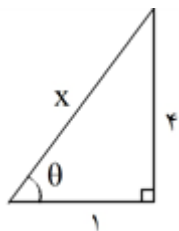


$$f(0) = 0 + 0 + 1 = 1 \\ f(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3 \Rightarrow f(0) + f(1) = 1 + 3 = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲



$$x^2 = 4^2 + 1^2 \Rightarrow x^2 = 17 \Rightarrow x = \sqrt{17}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳

از آنجایی که $x \in B$ ، پس با قرار دادن اعضای B به جای x در رابطه $x + 2y = 3$ خواهیم داشت:

$$x = -1 \Rightarrow -1 + 2y = 3 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \in B$$

بنابراین $(-1, 2) \in h$.

$$x = 2 \Rightarrow 2 + 2y = 3 \Rightarrow 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \notin B$$

$$x = 3 \Rightarrow 3 + 2y = 3 \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0 \notin B$$

$$h = \{(-1, 2)\}$$

بنابراین تابع h برابر است با:

پس برد h مجموعه‌ی تک عضوی $\{2\}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $D_{2f-g} = D_f \cap D_g$ ؛ پس: ۴

$$D_{2f-g} = \{-1, 1, 2\} \cap (R - \{2\}) = \{-1, 1\}$$

$$(2f - g)(-1) = 2f(-1) - g(-1) = 2 - (-1) = 3$$

$$(2f - g)(1) = 2f(1) - g(1) = 4 - (-2) = 11$$

$$2f - g = \{(-1, 3), (1, 11)\} \Rightarrow 3 + 11 = 14$$

حال می‌توان نوشت:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵

$$\sin 135^\circ = \sin(\underbrace{180^\circ - 45^\circ}_{\text{ربع دوم}}) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 210^\circ = (\cos(\underbrace{180^\circ + 30^\circ}_{\text{ربع سوم}}))^2 = (-\cos 30^\circ)^2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 210^\circ \times \sin 135^\circ = \frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از قاعده‌ی هوییتال استفاده می‌کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{x+2}}}{-\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

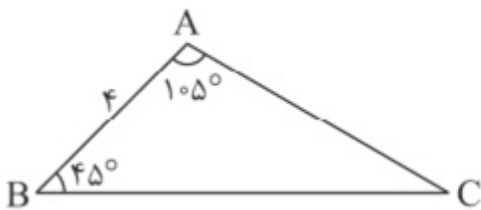
$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (mx^2 - \sqrt{x}) = 16m - 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (mx + \sqrt{x}) = 4m + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \Rightarrow 16m - 2 = 4m + 2 \Rightarrow 12m = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم مجموع زاویه‌های مثلث 180° است. پس:



$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \\ \Rightarrow 105^\circ + 45^\circ + \hat{C} &= 180^\circ \\ \Rightarrow \hat{C} &= 30^\circ \end{aligned}$$

اندازه‌های AB و $\hat{C}$ را داریم پس با استفاده از قضیه‌ی سینوس‌ها می‌نویسیم:

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \frac{4}{\sin 30^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{4}{\frac{1}{2}} = 2R \Rightarrow R = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با رسم قطر AC چهارضلعی $ABCD$ به دو مثلث ABC و ADC تقسیم می‌شود.

$$\triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AC = 10$$

اکنون مساحت هر دو مثلث ABC و ADC را پیدا می‌کنیم.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (6)(8) = 24$$

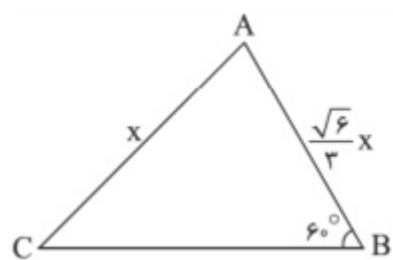
$$S_{\triangle ADC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{5+7+10}{2} = 11 \\ \rightarrow S_{\triangle ADC} &= \sqrt{11(11-5)(11-7)(11-10)} \\ &= \sqrt{11 \times 6 \times 4 \times 1} = 2\sqrt{66} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ABC} = 24 + 2\sqrt{66}$$

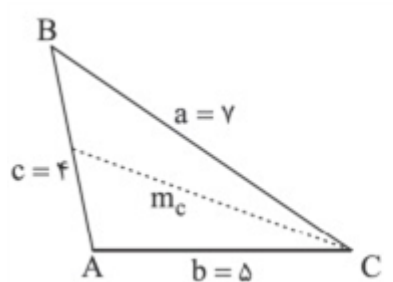
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
طبق قضیه‌ی سینوس‌ها داریم:



$$\frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}x}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{C} = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
بزرگ‌ترین میانه بر کوچک‌ترین ضلع مثلث، وارد می‌شود.
با فرض $a = 7$ و $b = 5$ و $c = 4$ داریم:



$$a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2}$$

$$\Rightarrow 49 + 25 = 2m_c^2 + \frac{16}{2} \Rightarrow m_c^2 = 33$$

$$\Rightarrow m_c = \sqrt{33}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در توصیف داده‌های کیفی چون گزارش درصد باید همواره با گزارش تعداد همراه باشد؛ پس باید تعداد دانش‌آموزان قبول شده در دو سال در دو مدرسه گزارش شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
شهر نفر اول، کیفی اسمی و تعداد مبتلایان متغیر، کمی گسسته است.
بررسی سایر گزینه‌ها: نوع متغیرها به ترتیب عبارتند از:

- (۲) کیفی اسمی - کمی پیوسته
- (۳) کمی پیوسته - کیفی اسمی
- (۴) کمی گسسته - کیفی ترتیبی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 15/4 = \frac{14 + 16 + 19 + 12 + 15 + 17 + a + 13 + 18 + 16}{10} \Rightarrow 154 = 140 + a \Rightarrow a = 14$$

۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹

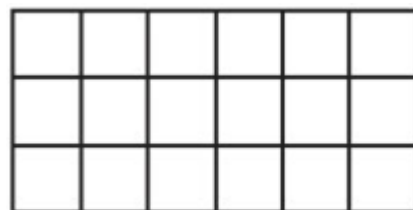
داده‌ها را به ترتیب می‌نویسیم:

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانگین دو داده پنجم و ششم میانه است.

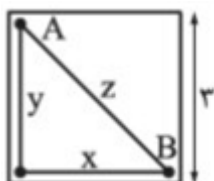
$$\text{میانه} = \frac{15 + 16}{2} = 15/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵

اگر هر ضلع مستطیل را سه واحد سه واحد جدا کنیم به شکل زیر می‌رسیم که شامل ۱۸ مربع 3×3 است:



حالا اگر ۱۹ نقطه داخل این مستطیل انتخاب کنیم، بنا به اصل لانه کبوتر دست کم دو نقطه داخل یکی از مستطیل‌ها قرار می‌گیرد و با توجه به قضیه فیثاغورس فاصله آن‌ها کم‌تر از $3\sqrt{2}$ می‌شود:

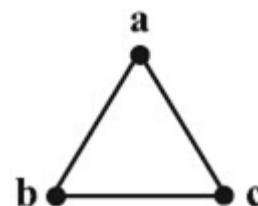


$$\begin{aligned} x &< 3 \\ y &< 3 \end{aligned} \Rightarrow z < \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

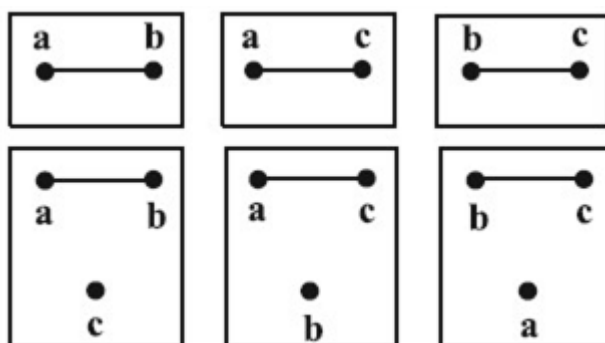
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. Δ برای این گراف ۳ است، با توجه به کران پایین $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ برای $\gamma(G)$ حداقل ۲ $\left\lfloor \frac{8}{4} \right\rfloor$ رأس

برای احاطه کردن رئوس لازم است ولی ۲ رأس برای احاطه کردن تمام رئوس کافی نیست، از بین b و c یکی باید انتخاب شود تا رأس c احاطه شود، برای احاطه کردن رئوس e, h, d و g چون رأسی وجود ندارد که به همه‌ی این رئوس وصل باشد و هیچ کدام از این ۴ رأس به سه رأس دیگر وصل نیست، پس به بیش از یک رأس نیاز است. از طرفی $\{b, d, h\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است. پس $\gamma(G) = 3$.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر گراف C_3 را به صورت زیر در نظر بگیریم: ۱۷



زیرگراف‌هایی که دارای دو γ - مجموعه متمایز هستند عبارتند از:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گزینه ۳ را بررسی می‌کنیم. ۱۸

۱	۲	۳	۴
۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲

۱	۲	۳	۴
۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲

۱۱	۲۲	۳۳	۴۴
۴۲	۳۱	۲۴	۱۳
۲۴	۱۳	۴۲	۳۱
۳۳	۴۴	۱۱	۲۲

A

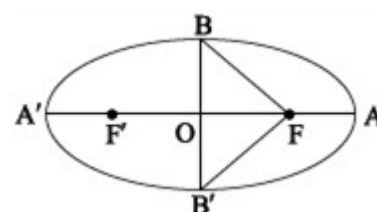
چون اعداد تکراری ۲ رقمی داریم متعامد نمی‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مسأله $\widehat{BFB'}$ را می‌خواهد. ۱۹

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(\widehat{BFO}) = \frac{OF}{BF} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{BFO} = 30^\circ$$

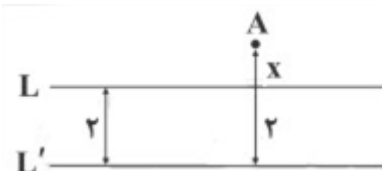
$$\widehat{BFB'} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ \quad \text{بنابراین:}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$L' \text{ از } A \text{ تفاضل فاصله‌ی } (x + 2) - x = 2$$

بنابراین نقطه‌ی A هر جای صفحه باشد دارای تفاضل فاصله‌ی ۲ از L و L' است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه MFF' ضلع مقابل به زاویه $\widehat{F}$ برابر وتر است. لذا $\widehat{F} = 30^\circ$ و از آنجا ۲۱

$$\widehat{M} = 60^\circ \text{ لذا } \widehat{M} = 60^\circ \text{ و چون بنابر خاصیت بازتابندگی بیضی } \alpha = \beta \text{ پس } \alpha = \beta = 60^\circ$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{3} = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ \quad \text{بنابراین:}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 5x^2 - 6 & x-1 \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline x^3 + 5x^2 - 6 & \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline 6x^2 - 6 & \\ -6x^2 + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حالت ابهام این حد $\frac{0}{0}$ است.

۲۳

روش اول: با استفاده از قاعده‌ی هسپیتال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{-\sin x}{-\cos x} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{-} = -\infty$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} &= \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{\cos^2 x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{2}{-} = -\infty \end{aligned}$$

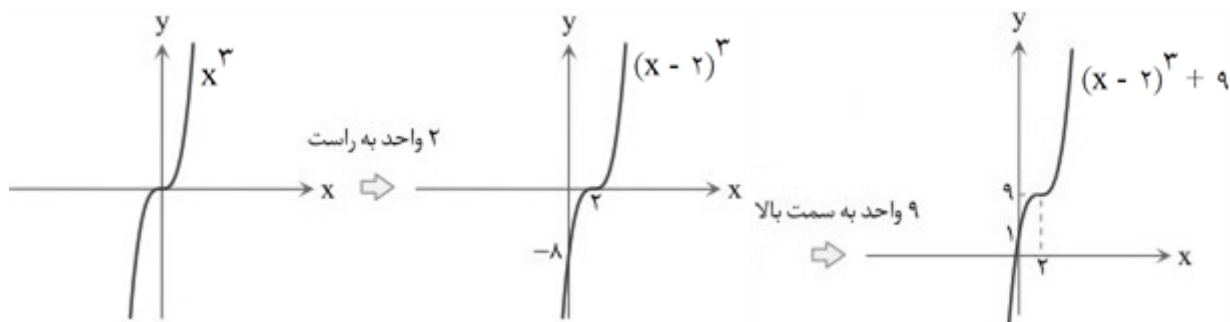
روش سوم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x} &= \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{-\sqrt{1 - \sin^2 x}}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{-\sqrt{1 - \sin x} \times \sqrt{1 + \sin x}}{\sqrt{1 - \sin x} \times \sqrt{1 - \sin x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{-\sqrt{1 + \sin x}}{\sqrt{1 - \sin x}} = \frac{-\sqrt{2}}{+} = -\infty \end{aligned}$$

(دقت کنید که وقتی $x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+$ ، آن‌گاه $\cos x < 0$ و در نتیجه $\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x}$.)

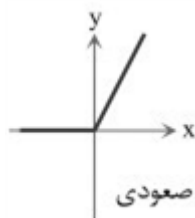
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع را به شکل $f(x) = (x - 2)^3 + 9$ می‌نویسیم سپس با انتقال، آن را رسم می‌کنیم.

۲۴

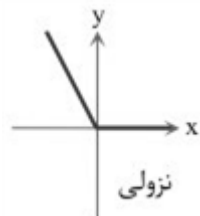


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کافی است نمودار هریک از توابع را رسم کنیم تا وضعیت یکنوایی توابع مشخص شود.

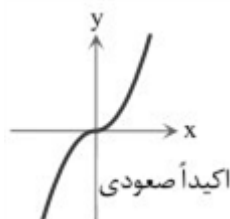
$$f(x) = x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



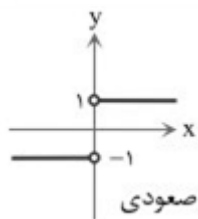
$$f(x) = |x| - x = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases}$$



$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$



$$f(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$



بنابراین تابع $f(x) = x - |x|$ صعودی نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مفهوم سؤال بازه‌ای است که تابع f ثابت باشد.

$$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = -x - x + 1 - 2x = 1 - 4x$$

$$0 < x < 1 \Rightarrow f(x) = x - x + 1 - 2x = 1 - 2x$$

$$x \geq 1 \Rightarrow f(x) = x + x - 1 - 2x = -1$$

تابع در فاصله‌ی $(1, +\infty)$ ثابت است، پس حداقل مقدار a برابر ۱ است.

$$\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cotg(2\alpha)} = \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha}$$

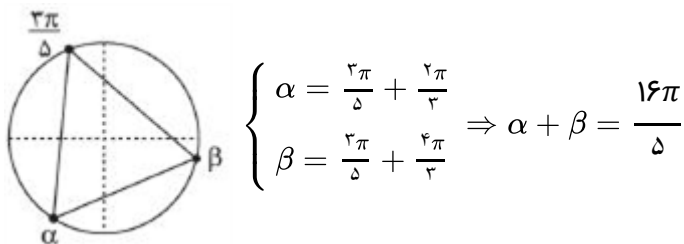
$$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{\cotg 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = \frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha} = \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{24+20}{25}}{\frac{7}{24}} = \frac{1056}{175}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸
باید 2π را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹

$$\frac{\cos 2\alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 - 6 \sin^2 \alpha = 1 + \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 6 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 2 = 0 \Rightarrow (2 \sin \alpha - 1)(3 \sin \alpha + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{2} \\ \sin \alpha = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

چون $\sin$ در ربع چهارم منفی است، پس $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$ قابل قبول است. حال داریم:

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \xrightarrow{\text{ربع چهارم}} \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \left(-\frac{2}{3}\right) \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = \frac{-4\sqrt{5}}{9}$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

طبق قضیه‌ی هرون داریم:

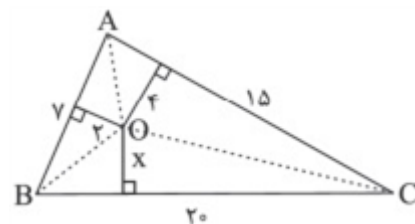
$$P = \frac{7 + 15 + 20}{2} = 21$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{21(21-7)(21-15)(21-20)} = 42$$

با وصل کردن O به سه رأس مثلث داریم:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} \Rightarrow 42 = \frac{7 \times 7}{2} + \frac{4 \times 15}{2} + \frac{x \times 20}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$$



۱۱, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۷, ۲۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{میانۀ} = \frac{15 + 15}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

چون تعداد داده‌ها زوج است، بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا زاویه مرکزی مربوط به گروه خونی O را پیدا می‌کنیم:

$$\hat{O} = 360^\circ - (108^\circ + 102^\circ + 96^\circ) = 360^\circ - 306^\circ = 54^\circ$$

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 54^\circ = \frac{4}{n} \times 360^\circ \Rightarrow \frac{f}{n} = 0.15, F = \frac{f}{n} \times 100 = 0.15 \times 100 = 15$$

بنابراین ۱۵ درصد این افراد در گروه خونی O قرار می‌گیرند.

کل کلاس : $|S| = 50$

تعداد افرادی که حداقل به یک رشته علاقه‌مندند: $|A \cup B| = 24$

$$|S| - |A \cup B| = 2 |A \cap B|$$

تعداد افرادی که به هر فردی که به هیچکدام از دو رشته علاقه‌مندند ۲ رشته علاقه‌مند نیستند.

$$50 - 24 = 2 |A \cap B| \Rightarrow |A \cap B| = 13$$

$$|S| - |A \cup B| = 2 |A \cap B| \Rightarrow 50 - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 2 |A \cap B| \Rightarrow |A| + |B| = 50 - 13 = 37$$

تعداد افرادی که دقیقاً به یک رشته علاقه دارند، $|A - B| + |B - A|$ است، پس داریم:

$$|A - B| + |B - A| = |A| + |B| - 2 |A \cap B| = 37 - 2 \times 13 = 11$$

نکته: اصل شمول و عدم شمول برای دو مجموعه:

اصل شمول:

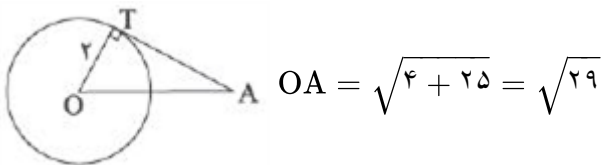
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

عدم شمول:

$$|A \cup B| = |S| - |A \cap B|$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

اگر نقطه A یکی از نقاط قابل قبول از مکان هندسی باشد، مطابق شکل از قبل می‌دانیم خط مماس همیشه در نقطه تماس بر شعاع عمود است، پس مثلث OAT قائم‌الزاویه است و طبق رابطه فیثاغورس داریم:

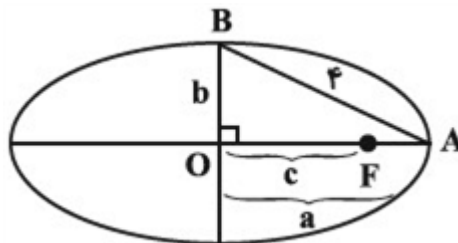


بنابراین مکان هندسی نقاطی مانند A که از آن‌ها می‌توان مماس‌هایی به طول ۵ بر دایره رسم کرد، دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{29}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق فرض و شکل داریم: ۳۵

$$AF = a - c = 1 \Rightarrow a = c + 1$$

$$\triangle OAB : \begin{cases} a^2 + b^2 = 16 \\ a^2 = b^2 + c^2 \\ 2a^2 = 16 + c^2 \end{cases}$$



$$\Rightarrow 2(c+1)^2 = 16 + c^2 \Rightarrow c^2 + 4c - 14 = 0 \Rightarrow c = \frac{-2 \pm \sqrt{18}}{1} = 3\sqrt{2} - 2$$

$$\Rightarrow FF' = 2c = 6\sqrt{2} - 4$$

$$\frac{\sin 3x}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)} = 1 \Rightarrow \frac{\sin 3x}{\sin x} \Rightarrow \sin 3x = \sin x$$

$$3x = 2k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \quad \text{غ ق ق}$$

$$3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

دقت شود $\sin x$ در مخرج کسر قرار دارد و ریشه‌های $\sin x$ جزء دامنه نمی‌باشد. پس $x = k\pi$ باید از مجموعه جواب حذف

$$\text{شود، یعنی جواب کلی معادله برابر است با: } x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دقت کنید که: ۳۷

$$2 \sin^2 x - 1 = -\cos 2x = \cos(2x + \pi)$$

$$\cos 2x = \cos(2x + \pi) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2x + \pi \\ 2x = 2k\pi - 2x - \pi \end{cases} \quad \text{پس:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

جواب‌های قسمت دوم شامل جواب‌های قسمت اول هم می‌شود، پس $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$ یا $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ جواب معادله است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$f(x) = a(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 2(x^2 + 2x + 1)$$

$$= ax^3 + (2 - 3a)x^2 + (4 + 3a)x - a + 2$$

$$g(x) = 2(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + x^2 = 3x^3 + \underline{7x^2} + 9x + 3$$

$$2 - 3a = 10 \Rightarrow a = -\frac{8}{3} \Rightarrow f(\cdot) = \cdot + \cdot + \cdot + \frac{8}{3} + 2 = \frac{14}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۹

با توجه به نمودار، $a = 1$ است.

$$f(x) = (x - 1)^3$$

$$m = f(\cdot) = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۰

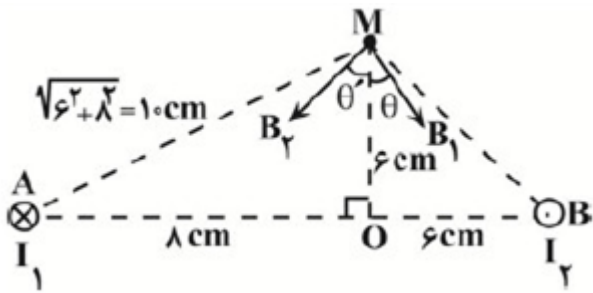
حالت اول:

$$a > 3 \Rightarrow \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow b = 4$$

حالت دوم:

$$a = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + bx^3}{2x^3} = \frac{3+b}{2} = 2 \Rightarrow b = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میدان مغناطیسی هر سیم در نقطه M ، بر خط واصل آن سیم تا نقطه M عمود است و جهت آن از قاعده دست راست به دست می‌آید. با توجه به این موضوع داریم:



مثلث OMB قائم الزاویه متساوی الساقین است

$$\Rightarrow \widehat{OMB} = 45^\circ$$

$$\triangle AOM \text{ در مثلث } \sin(\widehat{AMO}) = \frac{6}{10}$$

$$\Rightarrow \widehat{AMO} = 53^\circ$$

بردار $\vec{B}_1$ بر AM عمود است $\Rightarrow \widehat{AMO} + \theta = 90^\circ \Rightarrow 53^\circ + \theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 37^\circ$

بردار $\vec{B}_2$ بر MB عمود است $\Rightarrow \widehat{BMO} + \theta' = 90^\circ \Rightarrow 45^\circ + \theta' = 90^\circ \Rightarrow \theta' = 45^\circ$

$\Rightarrow \vec{B}_1, \vec{B}_2$ زاویه بین بردارهای $\theta + \theta' = 37^\circ + 45^\circ = 82^\circ$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل در جریان یکسان انرژی ذخیره شده در القاگر (۲)، نه برابر القاگر (۱) است. با توجه به

رابطه $L = \frac{\mu \cdot N^2 A}{l}$ چون مسافت و طول دو القاگر یکسان است، پس $\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2$ و طبق رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ داریم که:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{9}{1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L=\text{ثابت}} \Delta U = \frac{1}{2} L (I_2^2 - I_1^2)$$

پس:

$$20 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} L (25^2 - 9^2) \Rightarrow L = 2/5 \times 10^{-3} H$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گام اول: ابتدا از روی نمودار مقدار دوره تناوب را مشخص می‌کنیم. فاصله مشخص شده معادل با

$$\frac{VT}{4} \text{ است.}$$

$$\frac{VT}{4} = 3/5 \text{ ms} \Rightarrow T = 2 \text{ ms} = 2 \times 10^{-3} s$$

$$I_{\max} = \frac{|\varepsilon_{\max}|}{R} = \frac{4 \times 10^{-2}}{160} = 25 \text{ A}$$

گام دوم: رابطه جریان را می‌نویسیم و مقدار آن را به‌ازای $t = \frac{2}{3} \times 10^{-3} s$ به دست می‌آوریم.

$$I = I_{\max} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 25 \sin\left(1000\pi \times \underbrace{\frac{2}{3} \times 10^{-3}}_t\right) = 25 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ A}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به کم شدن وزن اندازه‌گیری شده توسط نیروسنج پس از برقراری جریان، نتیجه می‌گیریم که نیرو وارد شده به میله‌ی حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی به سمت بالا بوده است. با استفاده از قاعده‌ی دست راست و جهت جریان نتیجه می‌گیریم که میدان مغناطیسی برون‌سو بوده است. اندازه‌ی نیروی وارد بر میله‌ی حامل جریان از طرف میدان را محاسبه می‌کنیم:

$$F_B = BIl \sin \theta \Rightarrow F_B = 1/5 \times 3 \times (63 \times 10^{-2}) \times \sin 90^\circ = 2/835 \text{ N}$$

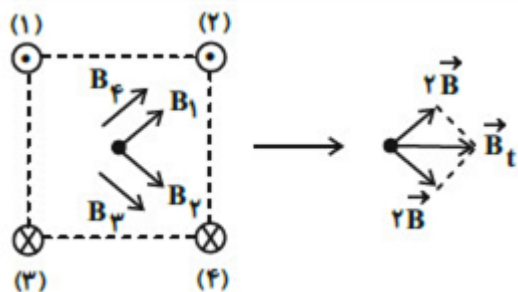
قبل از برقراری جریان، نیروسنج، وزن میله را نشان می‌دهد و پس از برقراری جریان، اندازه‌ی برآیند نیروی وزن و نیروی وارد بر میله از طرف میدان را نشان می‌دهد، بنابراین اندازه‌ی نیروی وارد بر میله از طرف میدان برابر است با:

$$F'_b = F_1 - F_2 = 27 - 26 = 1 \text{ N}$$

$$\frac{|F'_b - F_b|}{F_b} \times 100 = \frac{|1 - 2/835|}{2/835} \times 100 = 64\%$$

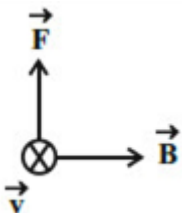
درصد خطای اندازه‌گیری نیروسنج برابر است با:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق قاعده‌ی دست راست ابتدا جهت میدان مغناطیسی هر سیم را در مرکز مربع پیدا می‌کنیم. از آنجا که جریان گذرنده از سیم‌ها یکسان است، میدان مغناطیسی که هر سیم ایجاد می‌کند برابر مقدار $\vec{B}$ است و داریم:



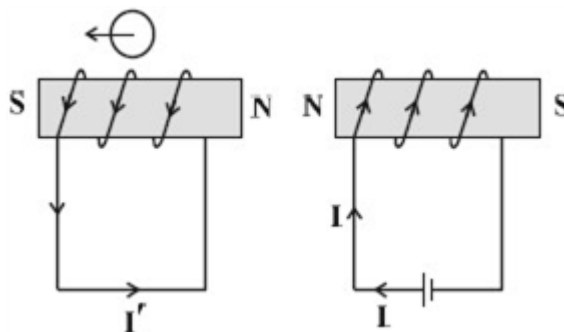
بردار میدان مغناطیسی برآیند:

حال به کمک قاعده‌ی دست راست (البته چون الکترون بار منفی دارد از دست چپ استفاده می‌کنیم)، جهت نیروی وارد بر الکترون را پیدا می‌کنیم:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

وقتی کلید را می‌بندیم طبق قانون لنز در سیم‌لوله سمت چپ، قطب N و S به صورت زیر قرار می‌گیرد و قطب‌نما سمت چپ را نشان می‌دهد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با نصف کردن سیملوله، طول آن نصف و تعداد دورهای آن نیز نصف می‌شود، بنابراین:

$$B = \mu \cdot \frac{N}{l} I \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{I_2}{I_1} \times \frac{l_1}{l_2}$$

$$\frac{N_2 = \frac{1}{2} N_1, l_2 = \frac{1}{2} l_1}{I_2 = \frac{1}{6} I_1} \rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{6} \Rightarrow B_2 = \frac{1}{6} B_1$$

بنابراین درصد تغییرات اندازه‌ی میدان مغناطیسی برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات میدان} = \frac{\Delta B}{B_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{6} B_1 - B_1}{B_1} \times 100 = \% - 40$$

پس اندازه‌ی میدان مغناطیسی ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق رابطه $\varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ با تغییر میدان مغناطیسی، نیروی محرکه الکتریکی نیز تغییر می‌کند و با افزایش سرعت، زمان تغییرات کاهش می‌یابد:

$$\uparrow \varepsilon = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t \downarrow} \text{ نیرو محرکه القایی افزایش می‌یابد.}$$

با افزایش سرعت، زمان تغییرات کاهش می‌یابد، پس جریان القایی نیز افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t \downarrow} \text{ : طبق رابطه جریان القایی}$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = \frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \times \Delta t = \frac{N}{R} |\Delta \Phi|$$

نتیجه می‌گیریم که بار القایی به زمان بستگی ندارد و ثابت می‌ماند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه $F = ILB \sin \theta$ و با توجه به این که سیم‌های ab، cd و ef در راستای خط‌های میدان مغناطیسی قرار دارند، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر آن‌ها صفر است. طبق قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم bc به صورت درون سو و جهت نیروی وارد بر سیم de به صورت برون سو است و اندازه آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

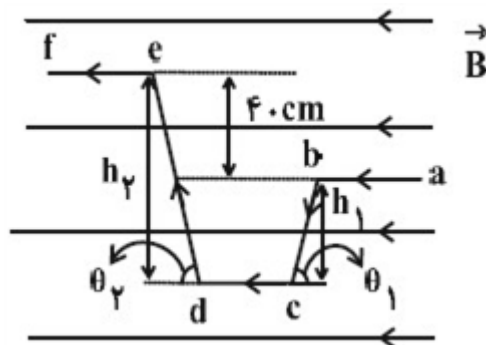
$$F_{bc} = IL_{bc} B \sin \theta_1 = IB (L_{bc} \sin \theta_1) = IB h_1$$

$$F_{de} = IL_{de} B \sin \theta_2 = IB (L_{de} \sin \theta_2) = IB h_2$$

با توجه به این که $h_2 > h_1$ می‌باشد، پس $F_{de} > F_{bc}$ است. بنابراین جهت نیروی خالص وارد بر سیم برون سو است و اندازه آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = F_{de} - F_{bc} = IB (h_2 - h_1) \xrightarrow[h_2 - h_1 = 4 \times 10^{-1} m]{I = 5 A ; B = 2 \times 10^{-2} T}$$

$$F = (5)(2 \times 10^{-2})(4 \times 10^{-1}) = 4 \times 10^{-2} N$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جهت میدان مغناطیسی درون یک آهنربا خلاف جهت میدان مغناطیسی در خارج آهنربا است، بنابراین جهت میدان مغناطیسی درون کره ی زمین خلاف جهت میدان مغناطیسی در خارج آن است. قطب شمال مغناطیسی (N) زمین در جنوب جغرافیایی آن قرار دارد، بنابراین در خارج کره ی زمین جهت میدان مغناطیسی به سمت شمال جغرافیایی و درون آن به سمت جنوب جغرافیایی (قطب جنوب) می باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$B = \frac{\mu \cdot NI}{rR} \Rightarrow I = \frac{B \times rR}{\mu \cdot N} = \frac{15 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-1}}{12 \times 10^{-7} \times 200}$$

$$I = \frac{3 \times 10^{-4}}{24 \times 10^{-5}} = \frac{30}{24} = \frac{10}{8} = 1.25 A$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$N = \frac{L}{\mu R} = \frac{62/8}{2 \times 3.14 \times 0.1} = 100$$

$$B = \frac{\mu \cdot NI}{rR} \Rightarrow B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times \frac{100}{\pi}}{2 \times 10^{-1}} = 2 \times 10^{-2} T = 20 G$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سیم ها به هم چسبیده اند.

$$Nd = L \Rightarrow \frac{N}{L} = \frac{1}{d}$$

$$B = \mu \cdot \frac{N}{L} I \Rightarrow B = \frac{\mu \cdot I}{d} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 0.5}{3 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-4} T = 2 G$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هنگامی که کلید بسته است بالای سیم لوله قطب S است و آهنربا به بالا دفع شده و فنر فشرده تر از حالتی خواهد بود که سیم لوله آهنربا را دفع نمی کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. انرژی کلی را محاسبه می کنیم:

$$E = Pt = 100 \times 1/6 = 160 J \times \frac{1 eV}{1/6 \times 10^{-19} J} = 10^{21} eV$$

$$\text{تعداد واکنش ها} = \frac{E_{\text{کلی}}}{E_{\text{هر واکنش}}} = \frac{10^{21}}{20 \times 10^6} = 0.5 \times 10^{14} = 5 \times 10^{13}$$

می دانیم در هر واکنش گداخت ۳ نوترون شرکت می کند، بنابراین:

$$\text{تعداد نوترون ها} = 3 \times \text{تعداد واکنش ها} = 15 \times 10^{13}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. میله های کنترل معمولاً از مواد جذب کننده نوترون مانند کادمیم و بور ساخته می شوند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تراز مدار الکترون را به دست می‌آوریم:

$$r_n = a \cdot n^2 \xrightarrow{r_n = 25a} n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$$

کوتاه‌ترین طول موج مرئی مربوط به گذار الکترون از تراز $n = 5$ به تراز $n' = 2$ است و کوتاه‌ترین طول موج فرابنفش مربوط به گذار الکترون از تراز $n = 5$ به تراز $n' = 1$ است. با توجه به رابطه ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{n'=1} \frac{1}{\lambda_1} &= R \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{25} \right) \Rightarrow \lambda_1 = \frac{25}{24R} \\ \xrightarrow{n'=2} \frac{1}{\lambda_2} &= R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right) \Rightarrow \lambda_2 = \frac{100}{21R} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{100}{21R} - \frac{25}{24R} \Rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{1}{3R} \left(\frac{100}{7} - \frac{25}{8} \right) \Rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{625}{168R} \simeq 372 \text{ nm}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ عدد نوترونی ${}^{12}_6C$ برابر ۶ و عدد نوترونی ${}^{13}_6C$ برابر ۷ است.

(۲) درست؛ ایزوتوپ‌های یک عنصر، دارای عدد اتمی مساوی و عدد نوترونی متفاوت هستند.

(۳) نادرست؛ ایزوتوپ‌های یک عنصر در جدول تناوبی در یک مکان قرار می‌گیرند.

(۴) درست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P = \frac{E}{t} \xrightarrow{E = nhf = \frac{nhc}{\lambda}} P = \frac{nhc}{\lambda t} = \frac{6 \times 10^{21} \times 6 / 6 \times 10^{-32} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9} \times 18}$$

$$\Rightarrow P = 100W$$

$$\frac{N_o}{\lambda} = \frac{N_o}{\lambda^n} \Rightarrow \lambda^n = \lambda \Rightarrow n = 2 \Rightarrow T = 8 \text{ روز}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

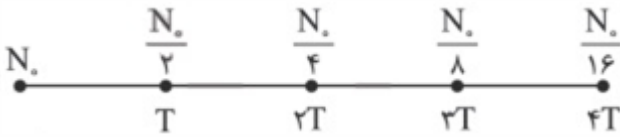
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بلندترین طول موج معادل با کمترین انرژی است یعنی حداقل انرژی فوتون گسیلی برابر تابع کار فلز شود:

$$\begin{aligned} E_{\min} = W. &\Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{\max}} = W. \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{hc}{W.} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4 / 14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{5 / 175} \\ &= 2 / 4 \times 10^{-7} m = 240 \text{ nm} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۳

چون پس از ۱۲ روز $\frac{15}{16}$ از ماده اولیه تجزیه شده است. پس $\frac{1}{16}$ از ماده‌ی اولیه باقی مانده و با توجه به نمودار زیر می‌توان نتیجه

گرفت مدت ۱۲ روز معادل ۴ نیمه‌عمر است، پس مدت‌زمان نیمه‌عمر برابر $T = \frac{12}{4} = 3$ روز است و پس از دو نیمه‌عمر $\frac{1}{4}$ ماده‌ی اولیه که معادل ۲۵٪ از ماده‌ی اولیه است باقی می‌ماند، پس باید مدت‌زمان، $6 = 2 \times 3$ روز گذشته باشد.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۴

$$E = P \times t = 10 \times 60 = 600 \text{ J}$$

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{6 \times 10^2 \times 640 \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}$$

$$n = \frac{2 \times 10^{-6}}{10^{-27}} = 2 \times 10^{21}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تراز n' انرژی الکترون برابر 0.85 eV است، بنابراین:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -0.85 = -\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow n' = 4$$

در ادامه می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{8}{15} \times 10^{-7} \right)} = 1.09 \times 10^7 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \frac{15}{80} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{16} \Rightarrow n = 2$$

دقت کنید: چون R برحسب $(\text{nm})^{-1}$ داده شده است، طول موج را برحسب نانومتر جای گذاری کرده‌ایم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا توان مصرفی لامپ را می‌یابیم: ۶۶

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{R=\text{ثابت}} \frac{P_{\text{مصرفی}}}{P_{\text{اسمی}}} = \left(\frac{V_{\text{باتری}}}{V_{\text{اسمی}}} \right)^2$$

$$\frac{P_{\text{اسمی}} = 600 \text{ W}, V_{\text{اسمی}} = 220 \text{ V}}{V_{\text{باتری}} = 110 \text{ V}} \xrightarrow{} \frac{P_{\text{مصرفی}}}{600} = \left(\frac{110}{220} \right)^2 \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 150 \text{ W}$$

اکنون به صورت زیر، تعداد فوتون‌های تابشی را پیدا می‌کنیم:

$$E = P_{\text{مصرفی}} t \xrightarrow{\Delta E = \frac{nhc}{\lambda}} \frac{nhc}{\lambda} = P_{\text{مصرفی}} t$$

$$\Rightarrow n = \frac{P_{\text{مصرفی}} t \lambda}{hc} \xrightarrow{t=60 \text{ s}, \lambda=660 \text{ nm} = 660 \times 10^{-9} \text{ m}} n = \frac{150 \times 60 \times 660 \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 3 \times 10^{22}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شرط فوتوالکتریک: ۶۷

$$\frac{hc}{\lambda} = W + K \Rightarrow \frac{6/63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}} = W + 2/2 \times 10^{-19} \Rightarrow 6/63 \times 10^{-19} = W + 2/2 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow W = 4/63 \times 10^{-19} \text{ J}$$

در حالت دوم داریم:

$$hf = W + K \Rightarrow K = hf - W \Rightarrow 6/63 \times 10^{-34} \times 2 \times 10^{15} - 4/63 \times 10^{-19} = K$$

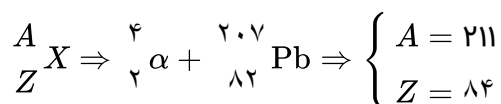
$$\Rightarrow K = 8/63 \times 10^{-19} \text{ J}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n^2_1 = \frac{13/6}{3/4} = 4 \Rightarrow n_1 = 2$$

$$\Rightarrow n^2_2 = \frac{13/6}{0.544} = 25 \Rightarrow n_2 = 5$$

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 4a_0 \\ r_2 = 25a_0 \end{cases} \Rightarrow r_2 - r_1 = 21a_0 \text{ افزایش می یابد.}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$V = \lambda f = C \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{\frac{1}{3} \times 10^{15}} = \frac{900}{1} \text{ nm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n')^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{900} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n = 3$$

پس دومین خط لیمان است.

$$k_{\max} = hf - W.$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$W_0 = hf_0 = 4 \times 10^{-15} \times \frac{5}{\lambda} \times 10^{15} = 2/5 \text{ eV} \Rightarrow 2/5 \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$hf = 4/125 \times 10^{-19} \Rightarrow k_{\max} = 4/125 \times 10^{-19} - 2/5 \times 1/6 \times 10^{-19} = 0/125 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$k_{\max} = \frac{1}{2} m V_{\max}^2 \Rightarrow 0/125 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times V_{\max}^2 \Rightarrow V = \frac{1}{6} \times 10^6 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۲

$$\lambda = \frac{C}{f} = \frac{3 \times 10^8}{562/5 \times 10^{12}} = \frac{3 \times 10^{-4}}{562/5} = \frac{3000}{562/5} \times 10^{-7} \cong 500 \text{ nm}$$

بنابراین محدوده نور مرئی است و رشته با نمودار داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

با محاسبه می‌توانیم n را به دست آوریم اما در گزینه‌ها فقط گزینه‌ی «۳» می‌تواند جواب باشد.

$$\frac{1}{\frac{562/5}{3000}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۳

نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است ولی نسبت به نیروی دافعه کولنی داخل هسته بسیار قوی‌تر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۴

$$R = \frac{E_R}{hc} \rightarrow E_R = Rhc$$

$$\text{اولین خط } n' = 2, n = 3$$

$$\Rightarrow hf_1 = E_3 - E_2 = -\frac{E_R}{3^2} + \frac{E_R}{2^2} = \frac{5}{36} E_R$$

$$\text{دومین خط } n' = 2, n = 4$$

$$\Rightarrow hf_2 = E_4 - E_2 = -\frac{E_R}{4^2} + \frac{E_R}{2^2} = \frac{3}{16} E_R$$

$$\Rightarrow h(f_2 - f_1) = \left(\frac{3}{16} - \frac{5}{36} \right) E_R \Rightarrow f_2 - f_1 = \frac{1}{144} \frac{E_R}{h} = \frac{1}{144} R_e$$

$$\rightarrow f_2 - f_1 = \frac{1}{144} \times 0.01 \times 10^{+9} \times 3 \times 10^8 = \frac{1}{48} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

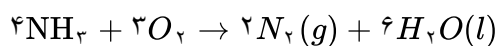
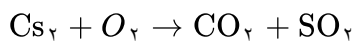
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۵

$$E = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \left\{ \Delta E = E_R \left(1 - \frac{1}{9} \right) = \frac{8}{9} E_R, \Delta E' = E_R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) = \frac{5}{144} E_R \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta E'} = 25/6 \right.$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ساختار دی‌متیل اتر به صورت CH3-O-CH3 است. این ترکیب ایزومر اتانول بوده ۷۶

(گزینه‌ی یک) دو جفت الکترون ناپیوندی روی اکسیژن مشاهده می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۷۷)



$$\frac{1}{4 \times 17} = \frac{?}{1530} \Rightarrow ? = 22/5 \Rightarrow \frac{?}{76} = \frac{22/5}{1075} \Rightarrow ? = 1/59$$

$$\frac{1}{4} = \frac{?}{2} \Rightarrow ? = 0/5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پیوند کربن - اکسیژن در کربن مونوکسید، کربن دی‌اکسید، ۲ هپتانون و دی‌متیل اتر به ترتیب $C \equiv O$, $C = O$, $C = O$, $C - O$ است. با کاهش مرتبه پیوند آنتالپی پیوند نیز کاهش می‌یابد. (۷۸)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ساده‌ترین آلکین، اتین (C_2H_2) است. (۷۹)

$$?kJ = 5600 mL C_2H_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{22400 mL C_2H_2} \times \frac{1300 kJ}{1 \text{ mol } C_2H_2} = 325 kJ$$

$$= 1300 kJ \cdot mol^{-1} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{26 g C_2H_2} = 50 kJ \cdot g^{-1}$$

ارزش سوختی در منابع معتبر علمی بدون علامت منفی گزارش می‌شود.

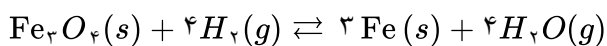
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ی نادرست: شیب نمودار A قرینه شیب نمودار C است. (۸۰)

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. (۸۱)

$$\Delta = (B - C \text{ پیوند}) - (A - B \text{ پیوند}) \rightarrow \Delta H \left(\frac{KJ}{mol} \right) = E_a - E'_a = 50 - 150 = -100 KJ$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. هرچه اختلاف الکترونگاتیوی بین دو عنصر بیش‌تر باشد خصلت یونی بیش‌تر است اما شرط آن این است که باید پیوند یونی باشد ترکیبات ۲ و ۳ و ۴ هر سه ترکیبات با پیوندهای کووالانسی هستند. دقت شود CsF قوی‌ترین پیوند یونی در جدول را داراست زیرا F ، الکترونگاتیوترین عنصر جدول است و Cs دارای کم‌ترین عدد الکترونگاتیوی می‌باشد. (۸۲)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۸۳)



$$K = \frac{[H_2O]^2}{[H_2]^2} \text{ و } [H_2O] = 2[H_2] \rightarrow K = \frac{(2[H_2])^2}{[H_2]^2} \rightarrow K = 16$$

در زمانی که $0/6$ مول آهن تولید شده باشد، با توجه به ضرایب استوکیومتری مقدار $0/8$ مول آب تولید می‌شود.

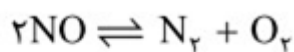
$$[H_2O] = 2[H_2] \rightarrow 0/8 = 2[H_2] \rightarrow [H_2] = 0/4$$

$$g H_2 = 0/4 \text{ mol } H_2 \times \frac{2 g H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 0/8$$

$$g H_2O = 0/8 \text{ mol } H_2 \times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 14/4$$

$$\% H_2 = \frac{0/8}{0/8 + 14/4} \times 100 = 5/26$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از ضرایب استوکیومتری می توان غلظت تعادلی اکسیژن را به دست آورد.



غلظت اولیه	A	.	.
غلظت تعادلی	x	۵۰x	۵۰x

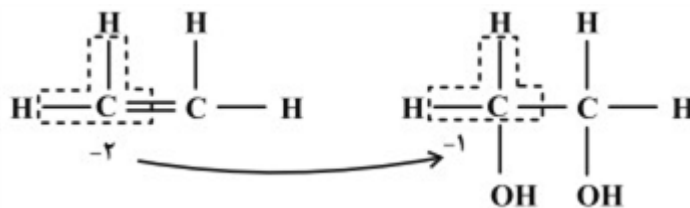
$$K = \frac{[\text{N}_2][\text{O}_2]}{[\text{NO}]^2} = \frac{50x \times 50x}{x^2} = 2500 = 2/5 \times 10^3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این تعادل گرماده می باشد ($\Delta H < 0$) با افزایش دما طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت مصرف گرما (در جهت برگشت) جابه جا شده و مقدار A_2 و B_2 کاهش و مقدار AB افزایش می یابد.

شمار مول های گازی در دو طرف این تعادل با هم برابر است و افزایش حجم (کاهش فشار) در دمای ثابت باعث جابه جایی تعادل نمی شود و شمار مول های AB ثابت می ماند.
با افزایش دما، ثابت تعادل های گرماده کاهش می یابد.

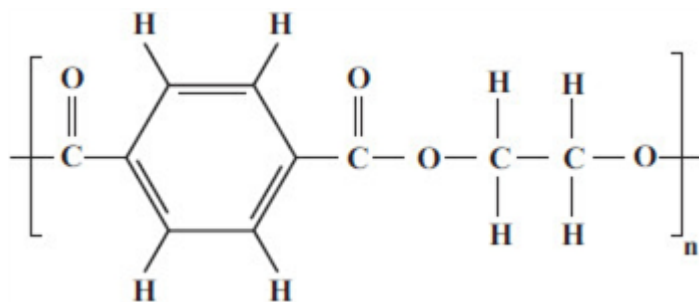
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه ها:

- گزینه ۱ «۱»: از دیدگاه اتمی، هر واکنشی که همهی فرآورده های آن قابل استفاده باشد، صرفه اقتصادی بیشتری دارد.
گزینه ۲ «۲»: ترفتالیک اسید در نفت خام وجود ندارد و از واکنش پارازایلن با محلول پتاسیم پرمنگنات غلیظ تهیه می شود.
گزینه ۳ «۳»: PET همانند سایر پلیمرهای سنتزی ماندگاری زیادی دارد.
گزینه ۴ «۴»: در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، عدد اکسایش اتم های کربن افزایش می یابد.

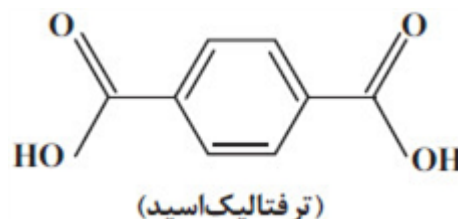


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های آ و ت نادرست هستند. بررسی عبارت‌ها:

(آ) بطری آب از پلیمری (PET) ساخته شده است که در واحد تکرارشونده آن مطابق ساختار روبه‌رو، ۱۰ اتم کربن وجود دارد.



(ب) یکی از مونومرهای سازنده PET، ترفتالیک اسید که در ساختار خود همانند ساختار واحد تکرارشونده PET یک حلقه بنزن دارد.



(پ) فرمول ساختاری واحد تکرارشونده پلی‌اتیلن ترفتالات (PET) به صورت بالا است. در ساختار این واحد تکرارشونده، ۵ پیوند دوگانه و ۸ پیوند «کربن - هیدروژن» وجود دارد.

(ت) از واکنش یک الکل تک‌عاملی (ROH) و یک اسید آلی تک‌عاملی $(R'COOH)$ ، یک مولکول استر $(R'COOR)$ و یک مولکول آب تولید می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد دوم و سوم نادرست است.

(۲) از واکنش گاز اتن با HCl، کلرواتان به دست می‌آید که به عنوان افشانه بی‌حس کننده موضعی کاربرد دارد.

(۳) از واکنش اتانول و استیک اسید، اتیل استات به دست می‌آید که حلال چسب است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

عبارت‌های اول، دوم و چهارم نادرست هستند. بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: واکنش‌های شیمیایی صرف‌نظر از اینکه گرماده یا گرماگیر باشند، برای آغاز شدن به انرژی نیاز دارند.

مورد دوم: مقدار حداقل انرژی موردنیاز برای انجام واکنش (E_a) با تغییر دما تغییر نمی‌کند.

مورد سوم: هرچه انرژی فعالسازی واکنشی بیشتر باشد، واکنش در شرایط دشوارتر و دمای بالاتری انجام می‌شود.

مورد چهارم: به طور کلی، میان ΔH واکنش و E_a رابطه‌ای وجود ندارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های آب (H_2O) و آمونیاک (NH_3) منفی است.

بررسی گزینه ۲: در ساختار یخ پیرامون هر مولکول آب ۴ پیوند هیدروژنی وجود داشته و در الماس نیز هر اتم کربن با ۴ اتم کربن دیگر پیوند اشتراکی برقرار می‌کند.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$Q = mC\Delta T = 100 \times 2 / 46 \times 10 = 2460 \text{ J}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۲

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): طبق متن کتاب درسی درست است.

گزینه (۲): نادرست، شیر برای ترمیم پوکی استخوان مناسب است.

گزینه (۳): نادرست، اسفناج و عدس غنی از آهن هستند.

گزینه (۴): نادرست، ارزش مواد غذایی یکسان نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انرژی گرمایی به مقدار دمای ماده و جرم ماده بستگی دارد و انرژی گرمایی ۲۰۰ گرم آب $25^{\circ}C$ از ۹۳

انرژی گرمایی ۱۰۰g آب $25^{\circ}C$ بیش‌تر است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا انرژی لازم برای تپش قلب در یک روز را حساب می‌کنیم: ۹۴

ساعات روز دقایق ساعت

$$\text{روز/} 230/4 \text{ kJ} = 230400 \text{ J} = 230400 \text{ J} = 230400 \text{ J} = 230400 \text{ J}$$

انرژی هر تپش دفعات تپش

$$\begin{aligned} \text{ارزش سوختی وعده غذایی} &= \left(\frac{250 \text{ kJ}}{100 \text{ g مرغ}} \times 100 \text{ g مرغ} \right) + \left(\frac{100 \text{ kJ}}{10 \text{ g نان}} \times 220 \text{ g نان} \right) \\ &+ \left(\frac{15 \text{ kJ}}{100 \text{ g کلم بروکلی}} \times 100 \text{ g کلم بروکلی} \right) + \left(\frac{170 \text{ kJ}}{10 \text{ g سیب زمینی}} \times 120 \text{ g سیب زمینی} \right) = 6890 \text{ kJ} \\ \Rightarrow \frac{6890 \text{ kJ}}{230/4 \text{ kJ}} &\approx 30 \text{ روز} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرایند تبخیر یک فرایند فیزیکی است نه گرما شیمیایی! ۹۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فلزات دسته d در خصوصیات مانده سختی، نقطه ذوب و تنوع اعداد اکسایش با فلزات گروه‌های اصلی متفاوت هستند. ۹۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موردهای اول و سوم صحیح هستند. در واکنش‌های تعادلی سرعت واکنش‌ها صفر نمی‌شود و غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها با هم برابر نیست. ۹۸

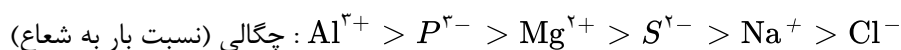
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۹

(۱) هوای آلوده به دلیل وجود نیتروژن دی‌اکسید به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود.

(۲) اوزون موجود در هوای آلوده مطابق واکنش $\text{NO}_2(g) + \text{O}_2(g) \rightarrow \text{O}_3(g) + \text{NO}(g)$ تولید می‌شود.

(۴) در خروجی اگزوز خودروهایی که در سوخت آنها گوگرد وجود دارد، گاز SO_2 وجود دارد نه SO_3 .

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به عنصرهای دوره سوم و یون پایدار آن‌ها می‌توان گفت که A^{3+} و D^{2-} به ترتیب یون‌های Al^{3+} و S^{2-} هستند. همچنین با توجه به چگالی بار (نسبت بار به شعاع) یون‌های پایدار این دوره، می‌توان عنصرهای B و C را تعیین کرد:



بنابراین B^{b-} که چگالی بار کوچکتری از S^{2-} دارد همان Cl^- و C^{c+} که چگالی بار آن از S^{2-} کمتر و از Cl^- بیشتر است، Na^+ می‌باشد.

$$(A = {}_{13}Al), (B = {}_{17}Cl), (C = {}_{11}Na), (D = {}_{16}S)$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: با توجه به این که در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد، بنابراین شعاع اتمی B (کلر) از D (گوگرد) کوچک‌تر است.

گزینه ۲: با توجه به چگالی بار یون‌های سازنده، آنتالپی فروپاشی شبکه بلوری NaCl از Al_2S_3 کوچک‌تر است.

گزینه ۳: اتم C همان Na می‌باشد که دارای ۵ الکترون با $l = 0$ می‌باشد:

$${}_{11}Na: 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^1$$

گزینه ۴:

$$B^{b-} = Cl^- \Rightarrow 5/56 \times 10^{-2} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = \frac{1}{5/56 \times 10^{-3}} \simeq 118$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط مورد ت درست است. بررسی موارد:

مورد آ) شمار نزدیک‌ترین یون‌های نهم‌نام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور ترکیب یونی، عدد کوئوردیناسیون نام دارد.

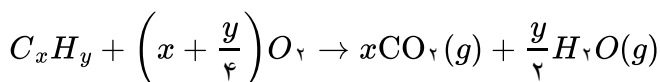
مورد ب) مقایسه آنتالپی فروپاشی این سه ترکیب به صورت $NaF > NaCl > KBr$ است.

مورد پ) آلیاژ هوشمند از عناصر Ni و Ti (نیکل و تیتانیوم) ساخته می‌شود.

مورد ت) فلزهای دسته d از فلزهای دسته s و p سخت‌ترند و نقطه ذوب بالاتری دارند و عدهای اکسایش آنها متنوع است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های پ و ت درست‌اند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت آ) گاز اکسیژن لازم برای سوختن هیدروکربن برابر است با:

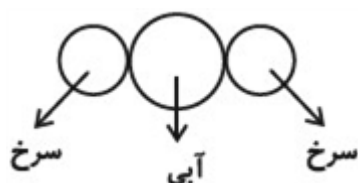


$$?gO_2 = 0/2 \text{ mol } C_xH_y \times \frac{\left(x + \frac{y}{4}\right) \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_xH_y} \times \frac{32gO_2}{1 \text{ mol } O_2} = (6/4x + 1/4y)gO_2$$

عبارت ب) واکنش $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ در دمای اتاق انجام نمی‌شود و در اثر رعد و برق یا در دمای موتور خودرو انجام می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ در مولکول SO_2 اتم مرکزی دارای بار δ^+ و در مولکول NH_3 اتم مرکزی دارای بار δ^- است.



مورد دوم: نادرست؛ شعاع اتمی کربن از اکسیژن بیشتر است.

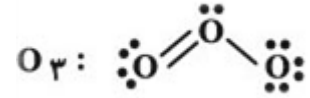
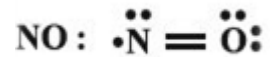
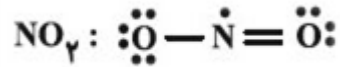
مورد سوم: درست؛ SO_2 دارای مولکول‌های قطبی است و نقطه جوش بالاتری نسبت به مولکول‌های ناقطبی CO_2 دارد، پس در حالت گازی ساده‌تر مایع می‌شود.

مورد چهارم: درست؛ مولکول‌های CO_2 و SO_2 ناقطبی هستند و توزیع الکترون‌ها در آن‌ها متقارن و یکنواخت است اما SO_2 و NH_3 قطبی هستند و توزیع الکترون در مولکول آن‌ها نامتقارن و غیریکنواخت است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه عبارت‌ها درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

الف) آلاینده A، B و C به ترتیب NO، NO_۲ و O_۳ است. NO_۲ با اکسیژن هوا در حضور نور خورشید واکنش می‌دهد و O_۳ و NO تولید می‌شود.

ب) ساختار لوویس گونه‌ها به صورت زیر است:



پ) NO و NO_۲ جزو آلاینده‌های خروجی آگروز خودروها هستند که در واکنش با آمونیاک به نیتروژن و بخار آب تبدیل می‌شوند.
ت) در شرایط یکسان انحلال‌پذیری CO_۲ از NO بیشتر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های ب و ت درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) گاز NO تولیدی در آگروز خودروهای بنزینی در مجاورت مبدل کاتالیستی به سرعت به گاز N_۲ مبدل می‌شود.

ب) در مبدل‌های کاتالیستی خودروها از فلزها Pt، Pd و Rh به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

