

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱

$$n((A \cap B)') = n(A' \cup B') \Rightarrow n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B') \\ \Rightarrow n(A' \cup B') = 15 + 20 - 6 = 29$$

حال داریم:

$$n(A \cap B) + n((A \cap B)') = n(U) \Rightarrow n(A \cap B) = n(U) - n((A \cap B)') = 40 - 29 = 11$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر a , b و c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $ac = b^2$

۲

$$\Rightarrow (x - 7)(4x + 8) = (2x - 8)^2 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 28x - 56 = 4x^2 - 32x + 64 \\ \Rightarrow -20x - 56 = -32x + 64 \Rightarrow 32x - 20x = 56 + 64 \Rightarrow 12x = 120 \Rightarrow x = 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد دو عدد انتخاب شده به طور متوالی و بدون جایگذاری $6 \times 5 = 30$ می‌باشد.

۳

فرض کنید E : پیشامد مینیمم دو عدد حداقل ۴ باشد. بنابراین:

$$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6) \\ (2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)$$

$$(3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6) \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6) \\ (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6) \\ (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)$$

$$P(E) = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تنها مورد «ج» حتماً نامتناهی می‌باشد، چون مورد «ج» را می‌توان به صورت $B - A$ ساده نمود، که واضح است با جدا کردن تعداد عضوهای متناهی از یک مجموعه نامتناهی، مجموعه باقی‌مانده نیز مجدداً نامتناهی خواهد بود، ولی می‌توان برای موارد «الف» و «ب» مثال‌هایی ارائه کرد تا در نهایت به یک مجموعه متناهی تبدیل شوند.

۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵

f تابعی خطی است، پس $f(x) = ax + b$

$$f(-3) = -3a + b = 4 \xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}} 5a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

$$f(2) = 2a + b = 5$$

$$b = 4 + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{5}x + \frac{23}{5}$$

$$g(3 - m) = 5 \xrightarrow{\text{همانی}} 3 - m = 5 \Rightarrow m = -2$$

$$\Rightarrow f(m^2) = f(-8) = -\frac{8}{5} + \frac{23}{5} = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

دو حالت را در نظر می گیریم:

$$\Rightarrow \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{1} = 60$$

$$\Rightarrow \underline{4} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{3} = 144$$

$$\Rightarrow 60 + 144 = 204$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به گزینه ها، باید اعداد $\sqrt{3}$ و $\sqrt[3]{4}$ را با عدد $1/6$ مقایسه کنیم. ۷

$$\sqrt{3} \circ 1/6 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 3 \circ 2/56 \Rightarrow \sqrt{3} > 1/6$$

$$\sqrt[3]{4} \circ 1/6 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 4 \circ (1/6)^3$$

برای راحتی کار، عدد $1/6$ را به صورت $2^4 \times 10^{-1} = 16 \times 10^{-1}$ می نویسیم. بنابراین:

$$(1/6)^3 = (2^4 \times 10^{-1})^3 = 2^{12} \times 10^{-3} = 4.096 \times 0.001 = 4/0.96$$

$$4 \circ 4/0.96 \Rightarrow \sqrt[3]{4} < 1/6$$

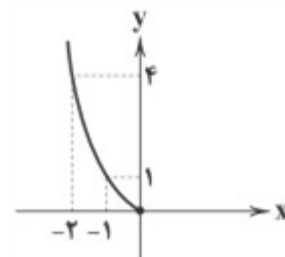
بنابراین:

$$B < 1/6 < A$$

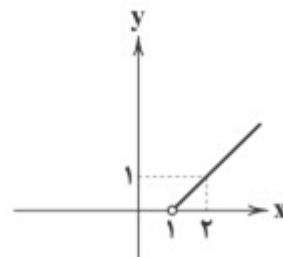
در نتیجه:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸

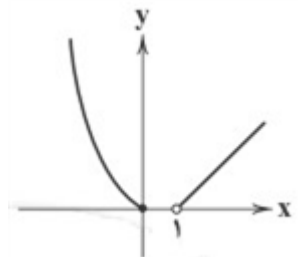
$$x \leq 0 \Rightarrow y = x^2 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & -1 & -2 \\ \hline y & 0 & 1 & 4 \end{array}$$



$$x > 1 \Rightarrow y = x - 1 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ \hline y & 0 & 1 \end{array}$$



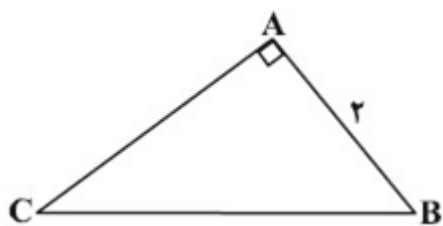
اگر دو نمودار را ادغام کنیم، خواهیم داشت:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌توان هر مرحله را یک مستطیل فرض کرد که در عرض آن ۳ و در طول آن $(2n + 1)$ نقطه وجود دارد و ۲ نقطه از آن حذف شده است، پس:

$$a_n = 3 \times (2n + 1) - 2 = 6n + 1 \Rightarrow a_n = 43 \Rightarrow 6n + 1 = 43 \Rightarrow n = 7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC چون $0 < \hat{A}, \hat{B}, \hat{C} < 180^\circ$ و $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ از $\sin \hat{C} = \cos \hat{B}$ نتیجه می‌شود که $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$ ولی چون $\cos \hat{B} = \frac{1}{5} < \frac{\sqrt{2}}{2}$ پس $45^\circ < \hat{B} < 90^\circ$ و رابطه‌ی $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$ نمی‌تواند درست باشد، چون $\hat{C} > 135^\circ$ و جمع زوایا از 180° بیش‌تر خواهد شد. پس $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ و در نتیجه $\hat{A} = 90^\circ$ می‌باشد.



$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2}{BC} \Rightarrow BC = 10$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 4 + AC^2 = 100$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموعه‌ی اعداد اول و مجموعه‌ی اعداد زوج نامتناهی هستند و تنها عدد زوج اول عدد ۲ است که در مجموعه‌های A و B وجود ندارد. بنابراین:

$$A \cap B = \emptyset, B - A = B, A - B = A$$

بنابراین $A \cap B$ متناهی و $A - B$ و $B - A$ هر دو نامتناهی هستند. پس گزینه‌ی ۴ نادرست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

این دو نقطه عرض‌های یکسانی دارند پس طول نقطه‌ی رأس میانگین طول دو نقطه خواهد بود:

$$x_S = \frac{4 - 2}{2} = 1$$

و فاصله‌ی نقطه‌ای به طول ۱ از خط $x = -2$ هم برابر ۳ واحد خواهد شد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$6x^2 - kx + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{k}{6}x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{k}{6}x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{k}{6}x + \frac{k^2}{144} = \frac{k^2}{144} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{k}{12}\right)^2 = \frac{k^2}{144} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{k^2}{144} = 1 \Rightarrow k^2 = 144 \Rightarrow k = \pm 12$$

با توجه به گزینه‌ها $k = -12$ جواب است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: قد افراد (کمی نسبتی) - گروه خونی (کیفی اسمی)

گزینه‌ی ۲: مراحل تحصیل (کیفی ترتیبی) - نمرات ریاضی یک کلاس (کمی نسبتی)

گزینه‌ی ۴: درآمد افراد (کمی نسبتی) - دمای هوای تهران (کمی فاصله‌ای).

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید ۲ توپ سیاه و ۲ توپ قرمز خارج کنیم: ۱۵

$$\binom{4}{2} \times \binom{6}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{6!}{4! \times 2!} = 6 \times 15 = 90$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آن که تابع گفته شده، یک تابع ثابت باشد، باید همزمان ضریب x^2 و x برابر صفر ۱۶

$$\begin{cases} a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a = \pm 2 \\ a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2$$

باشد.

بنابراین تابع برابر $f(x) = 3(2) = 6$ است. مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{f(2)f(x^2)}{2f(-1)} = \frac{(6)(6)}{2(6)} = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

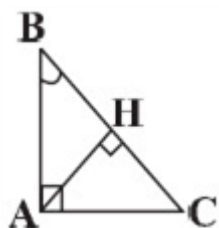
$$\triangle ABC : \operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{7 + AD}$$

$$\triangle ABD : \operatorname{tg} \alpha = \frac{AD}{12}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{7 + 12 \operatorname{tg} \alpha} \Rightarrow 12 \operatorname{tg}^2 \alpha + 7 \operatorname{tg} \alpha - 12 = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5} = 0.6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مثلث را رسم می‌کنیم. ۱۸



$$\frac{AH}{HC} \xrightarrow{\triangle ACH} \frac{AH}{HC} = \operatorname{tg} \widehat{C}$$

$$\triangle ABC : \operatorname{tg} \widehat{C} = \operatorname{Cotg} \widehat{B}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آن که معادله جواب نداشته باشد باید سمت راست تساوی منفی باشد. ۱۹

$$(2x - 3)^2 = 3m + 7$$

$$3m + 7 < 0 \Rightarrow 3m < -7 \Rightarrow m < -\frac{7}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰

در دسته حروف «م»، «خ» و «ن»، حروف به ۳! حالت قابلیت جابه‌جایی دارند. در دسته‌های «ا» و «آ» و نیز «ی» و «ی» جابه‌جایی تأثیری ندارد.



$$3! \times 5! = 6 \times 120 = 720$$

جابه‌جایی ۵ شیء جابه‌جایی ۳ حرف

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۲۱**

محدودیت‌های مهم: عدد باید زوج باشد یعنی یکان این عدد ۰، ۲ و ۴ باشد. / اعداد بدون تکرار باشند یعنی در هر قسمت یک عدد که انتخاب کردیم، در قسمت بعد، آن عدد را نباید انتخاب کنیم.
عدد صفر یکان باشد:

$$50 \times 40 \times 10 = 20$$

۱ ۱ ۰
۲ ۲
۳ ۳
۴ ۴
۵ ۵

عدد صفر یکان نباشد:

$$40 \times 40 \times 20 = 32$$

۱ ۰ ۲
۲ ۱ ۴
۳ ۲
۴ ۳
۵ ۴
۵

مقدار نهایی: $32 + 20 = 52$

$$\frac{x^2 + 125}{x + 5} = \frac{\cancel{(x+5)}(x^2 - 5x + 25)}{\cancel{x+5}} = x^2 - 5x + 25$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۲۲**

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۲۳**

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1 + 2(\sqrt{x}-1)}{x-1} = \frac{\sqrt{x}+1 + 2\sqrt{x}-2}{x-1} = \frac{3\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$\Rightarrow p(x) = 3\sqrt{x}-1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که چندجمله‌ای به ازای $x = -3$ صفر می‌شود. بنابراین: **۲۴**

$$5 - 2(-3) + k = 0 \Rightarrow k = -11$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۲۵**

$$\frac{x+7}{x+19} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -7 \\ x = -19 \end{cases} \Rightarrow x < -19 \text{ یا } x > -7$$

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow 3k - 2 = 3 \Rightarrow k = \frac{5}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۲۶**

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۲۷**

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2 \Rightarrow y_1 = (-2)^2 + 4(-2) + 7 = 4 - 8 + 7 = 3 \Rightarrow S(-2, 3)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. خط تقارن وسط دو نقطه با عرض‌های برابر است. (۲۸)

$$x = \frac{a+b}{2} \Rightarrow x = \frac{7+1}{2} \Rightarrow x = 4$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow y_1 = 25 - 50 + 11 = -14$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۹)

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای آن که همواره $y = ax^2 + bx + c > 0$ باشد، اولاً $\Delta < 0$ و ثانیاً $a > 0$ (۳۰)

$$y = (m+2)x^2 - 2mx + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \\ \Delta = 4m^2 - 4(m+2) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \end{cases}$$

بنابراین:

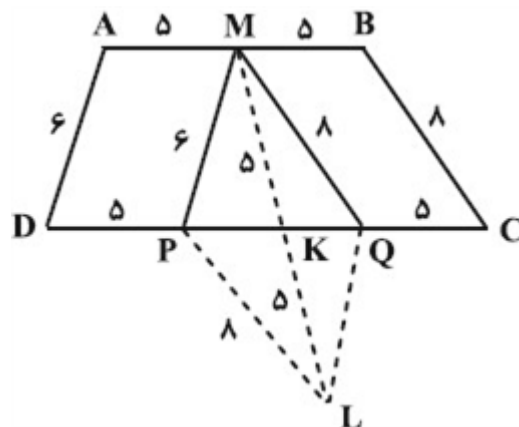
اشتراک
 $\rightarrow -1 < m < 2$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق شکل از M (وسط قاعده AB)، پاره‌خط‌های MP و MQ را موازی دو ساق دوزنقه رسم می‌کنیم. ادعا می‌کنیم که مثلث MPQ در رأس M قائم‌الزاویه است؛ زیرا اگر میانه MK را به اندازه خود تا نقطه L امتداد دهیم، مثلث MPL قائم‌الزاویه خواهد شد (طول اضلاع مثلث ۶، ۸ و ۱۰ می‌باشد) و در این صورت متوازی‌الاضلاع MPLQ، مستطیل است. پس $PQ = 10$ و طول ارتفاع وارد بر PQ (که همان ارتفاع دوزنقه است)، برابر می‌شود با:

$$h = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$$

در نتیجه مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S = \frac{(AB + CD) \times h}{2} = \frac{(10 + 20) \times 4.8}{2} = 30 \times 2.4 = 72$$



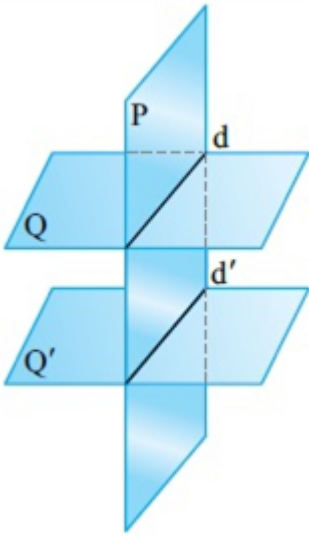
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۲)

$$\hat{B} = 75^\circ \Rightarrow \hat{C} = 75^\circ \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ$$

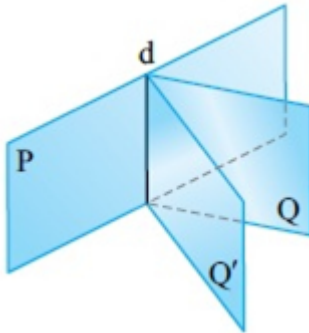
$$\left. \begin{array}{l} MH + MH' = BK \\ \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow BK = \frac{AC}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow MH + MH' = \frac{3}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون فصل مشترک‌های مورد نظر در صفحه P قرار دارند، پس نمی‌توانند متنافر باشند و مطابق شکل‌های زیر سایر حالت‌ها می‌توانند رخ دهند.

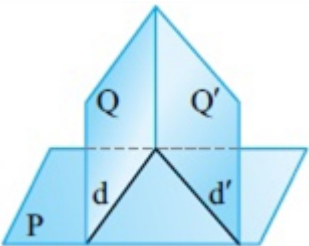
در شکل مقابل فصل مشترک‌های صفحه P با دو صفحه موازی Q و Q' دو خط موازی d و d' است.



در شکل مقابل فصل مشترک صفحه P با دو صفحه متقاطع Q و Q' خط d است.



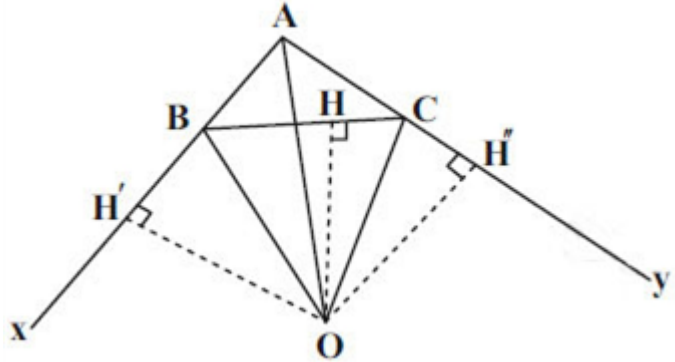
در شکل مقابل فصل مشترک‌های صفحه P با دو صفحه متقاطع Q و Q' دو خط متقاطع d و d' است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فرض کنیم نیمسازهای خارجی دو زاویه $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ از مثلث ABC در نقطه O با یکدیگر برخورد کرده باشند. می‌دانیم هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} O \in \widehat{CB}x \Rightarrow OH = OH' \\ O \in \widehat{BC}y \Rightarrow OH = OH'' \end{array} \right\} \Rightarrow OH' = OH''$$

از طرفی اگر نقطه‌ای از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد، پس چون نقطه O از دو ضلع AB و AC فاصله برابر دارد، قطعاً روی نیمساز داخلی زاویه $\widehat{A}$ قرار دارد.

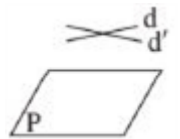


گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

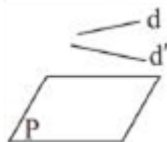
گزاره‌های «ب» و «ج» درست هستند.

بررسی گزاره‌های نادرست:

الف) نادرست زیرا دو خط موازی با یک صفحه، علاوه بر موازی بودن می‌توانند متقاطع یا متناظر باشند.

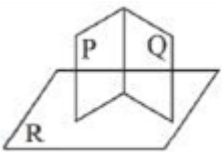


در این شکل دو خط متقاطع d و d' با صفحه P موازی هستند.



در این شکل دو خط متناظر d و d' با صفحه P موازی هستند.

د) نادرست، در شکل زیر دو صفحه P و Q بر صفحه R عمود هستند ولی موازی نیستند.



می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است، پس:

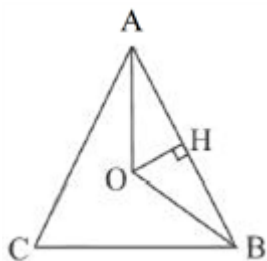
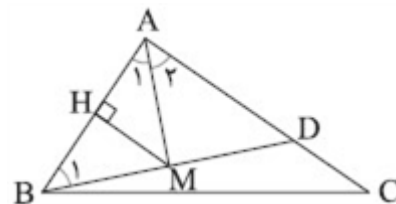
$$MA = MB \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 \quad (۱)$$

$$Am \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = \widehat{B}_1 = \frac{\widehat{A}}{۲}$$

زاویه $\triangle BDC$ زاویه‌ی خارجی مثلث ABD است، بنابراین:

$$\widehat{BDC} = \widehat{B}_1 + \widehat{A} = \frac{\widehat{A}}{۲} + \widehat{A} = \frac{۳}{۲}\widehat{A} = ۱/۵\widehat{A}$$



نقطه‌ی تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس اگر O نقطه‌ی تلاقی عمودمنصف‌های مثلث متساوی‌الساقین ABC باشد، آن‌گاه $OA = OB = OC = ۵$ است.

فاصله‌ی O از ضلع AB برابر با طول عمود OH است. مسلماً OH عمودمنصف AB است پس $AH = BH = \frac{AB}{۲} = ۳$ است،

بنابراین:

$$\triangle OAH : OA^2 = AH^2 + OH^2 \xrightarrow[AH=3]{OA=5} ۲۵ = ۹ + OH^2$$

$$\Rightarrow OH^2 = ۱۶ \Rightarrow OH = ۴$$

$$S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ABC} - S_{DECB} = \frac{1}{9} S_{\triangle ABC}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل می نویسیم:

۳۸

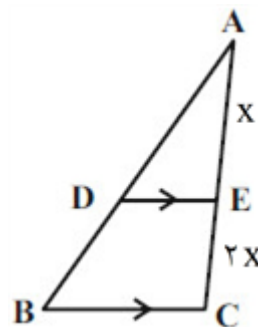
بنابر قضیه اساسی تشابه می دانیم $\triangle ABC$ و $\triangle ADE$ متشابه هستند.

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$$

پس اگر $AE = x$ انتخاب شود آنگاه $CE = 2x$ داریم:

$$AE + CE = 12 \Rightarrow x + 2x = 12 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

پس $CE = 8$ است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۹

$$\frac{2a - 3b}{4a + b} = \frac{1}{3} \Rightarrow 6a - 9b = 4a + b \Rightarrow 2a = 10b \Rightarrow a = 5b$$

$$\frac{(a-b)^2}{3a^2 + 5b^2} = \frac{(5b-b)^2}{3(5b)^2 + 5b^2} = \frac{16b^2}{80b^2} = \frac{1}{5} = 0.2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $\widehat{D} = \widehat{B}$ ، پس طبق قضیه‌ی خطوط موازی داریم $BC \parallel DE$. پس می‌توان از قضیه‌ی تالس و یا تعمیم آن استفاده کرد.

طبق تعمیم قضیه‌ی تالس، داریم:

$$\frac{AD}{AD+2} = \frac{9}{15} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5AD = 3AD + 6 \Rightarrow 2AD = 6 \Rightarrow AD = 3$$

$$AB = 3 + 2 = 5$$

دقت شود که مسئله طول پاره خط AB را می‌خواهد:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای داشتن کمترین فرورفتگی، فشار باید در کمترین مقدار خود باشد. با توجه به رابطه $P = \frac{F}{A}$

فشار با مساحت رابطه عکس دارد بنابراین قرارگیری بر روی بزرگ‌ترین وجه، حالت مطلوب ماست.

$$L_{\cdot A} = L_{\cdot B} = L$$

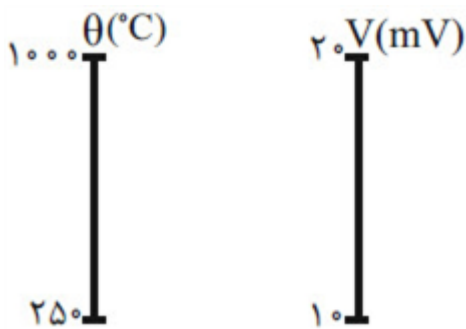
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون طول اولیه برابر است:

۴۲

$$L_B - L_A = 14 - 10^{-4} L$$

$$L(1 + \alpha_B \Delta\theta) - L(1 + \alpha_A \Delta\theta) = 14 \times 10^{-4} L$$

$$\Delta\theta(\alpha_B - \alpha_A) = 14 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta\theta(1/4 \times 10^{-5}) = 14 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ C$$



$$\frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_2 - \theta} = \frac{V_2 - V_1}{V_2 - V} \Rightarrow \frac{1000 - 250}{250 - \theta} = \frac{20 - 10}{10 - V}$$

$$\Rightarrow 750 - 75V = 250 - \theta \Rightarrow \theta = 75V - 500 \quad (1)$$

$$T = \theta + 273 \Rightarrow \theta = T - 273 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow T = 75V - 227$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید دمای تمام جرم یخ از $-10^\circ C$ به $0^\circ C$ برسد و سپس نصف جرم یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل شود. بنابراین، با توجه به طرح‌واره زیر می‌توان نوشت:

آب $0^\circ C \xrightarrow{Q_2 = m' L_F} 0^\circ C \xrightarrow{Q_1 = mc_{\text{یخ}} \Delta \theta} -10^\circ C$

$m = 2 \text{ kg}, L_F = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
 $c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ C}, m' = 1 \text{ kg}$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mc_{\text{یخ}} \Delta \theta + m' L_F$$

$$Q_{\text{کل}} = 2 \times 2/1 \times (0 - (-10)) + 1 \times 335 = 377 \text{ kJ}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم انرژی درونی تابع دمای مطلق گاز است. از طرف دیگر طبق رابطه $PV = nRT$ دمای مطلق با حاصل ضرب PV متناسب است. بنابراین:

$$PV \propto T \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_A V_A = 4 \times \frac{5}{4} \\ P_B V_B = 5 \times 1 \end{array} \right\} \Rightarrow P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow T_A = T_B$$

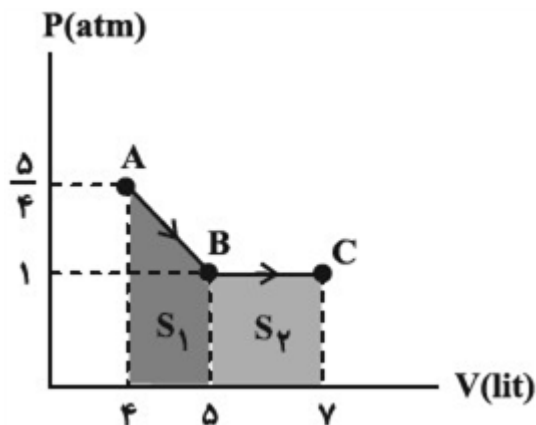
پس در فرایند AB چون دمای ابتدا و انتها با هم برابر است: $\Delta U = 0$

پس با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_{AB} = -W_{AB} \\ W_{AB} = -S_1 \end{array} \right\} \Rightarrow Q_{AB} = -W_{AB} = +S_1 = \frac{\left(\frac{5}{4} + 1\right) \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3}}{2}$$

$$= \frac{900}{8} = 112.5 \text{ J}$$

از طرف دیگر فرایند BC هم‌فشار است و می‌دانیم در این فرایند $\Delta U = 300 \text{ J}$ است. (با توجه به افزایش حاصل ضرب PV ، دما و در نتیجه انرژی درونی افزایش یافته):



$$\left. \begin{array}{l} \Delta U_{AB} = Q_{BC} + W_{BC} \\ \text{فرایند BC: } W_{BC} = -S_2 = -10^5 \times (7 - 5) \times 10^{-3} \\ \quad = -200 \text{ J} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow 300 = Q_{BC} - 200 \Rightarrow Q_{BC} = 500 \text{ J}$$

$$Q_{ABC} = Q_{AB} + Q_{BC} = 612.5 \text{ J}$$

بنابراین کل گرما در فرایند ABC برابر است با:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نسبت چگالی دو مایع را به دست می‌آوریم:

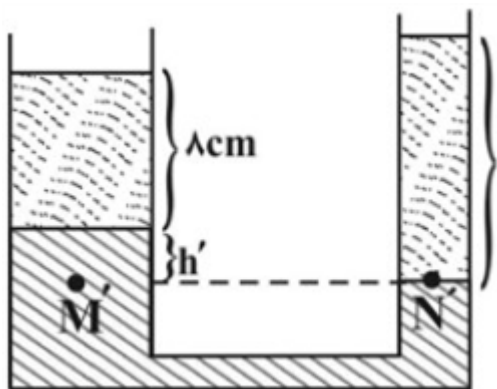
$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_B \times 12 = \rho_A \times 4 \Rightarrow \rho_A = 3\rho_B$$

اگر $\frac{1}{3}$ جرم مایع B را بر شاخه سمت راست منتقل کنیم، ارتفاع مایع B در شاخه سمت راست برابر می‌شود با:

$$\frac{1}{3} \times 12 \times A_B = h_A \times A_A \xrightarrow[r_B = 3r_A]{A = \pi r^2}$$

$$h_A = 16 \text{ cm}$$

در حالت دوم اختلاف سطح مایع A در دو شاخه را مشخص می‌کنیم:



$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow 4 \times \rho_A + \rho_A h' = 16 \rho_B$$

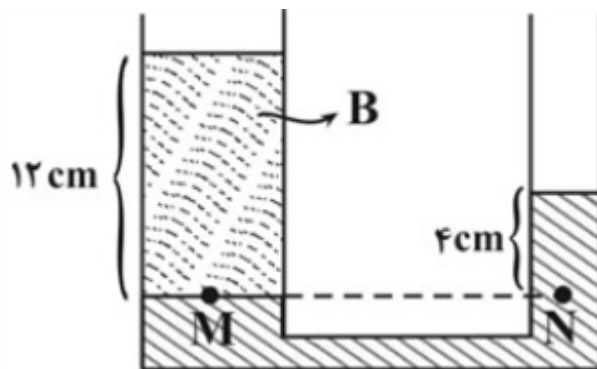
$$\xrightarrow{\rho_A = 3\rho_B} h' = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

اگر مایع در شاخه راست به اندازه $4 + x$ سانتی‌متر پایین بیاید در شاخه سمت چپ به اندازه $\frac{4+x}{3}$ بالا می‌رود، در این حالت

اختلاف ارتفاع مایع A در دو شاخه برابر است با:

$$\frac{4+x}{3} + x = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{5x}{3} = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3} \text{ cm} \Rightarrow \text{میزان بالا آمدن مایع A در شاخه سمت چپ}$$

$$= \frac{4+x}{3} = 1 + \frac{x}{3} = \frac{4}{3} \text{ cm}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه انبساط سطحی داریم:

$$\Delta A = A_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta A = 0.25 \times 2 \times 2 \times 10^{-5} \times 100 = 10^{-3} \text{ m}^2 = 10 \text{ cm}^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P = \frac{Q_1 + Q_2}{t} = \frac{m_1 c_1 \Delta \theta + c_2 \Delta \theta}{t}$$

$$140 = 0.2 \times 4200 \times 10 + c_2 \times 10 \Rightarrow 1260 = 8400 + c_2 \times 10 \Rightarrow c_2 = 420 \frac{\text{J}}{^\circ \text{C}}$$

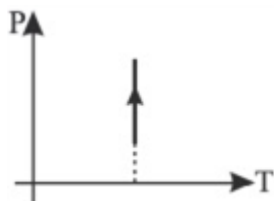
در شکل (الف) فرایند هم‌دما است و چون حجم گاز افزایش یافته پس:

$W < 0$: فرایند انبساطی

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = -w$$

$$\Rightarrow Q > 0 \text{ گرماگیر}$$

در شکل (ب) فرایند هم‌دما است:



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1 = T_2} P_1 V_1 = P_2 V_2$$

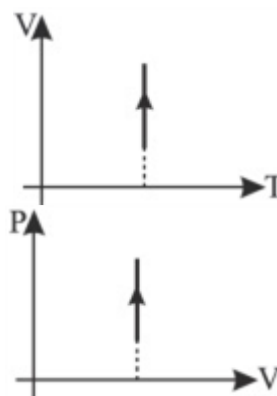
با توجه به اینکه فشار گاز افزایش یافته، پس برای برقراری تساوی بالا باید حجم کاهش یابد، یعنی فرایند برعکس فرایند شکل (الف) هم‌دما و تراکمی است و باید گرماده باشد.

در شکل (ج) فرایند هم‌حجم است:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

با افزایش فشار، دمای گاز نیز افزایش می‌یابد.

$$\text{فرایند گرماگیر} \Rightarrow Q > 0 \xrightarrow[\Delta U > 0]{\text{افزایش دما}} \Delta U = Q \text{ : فرایند هم‌حجم}$$



$$293/28m \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1m} = 29328 \text{ cm} = 2/9328 \times 10^4 \text{ cm}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با برداشتن درپوش، مایع درون ظرف تا جایی پایین می‌آید که فشار ناشی از ارتفاع مایع باقی‌مانده‌ی در ظرف با فشار هوا بیرون که از پایین به ظرف وارد می‌شود، برابر شود. ($h' =$ ارتفاع مایع باقی‌مانده)

$$\rho g h' = P_0$$

$$\rho_{\text{مایع}} g h' = \rho_{\text{جیوه}} g h \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h' = \rho_{\text{جیوه}} h$$

$$\Rightarrow 6/8 \times h' = 13/6 \times 75 \Rightarrow h' = 150 \text{ cm ارتفاع مایع باقی‌مانده}$$

$$200 \text{ cm} - 150 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$$

ارتفاع مایع خارج شده‌ی از ظرف برابر است با:

حال حجم مایع خارج شده را از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V = A \Delta h \Rightarrow \Delta V = 5 \times 10^{-4} \times 50 \times 10^{-2} = 25 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

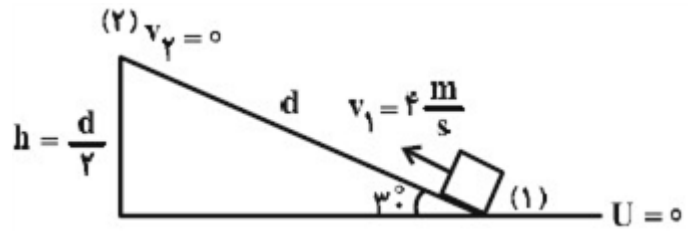
$$\Delta m = \rho \Delta V$$

و در آخر با استفاده از رابطه‌ی چگالی، جرم مایع خارج شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \Delta m = 6800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 25 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = 1/7 \text{ kg}$$

۵۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر حداکثر مسافتی را که جسم بر روی سطح شیبدار بالا می‌رود، d فرض کنیم، ارتفاع جسم در بالاترین قسمت سطح شیبدار به اندازه $\frac{d}{4}$ است (ضلع روبه‌رو به زاویه 30°). با توجه به این که تغییرات انرژی مکانیکی در طول مسیر حرکت جسم برابر کار نیروی اصطکاک است، با در نظر گرفتن پایین سطح شیبدار به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$E_2 = E_1 = W_f$$

$$(U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = f_k d \cos 180^\circ$$

$$\cos 180^\circ = -1, f_k = 15 N \rightarrow mgh_2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = -f_k d$$

$$\Rightarrow 1/5 \times 10 \times \frac{d}{4} - \frac{1}{2} \times 1/5 \times 16 = -15d \Rightarrow 7/5d - 16 = -15d \Rightarrow d = \frac{16}{22/5} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15} m$$

۵۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به معادله پیوستگی، آهنگ شارش شار ثابت و برابر $A.v$ است.

$$6 \frac{\text{lit}}{s} = 6 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}, d = 2 \text{ cm} \Rightarrow r = 1 \text{ cm}$$

$$Av = 6 \times 10^{-3} \Rightarrow \pi r^2 v = 6 \times 10^{-3} \rightarrow 3 \times (10^{-2})^2 \times v = 6 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

۵۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0.25 = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_L|}{Q_H} = 0.75$$

در حالت دوم، با کاهش گرمای اتلافی، داریم:

$$|Q'_L| = |Q_L| - 0.2|Q_L| \Rightarrow |Q'_L| = 0.8|Q_L|$$

$$\eta' = 1 - \frac{|Q'_L|}{Q_H} \Rightarrow \eta' = 1 - \frac{0.8|Q_L|}{Q_H}$$

$$\eta' = 1 - 0.8 \times 0.75 = 1 - 0.6 \Rightarrow \eta' = 0.4 \Rightarrow \Delta\eta = 0.4 - 0.25 = 0.15$$

۵۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا درجهٔ فارنهایت را به درجهٔ سلسیوس یا کلوین تبدیل می‌کنیم:

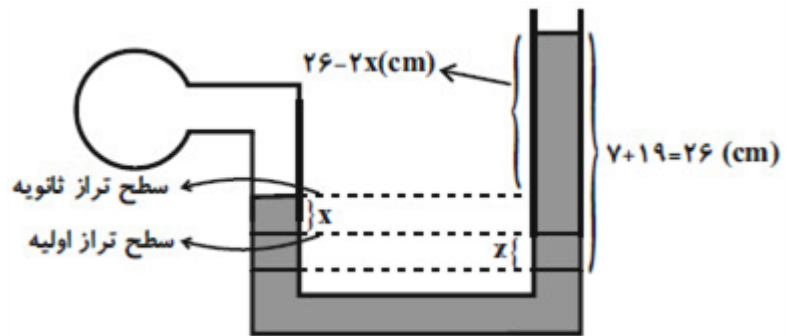
$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \xrightarrow{\Delta F = 450^\circ F} 450 = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 250^\circ C$$

حال برای درصد افزایش سطح داریم:

$$\Delta A = \alpha A_1 \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \alpha \Delta T \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2 \times 4 \times 10^{-5} \times 250 \times 100 = 2\%$$

۵۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه سطح مقطع لوله در تمام طول آن یکسان است، اگر جیوه در شاخه سمت راست به اندازه x پایین بیاید، در شاخه سمت چپ به اندازه x بالا می‌رود.



فشار گاز را در دو حالت به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از قانون بویل ماریوت، x را محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = 7 + 19 = 26 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = 26 - 2x + 19 = (45 - 2x) \text{ cmHg}$$

$$V_1 = 100 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 100 - Ax \xrightarrow{A=2\text{cm}^2} V_2 = 100 - 2x \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 26 \times 100 = (45 - 2x)(100 - 2x) \Rightarrow (45 - 2x)^2 = 2600 \xrightarrow{\text{جذر}}$$

$$100 - 2x = 80 \Rightarrow x = 10 \text{ cm} \xrightarrow{P_2=45-2x} P_2 = 25 \text{ cmHg}$$

۵۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جوهر زرد رنگ که از همه پایین‌تر است و سردتر می‌شود، در پدیده همرفت شرکت نمی‌کند و همان

پایین می‌ماند؛ ولی جوهر آبی رنگ پس از دریافت گرما به سمت بالای بطری می‌رود و جوهر قرمز رنگ پایین‌تر آمده و گرم می‌شود و پدیده همرفت به همین صورت ادامه پیدا می‌کند تا این دو رنگ با هم مخلوط شوند. در نتیجه در پایان آزمایش قسمت بالای بطری بنفش رنگ می‌شود و قسمت پایین بطری زرد رنگ می‌ماند.

۵۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرآیند AB هم‌حجم است، بنابراین $W_{AB} = 0$.

$$\begin{cases} W = -nR\Delta T \text{ نیز هم فشار است} \\ \frac{T_C}{T_B} = \frac{V_C}{V_B} \end{cases}$$

$$\frac{T_C}{600} = \frac{45}{60} \Rightarrow T_C = 450 \text{ K} \Rightarrow W = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times (450 - 600)$$

$$\Rightarrow W = +8 \times 150 = 1200 \text{ J}$$

۵۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا همه‌ی مواد را به دمای 20°C می‌رسانیم.

$$|Q_{\text{آب}}| = |mc\Delta\theta| = 200 \times 4/2 \times 30$$

$$Q_{\text{یخ}} = mL_f + mc\Delta\theta = m \times 80 \times 4/2 + m \times 4/2 \times 20$$

$$Q_{\text{یخ}} = |Q_{\text{آب}}| \Rightarrow 100 \times 4/2 \times m = 200 \times 4/2 \times 30 \Rightarrow m = 60 \text{ g}$$

در لحظه‌ای که تمام یخ ذوب می‌شود:

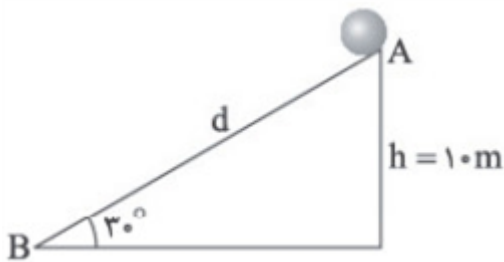
$$\begin{cases} Q_{\text{یخ}} = mL_f = 60 \times 80 \times 4/2 \\ Q_{\text{آب}} = 200 \times 4/2 \times \Delta\theta \end{cases} \Rightarrow 60 \times 80 \times 4/2 = 200 \times 4/2 \times |\Delta\theta|$$

$$\Delta\theta = 24^\circ \text{C} \Rightarrow \theta_{\text{آب}} = 50 - 24 = 26^\circ \text{C}$$

$$W_t = W_{mg} + W_{F_N} + W_{F_k} = \Delta k = k_B - k_A$$

$$W_{mg} = mgh = 2 \times 10 \times 10 = 200 \text{ J}$$

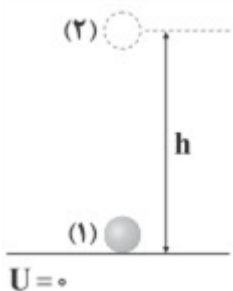
$$K_B = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 12^2 = 144 \text{ J}$$



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow d = 20 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} W_{f_k} &= -f_k d \\ &= f_k \times 20 = 144 - 200 = -56 \\ \Rightarrow f_k &= \frac{56}{20} = 2.8 \text{ (N)} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم که جسم حداکثر تا ارتفاع h بالا می‌رود، در ارتفاع h ، تندی جسم صفر می‌شود. اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، داریم:



$$\begin{aligned} E_2 - E_1 &= W_f \\ \Rightarrow U_2 + \cancel{K_2} - \cancel{U_1} - K_1 &= W_f \\ \Rightarrow U_2 - K_1 &= -\frac{2}{5} K_1 \Rightarrow U_2 = \frac{4}{5} K_1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 10h = \frac{4}{5} v^2 \Rightarrow h = \frac{4}{5} \times 5^2 \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

گام اول: ابتدا حجم فلز به کاررفته در استوانه (حجم واقعی استوانه) را محاسبه می‌کنیم:

$$V = \pi R^2 h - \pi r^2 h = \pi (R^2 - r^2) h = 3 \times (10^2 - 8^2) \times 10 \Rightarrow V = 3 \times 360 \text{ cm}^3$$

گام دوم: جرم فلز به کاررفته در استوانه برابر است با:

$$m = \rho V = 10 \times 3 \times 360 = 10800 \text{ g} = 10.8 \text{ kg}$$

گام سوم: با توجه به این که وزن ظرف استوانه‌ای برابر 10.8 N است، برای این که نیروسنج ۱۱۶ را نشان دهد، باید 0.8 kg یا 800 g

مایع درون حفره ریخته شود. این مایع $\frac{1}{3}$ حجم حفره داخل ظرف را پر می‌کند، بنابراین حجم آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$m_{\text{مایع}} = 0.8 \text{ kg} = 800 \text{ g}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3 \times 8^2 \times 10 = 640 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{800}{640} = \frac{5}{4} = 1.25 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

بنابراین چگالی مایع برابر است با:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا فشار انتهای لوله را محاسبه و سپس آن را به سانتی متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A} \xrightarrow{A=2\text{ cm}^2=2 \times 10^{-4}\text{ m}^2} P = \frac{6/8}{2 \times 10^{-4}} = 3/4 \times 10^4 \text{ Pa}$$

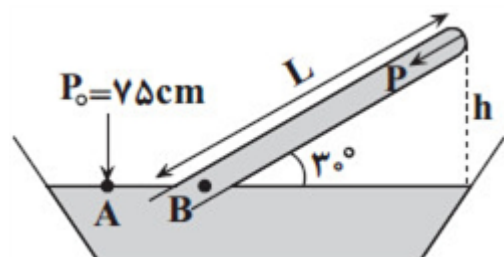
$$P = \rho gh \xrightarrow{\rho=13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} 3/4 \times 10^4 = 13/6 \times 10^3 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.25 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h = 25 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{انتهای بسته لوله}} = 25 \text{ cmHg}$$

اکنون فشار ارتفاع قائم مایع درون لوله را که همان جیوه است، می‌یابیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{انتهای بسته لوله}} + P_h \Rightarrow 25 = 25 + P_h \Rightarrow P_h = 50 \text{ cmHg} \Rightarrow h = 50 \text{ cm}$$

می‌بینیم ارتفاع قائم جیوه باید ۵۰ cm باشد. طول لوله برابر است با:



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{L} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{50}{L} \Rightarrow L = 100 \text{ cm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، فشار هوا در شهر اردکان ۸۰ kPa می‌باشد. در این صورت اگر آزمایش توریچلی را در شهر اردکان با آب انجام دهیم، فضای خالی بالای ستون آب تنها محتوی بخار آب است و فشار آن ناچیز است. داریم:

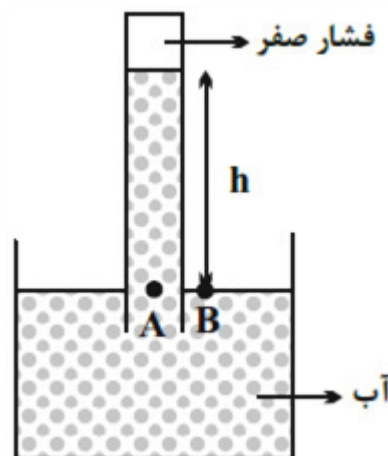
$$P_B = P_{\text{آب}} = 80 \text{ kPa}$$

$$P_A = (\rho gh)_{\text{آب}}$$

از طرفی نقاط A و B نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن‌اند، بنابراین داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow (\rho gh)_{\text{آب}} = 80 \times 10^3$$

$$\Rightarrow 1000 \times 10 \times h = 80 \times 10^3 \Rightarrow h = 8 \text{ m}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گزاره‌های ب و ج نادرست‌اند:

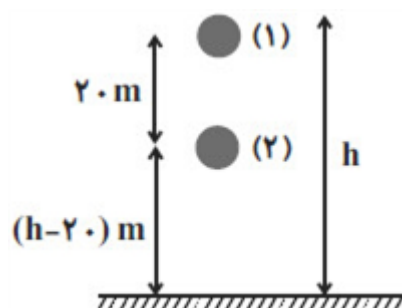
جمله ب، بیشتر مواد معدنی (نه همه آن‌ها) جامد بلورین هستند.

جمله ج، پدیده پخش در گازها سریع‌تر از مایعات اتفاق می‌افتد بنابراین پخش جوهر در آب آهسته‌تر از پخش عطر در هوا اتفاق می‌افتد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انرژی پتانسیل گرانی جسم در ارتفاع h را U_1 و انرژی پتانسیل گرانشی آن در ارتفاع $(h - 20)$ را U_2 نامگذاری می‌کنیم. از آن جایی که انرژی پتانسیل گرانشی دو حالت با نسبت ارتفاع از سطح زمین در دو حالت نسبت مستقیم دارد، بنابراین:

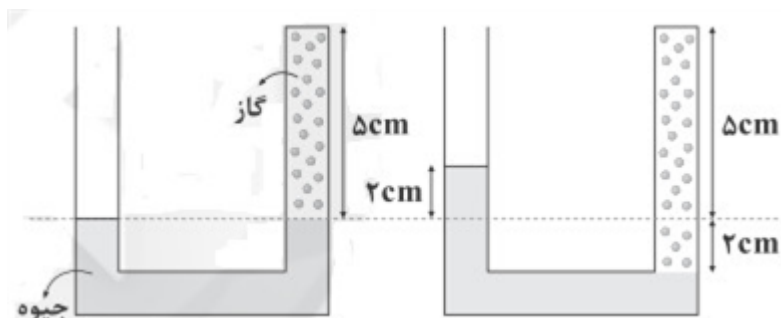
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{h_2}{h_1} \xrightarrow{U_2=U_1 \cdot 0.4 / U_1 \cdot 0.6} \frac{0.4}{0.6} = \frac{h-20}{h}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{h-20}{h} \Rightarrow h = 50m$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آزمایش و مشاهده در فیزیک، اهمیت زیادی دارد، اما آن چه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدانان است

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فشار گاز در حالت اولیه برابر فشار هوای محیط، یعنی 70 cmHg است. در صورتی که دمای گاز محبوس افزایش یابد، فشار آن بیشتر شده و حجم آن نیز افزایش می‌یابد و جیوه در دو طرف لوله اختلاف سطح پیدا می‌کند (طبق رابطه‌ی $V = Ah$ که A ثابت است)، پس جابه‌جایی جیوه در هر طرف لوله 2 cm می‌شود.



$$P_1 = 70 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = 2 + 70 = 72 \text{ cmHg}$$

برای دو حالت اولیه و ثانویه قانون گازها برقرار است،

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{v=Ah \text{ ثابت}} \frac{70 \times 5}{(27 + 273)} = \frac{72 \times 7}{T_2} \Rightarrow T_2 = 444 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 444 - 300 = 144 \text{ K}$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، انرژی جنبشی دو گلوله در ابتدا به دلیل برابر بودن جرم و تندی اولیه یکسان خواهد بود. ($K_1 = K_2$)

از طرف دیگر، طبق پایستگی انرژی تندی گلوله‌ی دوم در لحظه‌ی رسیدن به زمین از تندی گلوله‌ی اول در لحظه‌ی رسیدن به زمین بیش‌تر است؛ زیرا:

$$E_{\text{زمین}} = E_{\text{پرتاب}} \Rightarrow \begin{cases} K'_2 = U_2 + K_2 \\ K'_1 = U_1 + K_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{K'_2}{K'_1} = \frac{U_2 + K_2}{U_1 + K_1} \xrightarrow{h_2 > h_1, K_1 = K_2} \frac{K'_2}{K'_1} = \frac{U_2 + K_2}{U_1 + K_1} > 1 \Rightarrow K'_2 > K'_1$$

بنابراین داریم:

$$L_{\text{Cu}} - L_{\text{Fe}} = 3 \times 10^{-4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$0.5 \times \Delta\theta \times (6 \times 10^{-6}) = 3 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta\theta = 100$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\rho_A = 3\rho_B$$

$$m_A = m_B : \rho_t = \frac{\rho_A \rho_B}{\rho_A + \rho_B} = \frac{3\rho_B \times \rho_B}{3\rho_B + \rho_B} = \frac{3}{4}\rho_B$$

$$V_A = V_B : \rho_t = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} = \frac{3\rho_B + \rho_B}{2} = 2\rho_B$$

$$\frac{\rho_t}{\rho_B} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مولکول‌های مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یک‌دیگر قرار گرفته‌اند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حجم جسم و حجم مایع سرریز شده با هم برابر است:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{\text{جسم}} \xrightarrow{V_{\text{جسم}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{\rho_{\text{جسم}}}} \Delta V_{\text{مایع}} = \frac{3/9}{7800} = \frac{1}{2000} m^3 = 500 \text{ cm}^3$$

جرم 500 cm^3 از این مایع برابر 400 g است.

$$\rho = \frac{400}{500} = \frac{4}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow \rho = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) عامل اصلی بالا رفتن هواپیما نیروی شناوری نیست.

(پ) ورق مچاله شده آلومینیم در شاره فرو می‌رود.

(ت) اگر قسمتی از جسم نیز در شاره فرو رود به آن نیروی شناوری وارد می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مبدا پتانسیل را سطح زمین در نظر گرفته و می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow mgh = K \rightarrow K = 2 \times 10 \times 15 = 300 \text{ J}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: نادرست - فراوانی ایزوتوپ‌ها $^{24}\text{Mg} < ^{26}\text{Mg} < ^{25}\text{Mg}$

عبارت چهارم: نادرست - به دلیل یکسان بودن خواص شیمیایی ایزوتوپ‌ها، سرعت واکنش ایزوتوپ‌های منیزیم با کلر در شرایط یکسان برابر است.

عبارت پنجم: نادرست - ایزوتوپ‌ها از نظر خواص شیمیایی مشابه هستند پس برای جداسازی آنها از روش فیزیکی استفاده می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل درست سایر موارد:

(۱) بیشتر آب‌های زمین شور است و نمی‌توان از آنها در کشاورزی و صنعت استفاده کرد.

(۲) ۷۵ درصد از سطح زمین را آب پوشانده است.

(۴) هر ساله میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شوند. اما چون جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است، پس باید همین مقدار ماده نیز از آب دریاها و اقیانوس‌ها خارج شوند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شمار خطوط رنگی در ناحیه مرئی طیف نشری خطی عنصرهای لیتیم و سدیم به ترتیب برابر با ۴ و ۷ است. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) شمار خطوط در ناحیه مرئی طیف نشری خطی عناصر منحصر به فرد نیست؛ به عنوان مثال عناصر هیدروژن و لیتیم هر دو در ناحیه مرئی ۴ خط رنگی در طیف خود دارند.

(۲) در فرایند نشر ابتدا ماده انرژی جذب می‌کند.

(۳) به کمک آزمون شعله تنها می‌توان نوع عناصر فلزی را تعیین کرد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد اول و دوم درست هستند. دلیل نادرست بودن موارد دیگر:

مورد سوم: انجام واکنش $\text{NO} + \text{O}_2 \xrightarrow{\text{نور خورشید}} \text{NO}_2 + \text{O}_2$ باعث تولید اوزون تروپوسفری شده که یک آلاینده به شمار می‌رود و دلیل ثابت ماندن غلظت O_2 در لایه اوزون انجام واکنش‌های رفت و برگشت $2\text{O}_3 \rightleftharpoons 3\text{O}_2$ است.

مورد چهارم: تکرار پیوسته دو واکنش در لایه اوزون باعث جذب مقدار قابل توجهی از تابش فرابنفش می‌شود.

۸۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

- گزینه ۱: طبق شکل مقابل، سهم کوه‌های یخ از سهم آب‌های زیرزمینی بیشتر است. (درست)
- گزینه ۲: آب باران در هوای پاک تقریباً خالص است زیرا هنگام تشکیل برف و باران، تقریباً همه مواد حل شده در آب از آن جدا می‌شوند. این فرآیند الگویی برای تهیه آب خالص است. (درست)
- گزینه ۳: دقت شود ۵۰٪ جمعیت جهان (نه ۵۰ کشور) از کم‌آبی رنج می‌برند. (نادرست)
- گزینه ۴: زمین (هواکره، سنگ‌کره، آب‌کره و زیست‌کره) از دیدگاه شیمیایی پویا بوده است و بخش‌های گوناگون آن با هم برهم‌کنش‌های فیزیکی و شیمیایی دارند. (درست)



۸۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن $\left({}^3_1H\right)$ نسبت شمار نوترون‌ها به شمار پروتون‌ها برابر با ۲ است.

۸۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها مورد چهارم نادرست است. بررسی موارد:

مورد اول: فراوان‌ترین کاتیون موجود در آب دریا یون Na^+ است.

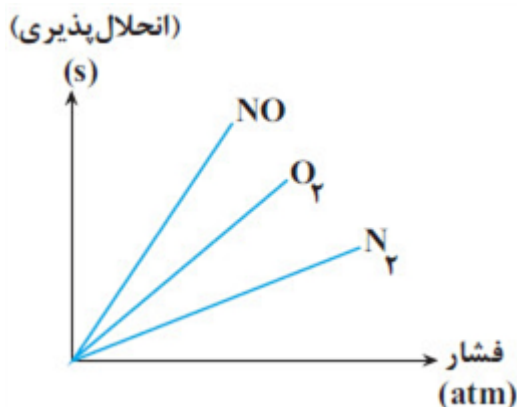
مورد دوم: منابع غیراقیانوسی تنها ۲/۸٪ از منابع آبی را تشکیل می‌دهند که ۲/۱۵٪ آنها نیز متعلق به کوه‌های یخ می‌باشد، در نتیجه درصد کوه‌های یخ در منابع غیراقیانوسی برابر است با:

$$\text{درصد کوه‌های یخ} = \frac{2/15}{2/8} \times 100 \cong 77\%$$

مورد سوم: SO_4^{2-} فراوان‌ترین آنیون چنداتمی در آب دریا است که در ساختار کود شیمیایی آمونیوم سولفات وجود دارد.

مورد چهارم: اگر مقدار یون‌های حل شده در آب زیاد باشد، مزه‌ی آب را تغییر می‌دهد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به نمودار می توان مشخص کرد که به صورت مقابل می باشند. پس با تبدیل کردن غلظت مولی در فشار $\frac{a}{3}$ به انحلال پذیری می توان گفت:



$$a_3 \text{ غلظت مولی در فشار} = 0.1 \frac{\text{mol}}{L}$$

$$\Rightarrow a \text{ غلظت مولی در فشار} = \frac{a}{3} \text{ غلظت مولی در فشار} = 0.03 \frac{\text{mol}}{L}$$

$$?gNO = 0.03 \frac{\text{mol NO}}{L \text{ محلول}} \times \frac{0.2 L \text{ محلول}}{1} \times \frac{30 g NO}{1 \text{ mol NO}} = 0.18 g NO$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط عبارت آخر درست است. بررسی سایر عبارات:

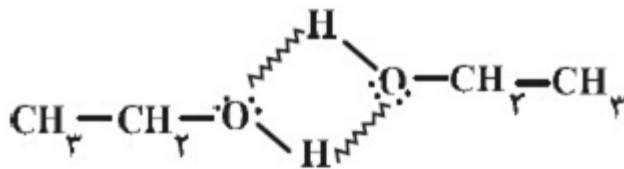
عبارت اول) میله شیشه ای مالش داده شده به موی خشک، دارای بار الکتریکی منفی است؛ لذا با سر مثبت مولکول آب (اتم های H) جاذبه برقرار می کند.

عبارت دوم) نزدیک به دو برابر (نه بیش از دو برابر!)

$$\mu_{H_2O} = 1.85 D, \mu_{H_2S} = 0.97 D$$

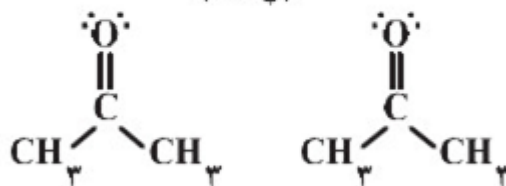
عبارت سوم) هم اتانول و هم استون با مولکول آب، پیوند هیدروژنی برقرار می کنند.

تفاوت در این است که مولکول های اتانول با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل می دهند ولی مولکول های استون با یکدیگر، پیوند هیدروژنی تشکیل نمی دهند!



اتانول - اتانول: پیوند هیدروژنی

(۷۸°C)



استون - استون: واندروالسی

(۵۶°C)

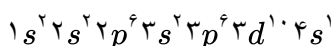
عبارت چهارم: درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت ترازوی زرگری تا یک صدم گرم است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: منظور $3d^1$ می‌باشد که عناصر Cu و Zn هر دو ده الکترون در زیرلایه $3d$ خود دارند.

گزینه ۲: دومین عنصری که از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند. عنصر Cu می‌باشد (اولین عنصر Cr است.) عنصر مس نخستین



است که سه لایه نخست آن پر می‌شود.

گزینه ۳: این جمله الزاماً درست نیست. برای مثال S و Cr هر دو دارای شش الکترون ظرفیتی می‌باشند ولی گوگرد در گروه

۱۶ و کروم در گروه ۶ جدول تناوبی جای دارند.

گزینه ۴: در دوره سوم، هشت عنصر وجود دارد که دو مورد از این عناصر نماد شیمیایی تک حرفی (S , P) و بقیه نماد

شیمیایی دو حرفی دارند. (۶ عنصر)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اسمز فرایندی خودبه‌خودی و طبیعی است در آن آب از محلول رقیق به محلول غلیظ‌تر رفته و روش

مناسبی برای تصفیه آب نمی‌باشد. در اسمز معکوس با اعمال فشار خارجی به تدریج آب از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر رفته

حجم محلول غلیظ‌تر کاهش و غلظت آن افزایش می‌یابد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{36/2L}{22/4L} = 1/6 \text{ mol } C_2H_2 \text{ مول اتین}$$

$$?g = 1/6 \text{ mol } C_2H_2 \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_2H_2} \times \frac{44g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 140/8g CO_2$$

$$?L_{\text{هوا}} = 1/6 \text{ mol } C_2H_2 \times \frac{2/5 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_2H_2} \times \frac{22/4L}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{100}{20} = 448L_{\text{هوا}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در بدن ما به دلیل انجام واکنش‌های متنوع و پیچیده، رادیکال‌هایی به وجود می‌آیند که اگر به وسیله‌ی

بازدارنده‌ها جذب نشوند، می‌توانند با انجام واکنش‌های سریع به بافت‌های بدن آسیب برسانند. با این توصیف مصرف خوراکی‌های

محتوی بازدارنده‌ها سبب خواهد شد که رادیکال‌ها به دام بیفتند تا با کاهش مقدار آن‌ها از سرعت واکنش‌های ناخواسته کاسته شود.

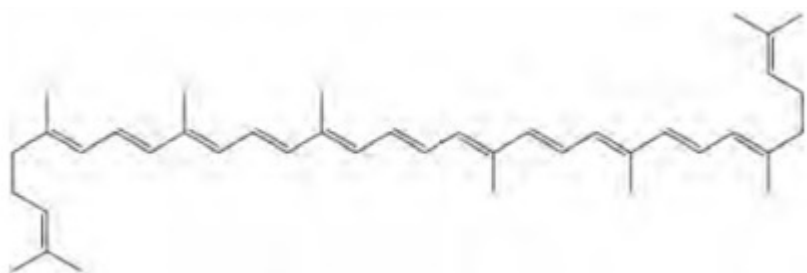
هندوانه و گوجه فرهنگی محتوی لیکوپن بوده که فعالیت رادیکال‌ها را افزایش می‌دهد. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: «۱»: رادیکال گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار خود، الکترون جفت نشده دارد.

گزینه ۳: «۳»: در رادیکال‌ها، برخی یا همه اتم‌ها، از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

بدیهی است که رادیکال‌ها واکنش‌پذیری بالایی دارند.

گزینه ۴: «۴»: لیکوپن یک هیدروکربن سیرنشده با ساختار زیر است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اقیانوس‌ها، دریاها، دریاچه‌ها و ... منابع ارزشمندی برای تهیه و استخراج مواد شیمیایی گوناگون، تولید

فراورده‌های پروتئینی، مواد و وسایل تزئینی، تهیه‌ی داروهای گوناگون و ... هستند. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: (۱): بخش اعظم منابع غیراقیانوسی مربوط به کوه‌های یخ است.

گزینه ۲: (۲): بیش‌تر آب‌های روی زمین شور بوده و بنابراین قابل استفاده در کشاورزی، مصارف خانگی و صنعتی نیستند.

گزینه ۳: (۳): حدود ۲/۸٪ از منابع آب موجود در کره‌ی زمین جزء منابع غیراقیانوسی به حساب می‌آید.

۹۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با روش اُسْمَز معکوس می توان از آب دریا، آب شیرین تهیه کرد.

۹۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ۱: در معادله نمادی، نوع و تعداد عنصرهای تشکیل دهنده در هر ترکیب نمایش داده می شود.

گزینه ۲: طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم واکنش دهنده ها و مجموع جرم فراورده ها با یکدیگر برابر است. (نه مجموع شمار مول های آنها)

گزینه ۳: در واکنش $2H_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{Pt(s)} 2H_2O(l)$ ، پلاتین به عنوان کاتالیزگر استفاده می شود و در پایان واکنش بدون تغییر باقی می ماند.

۹۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت های الف، ب و ت نادرست هستند. بررسی عبارت های نادرست:

الف) هر چه از هسته دورتر می شویم، اختلاف انرژی لایه های الکترونی کاهش می یابد.

ب) با افزایش فاصله ی لایه های الکترونی از هسته، انرژی الکترون ها در اتم افزایش می یابد.

ت) در روند پر شدن زیرلایه ها از الکترون، زیرلایه های با انرژی کم تر زودتر از الکترون اشغال می شوند. بر همین اساس زیرلایه هایی که $n + l$ کمتری دارند زودتر از الکترون اشغال می شوند نه زیرلایه هایی که n کوچکتری دارند.

۹۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

هر دو ماده در حالت فیزیکی مایع رنگی اند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): مدل فضا پرکن A و B به ترتیب به O_2 و O_3 مربوط است.

گزینه (۲): نقطه جوش اوزون بالاتر از اکسیژن بوده و در شرایط یکسان، گاز اوزون آسان تر به مایع تبدیل می شود.

گزینه (۳): از گاز اوزون در صنعت برای گندزدایی میوه ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره بینی درون آب استفاده می شود.

۹۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عنصر Ti ۲۲ در دوره ی چهارم و گروه ۴ و عنصر P ۱۵ در دوره ی سوم و گروه ۱۵ جای دارد. مجموع

$n + l$ الکترون های ظرفیتی اتم دو عنصر Ti ۲۲ و P ۱۵ با هم برابر است:

$${}_{22}\text{Ti} : [\text{Ar}] \ 3d^2 4s^2 \Rightarrow 2(3 + 2) + 2(4 + 0) = 18$$

$${}_{15}\text{P} : [\text{Ne}] \ 3s^2 3p^3 \Rightarrow 2(3 + 0) + 3(3 + 1) = 18$$

۹۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها مورد ب نادرست است.

از آن جا که طول موج با انرژی رابطه عکس دارد؛ بنابراین مقایسه ی انرژی پرتوها به صورت زیر است:

ریزموجها > قرمز > بنفش

۹۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گاز N_2 نسبت به Ar و O_2 دمای جوش پایین تری داشته و نخستین گازی است که از هوای مایع جدا

می شود.

بررسی گزینه های نادرست:

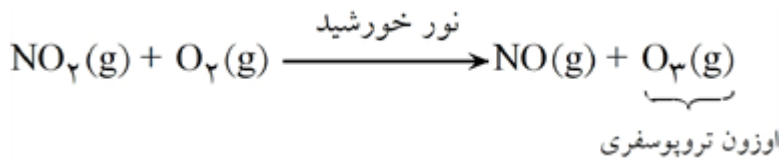
(۲) آرگون گازی بی رنگ، بی بو و غیرسمی با دمای جوش $-186^\circ C$ است.

(۳) ۷۵٪ از جرم هواکره در لایه ی تروپوسفر و باقی آن در دیگر لایه های هواکره یافت می شود.

(۴) گاز اکسیژن نخستین گازی است که به حالت مایع در می آید.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۹۹

گزینه (۱): واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن، برگشت پذیر است و از این رو مقدار اوزون در لایه استراتوسفر ثابت می ماند.
گزینه (۳): رنگ قهوه‌ای روشن هوای آلوده کلان شهرها به دلیل وجود گاز NO_2 می باشد.
گزینه (۴):



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها: ۱۰۰

گزینه (۱): pH آب گوجه فرنگی از ۷ کوچک تر است.
گزینه (۲): امواج گسیل شده از زمین در مقایسه با پرتوهای جذب شده، انرژی کم تر و طول موج بلندتری دارند.
گزینه (۳): به پدیده به دام افتادن پرتوهای فرو سرخ به وسیله گازهای گلخانه‌ای (CO_2 , CH_4 , H_2O و ...) اثر گلخانه‌ای می گویند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۱

${}_{33}\text{As}^+ : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^1 4s^2 4p^2$ ${}_{22}\text{Ti}^{2+} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^2$
 ${}_{30}\text{Zn}^{2+} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^{10}$ ${}_{34}\text{Se}^{2-} : [{}_{36}\text{Kr}] \rightarrow$ در لایه‌ی آخر هشت الکترون دارد.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. کلر با فلزات می تواند پیوند یونی برقرار کند به شرطی که فلز کوچک نباشد اما نافلزات با کلر پیوند کووالانسی می دهند پس پیوند کلر با فسفر که نافلز است، یک پیوند کووالانسی است و با فلزات Be و B چون کوچک هستند، پیوند کووالانسی می دهند و تنها با فلز Rb پیوند یونی می دهد. ۱۰۲

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. طیف نشری حاصل از انتقال الکترون، از سطوح انرژی بالاتر به سطح انرژی $n = 2$ در دامنهی طیف مرئی بوده و قابل مشاهده هستند. ۱۰۳

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. سه گاز دی اکسید، بخار آب و متان اثر گلخانه‌ای دارند.
نکته‌ی درسی: اثر گلخانه‌ای برگشت انرژی به سطح زمین توسط برخی گازهاست که مقدار طبیعی آن مطلوب است ولی افزایش این گازها باعث افزایش دمای زمین می شود. ۱۰۴

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. هر نقطه‌ای بر روی منحنی نسبت به آن ماده سیر شده است و بالای منحنی فراسیر شده است و اگر پائین منحنی باشد، سیر نشده است. ۱۰۵

راه حل دیگر: منحنی بر اساس نقاط سیر شده‌ی محلول رسم می شود. پس اگر انحلال پذیری بیشتر از مقدار سیر شده باشد، محلول فراسیر شده است و اگر کمتر از آن باشد، سیر نشده است.

