a) = \dots$ (ب) گراف ۳-منتظم، ۸ راسی دارای یال است. (پ) در بین ۳۹۰ دانش آموز، حداقل نفر روز تولد یکسانی دارند. (ت) تعداد توابع یک به یک مانند $f: A \rightarrow B$ اگر بدانیم $ A = 5$ ، $ B = 4$ برابر است.				
۰.۷۵	درستی و یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید: (الف) برای $n \neq 1, 2, 6$ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد. (ب) اگر $\deg_G(v) = 5$ و $\deg_{\bar{G}}(v) = 4$ یک گراف ۱۰ راسی باشد، آنگاه $\deg_{\bar{G}}(v) = 4$. (پ) حاصل عبارت $([-12, -18], 30)$ برابر ۶- است. () نماد ب م م و [] نماد ک م م است				
۰.۲۵	گزینه صحیح را انتخاب کنید: اگر $a, b \in \mathbb{R}$ کدامیک از ترکیب های دو شرطی زیر درست است؟ (۱) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ (۲) $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$ (۳) $a < b \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ (۴) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^3$				
۱.۲۵	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.				
۱.۲۵	هرگاه a, b, c سه عدد صحیح و $a \neq 0$ و $a b$ و $a c$ ثابت کنید: $a b \pm c$				
۱.۵	اگر a, b دو عدد صحیح و ab فرد باشد، باقی مانده $a^2 + b^2 - 5$ بر ۸ را حساب کنید.				
۰.۷۵	ثابت کنید اگر $p \geq 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می شود. ($k \in \mathbb{Z}$)				
۱.۵	معادله $9x - 1 \equiv 2x + 1 \pmod{13}$ را حل کنید و تعداد جوابهای دو رقمی طبیعی آنرا به دست آورید.				
۱.۵	 گراف G رو به رو را در نظر بگیرید: (الف) مقدار $q(\bar{G})$ را به دست آورید. (ب) مجموع درجات رئوس گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید. (پ) مجموعه $N_{\bar{G}}[e]$ را بنویسید.				
۱	در گراف کامل K_p با ۲۸ یال مقدار $2\Delta(K_p) - 3\delta(K_p) + p$ را محاسبه کنید.				

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳	
۱	الف) ۱ (۰/۲۵) ص ۱۴ (ب) ۱۲ (۰/۲۵) ص ۳۵ پ) ۲ (۰/۲۵) ص ۸۳ (ت) صفر (۰/۲۵) ص ۸۳	۱		
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۶۷ (ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۷ (پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۳	۰.۷۵		
۳	گزینه ۲ (۰/۲۵) ص ۷	۰.۲۵		
۴	راه اول: ص ۷ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b \geq 2\sqrt{ab}}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a^2 + b^2 + 2ab \geq 4ab}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a^2 + b^2 - 2ab \geq 0}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(a-b)^2 \geq 0}_{(۰/۲۵)}$ رابطه اخیر همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت نوشتن رابطه های بالا بصورت یک طرفه و ذکر برگشت پذیر بودن رابطه ها نمره کامل تعلق گیرد.) راه دوم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b \geq 2\sqrt{ab}}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab} \geq 0}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0}_{(۰/۵)}$ رابطه اخیر همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت نوشتن رابطه های بالا بصورت یک طرفه و ذکر برگشت پذیر بودن رابطه ها نمره کامل تعلق گیرد.)	۱.۲۵		
۵	$\begin{aligned} a b &\xrightarrow{\exists q \in \mathbb{Z}} b = aq \quad (۰/۲۵) \\ a c &\xrightarrow{\exists q' \in \mathbb{Z}} c = aq' \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \xrightarrow{\pm} \underbrace{b \pm c = aq \pm aq' = a(q \pm q')}_{(۰/۵)} \rightarrow \underbrace{a b \pm c}_{(۰/۲۵)} \quad \text{ص ۱۱}$	۱.۲۵		
۶	راه اول: ab فرد است لذا هر دو عدد a, b فرد می باشند $\begin{aligned} a &= 2k+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 + b^2 - 5 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 - 5}_{(۰/۵)} = \underbrace{4k(k+1)}_{\wedge q} + \underbrace{4k'(k'+1)}_{\wedge q'} - 3 \\ &= \underbrace{4k(k+1)}_{\wedge q} + \underbrace{4k'(k'+1)}_{\wedge q'} - 3 = \underbrace{4q'' - 3}_{\wedge(q''-1)+5} = 4t + 5 \rightarrow r = 5 \quad (۰/۲۵) \quad \text{ص ۱۶} \end{aligned}$ راه دوم: ab فرد است لذا هر دو عدد a, b فرد می باشند. $\begin{aligned} a &= 2k+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2}_{(۰/۲۵)} \equiv 2 \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 - 5}_{(۰/۲۵)} \equiv -3 \equiv 5 \rightarrow r = 5 \quad (۰/۲۵) \\ b &= 2k'+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow b^2 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$	۱.۵		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۷	کافی است p را بر عدد ۴ تقسیم کنیم. در این صورت طبق قضیه تقسیم خواهیم داشت: (۰/۲۵) $p = 4k + 1$ و $p = 4k + 2$ و $p = 4k + 3$ و $p = 4k$ در حالت های $p = 4k + 2$, $p = 4k$ عددی زوج است. (۰/۲۵) لذا با اول بودن آن تناقض دارد. فقط حالت های $p = 4k + 1$ و $p = 4k + 3$ باقی می ماند و حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) ص ۱۵	
۸	(۰/۵) $9x - 1 \equiv 2x + 1 \rightarrow 7x \equiv 2 \rightarrow 7x \equiv 2 + 2 \times 13 = 28 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 4 \pmod{5}$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 13k + 4 \rightarrow 1 \leq 13k + 4 \leq 99 \xrightarrow{(۰/۲۵)} \frac{6}{13} \leq k \leq \frac{95}{13}$ $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ لذا معادله ۷ جواب دو رقمی دارد. (۰/۲۵) ص ۲۵	
۹	(۰/۲۵) $q(G) = 9 \rightarrow q(G) + q(\overline{G}) = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q(\overline{G}) = 28 - 9 = 19$ (الف) (۰/۲۵) ب) $\sum_{i=1}^n \deg_{\overline{G}}(v) = 2q(\overline{G}) = 2 \times 19 = 38$ (۰/۵) پ) $N_{\overline{G}}[e] = \{e, a, b, h\}$ چنانچه دانش آموز از طریق رسم نمودار گراف مکمل، پاسخ درست قسمتهای مختلف سوال را بدهد نمره کامل تعلق گیرد. ص ۳۶	
۱۰	(۰/۲۵) $q(K_p) = 28 = \frac{p(p-1)}{2} \rightarrow p = 8$ (۰/۲۵) $\Delta(K_p) = \delta(K_p) = 7 \rightarrow 2\Delta(K_p) - 3\delta(K_p) + p = 2 \times 7 - 3 \times 7 + 8 = 1$ ص ۳۸	
۱۱	الف) رسم گراف (۰/۵) ب) C (۰/۲۵)، دانش آموز C در این رابطه با هیچکس دوست نیست. (۰/۲۵) پ) $\{a, b, d, g\}$ (۰/۵) ص ۴۰	



راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک																																																	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح																																																
		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir																																																
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		راهنمای تصحیح																																																	
ردیف	نمره	راهنمای تصحیح																																																	
۱۲	۱.۵	الف) خیر (۰/۲۵) - زیرا راس m توسط هیچکدام از اعضا این مجموعه احاطه نمی شود. (۰/۲۵) ب) خیر (۰/۲۵) - زیرا با حذف راس f مجموعه باقی مانده هنوز یک مجموعه احاطه گر می باشد. (۰/۲۵) پ) $\{e, j\}$ (۰/۵) ص ۴۹																																																	
۱۳	۱.۵	راه اول: ص ۶۱ $x_1 = \text{تعداد مداد زرد}$ و $x_2 = \text{تعداد مداد آبی}$ و $x_3 = \text{تعداد مداد قرمز}$ و $x_4 = \text{تعداد مداد سبز}$ $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ و $x_1 \geq 2$ و $x_3 \geq 4$ (۰/۲۵) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11 \rightarrow x_1 - 2 + x_2 + x_3 + x_4 - 4 = 11 - 2 - 4 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ (۰/۲۵) (۰/۵) راه دوم: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$ (۰/۲۵) $x_1 \geq 2, x_2, x_3, x_4 \geq 0, x_3 \geq 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 11-2-4+4-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = 56$ (۰/۲۵) (۰/۵)																																																	
۱۴	۱	الف) $A=1, B=2, C=3$ (۰/۲۵) ص ۶۳ ب) $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 3$ ص ۶۵ ماتریس $M =$ <table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>پ</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> ماتریس $MN =$ <table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>ج</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td></tr></table> ماتریس $N =$ <table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>ج</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr></table> (۰/۲۵) دو مربع لاتین متعامد نیستند زیرا در ماتریس ادغام شده درایه تکراری وجود دارد. (۰/۲۵)			۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱	۲	۳	ب	۳	۱	۲	پ	۲	۳	۱		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱۲	۲۱	۳۳	ب	۳۳	۱۲	۲۱	ج	۲۱	۳۳	۱۲		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۲	۱	۳	ب	۳	۲	۱	ج	۱	۳	۲
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																																
الف	۱	۲	۳																																																
ب	۳	۱	۲																																																
پ	۲	۳	۱																																																
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																																
الف	۱۲	۲۱	۳۳																																																
ب	۳۳	۱۲	۲۱																																																
ج	۲۱	۳۳	۱۲																																																
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																																
الف	۲	۱	۳																																																
ب	۳	۲	۱																																																
ج	۱	۳	۲																																																

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۱۵	ص ۷۵ $S = 6^4 \quad (0/25)$ $A = \{abcd \mid a, b, c, d \neq 0\} \rightarrow A = 5^4 \quad (0/25)$, $B = \{abcd \mid a, b, c, d \neq 5\} \rightarrow B = 5^4 \quad (0/25)$ $A \cap B = \{abcd \mid a, b, c, d \neq 0, 5\} \rightarrow A \cap B = 4^4 \quad (0/25)$ $A \cup B = \overline{A \cap B} = S - (A + B - A \cap B) = 6^4 - (5^4 + 5^4 - 4^4) = 302$ (0/25) (0/25)	
۱۶	اعداد طبیعی را به دو گروه زوج و فرد افراز می کنیم. $(0/25)$ این دو مجموعه را لانه ها $(0/25)$ و سه عدد طبیعی را کبوترها $(0/25)$ در نظر می گیریم، بنا به اصل لانه کبوتری $(0/25)$ یک لانه وجود دارد که حداقل شامل دو کبوتر باشد $(0/25)$ یعنی دو عدد طبیعی وجود دارد که هر دو زوج یا هر دو فرد هستند. لذا مجموع آنها در هر دو حالت زوج است. ص ۸۳	
۱۷	ص ۵۸ $\frac{10!(0/25)}{\frac{3!}{(0/25)} \times \frac{3!}{(0/25)} \times \frac{2!}{(0/25)}}$	