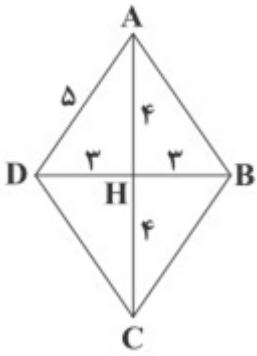


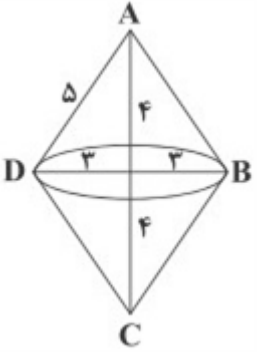
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در لوزی قطرها عمود منصف یکدیگرند. بنابراین خواهیم داشت.

۱



$$AD^2 = AH^2 + DH^2 \Rightarrow 5^2 = 4^2 + 3^2 \\ \Rightarrow AH = 4$$

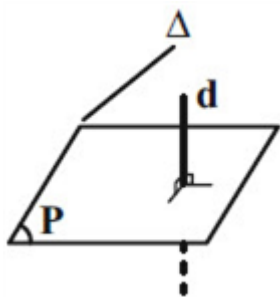
در ضمن از دوران لوزی حول قطر آن دو مخروط هم حجم به وجود می آید.



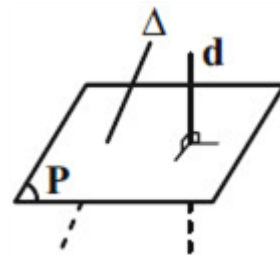
$$V = 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi (3)^2 (4) = 24\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی اند (در فضا) بنابراین اگر خط  $\Delta$  بر صفحه  $P$  عمود باشد با خط  $d$  موازی خواهد شد که خلاف فرض مسئله است.

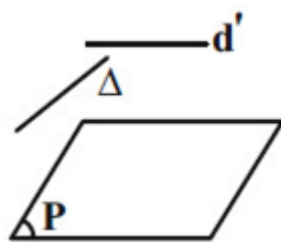
۲



(۲) مثال نقض:



(۱) مثال نقض:

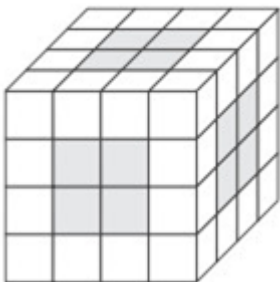


(۴) مثال نقض ( $\Delta$ ,  $d'$  متنافر هستند):

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مکعب های نمایش داده شده در هر وجه فقط یک وجه رنگ شده دارند، پس تعداد کل آنها برابر است با:

۳

$$6 \times 4 = 24$$

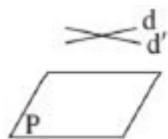


گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

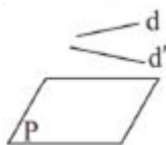
گزاره‌های «ب» و «ج» درست هستند.

بررسی گزاره‌های نادرست:

الف) نادرست زیرا دو خط موازی با یک صفحه، علاوه بر موازی بودن می‌توانند متقاطع یا متنافر باشند.

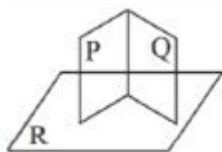


در این شکل دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  با صفحه  $P$  موازی هستند.

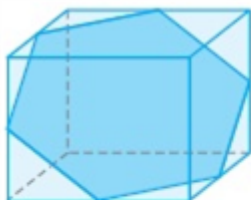


در این شکل دو خط متنافر  $d$  و  $d'$  با صفحه  $P$  موازی هستند.

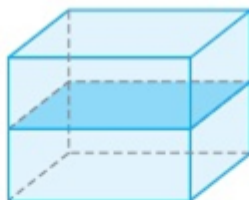
د) نادرست، در شکل زیر دو صفحه  $P$  و  $Q$  بر صفحه  $R$  عمود هستند ولی موازی نیستند.



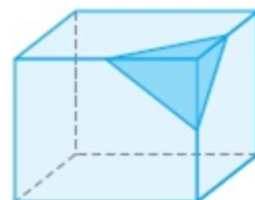
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



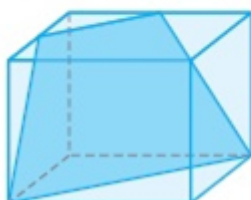
۶ ضلعی



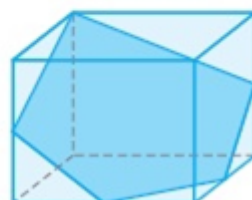
مستطیل



مثلث



دوازده



۵ ضلعی

بنابراین هر پنج شکل می‌تواند ایجاد شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شکل حاصل از دوران، از یک مخروط، استوانه و یک نیم کره تشکیل شده است (شکل را ببینید). توجه کنید که:

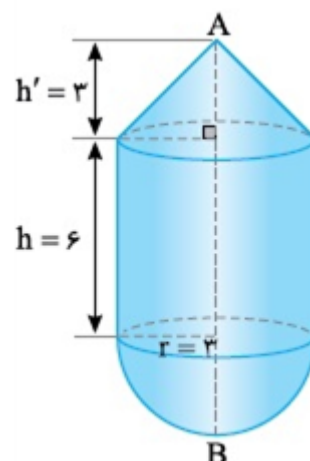
$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h' = 9\pi$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi r^2 h = 54\pi$$

$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{2}{3} \pi r^3 = 18\pi$$

بنابراین:

$$V_{\text{شکل حاصل}} = 9\pi + 54\pi + 18\pi = 81\pi$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموع فواصل یک نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع  $a$  از سه ضلع مثلث برابر است

با ارتفاع مثلث پس برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$  است.

از طرفی مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $a$  برابر است:  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 3\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

$$\text{مجموع فواصل} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

$$f(4) = 4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $n(S) = 36$ ، حالت‌های مطلوب وقتی ایجاد می‌شوند که  $(a, b)$  به صورت‌های

$(2, 1)$ ،  $(4, 2)$  و  $(6, 3)$  باشد که در آن  $a$  عدد مربوط به تاس  $A$  و  $b$  عدد مربوط به تاس  $B$  است. پس:  $n(A) = 3$  در نتیجه:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$



برای آن که هیچ ۲ افسری کنار هم نباشند، باید ۴ افسر را به گونه‌ای مختلف در ۴ عدد از دایره‌ها قرار دهیم. بنابراین داریم:

$$\begin{array}{ccccc} 6! & \times & \binom{7}{4} & \times & 4! = 604800 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{جایگشت سربازها} & & \text{قرارگیری 4 افسر} & & \text{جایگشت افسرها} \\ & & \text{در 4 دایره از 7} & & \\ & & \text{دایره ممکن} & & \end{array}$$

12

$$\frac{f'(r)}{g'(-1)} = 1 \Rightarrow \frac{f'(r)}{-5} = 1 \Rightarrow f'(r) = -5$$

$$f(\mathfrak{r}) \times g(\mathfrak{r}) = \frac{-\delta}{\mathfrak{r}} \times \mathfrak{r} = -\delta$$

f تابعی ثابت است، پس  $f(2) = f(3) = -\frac{5}{2}$  و لذا داریم:

13

$$\begin{cases} f(\cdot) = \frac{1}{2} \\ f(4) = -3 \times 4 + 5 = -13 \\ f(-4) = -\frac{1}{4}(-4) + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{-2f(\cdot) - f(4)}{f(-4)}} = \sqrt{\frac{-4 + 13}{\frac{3}{2}}} = \sqrt{\frac{9}{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{3}$$

14

ش ت ش) بچینیم. بنابراین:

$$\text{تعداد کل حالات} = 4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$C(n, r) = 1 \Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!r!} = 1$$

15

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2} = 15 \Rightarrow n(n-1) = 30$$

$$n^2 - n - 3 = 0 \Rightarrow (n - 6)(n + 5) = 0$$

$$\begin{cases} n - \hat{r} = \cdot \Rightarrow n = \hat{r} \\ n + \hat{s} = \cdot \Rightarrow n = -\hat{s} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$P(v, r) = \frac{v!}{(v-r)!} = \frac{v!}{r!} = v!$$

١٩

الف) برای دانستن این موضوع که بهترین سریال از نظر مردم چیست از طریق مصاحبه یا پرسش‌نامه می‌توان داده‌ها را جمع‌آوری کرد.

(ب) تعداد افرادی که در روز جمعه به رستوران مراجعه خواهند کرد از طریق مشاهده به دست می‌آید.

پ) نرخ رشد باروری در سال ۹۵ را می‌توان از طریق اطلاعات ذخیره شده (دادگان‌ها) بررسی کرد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$x^2 - x - 1 = -1 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

$$x^2 - x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

$$x^2 - x - 1 = 5 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3, -2$$

دامنه‌ی این تابع  $\{0, 1, -1, 2, -2, 3\}$  خواهد بود که جمع اعضای آن‌ها برابر ۳ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم فضای نمونه‌ای تولد چهار فرزند  $2^4 = 16$  عضو دارد.

پیشامد مطلوب آن است که این خانواده دو پسر و دو دختر داشته باشد:

$$A = \{(د, پ, پ, پ), (د, پ, پ, د), (د, د, پ, پ), (د, د, پ, د), (د, د, د, پ), (د, د, د, د)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد قطعات به کار رفته در خودرو (کمی نسبتی)، جنسیت افراد (کیفی اسمی)

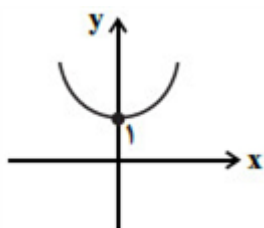
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) به ترتیب: کمی نسبتی - کیفی ترتیبی

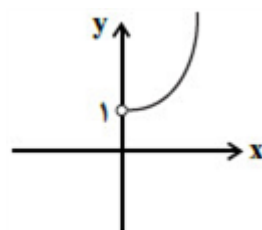
(۳) به ترتیب: کمی نسبتی - کیفی ترتیبی

(۴) به ترتیب: کمی فاصله‌ای - کیفی اسمی

است که با شرط

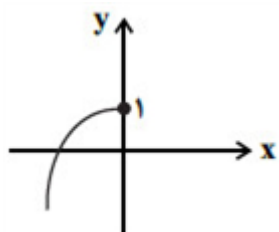


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع  $x^2 + 1$  با یک انتقال عمودی تابع  $y = x^2$  به صورت

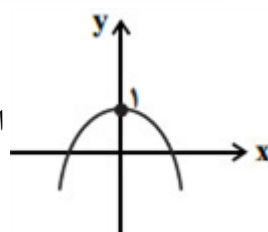


$x > 0$  به این صورت می‌شود.

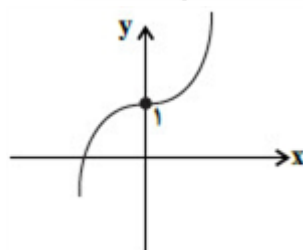
می‌شود. با



است که با شرط  $x \leq 0$  به صورت



تابع  $-x^2 + 1$  به صورت



رسم دو ضابطه‌ی تابع داریم:

۲۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای انتخاب اولین حرف یک راه داریم، باید «م» انتخاب شود. برای انتخاب دومین حرف، ۸ راه وجود دارد. برای سومین حرف، ۷ راه و برای حرف چهارم ۶ راه. بنابراین تعداد کلمات موردنظر برابر است با:

$$6! \times 7! \times 8! \times \frac{1}{6} = 336$$

۲۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x + 4y + 3 = 2 \\ 2x - y - 5 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 4y = -1 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = -1$$

$$\begin{cases} 2x + y = 2(3) + (-1) = 5 \\ xy = (3)(-1) = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{دامنه} = \{5, -3\}$$

۲۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سن افراد: کمی پیوسته  
تعداد پسته‌ها: کمی گسسته  
نوع آلودگی هوا: کیفی اسمی

۲۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A' = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

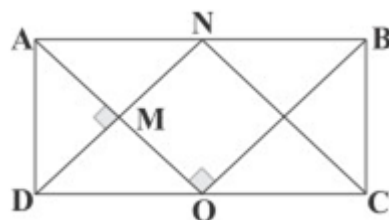
$$n(A') = 6 \Rightarrow n(A) = 30$$

$$P(A) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

۲۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ج و د غلط است.

ج: به تعداد اعضای جامعه، اندازه جامعه می‌گویند.  
د: اندازه نمونه کمتر از اندازه جامعه یا مساوی آن است.

۲۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم از تقاطع نیمسازهای داخلی مستطیل یک مربع حاصل می‌شود. حال طول ضلع مربع را به دست می‌آوریم. مثلث‌های AMD و AOB قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین هستند.



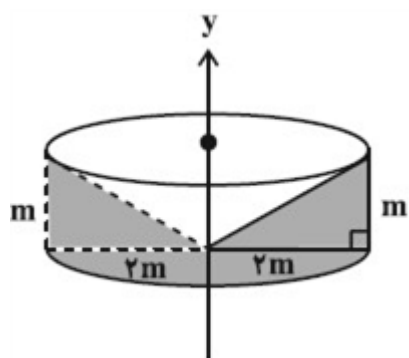
$$AM = DM \Rightarrow AD^2 = AM^2 + DM^2 \xrightarrow{AD=b} b^2 = 2AM^2 \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{2}}{2} b$$

$$OA = OB \Rightarrow AB^2 = OB^2 + OA^2 \xrightarrow{AB=a} a^2 = 2OA^2 \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

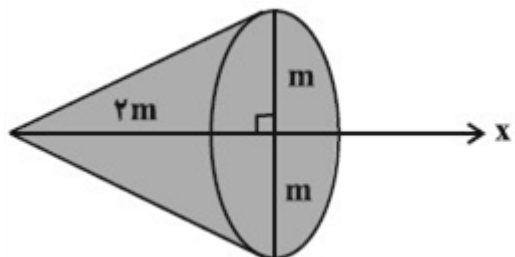
$$\text{طول یک ضلع مربع} = OM = OA - AM = \frac{\sqrt{2}}{2} a - \frac{\sqrt{2}}{2} b = \frac{\sqrt{2}}{2} (a - b)$$

$$\text{مساحت مربع} = \left( \frac{\sqrt{2}}{2} (a - b) \right)^2 = \frac{1}{2} (a - b)^2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به اندازه‌های روی شکل حجم شکل اولی برابر است با:



$$\begin{aligned} V_1 &= \pi(m)^2 \times m - \frac{1}{3}\pi(m)^2 \times m \\ &= \frac{2}{3}\pi(m^3) = \frac{2\pi}{3}m^3 \end{aligned}$$



حجم شکل دومی برابر است با:

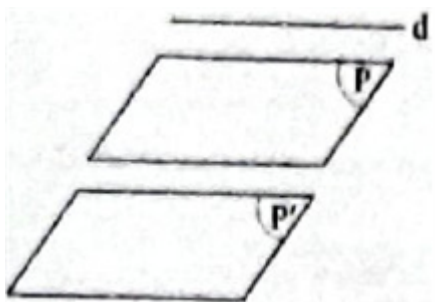
$$V_2 = \frac{1}{3}\pi(m^2) \times (2m) = \frac{2\pi}{3}m^3$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 1 \quad \text{در نتیجه:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر  $P$  و  $P'$  بر هم عمود باشند.

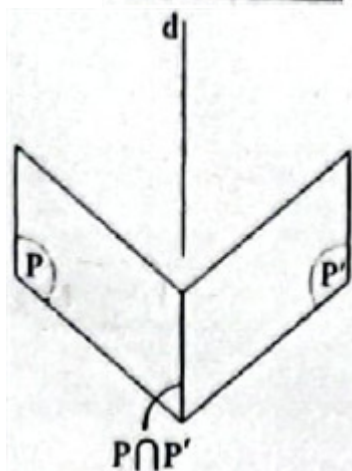


بررسی سایر گزینه‌ها:



تناقض  $d \parallel P \Rightarrow d \parallel P'$

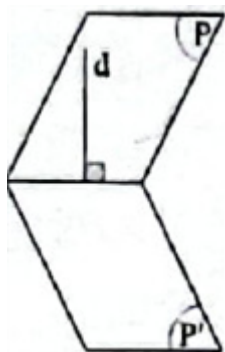
(۱) اگر  $P \parallel P'$  باشد:



$\Rightarrow \begin{cases} d \parallel P \\ d \parallel P' \end{cases}$  تناقض

(۳) اگر  $d$  با فصل مشترک  $P$  و  $P'$  موازی باشد:

(۴) اگر  $d$  بر فصل مشترک  $P$  و  $P'$  عمود باشد:



تناقض  $d$  با هر دو صفحه  $P$  و  $P'$  متقاطع است  $\Rightarrow$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طول نقطه‌ی شکستگی نمودار (نقطه‌ی عوض شدن شیب خط)، ریشه‌ی عبارت داخل قدرمطلق است،

پس:

$$2x - a = 0 \Rightarrow 2x = a \Rightarrow x = \frac{a}{2}$$

$$\frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a = 6$$

با توجه به نمودار:

مقدار تابع به‌ازای  $x = 3$  برابر  $-1$  است، در نتیجه:

$$f(3) = |2(3) - 6| + b = -1 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow b \text{ میانگین } a \text{ و } 6 = \frac{a + b}{2} = \frac{6 + (-1)}{2} = \frac{5}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمایش زوج مرتبی تابع  $f$  به صورت زیر است:

$$f = \{(m + 2, 2), (2, m - 1), (2, 3), (m - 1, n + 3), (3, 5)\}$$

مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب برابرند، پس باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشند:

$$(2, m - 1) = (2, 3) \Rightarrow m - 1 = 3 \Rightarrow m = 4$$

$$f = \{(4, 2), (2, 3), (3, n + 3), (3, 5)\}$$

مقدار  $m$  را در تابع قرار می‌دهیم و آن را بازنویسی می‌کنیم:

$$(3, n + 3) = (3, 5) \Rightarrow n + 3 = 5 \Rightarrow n = 2$$

دو زوج مرتب با مؤلفه‌های اول برابر داریم، بنابراین:

$$f = \{(4, 2), (2, 3), (3, 5)\}$$

پس تابع  $f$  برابر است با:

دامنه و برد تابع  $f$  عبارتند از:

$$D_f = \{4, 2, 3\}$$

$$R_f = \{2, 3, 5\} \Rightarrow \text{مجموعه اعضای غیرمشتک} = \{5, 4\}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2 \times 1} = 220$$

تعداد اعضای پیشامد برابر است با:

$$n(A) = \binom{8}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{8!}{6! \times 2!} \times \frac{4!}{3! \times 1!} = 28 \times 4 = 112 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{11! + 10!}{11! - 10!} = \frac{11 \times 10! + 10!}{11 \times 10! - 10!} = \frac{10!(11 + 1)}{10!(11 - 1)} = \frac{12}{10} = 1\frac{1}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زوج مرتب‌هایی که مؤلفه‌ی اول یکسانی دارند، می‌بایست مؤلفه‌ی دوم آنها نیز برابر باشد:

$$\begin{cases} x - 2y = -7 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{تفاضل: } 3y = 12 \Rightarrow y = 4, x = 1 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{-x - 4y} = \frac{17}{-17} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3 - a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

$$(1) a = 1 \Rightarrow (2, -1), (2, 1 - b) \Rightarrow 1 - b = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$(2) a = -1 \Rightarrow (2, -1), (2, 3 - b) \Rightarrow 3 - b = -1 \Rightarrow b = 4$$

در هر صورت  $a + b$  برابر با ۳ می‌باشد. در صورتی که گزینه‌های دیگر همواره برقرار نمی‌باشند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۷)

حروف کلمه‌ی «سبز» را در یک دسته و حروف «ق» و «ر» را در یک دسته قرار می‌دهیم. توجه کنید که حروف کلمه‌ی «سبز» نمی‌توانند جابه‌جا شوند، ولی حروف «ق» و «ر» می‌توانند جابه‌جا شوند.

ی ه م و ق ر سبز  
۶ تا

تعداد کلماتی که می‌توان ساخت:  $6! \times 2!$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۸)

در دو حالت تساوی داده شده برقرار است:

$$1) n^2 - 5n + 9 = 3 \Rightarrow n^2 - 5n + 6 = 0 \Rightarrow (n - 2)(n - 3) = 0$$

$$\Rightarrow n = 2, n = 3$$

$$2) (n^2 - 5n + 9) + 3 = 8 \Rightarrow n^2 - 5n + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 1)(n - 4) = 0$$

$$\Rightarrow n = 1, n = 4$$

مجموع مقادیر ممکن:  $2 + 3 + 1 + 4 = 10$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید ۵ نفر را به ترتیب برای توزیعی کتاب‌ها انتخاب کرد: (۳۹)

$$P(5, 5) = \frac{5!}{(5-5)!} = \frac{5!}{1!} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۰)

$$= \binom{n}{4} = 70 \Rightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} = 70 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4! \times (n-4)!} = 70$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 = 120 \Rightarrow n = 8$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شکل زیر مراحل تغییر یخ صفر درجه‌ی سلسیوس به آب ۲۰ درجه‌ی سلسیوس و رابطه‌ی مربوط به (۴۱)

$$\begin{array}{ccc} \text{یخ } 0^\circ \text{C} & \xrightarrow{\quad} & \text{آب } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{\quad} \text{آب } 20^\circ \text{C} \\ \downarrow & & \downarrow \\ Q = mL_f & & Q = mC\Delta\theta \end{array}$$

گرمای لازم برای هر تغییر را نشان می‌دهد.

$$\begin{cases} Q_1 = mL_f = 336m \\ Q_2 = mC\Delta\theta = m \times 4/2 \times 20 = 84m \end{cases} \rightarrow \frac{336m}{336m + 84m} = \frac{336}{336 + \frac{1}{4}336} = \frac{4}{5} = 80\%$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که شیب نمودار  $P - V$  ثابت است یک رابطه‌ی خطی به صورت  $P = aV$  بین فشار و (۴۲)

حجم گاز در نظر می‌گیریم که در آن  $a$  شیب نمودار است.

$$P = aV \Rightarrow \frac{P}{V} = a = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_2}{V_2} = \frac{P_1}{V_1} \xrightarrow{V_2=3V_1} \frac{P_2}{3V_1} = \frac{P_1}{V_1} \Rightarrow P_2 = 3P_1$$

$$PV = nRT \rightarrow \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{(3P_1)(3V_1)}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{9}{T_2} = \frac{1}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 9$$

$$\begin{cases} Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \\ \Delta V = V_1 (\alpha) \Delta\theta \Rightarrow \Delta V = \frac{\alpha V_1 Q}{mc} \end{cases}$$

در نتیجه برای رابطه‌ی مقایسه‌ای خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{V_{1A}}{V_{1B}} \times \frac{Q_A}{Q_B} \times \frac{m_B}{m_A} \times \frac{c_B}{c_A} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 1 \times 1 \times \frac{2}{1} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کره با شعاع  $R$  را  $A$  و کره با شعاع  $2R$  را  $B$  می‌نامیم. به علت هم جنس بودن:

$$\alpha_A = \alpha_B \text{ و } \rho_A = \rho_B \text{ و } C_A = C_B$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A C_A \Delta Q_A = Q_B \Rightarrow m_B C_B \Delta Q_B$$

$$\rho_A \times \frac{4}{3} \pi R^3 C_A \Delta Q_A = \rho_B \times \frac{4}{3} \pi (2R)^3 C_B \Delta Q_B$$

$$\Delta Q_A = 8 \Delta Q_B$$

$$\frac{\Delta A_B}{\Delta A_A} = \frac{4 \pi (2R)^2 \times \alpha_B \times \Delta Q_B}{4 \pi R^2 \times \alpha_A \times \Delta Q_A} = 4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \Delta L = L_1 \alpha \Delta T \\ \Delta V = V_1 \times \alpha \Delta T \end{cases} \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روابط تغییرات طول و حجم از این قرار هستند:}$$

$$\begin{cases} \frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta T \\ \frac{\Delta V}{V_1} = \alpha \Delta T \end{cases}$$

پس تغییرات طول و حجم نسبت به مقدار اولیه خودشان:

$$\text{بنابراین درصد تغییرات طول} = \alpha \Delta T \times 100$$

بنابراین درصد تغییرات طول و حجم برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \alpha \Delta T \times 100$$

پس:

نکته: درصد تغییر حجم ۳ برابر درصد تغییر طول است. از طرفی درصد تغییر چگالی منفی درصد تغییر حجم است زیرا:

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{V_1 (1 + \alpha \Delta T)} = \frac{\frac{m}{V_1}}{1 + \alpha \Delta T} = \frac{\rho_1}{1 + \alpha \Delta T} \approx \rho_1 (1 - \alpha \Delta T)$$

$$\rightarrow \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 = -\rho_1 \times \alpha \Delta T \rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = -\alpha \Delta T = -\frac{\Delta V}{V_1}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در معادله حالت نوع گاز اهمیت ندارد و فقط تعداد مول‌ها مهم است:

$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{6}{2} = 3 \text{ mol}, n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{112}{28} = 4 \text{ mol}$$

$$n_t = 4 + 3 = 7 \text{ mol}$$

$$PV = nRT \Rightarrow P \times 1 \times 10^{-2} = 7 \times 8.314 \times 300 \Rightarrow P = \frac{1200}{10^{-2}} = 12 \times 10^5 \text{ pa} = 12 \text{ atm}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در فرآیند هم‌فشار داریم:

$$\left. \begin{aligned} Q_P &= nC_P \Delta T \\ \Delta U &= nC_V \Delta T \end{aligned} \right\} \rightarrow W = \Delta U - Q = \underbrace{(C_V - C_P)n\Delta T}_{-R} = nR\Delta T$$

$$\rightarrow \frac{W}{Q_P} = \frac{\cancel{nR\Delta T}}{\cancel{nC_P\Delta T}} = \frac{-R}{\frac{5}{2}R} = \frac{-2}{5}$$

اما توجه داشته باشید که  $W$  کار محیط روی گاز است و چون کار گاز روی محیط  $40\text{ J}$  است  $W = -40\text{ J}$  می‌شود.

$$\rightarrow \frac{40}{Q_P} = \frac{-2}{5} \rightarrow Q_P = 100\text{ J}$$

$$\rightarrow \Delta U = Q + W = +100 + (-40) = 60\text{ J}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{aligned} P_1 &= 75 + 17/5 = 92/5 \\ h_1 &= 12 \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} P_2 &= 75 \\ h_2 &= ? \end{aligned} \right.$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow h_2 = 14/8 + 5/5 = 20/8 \text{ cm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار گرمایی را که یخ می‌گیرد تا به دمای صفر درجه‌ی سلسیوس برسد، می‌یابیم:

$$Q_1 = m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta \xrightarrow{m_{\text{یخ}}=100\text{ g}, c_{\text{یخ}}=2/1 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}, \Delta\theta=0-(-5)=5^\circ\text{C}} Q_1 = 100 \times 2/1 \times 5 = 1050\text{ J}$$

گرمایی که آب  $10^\circ\text{C}$  از دست می‌دهد تا به دمای  $0^\circ\text{C}$  برسد، برابر است با:

$$Q_2 = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta' \xrightarrow{m_{\text{آب}}=200\text{ g}, c_{\text{آب}}=4/2 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}, \Delta\theta=0-10=-10^\circ\text{C}} Q_2 = 200 \times 4/2 \times (-10) = -8400\text{ J}$$

از  $8400\text{ J}$  گرمایی که آب از دست می‌دهد،  $1050\text{ J}$  آن صرف رساندن دمای یخ  $5^\circ\text{C}$  به صفر درجه‌ی سلسیوس می‌شود و مابقی صرف ذوب کردن بخشی از جرم یخ می‌شود.

$$\text{مقدار گرمایی که صرف ذوب یخ می‌شود} = 8400 - 1050 = 7350\text{ J}$$

$$Q' = m' L_f \Rightarrow 7350 = m' \times (336) \Rightarrow m' = 21/875\text{ J} \simeq 22\text{ g}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{در شکل الف: } L_B - L_A = 2\text{ cm}$$

در شکل الف طول میله‌ی  $A$ ،  $2\text{ cm}$  کمتر از  $B$  و در شکل ب طول میله‌ی  $B$   $3\text{ cm}$  بیشتر از میله‌ی  $A$  است. بنابراین داریم:

$$\Delta L_A - \Delta L_B = 5\text{ cm} \Rightarrow L_A \times \alpha_A \times \Delta\theta - L_B \times \alpha_B \times \Delta\theta = 5$$

$$L_A \times 2 \times 10^{-5} \times 200 - L_B \times 3 \times 10^{-3} = 5$$

$$4L_A - 3L_B = 5000$$

$$\left\{ \begin{aligned} (L_B - L_A = 2) \times (3) &\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} 3L_B - 3L_A &= 6 \quad (1) \\ 4L_A - 3L_B &= 5000 \quad (2) \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \text{از جمع کردن دو معادله‌ی (۱) و (۲)} \Rightarrow L_A = 5006\text{ cm} = 50/06\text{ m}$$

۵۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطه‌ی تغییر طول در اثر تغییر دما، ضریب انبساط طولی فلز سازنده‌ی کره را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \xrightarrow{\Delta R = 0.8 \text{ mm}, \Delta \theta = 40^\circ \text{C}} 0.8 = 100 \times \alpha \times 40$$

$$R_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{2.0}{2} = 1.0 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

حالا می‌توانیم درصد تغییر حجم و مساحت کره را محاسبه کنیم:

$$\text{درصد تغییر حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 3\alpha \Delta \theta \times 100 \xrightarrow{\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \Delta \theta = 40^\circ \text{C}} 0.24\%$$

$$\text{درصد تغییر مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha \Delta \theta \times 100 \xrightarrow{\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \Delta \theta = 40^\circ \text{C}} 0.16\%$$

۵۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ضریب انبساط طولی میله را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = 0.1 \Rightarrow \frac{L_1 \alpha \Delta \theta}{L_1} \times 100 = 0.1 \Rightarrow \alpha \times 50 = 10^{-3} \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-3}}{50} \text{ K}^{-1}$$

برای محاسبه‌ی نسبت  $\frac{A_2}{A_1}$  برای صفحه‌ای هم جنس با میله می‌توان نوشت:

$$A_2 = A_1 (1 + 2\alpha \Delta \theta) \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 1 + 2 \times \frac{10^{-3}}{50} \times 100 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 1.004$$

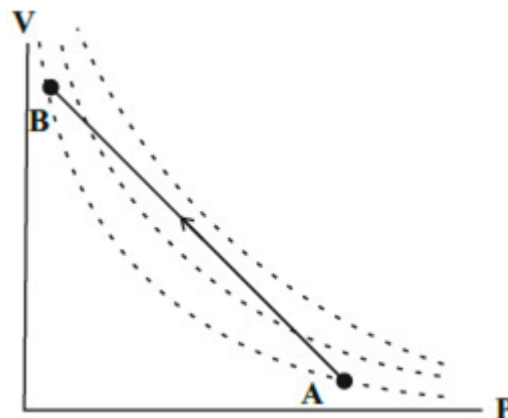
۵۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از معادله‌ی حالت برای فرایندهای هم‌دما، برای دماهای مختلف مقدار معینی گاز کامل داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow V \propto \frac{T}{P}$$

مشاهده می‌شود که فرایند از نقطه‌ی A شروع شده که در نمودار هم‌دمای ۱ قرار دارد و سپس به نمودار هم‌دمای ۲ رسیده که دمای آن از ۱ بیش‌تر است و سپس به ۳ و مجدداً به ۲ و ۱ برگشته است.

عبارت  $P_A V_A = P_B V_B$  نشان از این دارد که دمای حالت‌های A و B با هم برابر هستند، اما لزومی ندارد که دما در طول مسیر ثابت بماند.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به واحد ضریب انبساط حجمی، ابتدا تغییرات دما را برحسب درجه‌ی فارنهایت می‌نویسیم و سپس تغییر حجم را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \xrightarrow{\Delta T = \Delta \theta = 30^\circ C} \Delta F = \frac{9}{5} \times 30 = 54^\circ F$$

$$\Delta V = \beta V_1 \Delta F \xrightarrow[\substack{\beta = 5 \times 10^{-4} \frac{1}{F} \\ V_1 = 20000 L}]{\substack{\beta = 5 \times 10^{-4} \frac{1}{F} \\ V_1 = 20000 L}} \Delta V = (5 \times 10^{-4})(20000)(54) = 540 L$$

$$\Rightarrow V_2 = V_1 + \Delta V \Rightarrow V_2 = 20000 + 540 = 20540 L$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

بنا به رابطه‌ی  $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta t)$ ، رابطه تغییر چگالی جیوه برابر است با:

$$\rho_2 = \rho_1 = \rho_1 \beta \Delta T \Rightarrow \Delta \rho = -\rho_1 \beta \Delta T$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = -\beta \Delta T \xrightarrow[\substack{\beta = 18 \times 10^{-5} \frac{1}{C} \\ \Delta T = 50^\circ C}]{\substack{\beta = 18 \times 10^{-5} \frac{1}{C} \\ \Delta T = 50^\circ C}} \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = -18 \times 10^{-5} \times 50$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = -9 \times 10^{-3}$$

$$\xrightarrow{\text{محاسبه ی درصد تغییرات}} \frac{\Delta \rho}{\rho_1} \times 100 = -9 \times 10^{-3} \times 100 = -0.9\%$$

علامت منفی نشان می‌دهد چگالی جیوه کاهش یافته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-10^\circ C \xrightarrow{Q_1} 0^\circ C \xrightarrow{Q_2} 10^\circ C$$

$$Q = mC\Delta\theta + mL_f = 1 \times 2100 \times [0 - (-10)] + 1 \times 334 \times 10^3 = 21 \times 10^3 + 334 \times 10^3 = 355 \times 10^3 J = 355 kJ$$

$$\beta = 3\alpha = 3 \times 12 \times 10^{-6} = 36 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$V = V_1(1 + \beta \Delta \theta) \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \beta \Delta \theta = 36 \times 10^{-6} \times 100 = 36 \times 10^{-4} \times 100 = 0.36\%$$

$$P_1 = 5 \times 10^4 + 10^5 = 15 \times 10^4 Pa$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P_2 = 10^5 + 10^5 = 2 \times 10^5$$

$$\begin{cases} \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \\ V_2 = 2V_1 \end{cases} \Rightarrow T_2 = \frac{2}{3} T_1 \Rightarrow u_2 = \frac{2}{3} u_1 \Rightarrow u_1 = \frac{2}{3} (600) = 400 J$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همه موارد درست هستند.

(الف) عامل همرفت تغییر چگالی در دماهای مختلف بوده است.

(ب) جریان‌های باد ساحلی و انتقال گرما در خورشید همرفت طبیعی است.

(ج) سیستم خنک‌کننده موتور اتومبیل به وسیله پمپ و گردش خون به وسیله پمپاژ قلب انجام شده و همرفت واداشته است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مورد ب انتقال گرما به روش همرفت و مورد ج انتقال گرما به روش تابش است.

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 41 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = 5^{\circ}C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۱

با استفاده از رابطه‌ی میان دماسنج سلسیوس و دماسنج نامعلوم، داریم:

$$\begin{aligned} \theta_1 = 36^{\circ}C \rightarrow x_1 = 20 \\ \theta_2 = 96^{\circ}C \rightarrow x_2 = 200 \Rightarrow \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{5 - 36}{96 - 36} = \frac{x - 20}{200 - 20} \Rightarrow x - 20 = -93 \\ \Rightarrow x = -73 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۲

$$\Delta V = \Delta V_{\text{میع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = V \cdot (\beta - \alpha) \Delta \theta$$

$$\Delta V = 2000 \cdot (4 \times 10^{-4} - 6 \times 10^{-5}) \times 50 = 40 - 6 = 34 \text{ cm}^3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا شعاع کرده را محاسبه می‌کنیم. ۶۳

$$V_{\text{کر}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow 500 = \frac{4}{3} \times 3 \times r^3 \Rightarrow r^3 = 125 \Rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

بنابراین شعاع حفره نیز باید برابر ۵cm شود تا کره از داخل آن عبور کند، بنابراین تغییرات شعاع حفره باید ۱cm باشد، پس با استفاده از رابطه‌ی انبساط طولی داریم:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 1 = 4 \times 10^{-3} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 250^{\circ}C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌توان نوشت: ۶۴

$$V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \quad \frac{\Delta T = -27 = -27^{\circ}C = -27K}{T_1 = 27 + 273 = 300K}$$

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{-27}{300} = -\frac{9}{100} \times 100 \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = -9\%$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دمای اولیه‌ی آب برابر  $100^{\circ}C$  است. در دمای  $4^{\circ}C$ ، چگالی آب بیشینه می‌شود، پس باید دمای آب را  $96^{\circ}C$  معادل ۹۶K کاهش دهیم. دقت کنید که تغییرات دما برحسب کلون و درجه‌ی سلسیوس، یکسان است. ۶۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۶

در هر سه فرایند دمای دستگاه از  $T_1$  به دمای  $T_2$  افزایش یافته و چون انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی تابع دمای مطلق آن است، پس تغییر انرژی درونی در هر سه فرایند یکسان خواهد بود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۷

با توجه به نمودار، دمای گاز کاهش پیدا کرده است.

$$T_2 < T_1 \Rightarrow U_2 < U_1 \Rightarrow \Delta U < 0$$

بنابراین دمای گاز کاهش و فشار آن افزایش یافته است:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{\uparrow P_2 V_2}{T_2 \downarrow}$$

برای برقراری تساوی بالا باید حجم گاز نیز کاهش یابد.

$$W > 0 : \text{فرایند تراکمی}$$

با توجه به قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q < 0$$

ممکن است  $F - \theta = ۲۲$  و  $\theta - F = ۲۲$  باشد، بنابراین:

$$F - \theta = ۲۲ \Rightarrow \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ - \theta = ۲۲ \Rightarrow \frac{۴}{۵}\theta = -۱۰$$

$$\theta = -۱۲/۵^\circ C$$

$$\theta - F = ۲۲$$

$$\frac{-۴}{۵}\theta = +۵۴$$

$$\theta = -۶۷/۵^\circ C$$

$$\theta - \frac{۹}{۵}\theta - ۳۲ = ۲۲$$

در گزینه‌ها  $\theta = -۶۷/۵^\circ C$  وجود دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$Q_H = Q_{ab} + Q_{bc}$$

کار ماشین برابر با مساحت داخل چرخه است و داریم:

$$W_{abca} = -S = -۱۰ \times ۴ \times ۱۰^۲ = -۴۰۰۰ J$$

بازده ماشین را حساب می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{۴۰۰۰}{۱۰۰۰۰} = ۰/۴ = \%۴۰$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم ورقه را حساب می‌کنیم.

$$V_1 = Ah \xrightarrow{h=۱۰\text{mm}=۱\text{cm}} V_1 = ۲۵۰۰\text{cm}^3$$

اکنون تغییر حجم را به دست می‌آوریم.

$$\Delta V = V_1 \times 3\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta V = ۲۵۰۰ \times 3 \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۵} \times ۵۰ = ۶\text{cm}^3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$Q = Q_{\text{بخار}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ذوب}} + Q_{\text{یخ}}$$

$$\Rightarrow Q = mc\Delta\theta + mL_f + mc\Delta\theta + mL_v$$

$$\Rightarrow Q = ۱۰۰۰ \times ۰/۵ \times ۲۰ + ۱۰۰۰ \times ۸۰ + ۱۰۰۰ \times ۱ \times ۱۰۰ + ۱۰۰۰ \times ۵۴۰$$

$$\Rightarrow Q = ۱۰۰۰۰ + ۸۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ + ۵۴۰۰۰۰ = ۷۳۰۰۰۰\text{cal} = ۷۳۰\text{kcal}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا رابطه گرما را با توان گرمکن می‌نویسیم  $Q = P \times t$ . چون توان گرمکن ثابت است، اگر مدت زمان

$$Q_2 = \frac{1}{2}Q_1$$

نصف شود، گرما نیز که با آن رابطه مستقیم دارد نصف می‌شود. پس می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{c}{c} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{\frac{125}{100}\theta_1}{\theta_1} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{100}{125 \times 2} = \frac{4}{10}$$

$$\text{درصد تغییرات جرم} = \left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{4}{10} - 1\right) \times 100 = -۶۰\%$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت کنید که مطلوب سؤال ظرفیت گرمایی است، نه گرمای ویژه، خواهیم داشت:

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{مس}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$$

$$C(50 - 80) + 100 \times 0.4 \times (50 - 100) + 200 \times (50 - 10) + 500 \times 4/2 \times (50 - 10) = 0$$

$$-30C - 2000 + 8000 + 84000 = 0 \Rightarrow C = \frac{90000}{30} = 3000 \frac{J}{K}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{X_2 - X_1}{X_1 - X} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_1 - \theta} \Rightarrow \frac{120}{10 - X} = \frac{100 - 0}{0 - \theta} \Rightarrow -6\theta = 50 - 5K$$

$$X = 50 \Rightarrow \theta = \frac{100}{3} \simeq 33/33^\circ C$$

$$\frac{Y_2 - Y_1}{Y_1 - Y} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_1 - \theta} \Rightarrow \frac{205 - (-20)}{-20 - Y} = \frac{100 - 0}{0 - \theta} \Rightarrow -80 - 4Y = -9\theta$$

$$Y = 50 \Rightarrow \theta = \frac{280}{9} \simeq 31/1^\circ C$$

$$\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 - Z} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_1 - \theta} \Rightarrow \frac{105 - (-5)}{-5 - Z} = \frac{100 - 0}{0 - \theta} \Rightarrow -50 - 10Z = -11\theta$$

$$Z = 50 \Rightarrow \theta = 50^\circ C \xrightarrow{3, 2, 1} 50^\circ Z > 50^\circ X > 50^\circ Y$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 = \frac{9}{5}(T - 273) + 32$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$F = \frac{9}{5}T - 459/4$$

در این رابطه، عرض از مبدأ نمودار  $F$   $-459/4^\circ F$  است و به ازای  $T_1 = 400K$  داریم:

$$F_1 = \frac{9}{5}T_1 - 459/4 = \frac{9}{5}(400) - 459/4 = 260/6^\circ F$$

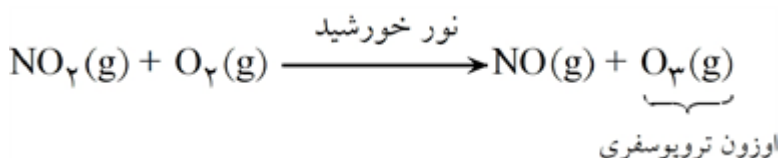
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. HF یک اسید ضعیف است و درصد یونش کوچکی دارد و الکترولیت ضعیف‌تری است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن، برگشت‌پذیر است و از این رو مقدار اوزون در لایه استراتوسفر ثابت می‌ماند.

گزینه (۳): رنگ قهوه‌ای روشن هوای آلوده کلان‌شهرها به دلیل وجود گاز  $NO_2$  می‌باشد.

گزینه (۴):



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ی نادرست:

مساحت برف در نیم‌کره‌ی شمالی به دلیل افزایش دمای کره‌ی زمین کاهش یافته است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت‌های ب و پ درست‌اند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت الف: هوای پاکی که تنفس می‌کنیم محلولی از گازهاست. اما در هوای آلوده ذرات گرد و غبار و آلاینده‌های جامد نیز وجود دارد که جزو محلول‌ها دسته‌بندی نمی‌شود.  
عبارت ت: محلول، مخلوطی همگن از دریا چند ماده بوده که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان و یکنواخت است.

۸۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اول) نادرست. نمک‌ها فقط در حالت مذاب و محلول رسانا هستند.  
دوم) نادرست. از استون نیز استفاده می‌شود.

$$\frac{4 \times 0.05 \times 56}{100} = 11/2g$$

سوم) درست

جرم مولی مول

چهارم) نادرست. اتانول رسانایی الکتریکی ندارد و HF نیز رسانایی کمی دارد اما به هم نمی‌رسند. (اتانول بصورت مولکولی حل می‌شود)

پنجم) درست. (کووالانسی و هیدروژنی)

۸۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آهک (کلسیم اکسید) یک اکسید فلزی است که خاصیت بازی دارد و برای افزایش میزان pH آب دریاچه‌های اسیدی استفاده می‌شود.

۸۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل زیر رفتار زمین در برابر پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد:



۸۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یون سولفات و یون کلرید و یون فسفات به ترتیب با یون‌های باریم، نقره و کلسیم رسوب‌های سفید رنگ باریم سولفات، نقره کلرید و کلسیم فسفات تولید می‌کنند.  
برای شناسایی هر یون از یون با بار مخالف آن استفاده می‌شود به طوری که با هم رسوب دهند.

۸۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

| گاز           | نیتروژن | آمونیاک | هیدروژن |
|---------------|---------|---------|---------|
| نقطه جوش (°C) | -۱۹۶    | -۳۳     | -۲۵۳    |

اگر یک گاز تا پایین‌تر از نقطه جوش آن سرد شود به حالت مایع درمی‌آید در نتیجه اگر این مخلوط تا  $198^{\circ}C$  - سرد شود، گازهای آمونیاک و نیتروژن مایع می‌گردند.

۸۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه (۱): میانگین بخار آب در هوا، حدود یک درصد است.

گزینه (۲): تغییر شیمیایی می‌تواند با تغییر رنگ، آزادسازی گاز و تشکیل رسوب همراه باشد.

گزینه (۳): در فشار ثابت، بین حجم یک نمونه گاز و دمای آن رابطه مستقیم وجود دارد.

۸۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تنها عبارت «ت» درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

(آ) حلال جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل کرده و مول بیش‌تری نیز دارد.

(ب) گلاب مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب است.

(پ) اندازه‌گیری حجم یک ماده به‌ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است.

۸۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در انحلال یونی، ماده‌ی حل‌شونده ویژگی ساختاری خود را حفظ نمی‌کند مانند انحلال  $\text{BaCl}_2$  و

$\text{Al}(\text{NO}_3)_3$  در آب.

۸۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مورد اول: غلط. جامدات شکل و حجم معین دارند و مایعات حجم معین دارند.

مورد دوم: با افزایش فشار فاصله بین مولکول‌ها کمتر می‌شود.

مورد سوم: صحیح

مورد چهارم: در دما و فشار ثابت یک مول از گازهای مختلف حجم یکسان دارند.

۹۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

انحلال‌پذیری گازها با دما رابطه‌ی عکس دارد. (رد گزینه‌ی ۳)

انحلال‌پذیری گازها با فشار رابطه‌ی مستقیم دارد. (رد گزینه‌ی ۲)

انحلال همه‌ی گازها در فشار صفر  $\text{atm}$  برابر صفر است. (رد گزینه‌ی ۴)

۹۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

عبارت اول: در مرحله I واکنش  $\text{N}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}$  در دمای بسیار بالا یا در اثر رعد و برق رخ می‌دهد. (درست)

عبارت دوم: مرحله III در حضور نور خورشید انجام می‌شود. (درست)

عبارت سوم: گاز  $\text{NO}_2$  که در مرحله II تولید می‌شود، قهوه‌ای رنگ است. (درست)

عبارت چهارم: در مرحله III که شامل واکنش  $\text{NO}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO} + \text{O}_3$  است، اوزون تروپوسفری تولید می‌شود. (نادرست)

عبارت پنجم: در واکنش اول و سوم ۲ مول گاز مصرف می‌شود و ۲ مول فراورده‌ی گازی تولید می‌شود. (درست)

۹۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱: بار جزئی اتم کربن در  $\text{CO}_2$  و اتم اکسیژن در  $\text{OF}_2$ ، مثبت است. اتمی که خاصیت نافلزی کمتری دارد بار جزئی مثبت می‌گیرد.

گزینه ۲: مولکول  $\text{CCl}_4$  ناقطبی است در حالی که پیوندهای  $\text{C} - \text{Cl}$  قطبی هستند.

گزینه ۳: بار جزئی گوگرد در  $\text{SCO}$  منفی و در  $\text{SO}_3$  مثبت است.

گزینه ۴: در ساختار یخ، حلقه‌های شش گوشه وجود دارد که هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و با دو اتم هیدروژن دیگر، با پیوند هیدروژنی مرتبط است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت‌های «ب» و «ت» درست است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف)  $\text{PCl}_3$  برخلاف  $\text{FeCl}_3$  یک ترکیب مولکولی است.

عبارت ب) با توجه به رابطه‌ی زیر، داریم:

$$\text{چگالی} = \frac{N_2 \text{ مولی}}{N_2 \text{ مولی}} = 28/22/4 = 1/25 \frac{g}{L}$$

عبارت پ) در اثر سوختن سوخت‌های سبز، بخار آب و گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود که گاز گلخانه‌ای هستند.

عبارت ت) با توجه به قوانین گازها در شرایط یکسان نسبت حجمی گازها همان نسبت مولی آن‌ها است. در نتیجه نسبت مولی گاز

$$\frac{2 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol He}} = \frac{2 \times 32}{1 \times 4} = 16$$

$O_2$  به گاز He برابر ۲ است:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

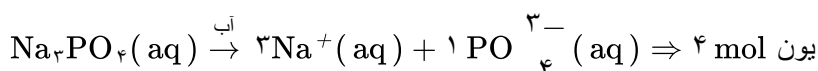
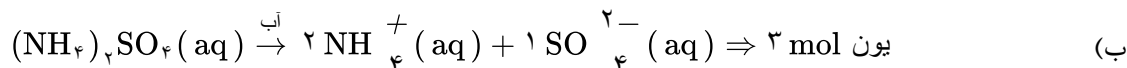
\* فراوان‌ترین آنیون، کلرید است که دارای آرایش الکترونی  $3s^2 3p^6$ :  $[\text{Ne}] 3s^2 3p^6$  و آخرین زیرلایه آن ۶ الکترون دارد.

\* تقریباً همه مواد حل شده، زیرا اغلب ترکیب‌های یونی و در شرایط معمولی دمایی و فشار، بخار نمی‌شوند.

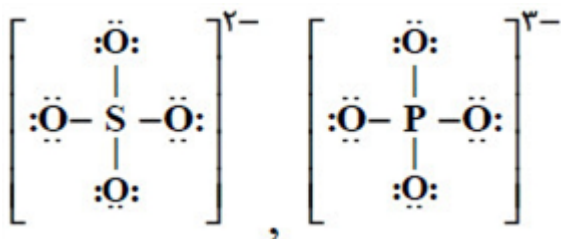
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط مورد آ و پ صحیح می‌باشند.

آ) گیاهان برای رشد مناسب، افزون بر  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  به عنصرهایی مانند S، P و ... نیاز دارند. آمونیوم سولفات یکی از کودهای

شیمیایی است که دو عنصر N و S را در اختیار گیاه قرار می‌دهد.



پ) در هر دو آنیون این نسبت خواسته شده برابر ۳ است.



ت) برای شناسایی یون کلسیم از آنیون فسفات و برای شناسایی یون باریم از آنیون سولفات استفاده می‌شود.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{mol}_{\text{SO}_4} = \frac{40}{98} = \frac{5}{12} \text{ mol} \\ \text{mol}_{\text{O}_2} = \frac{8}{16 \times 2} = \frac{1}{4} \text{ mol} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{12} = \frac{5}{12} \\ \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \end{array} \right. \rightarrow \frac{5}{12} > \frac{1}{4} \rightarrow$$

بنابراین  $\text{O}_2$  محدودکننده است و محاسبات باید طبق آن صورت گیرد.

$$8 \text{ gr } \text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{O}_2}{32 \text{ gr } \text{O}_2} \times \frac{2 \text{ mol } \text{SO}_2}{1 \text{ mol } \text{O}_2} \times \frac{64 \text{ gr } \text{SO}_2}{1 \text{ mol } \text{SO}_2} = 40 \text{ gr } \text{SO}_2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار رسوب را محاسبه می‌کنیم: ۹۷

| محلول | حلال | حل شونده | دما |
|-------|------|----------|-----|
| ۱۲۰   | ۱۰۰  | ۲۰       | ۶۰  |
| ۱۱۵   | ۱۰۰  | ۱۵       | ۴۰  |

} ۵ گرم رسوب

سپس باید محاسبه کنیم که برای حل کردن ۵ گرم نمک در دمای ۴۰ درجه سلسیوس به چه میزان آب احتیاج داریم:

$$\begin{array}{l} \text{آب} \quad \text{نمک} \\ 5g \rightarrow x \Rightarrow x = \frac{100 \times 5}{15} = 33.3g_{\text{آب}} \\ 15g \rightarrow 100 \end{array}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست: ۹۸

(۱) گاز نیتروژن ( $N_2$ ) ۲ اتمی است.

(۲) در دمای  $-200^\circ C$  هلیوم به حالت مایع در نمی‌آید، پس مخلوط هوای مایع در  $-200^\circ C$  شامل مقدار قابل توجهی هلیوم نیست.

(۳) نماد  $\Delta$  نشان‌دهنده‌ی این است که واکنش‌دهنده‌ها با گرما گرفتن شروع به انجام واکنش می‌نمایند ولی این موضوع ارتباطی به گرماگیر یا گرماده بودن واکنش (علامت  $\Delta H$ ) ندارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به فرمول زیر داریم: ۹۹

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{اولیه} = \frac{10 \times 98 \times 1/8}{98} = 18M$$

مرحله‌ی دوم:

$$M_1 V_1 = M_2 V_2 \Rightarrow 18 \times V_1 = 0.9 \times 10^{-1} \Rightarrow V_1 \times 5 \times 10^{-2} L = 5 \text{ mL}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

هیدروژن به عنوان یک سوخت غیرفسیلی هنگام سوختن در اکسیژن فقط بخار آب تولید می‌کند. از سوختن ۱ گرم آن، ۱۴۳ کیلوژول گرما آزاد می‌شود ولی نسبت به سوخت‌های فسیلی خیلی گران‌قیمت است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در فشار ۵ atm، حداکثر ۰/۰۳ گرم Ar در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود که معادل است با: ۱۰۱

$$0.03g \times \frac{1 \text{ mol}}{40g} = 0.75 \times 10^{-3} = 7.5 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$? \text{ mol SO}_4^{2-} = 432 \times 10^{-3} \text{ g SO}_4^{2-} \times \frac{1 \text{ mol SO}_4^{2-}}{96 \text{ g SO}_4^{2-}} = 4/5 \times 10^{-3} \text{ mol SO}_4^{2-}$$

$$[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{4/5 \times 10^{-3} \text{ mol}}{0.2 \text{ L}} = 2/25 \times 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

در محلول آلومینیم سولفات  $(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3)$ ، غلظت مولی یون آلومینیم،  $\frac{2}{3}$  برابر غلظت مولی یون سولفات است:

$$[\text{Al}^{3+}] = \frac{2}{3} \times 2/25 \times 10^{-2} = 1/5 \times 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۱۰۳

گزینه ۱: در حالت بخار، مولکول‌های  $\text{H}_2\text{O}$  آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر انتقال می‌یابند.  
گزینه ۲: در ساختار یخ، هر اتم O به دو اتم H با پیوند اشتراکی و به دو اتم H دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.  
گزینه ۳: در نقطه‌ی جوش آب، پیوندهای هیدروژنی شکسته، اما پیوندهای اشتراکی استحکام خود را حفظ می‌کنند.  
گزینه ۴: پیوند هیدروژنی خیلی ضعیف‌تر از پیوند اشتراکی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۴

هر چهار مورد درست است.

$$A \rightarrow 0.25 \text{ mol} \rightarrow V = \frac{22/4}{4} = 5/6 \text{ L}$$

$$C \rightarrow \text{تعداد اتم} = \frac{2 \times 6/0.2 \times 10^{23}}{4} = 3/0.1 \times 10^{23}$$

$$B \rightarrow 44/8 \text{ L} \rightarrow n = \frac{44/8}{22/4} = 2$$

$$D \rightarrow \text{تعداد اتم} = 2 \times 6/0.2 \times 10^{23} = 120.4 \times 10^{23}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۵

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 200 = \frac{\text{جرم حل شونده}}{1000} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم حل شونده} = 0.2 \text{ g} \left( \text{CO}_3^{2-} \right)$$

$$? \text{ mol CO}_3^{2-} = 0.2 \text{ g CO}_3^{2-} \times \frac{1 \text{ mol CO}_3^{2-}}{60 \text{ g CO}_3^{2-}} = 0.003 \text{ mol CO}_3^{2-}$$

با توجه به این که فرمول شیمیایی آمونیوم کربنات  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  است، پس:

$$? \text{ mol NH}_4^+ = 2 \times 0.003 = 0.006 \text{ mol NH}_4^+$$

