

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A| = -3 \Rightarrow |A|^2 = |A|^2 = -27$$

$$||A|^2 A| = |-27A| = (-27)^2 |A| = (-27)^2 (-3) = (-3)^{10} = 3^{10}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خانه‌های a , b و c به ترتیب دارای ۳ و ۲ و ۱ حالت هستند و خانه‌ی d دارای دو حالت است چون با a نباید یکسان باشد. در صورت مشخص شدن این ۴ خانه، وضعیت باقی خانه‌ها مشخص است و هر کدام یک حالت دارند پس تعداد کل مربع‌های موردنظر برابر است با:

a	b	c
d		

$$3 \times 2 \times 1 \times 2 = 12$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در روش برهان خلف فرض می‌کنیم که حکم نادرست است و سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست و مبتنی بر فرض، به یک نتیجه غیرممکن یا نتیجه متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا (با توجه به منطقی بودن همه مراحل) معلوم می‌شود که فرض نادرست بودن حکم باطل است و درستی حکم ثابت می‌شود.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی هم‌ارزی رادیکال در بی‌نهایت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 2x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - |x + 1|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - (x + 1)} = \frac{1}{-1} = -1$$

روش دوم: صورت و مخرج کسر داده شده را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 2x}} \times \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x^2 + 2x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - (x^2 + 2x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2}}{-2x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-2x} = -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حد داده شده از نوع مبهم $\infty - \infty$ می‌باشد لذا ابتدا اقدام به مخرج مشترک‌گیری از تابع می‌کنیم، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{x + 19}{x^2 + 3x - 4} + \frac{3}{x + 4} \right) = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x + 19 + 3(x - 1)}{(x - 1)(x + 4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\cancel{4} (x + 4)}{(x - 1) \cancel{(x + 4)}} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{4}{x - 1} = \frac{-4}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای تعیین مقدار مشتق عبارت $\sin x \cos^3 x$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{4}$ ، کافی است شکل کلی این عبارت را مشخص کنیم. شکل کلی این عبارت به صورت حاصل ضرب دو تابع است. پس طبق قاعده‌ی مشتق ضرب دو تابع، می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} (\underbrace{\sin x}_u \cdot \underbrace{\cos^3 x}_v)' &= u'v + v'u = \cos x \cdot \cos^3 x + (-3\sin x \cos^2 x) \cdot \sin x \quad x = \frac{\pi}{4} \\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) &= -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$\begin{aligned} T = \frac{\pi}{4}; T = \frac{4\pi}{b} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{b} \Rightarrow b = 4 \\ \begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 1 \\ y_{\min} = -|a| + c = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{5}{8}; bc = 4 \times \frac{5}{8} \Rightarrow bc = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای اینکه $f'(1)$ موجود باشد باید دو شرط زیر هم‌زمان برقرار باشد: شرط اول: پیوستگی تابع f در $x = 1$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax^2 + bx - 1) = a + b - 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2ax^2 - \sqrt{x}) = 2a - 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{شرط پیوستگی} \end{array} \right\} \begin{aligned} a + b - 1 &= 2a - 1 \\ \Rightarrow a &= b \end{aligned}$$

شرط دوم: باید مشتق راست و چپ تابع f موجود و با یکدیگر برابر باشند.

$$\begin{aligned} f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & ; x > 1 \\ 4ax - \frac{1}{2\sqrt{x}} & ; x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = 2a + b \\ f'_-(1) = 4a - \frac{1}{2} \end{cases} \\ 2a + b = 4a - \frac{1}{2} \xrightarrow{*} 2a + a = 4a - \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{6} = b \end{aligned}$$

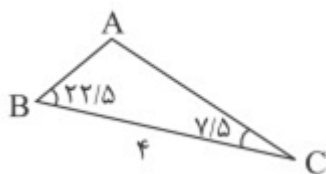
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هم‌ارزی‌های گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ همواره برقرار است. هم‌ارزی گزینه‌ی (۲) نادرست است و به صورت $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$ درست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰

پاسخ صحیح سؤال تحقیق ما ۵۰٪ است چون از ۴ کلاس ما ۲ کلاس بیش از ۲۰ نفر دارند.

ولی با این روش نمونه‌گیری، شانس کلاس‌های پرجمعیت، بیشتر می‌شود و ما به عدد $\frac{55}{80} \approx 69\%$ می‌رسیم که چون با پاسخ اصلی فاصله دارد، آریب است و سوگیری (Bias) ایجاد می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه سینوس ها می نویسیم:



$$\hat{A} = 180^\circ - (22/5^\circ + 7/5^\circ) = 150^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \rightarrow \frac{4}{\sin 150^\circ} = 2R \rightarrow R = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

برای آنکه تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2} & x > 2 \\ 2x + b & x \leq 2 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد باید در نقطه $x = 2$ پیوسته باشد.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x + b) = 4 + b \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2} = 4 + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4 + b = 0 \Rightarrow b = -4$$

$$f(8) = 9 \Rightarrow a + \log_2 8 = 9 \Rightarrow a + 3 = 9 \Rightarrow a = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x < 0 \text{ یا } x > 20 \Rightarrow \left| x - \frac{20 + 0}{2} \right| > \frac{20 - 0}{2} \Rightarrow |x - 10| > 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. داریم $f(x) = (x + 1)^2 + 2$ و $f(g(x)) = x^2 - 4x + 6 = (x - 2)^2 + 2$ پس:

$$f(g(x)) = (g(x) + 1)^2 + 2 = (x - 2)^2 + 2 \Rightarrow (g(x) + 1)^2 = (x - 2)^2 \Rightarrow g(x) + 1 = \pm(x - 2)$$

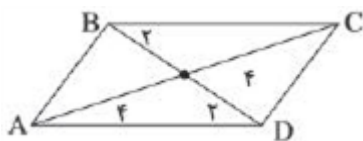
$$\Rightarrow \begin{cases} g(x) = x - 3 \\ g(x) = -x + 1 \end{cases}$$

$$x - 3 = -x + 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

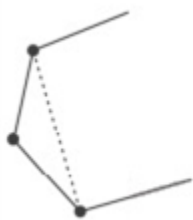
حال طول نقطه‌ی تقاطع این دو را می‌یابیم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرض کنید مسئله حل شده است. می‌دانیم قطرهای متوازی‌الاضلاع یک‌دیگر را نصف می‌کنند، پس روش رسم به این صورت است: ابتدا پاره‌خط AC به طول ۸ واحد را رسم می‌کنیم. سپس از وسط AC در راستایی غیر از راستای AC به اندازه ۲ واحد پاره‌خطی رسم می‌کنیم تا نقطه B به دست آید. پاره‌خط رسم شده را از سمت دیگر به اندازه ۲ واحد امتداد می‌دهیم تا نقطه D به دست آید. چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاعی به اقطار ۴ و ۸ می‌باشد. چون راستای قطر BD دل‌خواه بود، پس بی‌شمار متوازی‌الاضلاع می‌توان رسم کرد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷



$$\frac{n(n-3)}{2} = 44 \Rightarrow n^2 - 3n - 88 = 0$$

$$\Rightarrow (n-11)(n+8) = 0 \Rightarrow n = 11$$

$$\text{تعداد قطره‌های رسم‌شده از سه رأس متوالی} = 3(n-3) - 1 = 3(11-3) = 23$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد دانش‌آموزان حاضر در کلاس متغیر کمی گسسته است. ۱۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$-1 < x < 13 \Rightarrow \left| x - \frac{13-1}{2} \right| < \frac{13+1}{2} \Rightarrow |x-6| < 7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰



$$x^2 + 5^2 = (\sqrt{26})^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{Cotg } \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{5}{1} = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه‌ی تابع f و برد تابع g را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار دو تابع داریم: ۲۱

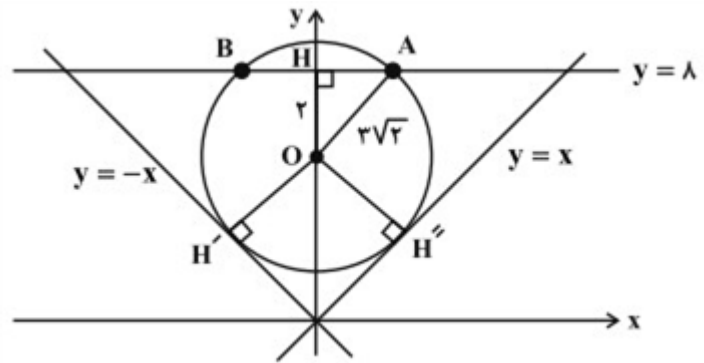
$$\begin{cases} D_f = [-4, 2] \\ R_g = (-1, 1] - \{0\} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f \cap R_g = (-1, 1] - \{0\} = (-1, 0) \cup (0, 1]$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طول قد دانش‌آموزان و میزان دما هوا متغیرهای کمی پیوسته هستند. ۲۲

تعداد بیماران مراجعه‌کننده به پزشک یک متغیر کمی گسسته و میزان هوش که به صورت (بالا، متوسط، پایین) بیان می‌شود، یک متغیر کیفی ترتیبی است.

۲۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دایره‌ای که بر نیمسازهای ناحیه اول و دوم مماس است شکلی به صورت زیر دارد که مرکز آن روی محور y ها قرار می‌گیرد.



بنابراین مرکز را به صورت $O(0, \beta)$ در نظر می‌گیریم و چون خطوط $y = x$ و $y = -x$ بر دایره مماس هستند، فاصله‌ی مرکز از هر یک از این دو خط، برابر شعاع یا همان $3\sqrt{2}$ است. $(OH' = OH'')$

$$OH = \frac{|\beta - 0|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|\beta|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Rightarrow |\beta| = 6 \Rightarrow \beta = \pm 6$$

که با توجه به شکل $\beta = 6$ قابل قبول است و مرکز $O(0, 6)$ است.

بنابراین معادله دایره مفروض $x^2 + (y - 6)^2 = 18$ است که فاصله مرکز آن از خط $y = 8$ برابر ۲ است، بنابراین:

$$AH' + 4 = 18 \Rightarrow AH = \sqrt{14} \Rightarrow \text{طول وتر} = AB = 2AH = 2\sqrt{14}$$

۲۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

طبق قضیه تقسیم داریم: $2n^2 = (n+3)q + n-1$ که $n-1 < n+3$ پس $n \geq 1$ داریم:

$$(n+3)q = 2n^2 - n + 1 \Rightarrow n+3 \mid 2n^2 - n + 1$$

با قرار دادن ۳- در سمت راست داریم: $n+3 \mid 22$

$\rightarrow n+3 = 1 \Rightarrow$ جواب طبیعی ندارد.

$\rightarrow n+3 = \pm 2 \Rightarrow$ جواب طبیعی ندارد.

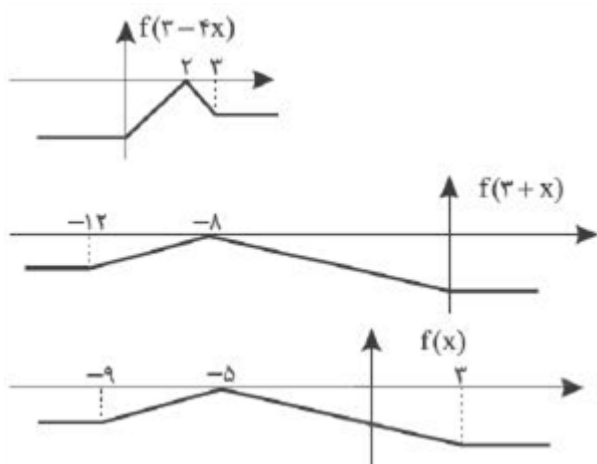
$$\rightarrow n+3 = \pm 11 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 8 \checkmark$$

$$\rightarrow n+3 = \pm 22 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 19 \checkmark$$

۲۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید $\sqrt{x}$ را در کل رادیکال‌ها ضرب کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}} = \sqrt{1+1} - \sqrt{0-0} = \sqrt{2}$$



در بازه $(-5, 3)$ نزولی اکید است.

مراحل ساخت تابع $g(x)$:

$$\sqrt{x} \xrightarrow{\text{واحد به چپ ۳}} \sqrt{x+3} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} \sqrt{-x+3} \xrightarrow{\text{واحد رو به پایین ۲}} g(x) = \sqrt{-x+3} - 2$$

حال تابع وارون $g(x)$ را می‌یابیم:

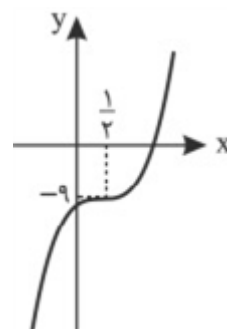
$$g(x) = \sqrt{-x+3} - 2 \Rightarrow y = \sqrt{-x+3} - 2 \Rightarrow y+2 = \sqrt{-x+3}$$

$$\Rightarrow (y+2)^2 = -x+3 \Rightarrow x = 3 - (y+2)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} g^{-1}(x) = 3 - (x+2)^2 = -x^2 - 4x - 1$$

$$f(x) = (2x-3)(4x^2+3) - 1 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 10 = (2x-1)^3 - 9$$

نمودار f از نواحی ۱، ۳ و ۴ می‌گذرد، پس نمودار f^{-1} از نواحی ۱، ۳ و ۲ می‌گذرد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۹

$$y = \begin{cases} (x-2)(x^2+6) & x \geq 2 \\ -(x-2)(x^2+6) & x < 2 \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} 3x^2 - 4x + 6 & x > 2 \\ -3x^2 + 4x - 6 & x < 2 \end{cases}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

$$y'' = \begin{cases} 6x - 4 & x > 2 \\ -6x + 4 & x < 2 \end{cases}$$

$$y'' = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

x	$\frac{2}{3}$	2	
y'	-	-	+
y''	+	-	+
	جواب		

$$b - a = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \quad \text{بازه } \left(\frac{2}{3}, 2\right) \text{ جواب است. پس:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون گزاره‌ی $r \Leftrightarrow q$ نادرست است، پس ارزش درستی q و r متفاوت است، یعنی ارزش یکی از این گزاره‌ها درست و دیگری نادرست است. پس گزاره‌ی $q \vee r$ و در نتیجه گزاره‌ی $(q \vee r) \Rightarrow p$ همواره درست است.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر وتر را h و طول وتر را a در نظر می‌گیریم داریم:

$$S = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}a$$

در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{2}a$ وتر باشد زوایای حاده‌ی آن‌ها ۱۵° یا ۷۵° می‌باشند.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر $f(x) = \begin{cases} x+1; & x < 1 \\ \frac{a}{x+1}; & x \geq 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x+1; & x < 1 \\ \frac{a}{x+1}; & x \geq 1 \end{cases}$ برای این که تابع $f+g$ در

$x = 1$ پیوسته باشد، ابتدا ضابطه‌ی $f+g$ را ساخته و سپس حد راست و چپ و مقدار تابع در این نقطه را برابر قرار می‌دهیم، داریم:

$$f(x) + g(x) = (f+g)(x) = \begin{cases} 2x+a+1; & x < 1 \\ \frac{a}{x+1} + 1; & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{حد راست} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (f+g) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{a}{x+1} + 1 \right) = \frac{a}{2} + 1 \\ \text{حد چپ} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (f+g) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+a+1) = 3+a \\ \text{مقدار} &= (f+g)(1) = \frac{a}{2} + 1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مقدار=حدچپ=حد راست}}$$

$$3+a = \frac{a}{2} + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = -2 \Rightarrow a = -4$$

$$\text{Log } \frac{18}{8} = m \Rightarrow \frac{\text{Log } \frac{18}{2}}{\text{Log } \frac{8}{2}} = m \Rightarrow \frac{2 \text{Log } \frac{9}{2} + 1}{3} = m \Rightarrow \text{Log } \frac{9}{2} = \frac{3m-1}{2}$$

$$\text{Log } \frac{12}{4} = \frac{\text{Log } \frac{12}{2}}{\text{Log } \frac{4}{2}} = \frac{\text{Log } \frac{6}{2} + 2}{2} = \frac{\frac{3m-1}{2} + 2}{2} = \frac{3m+3}{4} = \frac{3}{4}(m+1)$$

وقتی تابع $f(x)$ در $x = 0$ از چپ پیوسته است که $f(0)$ برابر حد چپ تابع در $x = 0$ باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2x| - x}{|x^2 - x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x - x}{\underbrace{|x(x-1)|}_{+}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-3x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-3}{x-1} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^3 + 3x^2 + 5x} = \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2} \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

پس از جواب‌های معادله ۲ و ۲- هستند. و معادله به شکل ساده شده‌ی زیر درمی‌آید:

$$\frac{1}{x^3 + 3x^2 + 5x} = \frac{1}{x^3 + 2} \Rightarrow x^3 + 3x^2 + 5x = x^3 + 2$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \text{ ق ق} \\ x = -2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

پس‌این جواب‌های این معادله ۲ و ۲- و $\frac{1}{3}$ می‌باشد که هیچ‌کدام ریشه مخرج نیستند و هر ۳ قابل قبول‌اند.

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$x = -\frac{7}{4}$ در دامنه‌ی $x < -3$ قرار دارد، بنابراین:

$$f\left(-\frac{7}{4}\right) = 2\left(-\frac{7}{4}\right) + 1 = -\frac{7}{2} + 1 = -\frac{5}{2}$$

اکنون می‌توانیم حاصل عبارت مورد نظر را به دست آوریم.

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) - f\left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{3}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$\left. \begin{aligned} S_{OAC} &= \frac{1}{2} OA \times OC \times \sin 75^\circ \\ S_{OBD} &= \frac{1}{2} OD \times OB \times \sin 75^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow OA \times OC = OB \times OD$$

$$\Rightarrow 2x(3x-1) = x(4x+1) \xrightarrow{x \neq 0} 2(3x-1) = 4x+1$$

$$\Rightarrow 6x-2 = 4x+1 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow OC = \frac{7}{2}, OD = \frac{3}{2} \Rightarrow CD = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای اینکه حاصل ضرب سه عدد طبیعی، عددی اول باشد، لازم است دو تا آن‌ها برابر یک و دیگری اول

باشد پس مثلاً تاس اول می‌تواند ۲، ۳ یا ۵ بیاید و در دو تاس دیگر عدد یک رو شود و همین طور عدد اول موردنظر می‌تواند در حالت‌های دیگر در تاس دوم یا سوم قرار گیرد. پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$n(A) = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$x \leq -1 \Rightarrow x+3 \leq 2 \Rightarrow 0 \leq (x+3)^2$$

$$-1 < x \leq 2 \Rightarrow 0 \leq |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -|x| \leq 0 \Rightarrow -3 \leq -|x|-1 \leq -1$$

بنابراین خواهیم داشت: $[-3, -1] \cup [0, +\infty) = [a, b] \cup [c, +\infty) \Rightarrow a+b+c = -4$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طول مستطیل را با x و عرض آن را با y نمایش می‌دهیم، پس داریم:

$$\begin{cases} x+y=10 \Rightarrow y=10-x \\ xy=20 \Rightarrow x(10-x)=20 \Rightarrow x^2-10x+20=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = 100 - 80 = 20$$

$$\begin{cases} x = \frac{10+\sqrt{20}}{2} = \frac{10+2\sqrt{5}}{2} = 5+\sqrt{5} \\ y = 10 - (5+\sqrt{5}) - (5-\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow E_1 = -E_R, E_2 = \frac{-E_R}{4}, E_3 = -\frac{E_R}{9}, E_4 = \frac{-E_R}{16}, E_5 = -\frac{E_R}{25}$$

اگر دقت کنیم اختلاف انرژی ترازهای ۲ و ۵ به اندازه 0.21 ریذبرگ است یعنی الکترون از تراز $n=2$ به تراز $n=5$ رفته است.

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \Delta r = r_5 - r_2 = 25a_0 - 4a_0 = 21a_0 = 21 \times \frac{5}{100} = \frac{105}{100} = 1.05 \text{ nm}$$

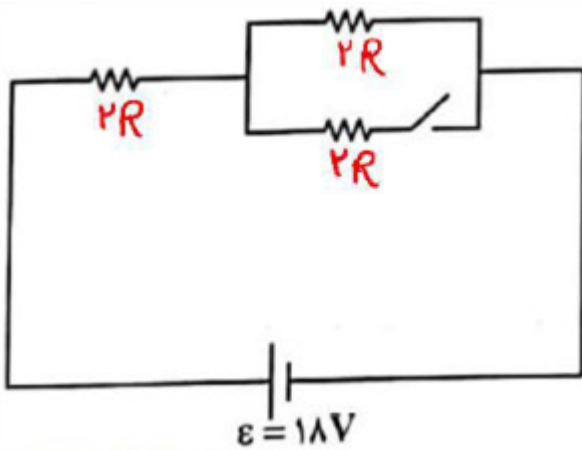
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$A = \pi r^2 = \pi \times 10^{-6} m^2$$

$$L = 2\pi r^2 \times N = 2\pi N \times 10^{-6} m$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \cancel{\rho} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{10^{-6}} \times \cancel{\pi} N \times 10^{-2}}{\cancel{\pi} \times \cancel{10^{-6}}} \Rightarrow 2 \times 10^{-2} N = 1 \Rightarrow N = \frac{100}{2} = 50$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید هر مقاومت $2R$ است. ۴۳



کلید باز : $R_T = 4R$

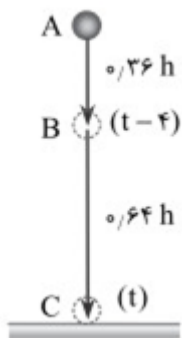
$$P = \frac{V^2}{R_T} = \frac{18^2}{4R}$$

کلید بسته : $R_T = 2R$

$$P = \frac{V^2}{R_T} = \frac{18^2}{2R}$$

$$\frac{18^2}{2R} - \frac{18^2}{4R} = 9 \Rightarrow \frac{18^2}{R} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right] = 9 \Rightarrow R = \frac{18^2}{12 \times 9} \Rightarrow \frac{18 \times 18}{12 \times 9} = 3 \Rightarrow 2R = 6 \pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل معادلات حرکت را می‌نویسیم. ۴۴



$$y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$\begin{cases} -0.36h = -\frac{1}{2}g(t-4)^2 \\ -h = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0.36 = \left(\frac{t-4}{t} \right)^2 \Rightarrow 0.6 = \frac{(t-4)}{t} \Rightarrow 0.6t = t-4 \Rightarrow 0.4t = 4 \Rightarrow t = 10(s)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم نسبت مقدار باقیمانده اولیه از یک ماده پرتوزا پس از n نیمه‌عمر از رابطه روبه‌رو تبعیت ۴۵

$$\frac{N_{\text{باقیمانده}}}{N_{\text{اولیه}}} = \frac{1}{2^n}$$

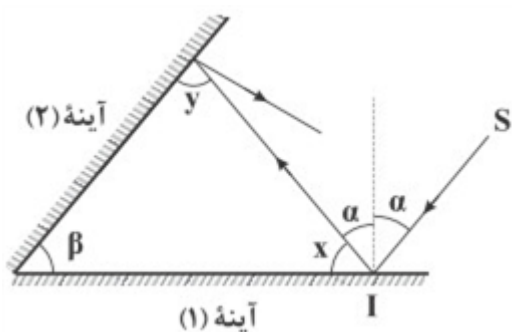
می‌کند:

که در آن n تعداد نیمه‌عمر گذشته از زمان است پس با توجه به این که $87/5$ درصد فروپاشیده شده، $12/5$ درصد باقی مانده است و داریم:

$$\frac{12/5}{100} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{100}{12/5} \Rightarrow 2^n = 8 = 2^3 \Rightarrow n = 3$$

پس ۳ نیمه‌عمر گذشته که معادل ۲۴ ساعت بوده است پس هر نیمه‌عمر ۸ ساعت است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اولین قدم حل سؤال رسم، شکل ساده‌ای از مسیر حرکت پرتو SI است.



در ادامه زوایای x و y را بر حسب α و β به دست می‌آوریم:

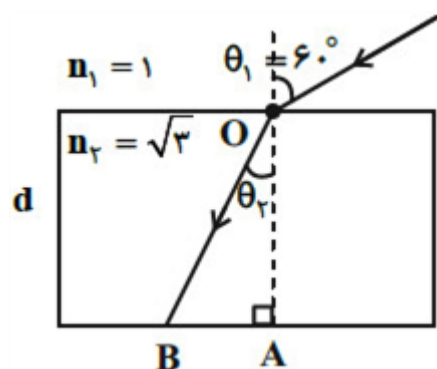
$$\hat{\alpha} + \hat{x} = 90^\circ \Rightarrow \hat{x} = 90^\circ - \hat{\alpha}$$

$$\hat{x} + \hat{y} + \hat{\beta} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{x}=90^\circ-\hat{\alpha}} \hat{y} = 90^\circ + \hat{\alpha} - \hat{\beta}$$

و در نهایت در صورت سؤال نسبت زاویه‌ی y به زاویه‌ی α برابر ۲ داده شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\hat{y}}{\hat{\alpha}} = \frac{90^\circ + \hat{\alpha} - \hat{\beta}}{\hat{\alpha}} = 2 \Rightarrow \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک قانون شکست اسنل، زاویه شکست را محاسبه و سپس تندی انتشار نور در تیغه را محاسبه می‌کنیم.



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin \theta_2} = \sqrt{3} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

$$n_2 = \frac{c}{v_2} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3 \times 10^8}{v_2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{3} \times 10^8 \frac{m}{s}$$

تندی انتشار نور در تیغه برابر است با:

میزان جابه‌جایی نور در تیغه (OB) برابر است با:

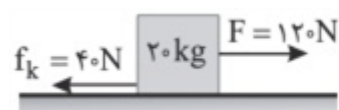
$$\overline{OB} = v_2 \Delta t = \sqrt{3} \times 10^8 \times 5 \times 10^{-9} \Rightarrow \overline{OB} = 5\sqrt{3} \times 10^{-1} m$$

در مثلث OAB داریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{5\sqrt{3} \times 10^{-1}} \Rightarrow d = 0.75 m = 75 \text{ cm}$$

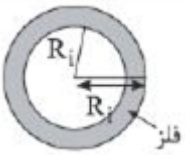
بنابراین ضخامت تیغه برابر با ۷۵ cm می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۰ N نشان‌دهنده‌ی $f_{s \max}$ و ۴۰ N نشان‌دهنده‌ی f_k است. چون $F = 120 \text{ N}$ از $f_{s \max}$ بیشتر است، بنابراین جسم به حرکت درآمده است.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 120 - 40 = 20a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_i t = \frac{1}{2} \times 4 \times 9 + 0 = 18 m$$



$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow v = \frac{m}{\rho} \Rightarrow v = \frac{340}{5} = 68 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم فلز} = \frac{4}{3}\pi R_o^3 - \frac{4}{3}\pi R_i^3 \Rightarrow 68 = 4R^3 - 4(4)^3 \Rightarrow 4R^3 = 68 + 4(4)^3$$

$$\Rightarrow R^3 = 17 + (4)^3 = 17 + 64 \Rightarrow R^3 = 81 \Rightarrow R = \sqrt[3]{81}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۰

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \alpha \Delta \theta = 5 \times 10^{-3} \times (10 - 50) \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = -200 \times 10^{-3} = -0.2$$

$$\Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_1} = -0.2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} - 1 = -0.2$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1 - 0.2 = 0.8 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 0.8 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{10}{8} \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = 0.25 \xrightarrow{\times 100} \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = \%25$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق تعریف، آهنگ شارش حجمی شاره، برابر نسبت حجم شارۀ جابه‌جا شده به زمان است. بنابراین داریم: ۵۱

$$\text{آهنگ شارش حجمی} = \frac{V}{t} \Rightarrow \text{آهنگ شارش حجمی} = \frac{3/6L}{1 \text{ min}} = \frac{3600 \text{ cm}^3}{60s} = 60 \frac{\text{cm}^3}{s}$$

از طرف دیگر، طبق معادله پیوستگی، آهنگ شارش حجمی در تمامی قسمت‌های لوله یکسان و ثابت است. بنابراین برای قسمت خروجی لوله داریم:

$$\text{آهنگ شارش حجمی} = V_t = Av \Rightarrow 60 = \pi r^2 \times v \xrightarrow{r=2 \text{ cm}} 60 = 3 \times 4 \times v \Rightarrow v = 5 \frac{\text{cm}}{s}$$

برای بررسی وضعیت، مایع درون لوله U شکل، چون طبق اصلی برنولی، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد. لذا، با توجه به این که تندی شاره در سمت راست لوله (قطر بزرگ‌تر) کمتر از سمت چپ آن است؛ بنابراین، فشار در سمت راست لوله بیشتر خواهد بود، در نتیجه، ارتفاع مایع در سمت راست پایین می‌رود و در سمت چپ بالاتر خواهد رفت.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. توان مفید را حساب می‌کنیم: ۵۲

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{P_{\text{مفید}}}{1500} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 1200 \text{ W}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{بمب}} + W_{\text{mg}} = \frac{1}{2}mv^2 = 0 \Rightarrow W_{\text{بمب}} - mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{بمب}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$W_{\text{بمب}} = 100 \times 10 \times (11/8) + \frac{1}{2} \times 100 \times (4)^2 \Rightarrow W_{\text{بمب}} = 12600 \text{ J}$$

زمان انجام این کار مفید خواهد شد:

$$\Rightarrow 1200 = \frac{12600}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10.5 \text{ s}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. امواج در حین عبور از شکاف‌هایی که پهنای آنها در حدود طول موج امواج باشد پراشیده می‌شوند و به منطقه سایه‌مانع می‌رسند. بنابراین با توجه به طول موج به دست آمده، گزینه ۲ صحیح است.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^9} = 0.15 \text{ m} = 150 \text{ mm}$$

پس از پراش موج به ناحیه سایه می‌رسد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رابطه اثر فوتوالکتریک یعنی $K_m = hf - W$ و $W = \frac{hc}{\lambda}$ داریم:

$$K_m = hf - \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \nu = 4 \times 10^{-15} f - \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}}$$

$$\nu = 4 \times 10^{-15} f - 4 \Rightarrow 4 \times 10^{-15} f = 11 \Rightarrow f = \frac{11}{4} \times 10^{15} = 2.75 \times 10^{15} \text{ Hz} = 2.75 \times 10^{15} \times 10^{-12} = 2750 \text{ THz}$$

$$\frac{\lambda_{\text{هوای}}}{\lambda_{\text{شیشه}}} = \frac{n_{\text{شیشه}}}{n_{\text{هوای}}} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{هوای}}}{300} = \frac{3}{2} \Rightarrow \lambda_{\text{هوای}} = 450 \text{ nm}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1250}{450} = \frac{125}{45} = \frac{25}{9} \text{ eV}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

(۱) نادرست. واکنش هسته‌ای در صورت جذب نوترون کند توسط اورانیوم ۲۳۵ ادامه می‌یابد.

(۲) نادرست. غنی‌سازی باعث افزایش غلظت اورانیوم ۲۳۵ می‌شود.

(۳) درست. هم‌جوشی دوتریم و تریتیوم است.

(۴) نادرست. از کادمیم و بور برای کنترل تعداد نوترون استفاده می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک مقدار توان تلف‌شده در مقاومت که از رابطه‌ی RI^2 به دست می‌آید، جریان در مدار را محاسبه می‌کنیم.

$$P = RI^2 \Rightarrow 10 = 2/5 I^2 \Rightarrow I^2 = 4 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

حال به کمک جریان به دست آمده می‌توان ε_2 را به دست آورد:

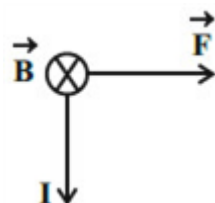
$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon_2 - 6}{2/5 + 0/5 + 1} \Rightarrow \varepsilon_2 - 6 = 8 \Rightarrow \varepsilon_2 = 14 \text{ V}$$

مقدار ε_2 را به این دلیل به دست آوردیم که جهت جریان در مدار را متوجه شویم. براساس مقدار به دست آمده جهت جریان در مدار، پادساعتگرد است.

حال برای به دست آوردن پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی A با توجه به وصل بودن قسمتی از مدار به زمین که پتانسیل صفر دارد، می‌توان نوشت:

$$V_A + \varepsilon_2 - Ir_2 = V_E = 0 \Rightarrow V_A = -\varepsilon_2 + Ir_2 \\ \Rightarrow V_A = -14 + 2 \times 1 = -12 \text{ V}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون دست راست، گزینه‌ی «۴» جواب صحیح خواهد بود. (۵۹)



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت کنید جریان عبوری از مقاومت R ، ΔA است، یعنی جریانی که باتری ایجاد می‌کند برابر ΔA (۶۰)

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow \Delta = \frac{q}{5 \times 60} \Rightarrow q = 1500 C$$

است:

$$\Delta U = q\Delta V = (1500)(12) = 18000 J = 180 kJ$$

مقدار انرژی ایجاد شده توسط باتری تا تخلیه:

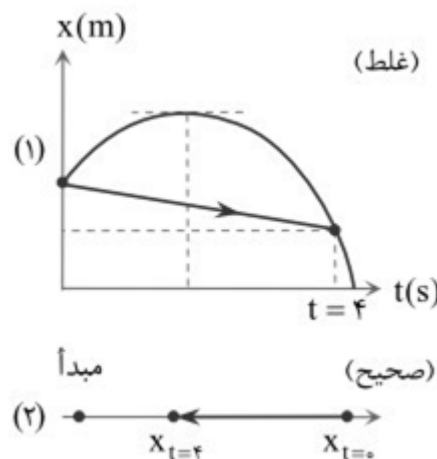
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۶۱)

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow E = \frac{12 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{-8}} \Rightarrow E = 4 \times 10^2 \frac{N}{C}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نیروی الکترواستاتیکی بلند برد و نیروی هسته‌ای کوتاه برد است. (۶۲)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توجه داشته باشید که بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان به مکان جسم وصل می‌شود. این بردار (۶۳)

باید روی مسیر حرکت مشخص شود. برخی دانش‌آموزان به اشتباه روی نمودار مکان - زمان مطابق شکل (۱) بردار مکان را رسم می‌کنند.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۶۴)

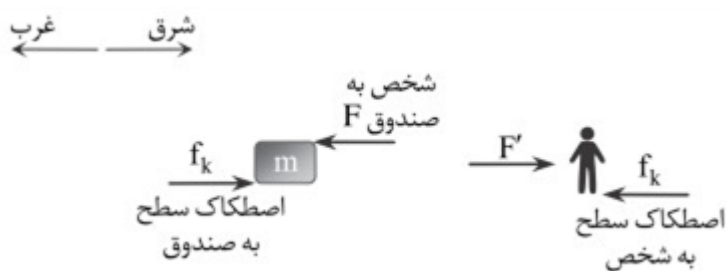
درستی گزینه‌ی ۱: در بازتاب آینه‌ای فقط ناظر B می‌تواند پرتو بازتابیده را دریافت کند.

درستی گزینه‌ی ۲: اگر بازتاب پخشنده باشد، هر ۳ ناظر می‌توانند بازتاب‌ها را دریافت کنند.

درستی گزینه‌ی ۳: در اثر بازتاب یا شکست، بسامد پرتو تابیده شده تغییر نمی‌کند.

نادرستی گزینه‌ی ۴: در مقایسه با طول موج نور مرئی اگر ابعاد ناهمواری‌ها در حدود ۱۰ میکرومتر باشد، بازتاب پخشنده خواهد بود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۵



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پرتوهای α برد کوتاهی دارند و واپاشی α در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد. ۶۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۷

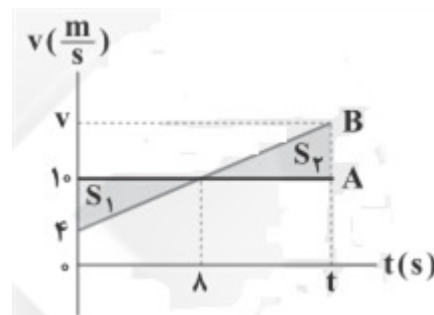
در سرعت حدی نیروی مقاومت هوا برابر وزن شده و برآیند نیروهای وارد بر قطره باران، صفر و در نتیجه شتاب حرکت صفر شده و سرعت به حداکثر مقدار خود می‌رسد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین برای آن که دو ۶۸

متحرک به هم برسند، کافی است لحظه‌ای را پیدا کنیم که مساحت مثلث‌های S_1 و S_2 یکسان باشد، بنابراین:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \begin{cases} 8 = t - 8 \Rightarrow t = 16s \\ 10 - 4 = -10 \Rightarrow v = 16 \frac{m}{s} \end{cases}$$

بنابراین دو متحرک در پایان ثانیه‌ی شانزدهم به هم می‌رسند و تندی متحرک B در این لحظه برابر با ۱۶ متر بر ثانیه است.



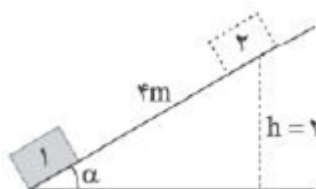
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$Q = mC\Delta\theta \Rightarrow 1680 = 0.1 \times 4200 \times (\theta_r - 0) \Rightarrow \theta_r = 4^\circ C$$

همان‌طور که می‌دانید حجم آب از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ کاهش می‌یابد و پس از دمای $4^\circ C$ با افزایش دما، حجم آب نیز افزایش می‌یابد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به پایستگی انرژی داریم: ۷۱



$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow mgh + \frac{k_1}{4} - k_1 = -fd$$

$$30h - \frac{2}{4} \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 64 \right) = -12 \Rightarrow 30h = 60 \Rightarrow h = 2m$$

ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است، بنابراین $\hat{\alpha} = 30^\circ$ است.

۷۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون اهم‌تر دستگای رقمی (دیجیتال) است.

پس دقت اندازه‌گیری آن برابر با $1\mu s / 0.0001$ است. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$0.0001\mu s \times \frac{10^{-6}s}{1\mu s} \times \frac{1ns}{10^{-9}s} = 0.1ns$$

۷۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 40.8 = 13.6 \times h \Rightarrow h = \frac{40.8}{13.6} = 3.0 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P = 3.0 \text{ cmHg}$$

۷۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|Q_L| = 12 \text{ kJ}$$

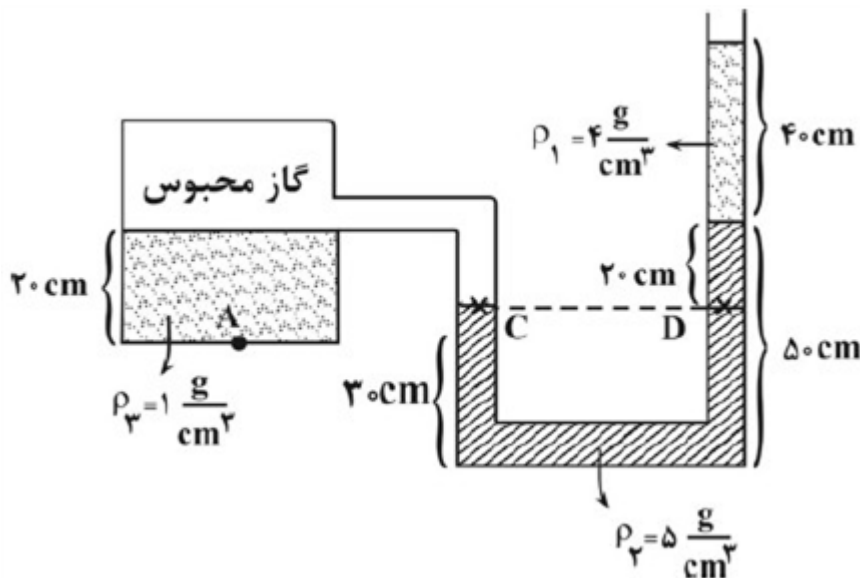
$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0.2 = 1 - \frac{12}{Q_H} \Rightarrow \frac{12}{Q_H} = 0.8 \Rightarrow Q_H = 15 \text{ kJ}$$

$$|W| = Q_H - |Q_L| \quad 15 - 12 = 3 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ W}$$

۷۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به همترازی در لوله U شکل می‌توان فشار گاز محبوس را محاسبه کرد:



$$P_C = P_D \Rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} = P. + \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2$$

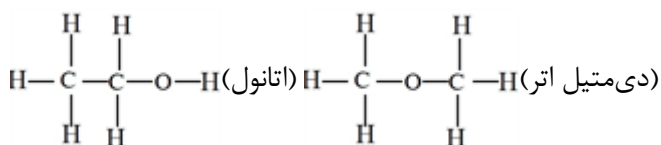
$$P_{\text{گاز}} = 100000 + 4000 \times 10 \times \frac{4}{100} + 5000 \times 10 \times \frac{2}{100}$$

$$P_{\text{گاز}} = 100000 + 16000 + 10000 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 126000 \text{ Pa}$$

$$P_A = P_{\text{گاز محبوس}} + \rho_3 gh_3 \quad \text{سپس فشار در نقطه A را محاسبه می‌کنیم:}$$

$$P_A = 126000 + 1000 \times 10 \times \frac{2}{100} \Rightarrow P_A = 128000 \text{ Pa} \Rightarrow P_A = 128 \text{ kPa}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اتانول و دی‌متیل اتر هر دو دارای فرمول مولکولی (C_2H_6O) هستند ولی ساختار گسترده و خواص فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند و ایزومر ساختاری به‌شمار می‌روند.



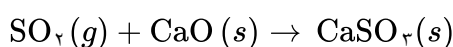
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

موارد (آ)، (ب) و (پ) نادرست هستند. بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست، سوخت هواپیما به طور عمده از نفت سفید تهیه می‌شود که شامل آلکان‌هایی از ده تا پانزده کربن است.

(ب) نادرست، متان گاز سبک، بی‌بو و بی‌رنگ است که هرگاه مقدار آن در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد، احتمال انفجار وجود دارد.

(پ) نادرست، یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال‌سنگ به دام انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها با عبور گازهای خروجی از روی کلسیم اکسید است.



(ت) درست

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد دوم و چهارم نادرست هستند. بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و نمی‌توان برای پلیمرها فرمول مولکولی و جرم مولی دقیقی تعیین کرد.

مورد چهارم: هر ترکیب آلی که در ساختار خود پیوند ($\text{C}=\text{C}$) داشته باشد، می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲: عنصرهایی که آرایش الکترونی لایه ظرفیت مشابهی دارند، اغلب در یک گروه قرار می‌گیرند.

گزینه ۳: به عنوان مثال هلیوم در گروه ۱۸ جدول تناوبی است و در لایه آخر خود فقط ۲ الکترون دارد.

گزینه ۴: نماد عدد اتمی، Z است و A ، نماد عدد جرمی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جلای نقره‌ای فلز سدیم در مجاورت هوا به تندی از بین می‌رود و سطح آن کدر می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

صابون جامد را نمایش می‌دهد که A قسمت ناقطبی بوده و آب‌گریز و چربی‌دوست است، در حالی که B قسمت قطبی بوده و آب‌دوست و چربی‌گریز است و کل قسمت A و B ، آنیون پاک‌کننده مورد نظر می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میان مولکول‌های اتیلن گلیکول، همانند اوره پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نیم‌واکنش کاهش نیکل به صورت $\text{Ni}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Ni}$ می‌باشد. غلظت محلول از 0.04 به 0.02 رسیده است $\Leftarrow 0.02$ مولار مصرف شده است. بررسی همه موارد: مورد اول: نادرست.

$$?g\text{Ni} = 1 \cdot L\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{0.02 \text{ mol Ni}_2(\text{SO}_4)_3}{1 L\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{2 \text{ mol Ni}}{1 \text{ mol Ni}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{58g\text{Ni}}{1 \text{ mol Ni}} = 23/2 g\text{Ni}$$

$$\Rightarrow ?g\text{Ni} (\text{هر قطعه}) = \frac{23/2}{5000} = 0.00464g\text{Ni}$$

مورد دوم: نادرست.

$$? \text{mol } e^- = 1 \cdot L\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{(0.04 - 0.02) \text{ mol Ni}_2(\text{SO}_4)_3}{1 L\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{2 \text{ mol Ni}}{1 \text{ mol Ni}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{3 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol Ni}}$$

$$= 1/2 \text{ mol } e^-$$

مورد سوم: درست. ۲۰ درصد ناخالصی به این معنا می‌باشد که نمک ۸۰ درصد خالص است.

$$?g\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3 = 1 \cdot L\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{0.02 \text{ mol Ni}_2(\text{SO}_4)_3}{1 L\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{404g\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{ mol Ni}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{100g\text{خالص}}{80g\text{خالص}}$$

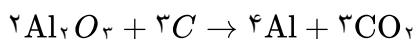
$$= 10.1g\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3 (\text{ناخالص})$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد ب و پ درست هستند. بررسی موارد نادرست:

الف) در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، گاز هیدروژن به عنوان سوخت پیوسته وارد می‌شود.

ت) سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی در حدود ۲۰ درصد دارد و اکسایش آن در سلول سوختی بازده آن را تا ۳ برابر افزایش می‌دهد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله موازنه شده واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$\frac{x \times 10^3 \text{ kg C} \times \frac{75}{100}}{3 \times 12} = \frac{y \times 10^3 \text{ kg Al}}{4 \times 27} = \frac{800 \times 10^3 L\text{CO}_2}{3 \times 40} \Rightarrow \begin{cases} y = 720 \text{ kg Al} \\ x = 320 \text{ kg C} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جدول تناوبی دارای ۷ دوره و ۱۸ گروه است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

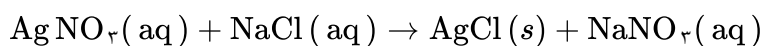
گزینه ۱: با فرایند اسمز معکوس آب دریا را تصفیه می‌کند.

گزینه ۲: هوا و آب دریا از جمله محلول‌هایی هستند که از یک حلال و چند حل‌شونده تشکیل می‌شوند.

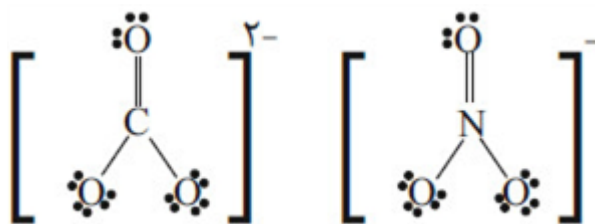
گزینه ۳: پیوند هیدروژنی در مولکول‌ها نیست بلکه بین مولکول‌ها است.

گزینه ۴: درست است، یون با حجم بیشتر یون کلرید هست با توجه به شکل کتاب درسی به سر مثبت مولکول‌های آب یعنی هیدروژن‌ها نزدیک است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های دوم و چهارم صحیح هستند.



مورد اول: مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده (واکنش‌دهنده و فراورده) برابر ۴ می‌باشد.



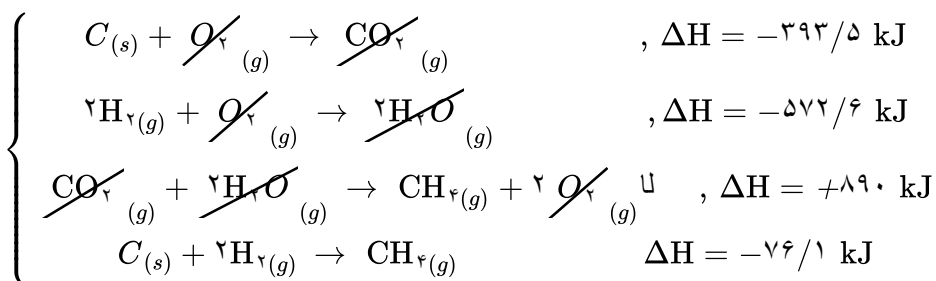
مورد دوم:

مورد سوم:

$$\frac{3}{4} \text{g AgNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{170 \text{ g AgNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol AgNO}_3} \times \frac{143.5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} = \frac{2}{87} \text{g AgCl}$$

مورد چهارم: رسوب نقره کلرید همانند کلسیم فسفات، سفید رنگ می‌باشد.

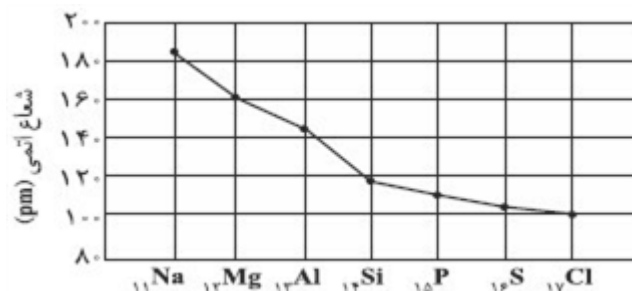
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طرفین واکنش دوم را در عدد (۲) ضرب کرده، واکنش سوم را معکوس کرده و سپس هر سه واکنش را با هم جمع می‌نماییم.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های پ و ت به درستی بیان نشده‌اند. بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) همان طوری که مشاهده می‌کنید روند تغییرات شعاع با افزایش عدد اتمی کاهشی است اما میزان تغییراتش ثابت نیست.

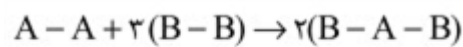
(ت) برای رد این عبارت می‌توان به Sc^{3+} با آرایش الکترونی گاز نجیب آرگون اشاره نمود.



$$\frac{\Delta H(A-A)}{\Delta H(B-B)} = 2 \rightarrow \Delta H(A-A) = 2x, \Delta H(B-B) = x$$

$$\frac{\Delta H(A-B)}{\Delta H(B-B)} = 3 \rightarrow \Delta H(B-B) = x, \Delta H(A-B) = 3x$$

با توجه به گرماده بودن واکنش ($\Delta H = -780$) می‌توان نوشت:



$$-780 = [(2x) + (3x)] - [2 \times 3 \times 3x] \rightarrow x = 60 \text{ kJ}$$

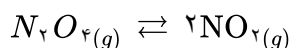
$$H(A-B) = 3x \xrightarrow{x=60} H(A-B) = 3 \times 60 = 180 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta H_1 = \frac{(-1530)}{2} = -765 \quad \boxed{2 \div} \text{ واکنش اول}$$

$$\Delta H_2 = 3(-376) = -1128 \quad \boxed{3 \times} \text{ واکنش دوم}$$

$$\Delta H_3 = -\frac{3}{2}(-572) = 858 \quad \boxed{\times \left(-\frac{3}{2}\right)} \text{ واکنش سوم}$$

$$(-765) + (-1128) + (858) = -1035$$



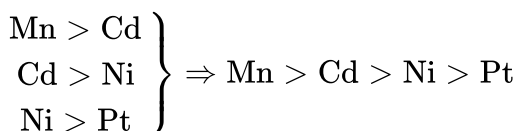
۱ : قبل تعادل .

۲x : بعد تعادل

$$\rightarrow 1 - x + 2x = 1 + x = 1/75 \rightarrow x = 0/75$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{مول } N_2O = 0/25 \text{ mol} \\ \text{مول } NO = 1/5 \text{ mol} \end{cases} \rightarrow K = \frac{|NO|^2}{|N_2O|} = \frac{\left(\frac{1/5}{10}\right)^2}{\frac{0/25}{10}} = 0/9$$

با توجه به واکنش‌های داده شده می‌توان واکنش‌پذیری فلزات مذکور را به این صورت مقایسه کرد:

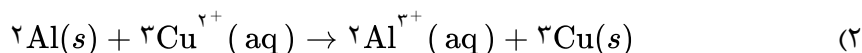


بنابراین شدت واکنش بین تیغه منگنز و محلول NiSO_4 بیش‌تر از شدت واکنش بین تیغه کادمیم و NiSO_4 می‌باشد و واکنشی بین تیغه نیکل و محلول NiSO_4 و تیغه پلاتین و محلول NiSO_4 انجام نمی‌شود، در نتیجه دمای محلول نیز تغییری نخواهد کرد بنابراین:

$$\theta_1 > \theta_2 > \theta_3 = \theta_4$$

$$\text{emf} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = 0/8 + 0/4 = 1/2$$

(۱) در برخی از واکنش‌های اکسایش - کاهش افزون بر دادوستد الکترون، انرژی نیز آزاد می‌شود.



به ازای کاهش هر ۳ مول یون مس، ۶ مول الکترون جابه‌جا می‌شود. بنابراین می‌توان گفت به ازای کاهش هر مول یون مس، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

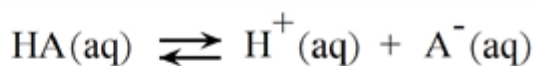
(۳) هرچه دمای محلول واکنش بیشتر افزایش یابد، واکنش‌پذیری و قدر کاهندگی فلز بیشتر و پایداری آن کمتر است.

(۴) مقایسه‌ی قدرت کاهندگی به صورت $(\text{Al} > \text{Zn} > \text{Cu} > \text{Au})$ می‌باشد.

$$> \text{mol HA} = \frac{5}{4} \text{g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{44 \text{ g HA}} = 0.11 \text{ mol HA}$$

$$M_{\text{HA}} = \frac{0.11 \text{ mol}}{0.4 \text{ L}} = 0.275 \text{ mol L}^{-1}$$

$$[\text{A}^-] = \frac{1/4 \times 10^{-5} \text{ mol}}{0.4 \text{ L}} = 4 \times 10^{-6} \text{ mol. L}^{-1}$$



غلظت اولیه ۰/۵ ۰ ۰

تغییر غلظت -x +x +x

غلظت تعادلی ۰/۵ - (4×10^{-6}) 4×10^{-6} 4×10^{-6}

از عدد 4×10^{-6} در مقابل ۰/۵ صرف‌نظر می‌کنیم.

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} = \frac{4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{0.5} = 3.2 \times 10^{-11}$$

$$\text{pH} = 1/3 \Rightarrow [\text{H}] = 5 \times 10^{-2} \Rightarrow K = \frac{(\text{H})(\text{F})}{\text{HF}} \Rightarrow 5 \times 10^{-2} = \frac{(5 \times 10^{-2})^2}{\text{HF}} \rightarrow [\text{HF}] = 5$$



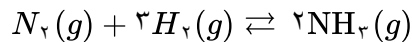
$$0.05 \times 19 = 0.95 \text{ gr}$$

$$K = \frac{[\text{H}][\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \Rightarrow 1/6 \times 10^{-6} = \frac{x^2}{2/5} \Rightarrow [\text{H}^+] = 2 \times 10^{-3} = [\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

$$\Rightarrow g\text{CH}_3\text{COO}^- = 2 \times 10^{-3} \times 59 = 0.118 \text{ g}$$

$$\text{تفاوت} = 0.95 - 0.118 = 0.832$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۹



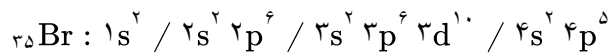
آغاز: $\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 0$

لحظه تعادل: $\frac{1-x}{4} \quad \frac{1-3x}{4} \quad \frac{2x}{4}$

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{1-x}{4} \right) + \left(\frac{1-3x}{4} \right) \right] = \frac{2x}{4} \Rightarrow x = 2$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} = \frac{\left(\frac{2x}{4}\right)^2}{\left(\frac{1-x}{4}\right) \left(\frac{1-3x}{4}\right)^3} = \frac{1}{\frac{2}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^3} = 5/33$$



گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

↓↓↓

$$6 + 6 + 5 = 17$$

۱۷ الکترون در آخرین زیر لایه‌ی اشغال شده‌ی آن جای دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۰۰ میلی‌لیتر محلول را فرض می‌کنیم: ۱۰۱

$$\text{حل شونده } 200g = 80 \times \text{ملو حل شونده } 2/5$$

$$\text{محلول } 1200g = 1200 \text{ ml} \times 1/2$$

$$\text{حلال } 1200 - 200 = 1000g$$

$$\text{انحلال پذیری} = \frac{200}{1000} \times 100 = 20$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق داده‌های سؤال ۴۰ گرم محلول اولیه شامل ۱۵ گرم حل‌شونده و ۲۵ گرم آب است. ابتدا حساب می‌کنیم ۲۵ گرم آب در دمای $10^\circ C$ توانایی حل کردن چند گرم $NaNO_3$ را دارد: ۱۰۲

$$?gNaNO_3 = 25gH_2O \times \frac{80gNaNO_3}{100gH_2O} = 20gNaNO_3$$

بنابراین با توجه به مقدار حل‌شونده اولیه موجود (۱۵g)، تمام ۵ گرم سدیم نیترات جامد اضافه شده به صورت محلول درمی‌آید.

$$V_1 = at_1 + V., V_2 = a(t_1 + 1) + V.$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۳

$$\rightarrow V_2 + V_1 = [a(t_1 + 1) + V.] - [at_1 + V.] = a$$

$$\frac{(V_2 - V_1)}{V_1} = \frac{a}{V_1} = \frac{0/1}{27/3} = \frac{1}{273}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۴

(۱) نادرست است. مانند $_{28}Ni, _{30}Zn^{2+}$

(۲) نادرست است. $ns(n-2)f(n-1)d \xrightarrow{5} 5s^3 4d^5 f$

در دوره ۵ زیرلایه $5d$ پر نشده است.

(۳) درست است.

(۴) نادرست است. گره ۳ و ۱۳ هر دو ۳ الکترون ظرفیت دارند.

قسمت اول: ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



کاهش جرم ظرف واکنش به دلیل خروج گاز است، پس کافی است جرم گاز خارج شده را تعیین کنیم:

$$10g\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{1\text{molAl}_2(\text{SO}_4)_3}{342g\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{3\text{molSO}_2}{1\text{molAl}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{64g\text{SO}_2}{1\text{molSO}_2} \cong 6g\text{SO}_2$$

$$\text{درصد کاهش جرم} = \frac{\text{جرم گاز خارج شده}}{\text{جرم اولیه}} \times 100 = \frac{6}{10} \times 100 = 60\%$$

قسمت دوم:

$$10g\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{1\text{molAl}_2(\text{SO}_4)_3}{342g\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{3\text{molSO}_2}{1\text{molAl}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{22/4L\text{SO}_2}{1\text{molSO}_2}$$

$$\times \frac{1L\text{Ne}}{1L\text{SO}_2} \times \frac{1\text{molNe}}{22/4L\text{Ne}} \times \frac{20g\text{Ne}}{1\text{molNe}} \cong 1/754g\text{Ne}$$

