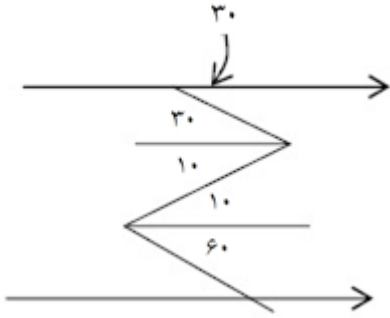


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رئوس  $a$  و  $۷۰$  دو خط به موازات دو خط موازی در شکل رسم می‌کنیم. در این صورت با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب زاویه  $۷۰$  درجه به دو زاویه  $۶۰$  و  $۱۰$  و زاویه  $a$  به دو زاویه  $۱۰$  و  $۳۰$  تقسیم می‌شود، پس  $a = ۴۰$ .



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال

$$\widehat{ABF} = \widehat{CAE} = \widehat{BCD} = x$$

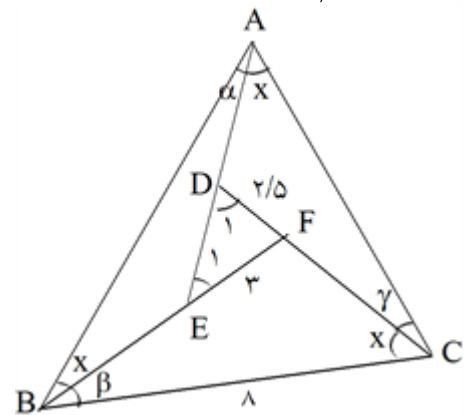
در این صورت داریم:

$$\triangle ABE \text{ زاویه خارجی } \widehat{E} \Rightarrow \widehat{E} = x + \alpha = \widehat{A}$$

$$\triangle ADC \text{ زاویه خارجی } \widehat{D} \Rightarrow \widehat{D} = x + \gamma = \widehat{C}$$

بنابراین دو مثلث  $\triangle ABC$  و  $\triangle DEF$  متشابهند، زیرا دارای دو زاویه مساویند.

$$\triangle DEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DF}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{۲/۵}{۸} = \frac{۳}{AB} \Rightarrow AB = \frac{۲۴}{۲/۵} = ۹/۶$$

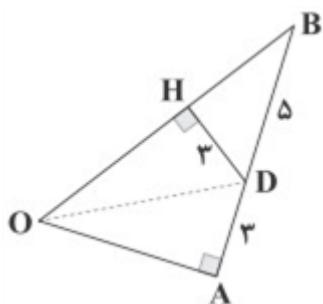


۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر نقطه واقع بر نیمساز هر زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. پس:

$$DH = AD = 3 \Rightarrow \triangle DHB : BH = 4$$

از مثلثات کمک می‌گیریم:



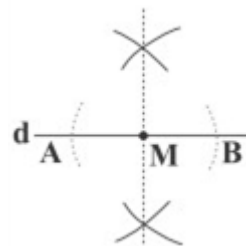
$$\triangle BHD : \begin{cases} \sin \widehat{B} = \frac{HD}{BD} = \frac{3}{5} \\ \cos \widehat{B} = \frac{HB}{BD} = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\triangle OAB : \tan \widehat{B} = \frac{OA}{AB} = \frac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{OA}{AB} = \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{OA}{8} = \frac{6}{8} \Rightarrow OA = 6$$

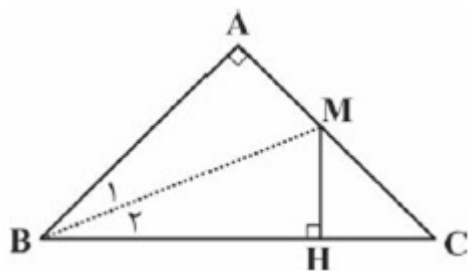
۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا کمانی دلخواه به مرکز  $M$  می‌زنیم تا خط  $d$  را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کند:



سپس به کمک ۲ کمان به مرکز  $A$  و  $B$  و به شعاع بیشتر از نصف پاره خط  $AB$ ، عمودمنصف  $AB$  را رسم می‌کنیم. عمودمنصف  $AB$  همان خط عمود بر  $d$  از نقطه‌ی  $M$  است. پس مجموعاً ۳ کمان رسم کرده‌ایم.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون  $AM = MH$ ، پس  $M$  روی نیمساز زاویه‌ی  $\widehat{B}$  قرار دارد.



$$\begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{B} = 50^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{B}_1 = 25^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} = 65^\circ$$

۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{AN}{6} = \frac{4}{8} \Rightarrow AN = 4/5 \Rightarrow NC = AC - AN = 6 - 4/5 = 1/5$$

$$EP \parallel AM = \frac{NE}{NA} = \frac{NP}{NM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{NE}{4/5} = \frac{1}{2} \Rightarrow NE = 2/25$$

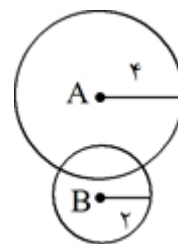
از طرفی:

$$EC = NE + NC = 2/25 + 1/5 = 3/25$$

بنابراین:

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نقطاتی که از  $A$  به فاصله‌ی ۴ واحد قرار دارند، روی دایره‌ای به مرکز  $A$  و به شعاع ۴ قرار دارند و نقطاتی که از  $B$  به فاصله‌ی ۲ واحد قرار دارند، روی دایره‌ای به مرکز  $B$  و به شعاع ۲ واحد هستند. اگر شکل را رسم کنیم، می‌بینیم این دایره‌ها دو نقطه برخورد دارند.



۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{9 \times 27} \times 3^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt[3]{3} \times (3^4)^{-\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{3^5} \times 3^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{3} \times 3^{-2}} = \frac{3^{\frac{5}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}} \times 3^{-2}} = \frac{3^{\frac{6}{3}}}{3^{-\frac{5}{3}}} = 3^{\frac{6}{3}} \times 3^{\frac{5}{3}} = 3^{\frac{6}{3} + \frac{5}{3}} = 3^{\frac{11}{3}} = 3^4 = 81$$

۱۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{10} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{\sqrt{10} - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{10} + 2\sqrt{5})(\sqrt{10} - \sqrt{5})}{10 - 5}$$

$$= \frac{10 - \sqrt{50} + 2\sqrt{50} - 2\sqrt{25}}{5} = \frac{10 + \sqrt{50} - 10}{5} = \frac{\sqrt{50}}{5} = \frac{5\sqrt{2}}{5} = \sqrt{2}$$

۱۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\tan 60^\circ - \cot 45^\circ \times \cos 45^\circ}{\sin 60^\circ - \sin 45^\circ \times \cos 60^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}}{\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}} = \frac{4(2\sqrt{3} - \sqrt{2})}{2(2\sqrt{3} - \sqrt{2})} = 2$$

۱۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ی عضوهای تیم فوتبال را با  $F$  و مجموعه‌ی عضوهای تیم بسکتبال را با  $B$  نمایش می‌دهیم.

داریم:

$$n(F) = ۲۳$$

$$n(B') = ۲۴ \Rightarrow n(U) - n(B) = ۲۴ \Rightarrow ۴۰ - n(B) = ۲۴ \Rightarrow n(B) = ۱۶$$

۵ نفر عضو هیچ‌یک از این دو تیم نیستند.

در نتیجه:

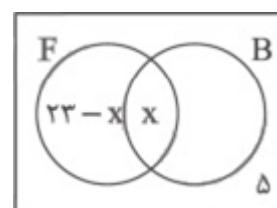
$$n(F \cup B) = ۴۰ - ۵ \Rightarrow n(F \cup B) = ۳۵$$

$$n(F \cup B) = n(F) + n(B) - n(F \cap B) \Rightarrow ۳۵ = ۲۳ + ۱۶ - n(F \cap B)$$

$$\Rightarrow n(F \cap B) = ۴$$

روش دوم: با توجه به نمودار، اگر  $x$  نفر عضو هر دو تیم باشند،  $۲۳ - x$  نفر عضو تیم فوتبال هستند. چون ۲۴ نفر عضو بسکتبال نیستند ( $B'$ ) بنابراین:

$$(۲۳ - x) + ۵ = ۲۴ \Rightarrow x = ۴$$



۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} x(2x + 5) &= 3 \Rightarrow 2x^2 + 5x = 3 \xrightarrow{\div 2} x^2 + \frac{5}{2}x = \frac{3}{2} \xrightarrow{+\frac{25}{16}} \\ x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} &= \frac{3}{2} + \frac{25}{16} \Rightarrow \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{49}{16} \Bigg\} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{5}{4} \\ h = \frac{49}{16} \end{cases} \\ \Rightarrow k\sqrt{h} &= -\frac{5}{4} \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{-5}{4} \times \frac{7}{4} = -\frac{35}{16} \end{aligned}$$

۱۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n(A \cup B) = ۵۷ \quad n(A \cap B) = ۱۲x \quad n(A - B) = ۴x \quad n(B - A) = ۳x$$

$$۱۲x + ۴x + ۳x = ۵۷ \Rightarrow ۱۹x = ۵۷ \Rightarrow x = ۳$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A) = n(A - B) + n(A \cap B)$$

$$n(A) = ۱۶x = ۱۶ \times ۳ = ۴۸$$

۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + ۱۲ \leq 0 \Rightarrow (x^2 - x - ۶)(x^2 - x - ۲) \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - ۳)(x + ۲)(x - ۲)(x + ۱) \leq 0$$

| X | $-\infty$ | -۲ | -۱ | ۲ | ۳ | $+\infty$ |
|---|-----------|----|----|---|---|-----------|
|   |           | +  | o  | - | o | +         |

$$x \in [-۲, -۱] \cup [۲, ۳] \Rightarrow \text{جوابهای صحیح: } -۲, -۱, ۲, ۳$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sin x}{\cos x} &\times \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2 \\ \frac{\cos x}{\sin x} &\times \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2 \\ \Rightarrow \frac{\cos x (\sin x - \cos x)}{\sin^2 x} &= 2 \\ \Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x &= 2 \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x = 3 \cos^2 x \\ \Rightarrow \tan^2 x = 3 &\Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

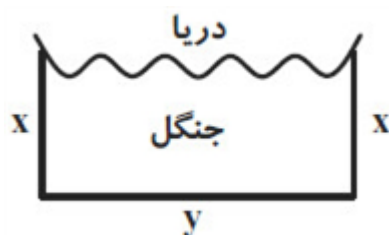
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همان طور که از شکل پیداست، سهمی در نقاطی به طول ۲- و ۶ محور طول ها را قطع کرده است. این نقاط عرض یکسان دارند. پس معادله محور تقارن به صورت  $x = \frac{6 + (-2)}{2} = 2$  است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\begin{aligned} (x+y)(x-y)(x^2 + x^2 y^2 + y^2) &= (x^2 - y^2)(x^2 + x^2 y^2 + y^2) \\ = x^6 - y^6 &= (2\sqrt{5})^6 - (\sqrt{3})^6 = 2^6 \times 5^3 - 3^3 = 1600 - 9 = 1591 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹  
فقط موارد «د» و «ه» صحیح می باشند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰



$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y = 200 \\ xy = 5000 \end{cases} &\Rightarrow x(200 - 2x) = 5000 \\ \Rightarrow -2x^2 + 200x - 5000 &= 0 \Rightarrow x^2 - 100x + 2500 = 0 \\ \Rightarrow (x - 50)^2 &= 0 \Rightarrow x = 50m \Rightarrow y = 100m \end{aligned}$$

$$\text{قدرمطلق تفاضل طول و عرض} = |100 - 50| = 50m$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا عبارت A را ساده می کنیم: ۲۱

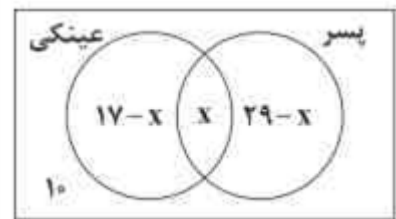
$$A = \frac{(24)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}}{(1024)^{\frac{1}{2}} \times (48)^{-\frac{1}{2}}} = \frac{(2^3 \times 3)^{\frac{1}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}}}{(2^{10})^{\frac{1}{2}} \times (2^4 \times 3)^{-\frac{1}{2}}} = \frac{2^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}}{2^{5-\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sqrt[4]{A} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم مجموع اعداد فرد طبیعی متوالی اولیه از رابطه  $S_n = n^2$  (تعداد جملات) به دست می آید. پس:

$$S_{24} = (24)^2 = 576$$

روش اول: اگر  $x$  تعداد پسرهای عینکی باشد، آن گاه:

$$10 + 17 - x + x + 29 - x = 50 \Rightarrow 56 - x = 50 \Rightarrow x = 6$$



$$n(U) = 50$$

روش دوم:

$$\text{عینکی} = A \Rightarrow n(A) = 17$$

$$\text{پسر} = B \Rightarrow n(B) = 29$$

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow 10 = 50 - n(A \cup B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 40 \Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 40$$

$$\Rightarrow 17 + 29 - n(A \cap B) = 40 \Rightarrow n(A \cap B) = 46 - 40 = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$|2x - 6| > 8 \Rightarrow 2x - 6 > 8 \text{ یا } 2x - 6 < -8$$

$$\Rightarrow 2x > 14 \text{ یا } 2x < -2 \Rightarrow x > 7 \text{ یا } x < -1$$

$$\Rightarrow (-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنیم  $a_1 = 3$  چون ۸ جمله بین ۳ و ۱۲ قرار می گیرد پس  $a_{10} = 12$  بنابراین:

$$\frac{a_{10}}{a_1} = \frac{12}{3} = q^9 \Rightarrow q^9 = 4 \Rightarrow (q^3)^3 = 4 \Rightarrow q^3 = \sqrt[3]{4}$$

بنابراین:

$$q^3 + \frac{1}{q^3} = \sqrt[3]{4} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{16} + 1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2\sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}{2} = \sqrt[3]{4} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $3 - 2\sqrt{2}$  همان  $(\sqrt{2} - 1)^2$  است. پس داریم:

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = (\sqrt{2} - 1)$$

برای گویا شدن حاصل عبارت باید جواب ریشه‌ی سوم حتماً  $\sqrt[3]{2} \in \mathbb{Z}$  باشد، بنابراین:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{20 + k\sqrt{2}} &= a - \sqrt[3]{2} \Rightarrow 20 + k\sqrt{2} = a^3 - 3\sqrt[3]{2}a^2 + 6a - 2\sqrt[3]{2} \\ &= \underbrace{a^3 + 6a}_{20} - \underbrace{(3a^2 + 2)}_{+k} \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

$$k = -(3 \times 2^2 + 2) = -14$$

از رابطه‌ی  $20 = a^3 + 6a$  با کمی دقت  $a = 2$  است پس:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله‌ی این سهمی با توجه به ریشه‌های ۶- و ۲ به صورت  $y = a(x + 6)(x - 2)$  است مطابق شکل باید نقطه‌ی  $(0, 3)$  در آن صدق کند.

$$3 = -12a \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x + 6)(x - 2)$$

پس مختصات رأس سهمی، که  $x_1$  و  $x_2$  محل برخورد سهمی با محور  $x$  ها است، به صورت زیر است:

$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-6 + 2}{2} = -2$$

$$y_S = y(-2) = -\frac{1}{4} \times 4 \times (-4) = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: دقت کنید که ریشه‌ی معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا ابتدا با جایگذاری  $x = -2$  در معادله مقدار  $k$  را می‌یابیم:

$$x^2 + kx + 6 = 0 \xrightarrow{x=-2} (-2)^2 + k \times (-2) + 6 = 0 \Rightarrow 4 - 2k + 6 = 0 \Rightarrow 2k = 10 \Rightarrow k = 5$$

حال با قرار دادن  $k = 5$  در معادله آن را با استفاده از اتحاد یک جمله‌ی مشترک تجزیه و حل می‌کنیم:

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + (2 + 3)x + (2) \times (3) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

در نتیجه ریشه‌ی دیگر معادله  $x = -3$  است.

روش دوم:

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = (x_1)(x_2) \Rightarrow (-2)(x_2) = \frac{6}{1} \Rightarrow x_2 = -3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A - B = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 5 = 15$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق نمودار، سهمی موردنظر محور  $x$  ها را در نقاطی به طول  $x_1 = -1$  و  $x_2 = -3$  قطع کرده است. لذا ضابطه‌ی سهمی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x + 3)$$

هم‌چنین نقطه‌ی  $(0, 1)$  روی سهمی قرار دارد، بنابراین داریم:

$$1 = a(0 + 1)(0 + 3) \Rightarrow 1 = 3a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x + 1)(x + 3) = \frac{1}{3}(x^2 + 4x + 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر  $C = 0$  باشد، نامساوی گزینه‌ی (۳) نادرست است (در واقع حالت تساوی رخ می‌دهد و هر دو طرف نامعادله صفر می‌گردد).

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۲

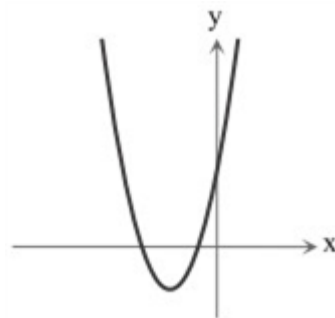
| شماره‌ی مرحله | ۱            | ۲                  | ۳                      | ... | n                      |
|---------------|--------------|--------------------|------------------------|-----|------------------------|
| $a_n$         | $2 \times 1$ | $2 \times 3$       | $2 \times 6$           | ... | $2(1 + 2 + \dots + n)$ |
|               |              | $2 \times (1 + 2)$ | $2 \times (1 + 2 + 3)$ |     |                        |

پس جمله‌ی عمومی  $a_n$  به صورت زیر است:

$$a_n = 2 \times (1 + 2 + \dots + n) = 2 \times \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1) = n^2 + n \xrightarrow{n=12}$$

$$a_{12} = 12^2 + 12 = 156$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای اینکه تابع فقط از ناحیه‌ی چهارم مختصات عبور نکند باید دو ریشه‌ی نامثبت داشته باشد و تقعر آن رو به بالا باشد، یعنی:



$$a > 0, \Delta > 0, S < 0, P \geq 0$$

$$a > 0 \Rightarrow 1 > 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 16 > 0 \Rightarrow a^2 > 16 \Rightarrow |a| > 4 \Rightarrow a > 4 \text{ یا } a < -4$$

$$S < 0 \Rightarrow -a < 0 \Rightarrow a > 0 \quad (2)$$

$$P \geq 0 \Rightarrow 4 > 0$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} a > 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$x < 2 \text{ یا } x > 4 \Rightarrow \left| x - \frac{4+2}{2} \right| > \frac{4-2}{2} \Rightarrow |x-3| > 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$-3 < x < 7 \Rightarrow \left| x - \frac{7-3}{2} \right| < \frac{7+3}{2} \Rightarrow |x-2| < 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$|x+7| \geq 10 \Rightarrow x+7 \geq 10 \text{ یا } x+7 \leq -10 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq -17$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در الگوی خطی جمله عمومی آن به صورت  $a_n = an + b$  است. بنابراین:

$$a_5 = 2 \Rightarrow 5a + b = 2 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a=3} 5(3) + b = 2$$

$$a_7 = 8 \Rightarrow 7a + b = 8 \Rightarrow 15 + b = 2 \Rightarrow b = -13 \Rightarrow a_n = 3n - 13$$



$$\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{3})^2}{4 - 3} = 4 + 3 + 4\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$A - (A - B) = A \cap B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$B \cap (A \cap B)' = B \cap (A' \cup B') = (B \cap A') \cup (B \cap B') = (B - A) \cup \emptyset = B - A$$

$$\Rightarrow (A \cap B) \cup (B - A) = B$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا بر اساس داده‌های تست، قدرنسبت دنباله را به دست می‌آوریم: ۴۰

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} \Rightarrow d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} = \frac{9 - 5}{2} \Rightarrow d = 2$$

از طرفی می‌دانیم  $a_8$  واسطه‌ی حسابی  $a_7$  و  $a_9$  است و در نتیجه  $a_7 + a_9 = 2a_8$ ، بنابراین:

$$a_7 + a_8 + a_9 = 2a_8 + a_8 = 3a_8 = 3(a_1 + 7d) = 3(5 + 7(2)) = 3 \times 19 = 57$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مدل‌سازی فیزیکی بسیاری از پدیده‌های شاخه مکانیک، می‌توان جسم را به صورت یک نقطه در نظر گرفت. از طرف دیگر پرنده برای پرواز نیازمند به هوا است تا به کمک هوا، یک نیروی رو به بالا ایجاد شود تا پرنده قابلیت پرواز به سمت بالا را داشته باشد و باز هم به کمک این هوا، می‌تواند به نیروی وزن غلبه کرده و به سمت بالا حرکت کند. ۴۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم. می‌دانیم در حرکت قائم به طرف بالا، کار نیروی وزن منفی ۴۲

$$W_{mg} = -mgh \xrightarrow[h = 4 - 2 = 2m]{\text{جرم توپ } m \text{ است}} \text{ است و داریم:}$$

$$W_{mg} = -m \times 10 \times 2 = -20m(J)$$

حالا کار نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم، برای این کار از قضیه کار - انرژی جنبشی یا از تغییرات انرژی مکانیکی در حضور نیروهای اتلافی می‌توان استفاده کرد:

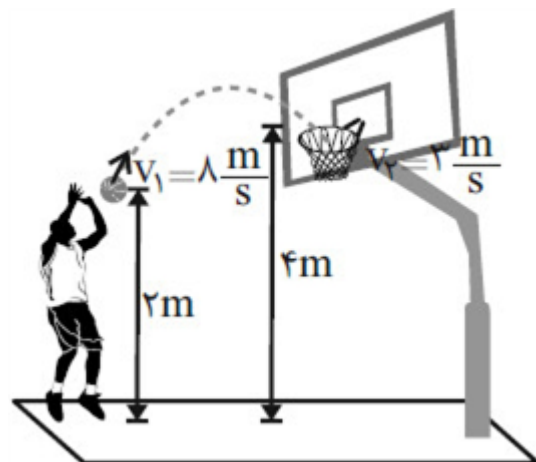
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k}$$

$$= \frac{1}{2}m \left( v_2^2 - v_1^2 \right) \xrightarrow[v_1 = 8 \frac{m}{s}, W_{mg} = -20m]{v_2 = 3 \frac{m}{s}} -20m + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(9 - 64)$$

$$\xrightarrow{\text{ساده سازی}} -20m + W_{f_k} = -27/5m \Rightarrow W_{f_k} = -7/5m(J)$$

$$\frac{W_{f_k}}{W_{mg}} = \frac{-7/5m}{-20m} = +\frac{7}{100}$$

خواسته سؤال محاسبه نسبت کار نیروی مقاومت هوا به کار نیروی وزن است:

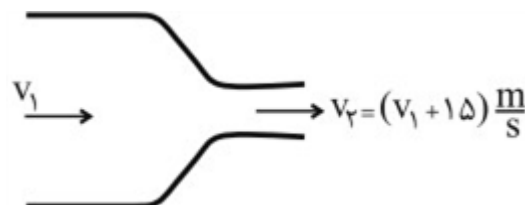


$$A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2 \Rightarrow D_1^2 \times v_1 = D_2^2 \times v_2$$

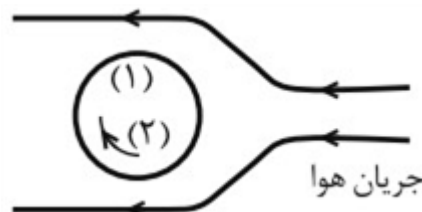
$$\Rightarrow 20^2 \times v_1 = 10^2 \times (v_1 + 15) \Rightarrow 4v_1 = v_1 + 15$$

$$\Rightarrow 3v_1 = 15 \Rightarrow v_1 = 5 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = v_1 + 15 \Rightarrow v_2 = 5 + 15 = 20 \frac{m}{s}$$



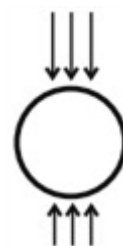
طبق اصل برنولی، با افزایش تندی شاره‌ها، فشار آن کم می‌شود.  
با حرکت توپ به سمت راست، جریان هوایی خلاف جهت حرکت توپ از راست به چپ حرکت می‌کند.



تحلیل نقطه‌ی (۱): جهت چرخش توپ در این نقطه خلاف جهت حرکت جریان هواست.

تحلیل نقطه‌ی (۲): جهت چرخش توپ در این نقطه هم‌جهت با حرکت جریان هواست.

بنابراین سرعت جراین هوا در پایین توپ (نقطه‌ی (۲)) بیشتر از بالای توپ (نقطه‌ی (۱)) است. پس طبق اصل برنولی، فشار هوا در پایین توپ (نقطه‌ی (۲)) کمتر از فشار هوای بالای توپ (نقطه‌ی (۱)) است و باعث می‌شود توپ حین حرکت به سمت پایین (جهت حرکت  $d$ ) حرکت کند.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم گوی را بدون در نظر گرفتن حفره حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{ظاهری}} = V_{\text{ظاهری}} \times \rho_1 = 500 \text{ cm}^3 \times 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 750 \text{ g}$$

حال اختلاف جرم ظاهری با جرم واقعی را محاسبه می‌کنیم. این اختلاف به دلیل اختلاف چگالی در جسم و ماده‌ای می‌باشد که حفره را پر کرده است، پس:

$$m_{\text{ظاهری}} - m_{\text{واقعی}} = V_{\text{حفره}} \times (\rho_1 - \rho_2) \Rightarrow 750 - 718 = V_{\text{حفره}} (1.5 - 0.5)$$

$$\Rightarrow V_{\text{حفره}} = \frac{32 \text{ g}}{1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3}\pi (r_{\text{حفره}})^3 = 32 \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{4}{3} \times 3 \times (r_{\text{حفره}})^3 = 32 \text{ cm}^3$$

$$(r_{\text{حفره}})^3 = 8 \text{ cm}^3 \Rightarrow r_{\text{حفره}} = 2 \text{ cm} \Rightarrow 2r_{\text{حفره}} = 4 \text{ cm} = D_{\text{حفره}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با دو برابر شدن تندی، انرژی جنبشی  $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$  چهار برابر می‌شود و گزینه‌ی ۱ نادرست است. وقتی جسم را از سطح زمین بالا

می‌بریم، انرژی پتانسیل گرانشی در سامانه‌ی جسم و زمین ذخیره می‌شود و گزینه‌ی ۲ نادرست است.

با نزدیک‌تر کردن دو بار به هم، انرژی پتانسیل الکتریکی سامانه‌ی دو جسم تغییر می‌کند و گزینه‌ی ۳ درست است.

انرژی پتانسیل به مکان جسم نسبت به دیگر اجسام سامانه بستگی دارد و گزینه‌ی ۴ نادرست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دالتون (۱۸۰۷) مدل توپ بیلیارد - تامسون (۱۹۰۳) مدل کیک کشمش - رادفورد (۱۹۱۱) مدل

هسته‌ای - بور (۱۹۱۳) مدل سیاره‌ای - شرودینگر (۱۹۲۶) مدل ابر الکترونی

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای کاهش خطا در اندازه‌گیری، عددهایی را که تفاوت زیادی با بقیه دارند، کنار می‌گذاریم و از اعداد

باقیمانده میانگین می‌گیریم. در اینجا دو عدد  $348/0$  و  $304/5$  با بقیه اعداد تفاوت زیادی دارند پس در میانگین‌گیری به حساب

نمی‌آیند، حال داریم:

$$\frac{321/5 + 318/0 + 319/5 + 321/5 + 322/0 + 318/5 + 321/0 + 318/0}{8}$$

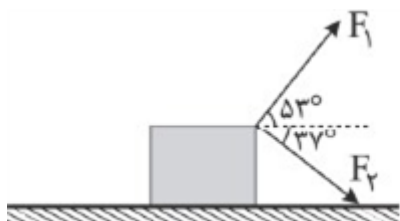
$$\Rightarrow \text{میانگین کل اعداد} = \frac{2560/0}{8} = 320/0 \text{ g}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

کار نیروی  $F_2$  دو برابر کار نیروی  $F_1$  است:

$$W_{F_2} = 2W_{F_1} \Rightarrow F_2 d \cos 37^\circ = 2F_1 d \cos 53^\circ$$

$$\Rightarrow f_2 \times 0.8 = 2f_1 \times 0.6 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1.2}{0.8} = \frac{3}{2}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که جرم سه مایع یکسان است، مایعی که حجم کمتری دارد، چگالی بیشتری دارد. پس:

$$\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$$

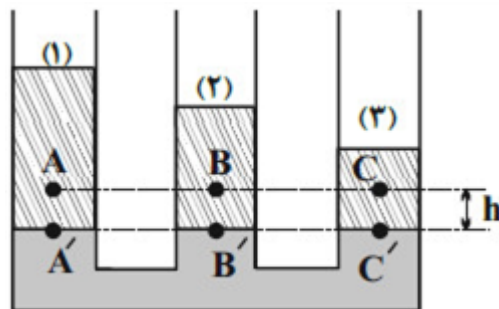
طبق شکل مقابل در نقاط  $A'$ ،  $B'$ ،  $C'$  فشار برابر است. زیرا این سه نقطه در یک مایع قرار داشته و هم‌ترازند.

از هر سه نقطه به اندازه  $h$  بالا می‌آییم تا به نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  برسیم. از فشار نقاط  $A'$ ،  $B'$ ،  $C'$  اندازه  $\rho_1 gh$ ،  $\rho_2 gh$  و  $\rho_3 gh$  کم می‌شود تا به نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  برسیم و چون  $\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$  پس:

$$\rho_3 > \rho_2 > \rho_1 \Rightarrow \rho_3 gh > \rho_2 gh > \rho_1 gh$$

$$P_A > P_B > P_C$$

پس از فشار نقطه  $C'$  مقدار بیشتری کم شده، پس  $P_C$  از همه کمتر است و داریم:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} E_1 = U_1 + K_1 = mgh_1 + K_1 \\ E_2 = U_2 + K_2 = mgh_2 + K_2 \end{cases}$$

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$U_2 = K_1, E_1 = E_2$$

$$(m \times 10 \times 10) + \left( \frac{1}{2} \times m \times 5^2 \right) = (m \times 10 \times h_2) + \left( \frac{1}{2} \times m \times 10 \times h_2 \right)$$

$$\Rightarrow 12/5 h_2 = 112/5 \Rightarrow h_2 = 9.33 \text{ m}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$v = \frac{\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1 \text{ s}$$

یعنی در هر ثانیه بالاتر یک متر بالا می‌رود.

$$\Delta K = W_{\text{کل}} = W_{\text{بالابر}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}}$$

$$\Rightarrow 0 = W_{\text{بالابر}} - mg\Delta h + W_{\text{اصطکاک}} \Rightarrow 0 = P \times t - mg\Delta h + W_{\text{اصطکاک}}$$

$$\Rightarrow 0 = 20 \times 10^3 \times 1 - 1200 \times 10 \times 1 + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -8000 \text{ J} = -8 \text{ kJ}$$

مقدار کار نیروی اصطکاک همان انرژی تلف شده است.

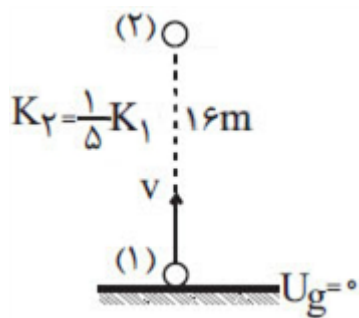
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در صورتی توپ در آب فرو می‌رود که چگالی ظاهری آن با چگالی آب برابر شود.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{500}{V} \Rightarrow V = 500 \text{ cm}^3$$

بنابراین باید حجم ظاهری توپ  $500 \text{ cm}^3$  شود یعنی باید  $300 \text{ cm}^3$  از هوای داخل توپ خالی شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون اتلاف انرژی نداریم، لذا انرژی مکانیکی گلوله پایسته می ماند. با توجه به شکل زیر و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{U_1=0, K_2=\frac{1}{5}K_1}$$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{1}{5}K_1 + U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{4}{5}K_1$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = \frac{5}{4}gh \xrightarrow{h=16m}$$

$$v^2 = \frac{5}{4} \times 10 \times 16 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

حال ارتفاعی که گلوله در آن ارتفاع، تندی اش  $10 \frac{m}{s}$  می شود را می یابیم:

$$E_2 = E_1 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \xrightarrow{U_1=0} K_2 + U_2 = K_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m \times (10)^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}m \times (20)^2 \Rightarrow 50 + 10h_2 = 200 \Rightarrow 10h_2 = 150 \Rightarrow h_2 = 15m$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$E_2 - E_1 \rightarrow K_2 + U_{\text{فنر}} = K_1 + U_{\text{وزن}} \Rightarrow 0 + U_{\text{فنر}} = 0 + mgh$$

$$\rightarrow U_{\text{فنر}} = 2 \times 10 \left( \frac{0}{5} + \frac{0}{1} \right) = 12J$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت وسیله های اندازه گیری رقمی، یک واحد از آخرین رقمی است که آن وسیله می خواند. پس دقت

$$\text{دقت} = 0.01 \text{ mm} = 0.001 \text{ cm}$$

کولیس برقی برابر است با:

دقت وسیله های مدرج، کوچکترین مقداری است که آن وسیله اندازه می گیرد. بنابراین برای خط کش داریم:

$$\text{دقت} = \frac{1 \text{ cm}}{5} = 0.2 \text{ cm}$$

۵۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا در حالت اول فشار وارد بر انتهای بسته لوله ( $P_M$ ) را بر حسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مابین}} = P_M + P_{\text{مایع}} \Rightarrow 76 = P_M + \frac{6/8 \times 40}{13/6}$$

$$\Rightarrow P_M = 56 \text{ cmHg}$$

در حالت دوم، فشار وارد بر انتهای بسته لوله بر حسب سانتی متر جیوه برابر است با:

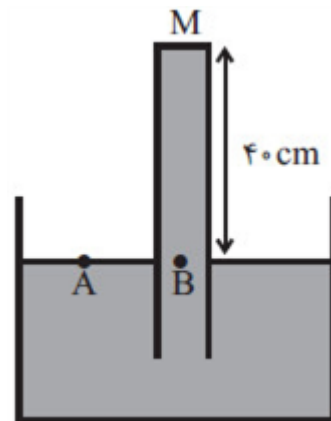
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مابین}} = P'_M + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow 76 = P'_M + 40$$

$$\Rightarrow P'_M = 36 \text{ cmHg}$$

تغییر نیروی وارد بر انتهای بسته لوله برابر است با:

$$\Delta F = (P'_M - P_M)A = (36 - 56) \times 10^{-2} \times 13/6 \times 10^{-3} \times 10 \times 10 \times 10^{-4} = -27/2 \text{ N}$$

پس نیروی وارد بر انتهای بسته لوله  $27/2 \text{ N}$  کاهش پیدا می کرد.



۵۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول محاسبه می کنیم که در کل چند متر مکعب آب داریم:

$$200 \times 270 = 54000 \text{ L}$$

$$\Rightarrow 54000 \text{ L} = 54000 \text{ L} \times \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ L}} = 54 \text{ m}^3$$

با استفاده از رابطه ی حجم استوانه داریم:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow 54 = 3 \times 10^2 \times h \Rightarrow h = \frac{54}{12} = 4.5 \text{ m}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا کار خالص را با توجه به معلوم بودن تندی اتومبیل و جرم آن با استفاده از قضیه ی کار و انرژی

۵۹

$$m = \frac{w}{g} = \frac{8000}{10} = 800 \text{ kg}$$

جنبشی به دست می آوریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 800 \times (40^2 - 20^2) \Rightarrow W_t = 400 \times 1200$$

$$P = \frac{W_t}{t} = \frac{400 \times 1200}{20} = 24000 \text{ W} = 24 \text{ kW}$$

اکنون با استفاده از رابطه ی توان متوسط داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق معادله‌ی پیوستگی داریم:

$$\frac{V}{t} = A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \frac{V}{t} = \pi R_A^2 v_A = \pi R_B^2 v_B \Rightarrow \frac{60 \times 10^{-3}}{1 \times 60} = 3 \times 0.1^2 v_A = 3 \times 0.05^2 v_B$$

$$\Rightarrow v_A = \frac{1}{30} \frac{m}{s}, v_B = \frac{4}{30} \frac{m}{s}$$

$$v_B - v_A = \frac{4}{30} - \frac{1}{30} = 0.1 \frac{m}{s}$$

بنابراین داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به قاعده‌ی تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$1 \frac{N}{\mu g} = 1 \frac{N}{\mu g} \times \frac{1 \mu g}{10^{-6} g} \times \frac{10^3 g}{1 kg} = 10^9 \frac{N}{kg} \xrightarrow{N=kg \cdot \frac{m}{s^2}} 1 \frac{N}{\mu g} = 10^9 \frac{m}{s^2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ارتفاع مایع داخل ظرف را می‌یابیم:

$$h = \frac{V}{A} \Rightarrow h = \frac{2 \times 10^{-3}}{20} = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$P_1 + \rho g h_1 = \frac{4}{5} (P_2 + \rho g h)$$

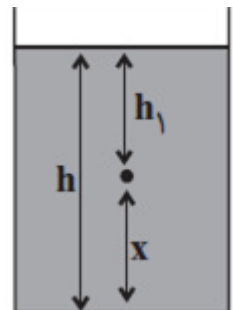
فشار وارد بر کف ظرف      فشار در عمق  $h_1$

$$\Rightarrow 10^5 + 5 \times 10^3 \times 10 h_1 = \frac{4}{5} (10^5 + 5 \times 10^3 \times 10 \times 1) \Rightarrow 10^5 + 5 \times 10^4 h_1 = 8 \times 10^4 + 4 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 10 + 5 h_1 = 12 \Rightarrow 5 h_1 = 2 \Rightarrow h_1 = \frac{2}{5} \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

$$x = h - h_1 \Rightarrow x = 100 - 40 = 60 \text{ cm}$$

بنابراین فاصله تا کف ظرف برابر است با:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=0} \Delta K = 0 \Rightarrow K_2 - K_1 = 0 \Rightarrow K_2 - K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$|v_2| = |v_1|$$

بنابراین برای این که  $W_t = 0$  باشد، کفایت اندازه‌ی سرعت یا تندی، در ابتدا و انتهای مسیر یکسان باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم مکعب را به کمک چگالی و حجم آن محاسبه می‌کنیم:

$$V = a^3 = (0.05)^3 = 125 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$m = \rho V = 6400 \times 125 \times 10^{-6} = 0.8 \text{ kg}$$

حال فشار وارد بر سطح افقی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{0.8 \times 10}{(0.05)^2} = 3200 \text{ Pa}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموع کلی جرم مایع‌های داخل مخزن برابر است با:

$$m = m_A + m_B \Rightarrow m = \rho_A V_A + \rho_B V_B \xrightarrow{V_A = \frac{4}{3} \times 20000 = 12000 L = 12 m^3} \xrightarrow{V_B = \frac{4}{3} \times 20000 = 8000 L = 8 m^3}$$

$$m = 12 \rho_A + 8 \rho_B \xrightarrow{\rho_A = \rho_B - \frac{25}{100} \rho_B = \frac{75}{100} \rho_B} m = 12 \times \frac{3}{4} \rho_B + 8 \rho_B$$

$$\Rightarrow 12 \rho_B = m \xrightarrow{m = 34 \text{ ton} = 34 \times 10^3 \text{ kg}} 12 \rho_B = 34 \times 10^3$$

$$\Rightarrow \rho_B = 2 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{m^3} = 2 \frac{g}{cm^3}$$

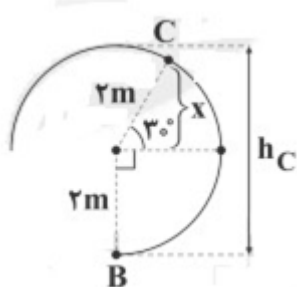
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای آن که مخزن با حجم  $0.72 m^3$  طی مدت  $2/5$  ساعت پر شود باید آهنگ پر شدن آن برابر باشد

$$\text{با: آهنگ پر شدن مخزن} = \frac{0.72}{2/5} \frac{m^3}{h} = 0.9 m^3/h$$

حال با توجه به قاعده‌ی تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$0.9 \frac{m^3}{h} = 0.9 \frac{m^3}{h} \times \frac{10^{-3} L}{1 m^3} \times \frac{1 \text{ mL}}{10^{-3} L} \times \frac{1 h}{3600 s} \times \frac{10^{-6} s}{1 \mu s} = \frac{0.9 \times 10^{-3} \times 10^{-6}}{10^{-3} \times 3600} \frac{\text{mL}}{\mu s} = 8 \times 10^{-5} \frac{\text{mL}}{\mu s}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به شکل مقابل، ارتفاع نقطه‌ی  $C$  را نسبت به نقطه‌ی  $B$  به دست می‌آوریم:



$$\sin 30^\circ = \frac{x}{r} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{r} \Rightarrow x = 1 \text{ m}$$

$$h_C = 2 + x = 2 + 1 = 3 \text{ m}$$

در ادامه برای مقایسه‌ی کار نیروی وزن در جابه‌جایی از  $A$  تا  $B$  و جابه‌جایی از  $B$  تا  $C$  به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$W_{mg} = -mg\Delta h \Rightarrow \frac{W_{AB}}{W_{BC}} = \frac{\Delta h_{AB}}{\Delta h_{BC}} = \frac{-6}{3} = -2$$

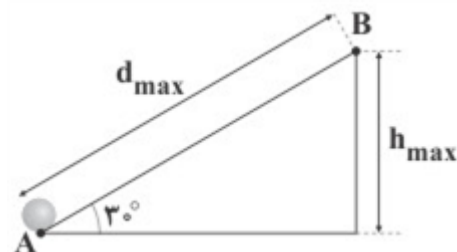
دقت کنید: چون در جابه‌جایی از  $A$  تا  $B$  جسم پایین آمده، کار نیروی وزن در این جابه‌جایی، مثبت است و در جابه‌جایی از  $B$  تا  $C$ ، چون جسم بالا رفته، کار نیروی وزن، منفی است، بنابراین نسبت کار نیروی وزن در این دو جابه‌جایی حتماً منفی خواهد بود.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سطح بدون اصطکاک است، پس انرژی مکانیکی جسم پایسته است. بیشترین مسافت طی شده زمانی است که تندی جسم صفر و ارتفاع آن بیشینه می‌شود، بنابراین:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{h_A=0}{v_B=0} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^2 = 10h_B \Rightarrow h_B = \frac{1}{5}M$$



از رابطه  $\sin$  داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{5}}{d} \Rightarrow d = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ m}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$360 \cdot \frac{L}{\text{min}} = 360 \cdot \frac{L}{\text{min}} \times \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم آن‌ها را برحسب  $L$  به دست می‌آوریم.

$$\text{حجم مکعب} = L^3$$

$$\text{حجم استوانه} = \left( \pi L^2 - \pi \left( \frac{L}{3} \right)^2 \right) \times \frac{3}{4} L = \frac{4}{3} \pi L^3 = 4L^3$$

حال با استفاده از رابطه‌ی چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} = \frac{m_{\text{استوانه}}}{m_{\text{مکعب}}} \times \frac{V_{\text{مکعب}}}{V_{\text{استوانه}}} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} = 4 \times \frac{L^3}{4L^3} = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم شمش را محاسبه می‌کنیم:

$$V = 3 \times 8 \times 15 = 360 \text{ cm}^3$$

$$m = \rho V = 15 \times 360 = 5400 \text{ g} \Rightarrow m = 5.4 \text{ kg}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مدل‌سازی فیزیکی از اثر نیروهای جزئی صرف‌نظر می‌شود.

بنابراین فرض می‌کنیم جرم اتومبیل ثابت است و نیروی مقاومت هوا ثابت می‌ماند و از نیروی اصطکاک بین قطعات داخلی خودرو صرف‌نظر می‌کنیم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فشار کل در عمق ۱۰۰ متری سطح اقیانوس برابر است با:

$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + (1030 \times 10 \times 100)$$

$$\Rightarrow P = 10^5 + (103 \times 10^4) = 113 \times 10^4 \text{ Pa}$$

بنابراین:

$$F = PA \Rightarrow F = 113 \times 10^4 \times 0.5 = 565000 \text{ N} = 5.65 \times 10^5 \text{ N}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱: علی‌رغم این که پرتقال با پوست جرم بیش‌تری دارد و اصطلاحاً سنگین‌تر است. اما چگالی آن کم‌تر از آب بوده و بر روی آب شناور می‌ماند. کندن پوست پرتقال موجب می‌شود که هم جرم و هم حجم آن کاهش پیدا کند. اما کاهش حجم اثر قابل توجه‌تری داشته و طبق رابطه‌ی  $\rho = \frac{m}{V}$ ، موجب می‌گردد چگالی پرتقال پوست‌کنده بیش‌تر از چگالی آب شود و به درون آب فرو رود.

گزینه ۲: با خروج آب حل شده در نوشابه‌ی گازدار، حجم مایع نوشابه  $V$  کاهش پیدا می‌کند اما به دلیل ناچیز بودن جرم گاز، جرم مایع نوشابه  $m$  تقریباً ثابت می‌ماند؛ در نتیجه طبق رابطه‌ی چگالی، با خارج شدن گاز درون نوشابه، چگالی آن افزایش

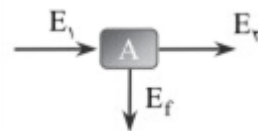
$$\text{می‌یابد.} \quad \uparrow \rho = \frac{m}{V \downarrow}$$

گزینه ۳: چگالی آلایژ فلزات، همواره از کم‌ترین چگالی فلزهای تشکیل‌دهنده بزرگ‌تر و از بیش‌ترین چگالی فلزهای تشکیل‌دهنده کوچک‌تر است.

$$\text{بیش‌ترین چگالی فلزهای تشکیل‌دهنده } \rho < \text{آلایژ } \rho < \text{کم‌ترین چگالی فلزهای تشکیل‌دهنده } \rho$$

گزینه ۴: در اغلب مواد با افزایش دما، حجم آن‌ها افزایش می‌یابد، در نتیجه با ثابت ماندن جرم، طبق رابطه‌ی چگالی، چگالی آن‌ها کاهش می‌یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  $E_1$  انرژی مصرفی (ورودی)،  $E_2$  انرژی تلف شده است.



$$R_a = 0.8 = \frac{E_2}{E_1} = \frac{E_1 - E_f}{E_1}$$

$$\Rightarrow E_f = 0.2 E_1 \Rightarrow 6000 = 0.2 E_1 \Rightarrow E_1 = 30000 \text{ J}, E_2 = 24000 \text{ J}$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{E_2}{t} = \frac{24000}{60} = 400 \text{ W},$$

|        |       |
|--------|-------|
| 1 min  | 30 kJ |
| 60 min | x     |

 $\Rightarrow \Rightarrow x = 1800 \text{ kJ (انرژی مصرفی)}$

$$\frac{P_f}{P_2} = \frac{E_f}{E_2} = \frac{6000}{24000} = \frac{1}{4} \text{ (نادرست)}$$

$$\frac{P_1}{P_f} = \frac{E_1}{E_f} = \frac{30000}{6000} = 5 \text{ (نادرست)}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد الف و ب صحیح‌اند. بررسی همه‌ی موارد:

الف) اکسیژن از عناصر مشترک فراوان در هر دو سیاره زمین و مشتری می‌باشد.

ب) فراوانی ایزوتوپ  ${}^7\text{Li}$  برابر ۹۴ درصد و ایزوتوپ  ${}^6\text{Li}$  برابر ۶ درصد است.

ج) گلوکز نشان‌دار برای تشخیص (نه درمان) سرطان استفاده می‌شود.

د) جمله در مورد ایزوتوپ  ${}^{235}\text{U}$  صادق است.

ه) علت نور و گرمای خورشید، تبدیل هیدروژن به هلیوم است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طول موج نور بنفش از بقیه کمتر است و الکترون‌ها به هنگام بازگشت به لایه‌ی ۲ از لایه‌های ۳ تا ۶، نور

مرئی نشر می‌کنند.

۷۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

الف)  $H$  پرتوزا ولی طبیعی است.

ب) دفع پسماندهای هسته‌ای از جمله چالش‌های صنایع هسته‌ای است نه شیمیایی.  
پ) درون خورشید واکنش هسته‌ای اتفاق می‌افتد که عنصرهای سبک به عنصرهای سنگین تبدیل می‌شود.

۷۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲ مورد درست است.

مورد اول: درست عناصر  $A$  و  $C$  نافلز بوده و به هنگام واکنش و تشکیل ترکیب، الکترون به اشتراک می‌گذارند.  
مورد دوم: نادرست در بین ۴ عنصر داده شده، فقط عناصر  $B$  و  $D$  به دسته  $d$  تعلق دارند.  
مورد سوم: درست هر دو عنصر ۵ الکترون ظرفیتی دارند.  
مورد چهارم: نادرست عنصر  $D$  فلز و عنصر  $A$  نافلز هستند و ترکیب آن‌ها یونی هست نه مولکولی!

۸۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

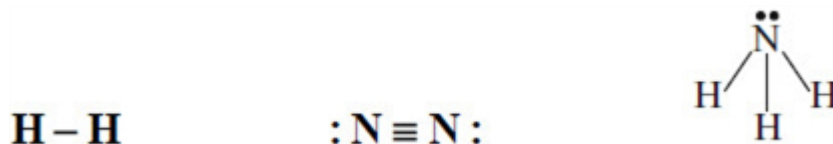
مورد اول: درست. در طیف نشری خطی اتم هیدروژن هر چه به سمت نوارهایی با طول موج بیش‌تر برویم، اختلال طول موج دو نوار متوالی افزایش می‌یابد.  
مورد دوم: درست.

مورد سوم: نادرست. اتم هیدروژن و هلیوم هر دو در طیف نشری خطی خود چهار نوار رنگی دارند.  
مورد چهارم: نادرست. در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، خطوط دیگری وجود دارند که در محدوده‌ی مرئی قرار نمی‌گیرند.

۸۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تنها مورد الف درست است. بررسی همه موارد:

الف) در نمودار صفحه ۸۲ کتاب درسی می‌بینیم که  $H_2$  و  $N_2$  واکنش نداده‌اند پس از جداسازی آمونیاک از مخلوط، مجدداً به چرخه تولید آمونیاک بازمی‌گردند.  
ب) در دمای  $-78^\circ C$  کربن دی‌اکسید به یخ خشک (جامد) تبدیل می‌شود. در فرایند سردسازی دمای مخلوط تا  $-33^\circ C$  که نقطه جوش آمونیاک است پایین آورده می‌شود که بسیار بیشتر از  $-78^\circ C$  است، پس کربن دی‌اکسید در این فرایند قابل جداسازی نیست.

ج) ساختار لوویس سه‌گونه شرکت‌کننده در فرایند هابر به شکل زیر است:



همان‌طور که مشخص است تنها  $N_2$  از بین این سه گونه دو جفت الکترون ناپیوندی دارد، پس جمله داده شده نادرست است، زیرا مخلوط اولیه نیز حاوی  $N_2$  با دو جفت الکترون ناپیوندی است.  
د) آمونیاک به طور مستقیم به خاک اضافه می‌شود.

۸۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) جاذبه زمین، گازهای اتمسفر را پیرامون خود نگه می‌دارد و مانع از خروج آن‌ها از اتمسفر می‌شود.  
پ)  $O^+$ ،  $N^+$  و  $O^+$  در ارتفاعی بیش از ۸۰ کیلومتری سطح زمین وجود دارند.

۸۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رابطه‌ی قوانین گازها داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = P_2 \\ \text{فشار ثابت است} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{n_1 T_1} = \frac{V_2}{n_2 T_2}$$

$$\begin{cases} V_1 \\ n_1 = x \\ T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{cases}, \begin{cases} V_2 = V_1 + \frac{25}{100} V_1 \\ \Rightarrow V_2 = 1/25 V_1 \\ n_2 = ? \\ T_2 = 177 + 273 = 450 \text{ K} \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{x \times 300} = \frac{1/25 V_1}{n_2 \times 450} \Rightarrow n_2 = \frac{5}{6} x$$

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{5}{6} x - x = -\frac{1}{6} x$$

↓  
کاهش

۸۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مقایسه‌ی میزان  $\text{CO}_2$  تولید شده برای تولید یک کیلووات ساعت برق از منابع مختلف به صورت زیر است:

باد > گرمای زمین > انرژی خورشیدی > گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ

۸۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت (آ) درست است. بررسی عبارت‌ها:

(آ) به دلیل نزدیک بودن دمای جوش  $\text{Ar}$  و  $\text{O}_2$  تهیه‌ی اکسیژن صد در صد خالص در تقطیر جز به جز هوای مایع دشوار است.  
(ب) مهم‌ترین کاربرد هلیوم، استفاده از آن برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری همانند MRI می‌باشد.  
(پ) در دمای  $-273^\circ \text{C}$  گاز کربن‌دی‌اکسید به حالت جامد در می‌آید.  
(ت) در فرایند تقطیر جز به جز هوای مایع که با کاهش دما تا  $-200^\circ \text{C}$  همراه است  $\text{He}$  با نقطه‌ی جوش  $-269^\circ \text{C}$  به صورت گاز باقی می‌ماند و قبل از  $\text{N}_2$ ،  $\text{O}_2$  و  $\text{Ar}$  که به حالت مایع هستند، جداسازی می‌شود.

۸۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های اول و دوم درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

- اگر به اتم‌ها در حالت پایه انرژی داده شود، الکترون‌های آن‌ها با جذب انرژی به لایه‌های بالاتر انتقال می‌یابند.
- اتم‌های برانگیخته تمایل دارند با از دست دادن انرژی به حالت پایدارتر و در نهایت به حالت پایه (نه لزوماً لایه الکترونی اول) بگردند.

۸۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های اول و دوم درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

- جرم اتمی میانگین هیدروژن برابر با  $1.008 \text{ amu}$  است.
- هسته پایدارترین ایزوتوپ هیدروژن، فاقد نوترون است.

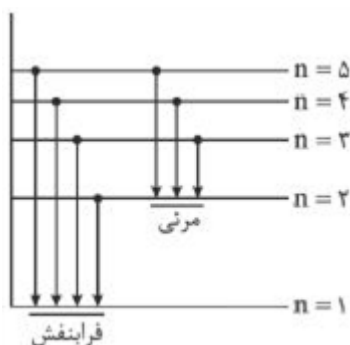
۸۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت گزینه‌ها:

- گزینه ۱: نادرست - دوره اول به دسته  $p$  ختم نمی‌شود و به دسته  $s$  ختم می‌شود.  
گزینه ۲: درست - عناصر اصلی، دسته‌های  $s$  و  $p$  هستند که به ترتیب ۱۴ و ۳۶ عنصر مربوط به این دسته‌ها هستند که مجموع آنها از تعداد عناصر دسته  $d$  که ۴۰ تا هستند بیشتر است.  
گزینه ۳: نادرست - در گروه ۱۸، هلیوم جزو دسته  $s$  و بقیه به دسته  $p$  تعلق دارند.  
گزینه ۴: نادرست - ۶ عنصر که به ترتیب ننوشته‌اند عبارتند از:  $\text{Co}, \text{Cu}, \text{Cr}, \text{Ca}, \text{C}, \text{Cl}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۹

در دمای ثابت، حجم گاز با فشار رابطه‌ی عکس دارد. بنابراین با معکوس فشار رابطه‌ی مستقیم دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۰



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی موارد نادرست: ۹۱

مورد دوم) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده توسط پرتوهای خورشیدی را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها عبارت پ درست است. بررسی عبارت‌ها: ۹۲

الف) به واکنش سوختن کربن توجه کنید:  $C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$  در این واکنش دو واکنش‌دهنده و یک فراورده داریم. ب) در واکنش‌های شیمیایی، اتم‌ها از بین نمی‌روند و به وجود نمی‌آیند، اما مولکول‌ها از بین می‌روند و مولکول‌های جدیدی را به وجود می‌آورند.

پ) طبق قانون پایستگی جرم شمار اتم‌های واکنش‌دهنده با شمار اتم‌های فراورده‌ها برابر است.

ت) با دقت به واکنش سوختن کربن متوجه می‌شوید که مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و مجموع ضرایب فراورده‌ها با هم برابر نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق داده‌های سؤال عنصرهای A، X و D به ترتیب همان  $^{17}_{17}\text{Cl}$ ،  $^{14}_{14}\text{Si}$  و  $^{11}_{11}\text{Na}$  هستند. ۹۳

ترکیب حاصل از Cl و Si یک ترکیب مولکولی ( $\text{SiCl}_4$ ) است.

ترکیب حاصل از Cl و Na، یک ترکیب یونی ( $\text{NaCl}$ ) است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۴

ا) اگر به اتم‌هایی که در حالت پایه قرار دارند به حد کافی انرژی داده شود، الکترون‌های آن‌ها به لایه‌های بالاتر انتقال می‌یابند.

ب) حداقل مقدار  $n + l$  برای زیرلایه‌های nf و np به ترتیب برابر ۷ و ۳ است زیرا زیرلایه‌های f و p به ترتیب برای اولین بار در لایه ۴ و ۲ شروع به پر شدن می‌کنند.

پ) در مدل کوانتومی اتم، با فاصله گرفتن از هسته، شماره‌ی نسبت داده شده به لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد.

$$NH_3 \text{ مولکول } ? = 34g NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17g NH_3} \times \frac{N_A \text{ مولکول } NH_3}{1 \text{ mol } NH_3} = 2 N_A \text{ مولکول } NH_3$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $CH_4 \text{ مولکول } N_A = 5 \text{ اتم } CH_4 \times \frac{5 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول } CH_4} = 5 N_A$

گزینه ۲:  $CO \text{ مولکول } 8 N_A = 112g CO \times \frac{1 \text{ mol } CO}{28g CO} \times \frac{N_A \text{ مولکول } CO}{1 \text{ mol } CO} \times \frac{2 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول } CO} = 8 N_A$

گزینه ۳:

$$CO_2 \text{ مولکول } 6 N_A = 88g CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44g CO_2} \times \frac{N_A \text{ مولکول } CO_2}{1 \text{ مولکول } CO_2} \times \frac{3 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول } CO_2} = 6 N_A$$

گزینه ۴:  $H_2O \text{ مولکول } 6 N_A = 2 \text{ mol } H_2O \times \frac{N_A \text{ مولکول } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{3 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول } H_2O} = 6 N_A$

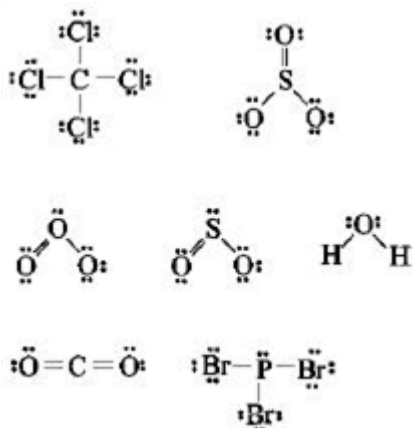
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. توده‌های سرطانی دارای رشد و تکثیر سلولی غیرعادی و زیاد است بنابراین نیاز به مصرف بالای انرژی دارد. غذای اصلی سلول‌ها گلوکز است بنابراین در سلول سرطانی گلوکز زیادی مصرف می‌شود. با ورود گلوکز نشان‌دار شده به بدن سلول سرطانی قابل تشخیص است. زیرا گلوکزهای پرتوزا به تعداد زیادی وارد آن می‌شوند. گلوکز نشان‌دار هم در سلول‌های عادی و هم در سلول‌های سرطانی یافت می‌شود و تنها تجمع آن در سلول‌های سرطانی بیش‌تر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست: ۹۷

الف) در واکنش‌هایی که در خورشید و بقیه‌ی (ستارگان) رخ می‌دهند، عنصرهای سبک‌تر به عنصرهای سنگین‌تر تبدیل می‌شوند؛ یعنی در خورشید، هیدروژن به هلیوم تبدیل می‌شود ولی هلیوم به هیدروژن تبدیل نمی‌شود.  
ت) فضاپیما ی وویجر ۱ آخرین عکس خود از کره‌ی زمین را از فاصله‌ی تقریبی ۷ میلیارد کیلومتری تهیه کرد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۸

با توجه به ساختار لوویس این مولکول‌ها:



گزینه (۱): درست، هر کدام دارای چهار جفت الکترون پیوندی هستند.

گزینه (۲): درست

گزینه (۳): درست، این نسبت در هر مولکول برابر ۱ می‌باشد.

گزینه (۴): نادرست، اتم مرکزی در فسفرتری‌برمید دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است.

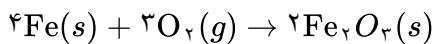
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرمول شیمیایی مس I اکسید به صورت  $Cu_2O$  بوده که مشابه  $Ag_2O$  است. (۱۰۰)

$$\frac{O \text{ جرم}}{Cu \text{ جرم}} = \frac{1 \times 16}{2 \times 64} = 0.125$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به ترتیب A، B و C؛ رعد و برق، گاز  $NO_2$  و گاز NO می‌باشند. (۱۰۱)

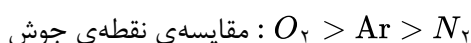
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۲)



مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش بالا با شمار اتم‌های موجود در  $NH_4NO_3$  برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»:



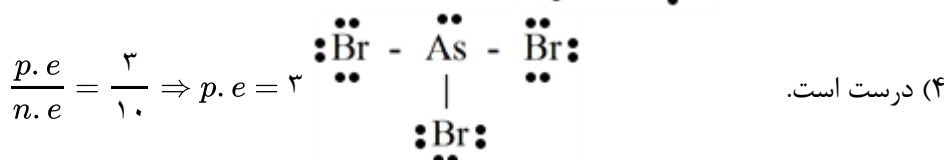
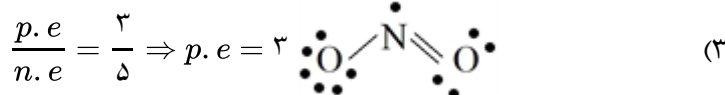
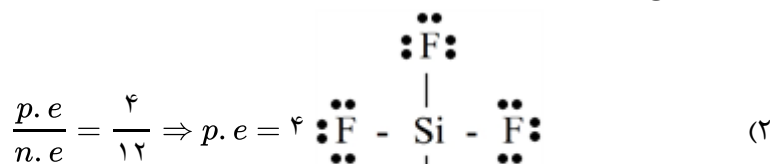
گزینه‌ی «۲»: حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد.

گزینه‌ی «۴»: در ساختار همه مولکول‌های زیستی علاوه بر اکسیژن، کربن و هیدروژن نیز وجود دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۳)

$$\frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow p.e = 4 \quad H - C \equiv N: \quad (۱)$$

شکل صحیح گزینه‌های ۲ و ۳

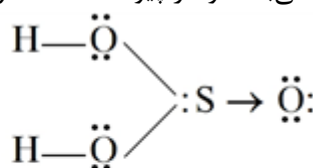
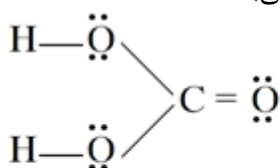


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۴)



گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. هر پیوند یگانه به طور کلی (یاداتیو) دارای دو الکترون یا یک زوج الکترون و هر پیوند دوگانه دارای (۱۰۵)

چهار الکترون یا دو زوج الکترون می‌باشد و هر پیوند سه‌گانه دارای ۶ الکترون یا سه زوج الکترون می‌باشد.



۶ جفت یا  $12e^-$ : الکترونهای پیوندی

۶ جفت یا  $12e^-$ : الکترونهای غیر پیوندی

۵ جفت یا  $10e^-$ : الکترونهای پیوندی

۸ جفت یا  $16e^-$ : الکترونهای غیر پیوندی

