

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد حالاتی که هم دانش‌آموز تجربی و هم دانش‌آموز ریاضی در بین ۳ نفر باشد را از کل حالات کم می‌کنیم:

$$\binom{10}{3} - \left(\binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{5}{1} + \binom{3}{2} \binom{2}{1} + \binom{3}{1} \binom{2}{2} \right) = 120 - (3 \times 2 \times 5 + 3 \times 2 + 3 \times 1) \\ = 120 - 39 = 81$$

۱, ۳, ۵, ۷, ۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

کافی است سه رقم از ۵ رقم را انتخاب کنیم و با همان ترتیب گفته شده در مرتبه‌های یکان، دهگان و صدگان قرار

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 2} = 10$$

دهیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3n^2 - 1 = 2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \Rightarrow f = \{(2, 2), (1, 1), (3, 1), (1, 2)\} \times \\ n = -\frac{1}{3} \Rightarrow \left(3, \frac{1}{-3}\right) = (3, -3) \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد بازیکنان یا بیشتر از کاپیتان است یا کمتر:

$$\frac{\text{کل حالت ها}}{2} = \frac{6!}{2} = \frac{720}{2} = 360$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای انتخاب مدیر ۷ راه داریم. بعد از انتخاب مدیر، برای انتخاب معاون ۶ راه و در ادامه برای انتخاب

منشی ۵ راه داریم. تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$7 \times 6 \times 5 = 210$$

$$n(S) = \binom{5}{2} = 10$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = 3 + 1 = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{10} = 0.4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد مثلث‌ها برابر است با تعداد حالت‌هایی که ۲ نقطه از ۹ نقطه انتخاب شوند:

$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

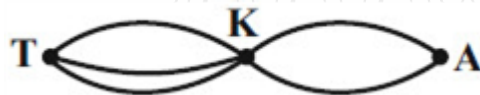
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \binom{n}{2k} \xrightarrow{\text{شامل عضو } a} \binom{n-1}{2k-1} \\ \binom{n}{k+3} \xrightarrow{\text{فاقد عضو } b} \binom{n-1}{k+3} \end{cases} \Rightarrow \binom{n-1}{2k-1} = \binom{n-1}{k+3}$$

$$2k-1 + k+3 = n-1 \Rightarrow 3k+3 = n \Rightarrow \binom{n}{3k+3}$$

$$2k - 1 = k + 3 \Rightarrow k = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با جایگذاری $m = 6$ در گزینیه‌ها داریم: برای برگشت، باید مسیر رفت انتخاب نشود بنابراین $2 \times 1 = 2$
 حالت ۱ داریم: پس در حالت کلی خواهیم داشت: $\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3)\}$ (۲)
 حالت ۲ داریم: پس در حالت کلی خواهیم داشت: $\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3)\}$ (۴)



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲)

اگر بخواهیم مسیر $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ را طی کنیم، تعداد راه‌ها برابر است با: $2 \times 3 \times 2 = 12$
 اگر بخواهیم مسیر $A \rightarrow E \rightarrow D$ را طی کنیم، تعداد راه‌ها برابر است با: $2 \times 4 = 8$
 تعداد کل راه‌ها برابر خواهد بود با: $12 + 8 = 20$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای انتخاب اولین حرف یک راه داریم، باید «م» انتخاب شود. برای انتخاب دومین حرف، ۸ راه وجود دارد. برای سومین حرف، ۷ راه و برای چهارم ۶ راه. بنابراین تعداد کلمات موردنظر برابر است با: (۱۳)

$$6 \times 7 \times 8 \times \frac{1}{9} = 336$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴)

$$\begin{cases} y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{4}x + 2 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{4}x = -2 \Rightarrow x = 8 \\ y = -1 \Rightarrow -\frac{1}{4}x + 2 = -1 \Rightarrow -\frac{1}{4}x = -3 \Rightarrow x = 12 \\ y = 1 \Rightarrow -\frac{1}{4}x + 2 = 1 \Rightarrow -\frac{1}{4}x = -1 \Rightarrow x = 4 \\ y = 2 \Rightarrow -\frac{1}{4}x + 2 = 2 \Rightarrow -\frac{1}{4}x = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

بنابراین دامنه تابع شامل سه عضو طبیعی است.

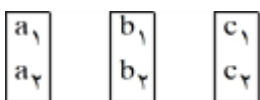
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عدد ساخته شده می‌تواند یک رقمی تا پنج رقمی باشد: (۱۵)

۲: یک رقمی
 ۴ × ۲ = ۸: دو رقمی
 ۴ × ۳ × ۲ = ۲۴: سه رقمی
 ۴ × ۳ × ۲ × ۲ = ۴۸: چهار رقمی
 ۴ × ۳ × ۲ × ۱ × ۲ = ۴۸: پنج رقمی

تعداد کل حالات ۱۳۰ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۶)

فرض کنید مردها a_1, b_1, c_1 و همسرانشان به ترتیب a_2, b_2, c_2 باشند. هر مرد و همسرش به فرم زیر یک بسته در نظر می‌گیریم:



این بسته‌ها ۳! جایگشت دارند و جای هر نفر با همسرش به ۲ روش در دو طرف میز عوض می‌شود، پس جواب $2 \times 2 \times 2 \times 3! = 48$ می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو زوج مرتب زمانی مساوی می‌باشند که مؤلفه‌های آن‌ها نظیر به نظیر با یکدیگر مساوی باشند، در این صورت داریم: (۱۷)

$$\begin{aligned} (3x - 1, 8y - 2) &= (4x - 2, 5y + 7) \\ \begin{cases} 3x - 1 = 4x - 2 \Rightarrow 3x - 4x = 1 - 2 \Rightarrow -x = -1 \Rightarrow x = 1 \\ 8y - 2 = 5y + 7 \Rightarrow 8y - 5y = 2 + 7 \Rightarrow 3y = 9 \Rightarrow y = 3 \end{cases} &\Rightarrow x + y = 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

$$f(11) = 11 + 5 = 16$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۶)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۷)

$$\frac{20!}{18! \times 2!} = \frac{20 \times 19 \times \cancel{18!}}{\cancel{18!} \times 2 \times 1} = 190$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۸)

$$\frac{10!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times \cancel{7!}}{\cancel{7!} \times 3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$f(2) = 2^2 + 5(2) + 1 = 4 + 10 + 1 = 15$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۹)

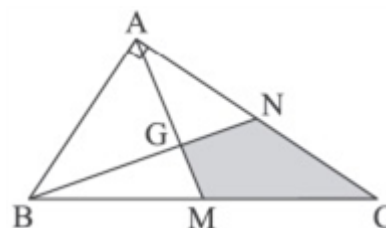
گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون ترتیب اشیا در حین انتخاب اهمیت ندارد، باید از فرمول ترکیب استفاده نمود، پس:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \Rightarrow C(7, 2) \times C(5, 3)$$

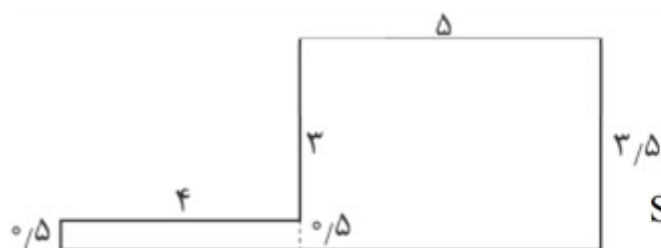
$$\Rightarrow \frac{7!}{2! \times 5!} \times \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{6 \times 7}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 6 \times 7 \times 5 = 210$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مساحت چهارضلعی GMCN، $\frac{2}{6}$ مساحت $\triangle ABC$ است، پس داریم: (۳۱)

$$S_{GMCN} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \right) (8)(12) = 16$$

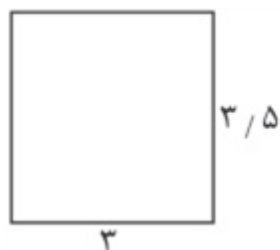


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمای روبه‌رو و نمای چپ را رسم می‌کنیم و سپس مساحت‌های آن را به دست می‌آوریم. نمای روبه‌رو: (۳۲)



$$S_{\text{روبه‌رو}} = 4 \times 0.5 + 5 \times 3.5 = 2 + 17.5 = 19.5$$

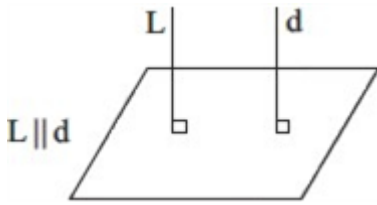
نمای چپ:



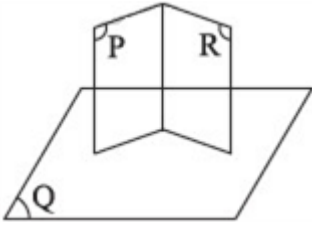
$$S_{\text{چپ}} = 3 \times 3.5 = 10.5$$

$$\frac{S_{\text{روبه‌رو}}}{S_{\text{چپ}}} = \frac{19.5}{10.5} = \frac{195}{105} = \frac{13}{7}$$

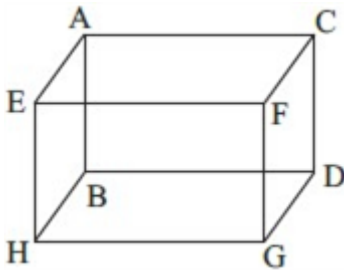
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
گزینه‌ی «۱» همواره درست است.



گزینه‌ی «۲» الزاماً درست نیست. ممکن است صفحات P و R متقاطع و عمود بر صفحه Q باشند.

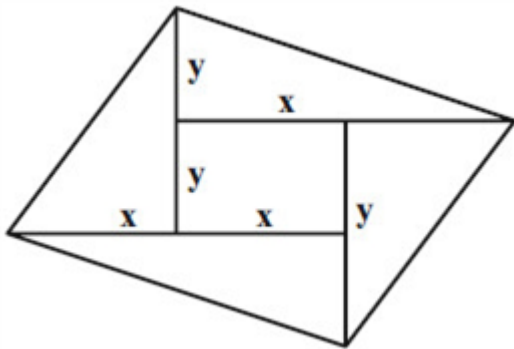


گزینه‌ی «۳» درست است. یال‌های EF , HG , CF و DG با یال مشخص AB متناظر هستند.



گزینه‌ی «۴» تعریف دو صفحه عمود بر هم می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شکل به وجود آمده متوازی‌الاضلاع می‌باشد که مساحت هر مثلث به وجود آمده در گوشه‌های آن برابر مساحت مستطیل می‌شود. طول مستطیل را x و عرض آن را y در نظر بگیریم:

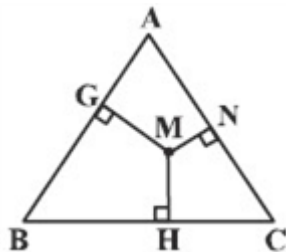


$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} x \times y = xy$$

$$S_{\text{مستطیل}} = xy$$

$$S_{\text{کل}} = 4S_{\text{مثلث}} + S_{\text{مستطیل}} = 5S_{\text{مستطیل}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی‌الاضلاع مذکور اگر طول یکی از اضلاع را a بگیریم، داریم:



$$MN + MG + MH = \text{ارتفاع مثلث} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow a = 4$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (4)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (16) = 4\sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

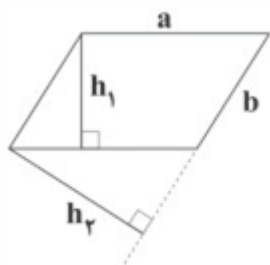
$$h_a + h_b = h_c \quad (*)$$

$$2S = h_a \times 2 = h_b \times 3 = h_c \times c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h_a = \frac{c}{2} h_c \\ h_b = \frac{c}{3} h_c \end{cases} \xrightarrow{(*)} \frac{c}{2} h_c + \frac{c}{3} h_c = h_c \Rightarrow \frac{5}{6} c \cancel{h_c} = \cancel{h_c} \Rightarrow c = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$\text{محیط} = 2 + 3 + 1\frac{1}{5} = 6\frac{1}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۷



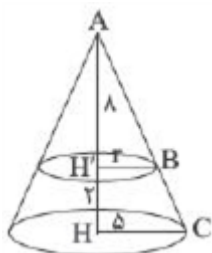
$$\text{محیط} = 2(a + b) = 20 \Rightarrow a + b = 10 \quad (1)$$

$$\text{مساحت} = S = h_1 a = h_2 b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \frac{2}{3} b + b = 10 \Rightarrow \frac{5}{3} b = 10$$

$$\Rightarrow b = \frac{2 \times 10}{5} = 4 \Rightarrow a = \frac{2}{3} b = \frac{12}{3} = 4$$

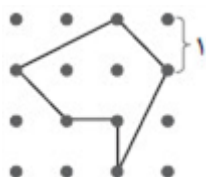
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۸



$$H'B \parallel HC \Rightarrow \frac{AH'}{AH} = \frac{H'B}{HC} \Rightarrow \frac{h/2}{h} = \frac{r/2}{r} \Rightarrow r = \frac{40}{10} = 4$$

$$V_{\text{جدا شده}} = \frac{1}{3} \pi \times 16 \times 8 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi \times 128 = \frac{128}{3} \pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مساحت این شکل بنابر قضیه‌ی پیک برابر است با: ۳۹

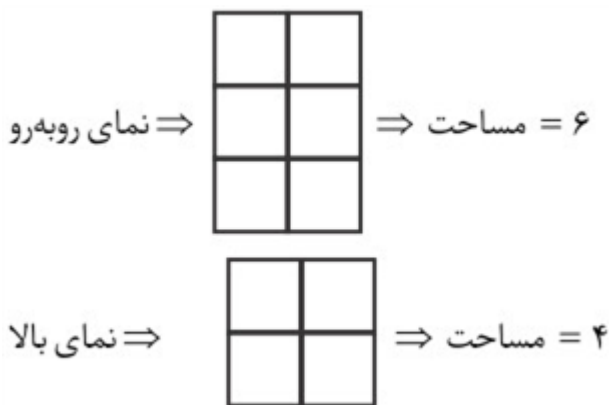


$$s = \left(\frac{b}{2} - 1 \right) + i = \left(\frac{6}{2} - 1 \right) + 2 = 4$$

چون فاصله‌ی نقاط $\sqrt{3}$ برابر شود پس مساحت شکل ۳ برابر می‌شود. (اگر اضلاع k برابر شود مساحت k^2 برابر می‌شود).

$$S_{\text{شکل}} = 3 S_{\text{اولیه}} = 3 \times 4 = 12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمای روبه‌رو و نمای بالای شکل داده شده به صورت زیر است.



پس نسبت مساحت‌ها برابر $\frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{V_A}{V_B} = ۸ \\ \frac{\rho_A}{\rho_B} = ۰/۴ \end{array} \right\} \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A V_A}{\rho_B V_B} = ۸ \times ۰/۴ = ۳/۲$$

$$\frac{c_A}{c_B} = \frac{۱}{۲}, Q_A = Q_B, \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = ?$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A c_A \Delta\theta_A}{m_B c_B \Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{۱}{۱} = \frac{۳۲}{۱۰} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر جسمی به جرم m و گرمای ویژه c با محیط اطراف خود، گرمای Q مبادله کرده و دمایش به اندازه ΔT تغییر کند، می‌توان نوشت: $Q = mc\Delta T$.

با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

گوی‌ها هم‌اندازه‌اند، پس حجم یکسانی دارند.

دمای اولیه گوی‌ها یکسان و دمای نهایی گوی A ، دو برابر دمای نهایی گوی B است، پس می‌توان نوشت:

$$T_{1A} = T_{1B}, T_{2A} = ۲T_{2B}$$

$$\Delta T_A = T_{2A} - T_{1A} = ۲T_{2B} - T_{1B} = T_{2B} + \Delta T_B$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A c_A \Delta T_A}{m_B c_B \Delta T_B} \xrightarrow{m=\rho V} \frac{۴Q}{Q} = \frac{۲ \times ۱۰۰۰ V \times c_A \times (T_{2B} + \Delta T_B)}{۴ \times ۱۰۰۰ V \times c_B \times \Delta T_B}$$

$$\Rightarrow ۴ = \frac{۱}{۳} \times \frac{c_A}{c_B} \times \left(\frac{T_{2B}}{\Delta T_B} + ۱ \right) \Rightarrow ۱۲c_B = c_A \times \left(۱ + \frac{T_{2B}}{\Delta T_B} \right), ۱ + \frac{T_{2B}}{\Delta T_B} > ۱$$

$$\Rightarrow c_A < ۱۲c_B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ویژگی‌های مربوط به آب $۸۰^\circ C$ را با زیروند ۱ و ویژگی‌های مربوط به آب $۱۰^\circ C$ را با زیروند ۲ نشان

$$V_1 + V_2 = ۷۰ \quad (I)$$

می‌دهیم. مجموع حجم آب $۸۰^\circ C$ و آب $۱۰^\circ C$ برابر با ۷۰ لیتر است:

با توجه به اینکه دمای تعادل $۴۰^\circ C$ است، داریم:

$$Q_1 + Q_2 = ۰ \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 + m_2 c_2 \Delta\theta_2 = ۰ \xrightarrow[m=\rho V]{c_1=c_2}$$

$$\rho_1 V_1 \Delta\theta_1 + \rho_2 V_2 \Delta\theta_2 = ۰ \xrightarrow{\rho_1=\rho_2} V_1 (۴۰ - ۸۰) + V_2 (۴۰ - ۱۰) = ۰$$

$$\Rightarrow ۴۰ V_1 = ۳۰ V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{۴}{۳} V_1 \quad (II)$$

$$(I, II) : V_1 + V_2 = ۷۰ \xrightarrow{V_2 = \frac{۴}{۳} V_1} V_1 + \frac{۴}{۳} V_1 = ۷۰ \Rightarrow \frac{۷}{۳} V_1 = ۷۰ \Rightarrow V_1 = ۳۰ L$$

$$V_2 = \frac{۴}{۳} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{۴}{۳} \times ۳۰ = ۴۰ L$$

مورد ب) در تعادل گرمایی ممکن است چند جسم گرما بدهند و چند جسم گرما بگیرند، نه لزوماً یک جسم؛ پس نادرست است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ویژه بیشتری داشته باشد، گرمای بیشتری به پارافین می‌دهد و پارافین بیشتری ذوب می‌کند، پس مؤثر پ (هر کدام گرمای ویژه بیشتری داشته باشد، گرمای بیشتری به پارافین می‌دهد و پارافین بیشتری ذوب می‌کند، پس

نادرست است. گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ارتفاع مایع برابر است با:

$$h_2 = \frac{V_2}{A_2} = \frac{V_1(1 + \beta\Delta T)}{A_1(1 + 2\alpha\Delta T)} = h_1 \frac{1 + \beta\Delta T}{1 + 2\alpha\Delta T}$$

تغییر ارتفاع مایع برابر است با:

$$\begin{aligned}\Delta h &= h_2 - h_1 \frac{1 + \beta\Delta T}{1 + 2\alpha\Delta T} - h_1 \Rightarrow \Delta h = h_1 \left[\frac{1 + \beta\Delta T}{1 + 2\alpha\Delta T} - 1 \right] \\ \Rightarrow \Delta h &= \left(\frac{1/28}{2} \right) \times \left[\frac{1 + (4 \times 10^{-5}) \times 10}{1 + 2 \times 1 \times 10^{-5} \times 10} - 1 \right] \Rightarrow \Delta h = 0/64 \times \left[\frac{1 + 4 \times 10^{-4}}{1 + 2 \times 10^{-4}} - 1 \right] \\ \Rightarrow \Delta h &= 0/64 \times \left[\frac{1 + 4 \times 10^{-4} - 1 - 2 \times 10^{-4}}{1 + 2 \times 10^{-4}} \right] \Rightarrow \Delta h = 0/64 \times \left[\frac{2 \times 10^{-4}}{1 + 2 \times 10^{-4}} \right] \\ \Rightarrow \Delta h &= 1/28 \times 10^{-4} = 0/128 \text{ mm}\end{aligned}$$

دقت کنید: برای محاسبه کسر بالا می‌توانید مقدار مخرج را تقریباً برابر یک در نظر بگیرید.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم دمای تعادل برابر θ_e باشد، در این صورت داریم:

$$\begin{aligned}\text{آب } 90^\circ C &\xleftarrow{Q_3} \text{آب } \theta_e \xrightarrow{Q_2} \text{آب } 0^\circ C \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } 0^\circ C \\ Q_1 + Q_2 + Q_3 &= 0 \Rightarrow m_1 L_F + m_1 c_1 \Delta\theta_1 + m_2 c_2 \Delta\theta_2 = 0 \\ \Rightarrow 0/5 \times 333 \times 10^3 &+ 0/5 \times 4200 (\theta_e - 0) + 0/5 \times 4200 (\theta_e - 90) = 0 \\ \Rightarrow \theta_e &= \frac{90 \times 0/5 \times 4200 - 0/5 \times 333 \times 10^3}{(0/5 + 0/5) \times 4200} \simeq 5/35^\circ C\end{aligned}$$

بنابراین با توجه به این که دمای تعادل بیشتر از $0^\circ C$ است، پس تمام یخ، آب شده و یخی در ظرف باقی نمانده است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر فرایند در مجاورت چشمه‌ی گرمایی (برای مثال مخلوط آب و یخ) انجام شود، دمای گاز ثابت می‌ماند.

$$\begin{aligned}T \Rightarrow P_1 V_1 &= P_2 V_2 \Rightarrow P_1 \times V_1 = \left(P_1 + \frac{F}{A} \right) \times 0/8 V_1 \\ 10^5 &= 0/8 \left(10^5 + \frac{F}{A} \right) \Rightarrow 0/2 \times 10^5 = 0/8 \times \frac{F}{A} \\ 10^5 &= 4 \times \frac{F}{20 \times 10^{-4}} \Rightarrow F = \frac{200}{4} = 50 \text{ N}\end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \theta_2 - \theta_1 = 3 + 2 = 5^\circ C \\ \Delta F &= 1/8 \Delta\theta = 1/8 \times 5 = 9^\circ F\end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا جرمی از یخ را که در اثر گرفتن $Q = 151/2 \text{ kJ}$ گرما، ذوب می‌شود، می‌یابیم:

$$Q = m' L_F \xrightarrow{L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} 151/2 = m' \times 336 \Rightarrow m' = 0/45 \text{ kg} = 450 \text{ g}$$

می‌بینیم 450 g از یخ ذوب می‌شود که تبدیل به آب می‌گردد. بنابراین، اختلاف حجم مخلوط آب و یخ موجود در ظرف و یخ اولیه

برابر اختلاف حجم آب حاصل از ذوب یخ و حجم یخ اولیه می‌باشد. با توجه به این که جرم یخ ذوب شده و جرم آب حاصل از آن

برابر است، می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{m'}{\rho} - \frac{m}{\rho} \quad \xrightarrow{m' = 450g, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \rho_{\text{ice}} = 900 \text{ kg/m}^3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های «الف» و «ه» درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست: ۴۵۰
 (ب) در روش همرفت، انتقال گرما از طریق انتقال ماده صورت می‌گیرد.
 می‌بینیم، حجم مخلوط آب و یخ موجود در ظرف نسبت به حجم قطعه یخ اولیه، 50 cm^3 کاهش می‌یابد.
 (ج) علاوه بر ارتعاش اتم‌ها، الکترون‌های آزاد هم در انتقال گرما سهیم دارند.
 (د) در خلأ تنها به کمک روش تابش می‌توان گرما را انتقال داد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق رابطه‌ی انبساط طولی داریم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \quad \xrightarrow{L_1 = 2 \text{ m}, \alpha = 5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}, \Delta T = 320 - 20 = 300 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

$$\Delta L = 2 \times 5 \times 10^{-5} \times 300 = 3 \times 10^{-2} \text{ m} = 3 \times 10^{-2} \times 10^3 \text{ mm} = 30 \text{ mm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های «ب» و «ج» درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) به این نوع دماسنج‌ها، دماسنج نواری دوفلزه (بی‌متال) گفته می‌شود.
 (د) ثبت بیشینه و کمینه‌ی دما مربوط به دماسنج بیشینه و کمینه است که در مراکز هواشناسی استفاده می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دما را برحسب درجه سلسیوس می‌یابیم:

$$F = \theta + \frac{30}{100}\theta \Rightarrow F = 1/2\theta \xrightarrow{F = 1/8\theta + 32} 1/8\theta + 32 = 1/2\theta \Rightarrow 0/5\theta = -32$$

$$\Rightarrow \theta = -64 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = -64 + 273 \Rightarrow T = 209 \text{ K}$$

اکنون دما را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر گرمایی که گلوله‌ی مسی از دست می‌دهد را با Q_1 ، گرمایی که آب می‌گیرد را با Q_2 و گرمایی که ظرف می‌گیرد را با Q_3 نمایش دهیم، داریم:

$$\begin{cases} Q_2 = mc_{\text{آب}} \Delta\theta = 2 \times 4 \times 5 = 40 \text{ kJ} \\ Q_3 = C_{\text{ظرف}} \Delta\theta = 4 \times 5 = 20 \text{ kJ} \end{cases} \Rightarrow Q_2 + Q_3 = 40 + 20 = 60 \text{ kJ}$$

$$0/8Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow 0/8Q_1 = 60 \Rightarrow Q_1 = 75 \text{ kJ}$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم آبی که در هر ساعت (۳۶۰۰ ثانیه) به رادیاتور وارد شده و از آن خارج می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V \Rightarrow m = 1000 \times 3600 \times 0/04 \times 10^{-2} = 144 \text{ kg}$$

گرمایی که این مقدار آب در رادیاتور از دست می‌دهد، برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 144 \times 4200 \times (80 - 60) = 12096 \text{ kJ}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جوهر زرد رنگ که از همه پایین‌تر است و سردتر می‌شود، در پدیده همرفت شرکت نمی‌کند و همان پایین می‌ماند؛ ولی جوهر آبی رنگ پس از دریافت گرما به سمت بالای بطری می‌رود و جوهر قرمز رنگ پایین‌تر آمده و گرم می‌شود و پدیده همرفت به همین صورت ادامه پیدا می‌کند تا این دو رنگ با هم مخلوط شوند. در نتیجه در پایان آزمایش قسمت بالای بطری بنفش رنگ می‌شود و قسمت پایین بطری زرد رنگ می‌ماند.

گام اول: فرض کنیم آب و یخ هر دو به یخ صفر درجه تبدیل شوند:

$$m_1 c_{\text{یخ}} \Delta\theta = m_2 c_{\text{آب}} \Delta\theta + m_2 L_f$$

$$20 \times \frac{1}{2} c \times 10 = m_2 \times c \times 50 + m_2 \times 80 c_{\text{آب}} \Rightarrow 100 = 130 m_2$$

$$m_2 = \frac{10}{13} g \quad \text{حداقل جرم}$$

گام دوم: فرض کنیم همه ی یخ به آب صفر درجه تبدیل شود:

$$m_1 c_{\text{یخ}} \Delta\theta_1 + m_1 h_f = m_2 c_{\text{آب}} \Delta\theta_2$$

$$20 \times c_{\text{یخ}} \times 10 + 20 \times 160 c_{\text{یخ}} = m_2 \times 2 c_{\text{یخ}} \times 50$$

$$m_2 = 34 g \quad \text{حداکثر جرم آب}$$

گام سوم: پس کمترین مقداری آب $\frac{10}{13} g$ و بیشترین مقدار آن ۳۴ گرم می تواند باشد و اگر هر مقدار بین این دو عدد باشد نیز

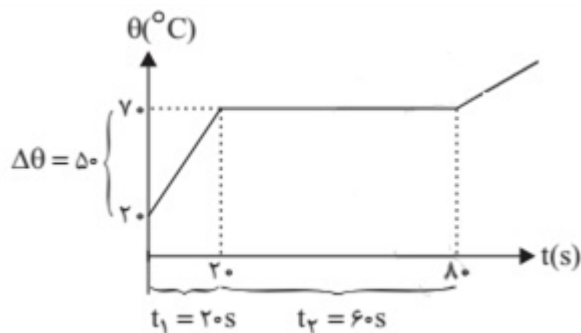
مخلوط یخ و آب خواهیم داشت که دما برابر صفر درجه سلسیوس است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق نمودار مشخص است که جسم در بازه ی زمانی صفر تا ۲۰s جامد است و در بازه ی زمانی ۲۰s تا ۸۰s در حال ذوب شدن است. چون با توان ثابتی به جسم گرما داده می شود که در نتیجه می توان نوشت:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = mc\Delta\theta \quad \text{افزایش دمای ثابت} \\ Q_2 = m L_f \quad \text{تغییر حالت} \end{array} \right\} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m L_f}{m c \Delta\theta} \xrightarrow{Q=Pt} \frac{t_2}{t_1} = \frac{L_f}{c \Delta\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{60}{20} = \frac{L_f}{800 \times 50} \Rightarrow L_f = 120 \times 10^3 \frac{J}{^\circ C} = 120 \frac{kJ}{^\circ C}$$



۶۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون باید بخار آب و یخ به آب $0^{\circ}C$ تبدیل شوند. دمای تعادل برابر صفر است. بنابراین، با توجه به طرحواره زیر مجموع گرماهای مبادله شده را برابر صفر قرار می‌دهیم و جرم بخار را می‌یابیم. دقت کنید، برای سهولت در محاسبه می‌توان نوشت:

$$Q_1 = m_1 c_{\text{یخ}} \Delta\theta \quad Q_2 = m_2 L_F \quad Q_3 = m_3 c_{\text{آب}} \Delta\theta$$

$$-20^{\circ}C \text{ یخ} \xrightarrow{\quad} 0^{\circ}C \text{ یخ} \xrightarrow{\quad} 0^{\circ}C \text{ آب}$$

$$c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}}, L_F = 8 \cdot c_{\text{آب}}, L_V = 54 \cdot c_{\text{آب}}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{آب} & \xleftarrow{Q_3 = m c_{\text{آب}} \Delta\theta} & \text{آب} \quad \xleftarrow{Q_4 = m L_V} \quad \text{بخار آب} \\ 0^{\circ}C & 100^{\circ}C & 100^{\circ}C \end{array}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$m_1 c_{\text{یخ}} (0 - (-20)) + m_2 L_F + m c_{\text{آب}} (0 - 100) - m L_V = 0 \xrightarrow{m = \frac{64}{91} \text{ kg}}$$

$$\frac{64}{91} \times \frac{1}{2} c_{\text{آب}} \times 20 + \frac{64}{91} \times 8 \cdot c_{\text{آب}} - 100 c_{\text{آب}} - m \times 54 \cdot c_{\text{آب}} = 0 \xrightarrow{\text{با حذف } c_{\text{آب}} \text{ از طرفین}}$$

$$\frac{640}{91} + \frac{640 \times 8}{91} = 640 \cdot m \Rightarrow \frac{640 \times 9}{91} = 640 \cdot m \Rightarrow m = \frac{64}{640} = 0.1 \text{ kg} \Rightarrow m = 100 \text{ g}$$

۶۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۶۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P \Delta t_1 = m c (70 - 40), P \Delta t_2 = m L_F$$

$$\frac{P L_F}{P c \Delta\theta} = \frac{P \Delta t_2}{P \Delta t_1} \rightarrow \frac{L_F}{c} = \frac{\Delta\theta \times \Delta t_2}{\Delta t_1}$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta = 70 - 40 = 30^{\circ}C} \frac{L_F}{c} = \frac{30 \times 60}{40} = 45$$

$$\Delta t_1 = 40 - 0 = 40 \text{ s}, \Delta t_2 = 100 - 40 = 60 \text{ s}$$

۶۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دمای مخلوط آب و یخ در حال تعادل برابر $0^{\circ}C$ است. اگر دمای مخلوط بخواند $2^{\circ}C$ کاهش یابد، ابتدا باید تمام 40 g آب $0^{\circ}C$ به یخ $0^{\circ}C$ تبدیل شود و سپس دمای 100 g یخ $40 + 60 = 100 \text{ g}$ کاهش یابد، بنابراین:

$$|Q| = |Q_F| + |Q'| = 40 \times 336 + 100 \times 2/1 \times 2 = 13440 + 420 = 13860 \text{ J} = 13.86 \text{ kJ}$$

۶۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مرحله‌ی اول: تبدیل آب $40^{\circ}C$ به آب $100^{\circ}C$:

$$Q_1 = m c_w \Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta = 100 - 40 = 60^{\circ}C} Q_1 = 60 m c_w$$

مرحله‌ی دوم: تبدیل آب $100^{\circ}C$ به بخار آب $100^{\circ}C$:

$$Q_2 = m L_V \xrightarrow{L_V = 54 \cdot c_w} Q_2 = 54 \cdot m c_w$$

پس درصد گرمایی که صرف افزایش دمای آب شده است، برابر خواهد بود با:

$$\frac{Q_1}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} \times 100 = \frac{60 m c_w}{60 m c_w + 54 \cdot m c_w} \times 100 = \frac{60 m c_w}{60 m c_w + 54 \cdot m c_w} \times 100 = 10\%$$

۶۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطه‌های زیر، گرمای کلی را می‌یابیم. دقت کنید، بخشی از گرمای گرمکن توسط آب و بخشی دیگر توسط گرماسنج جذب می‌شود.

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = m c \Delta T + C \Delta T$$

$$m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot K} \quad \Delta T = \Delta\theta = 100 - 50 = 50^{\circ}C, C_{\text{گرماسنج}} = 180 \frac{\text{J}}{K}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 0.2 \times 4200 \times 50 + 180 \times 50$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی $P = \frac{Q}{\Delta t}$ ، زمان را می‌یابیم.

۶۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سطح جیوه در سمت چپ، ۵ cm بالا رفته، بنابراین سطح جیوه در سمت راست، ۵ سانتی‌متر پایین آمده است.

$$\Delta t = \frac{Q}{P} \xrightarrow{P=50W} \Delta t = \frac{51000}{50} \Rightarrow \Delta t = 1020s \Rightarrow \Delta t = 17 \text{ min}$$

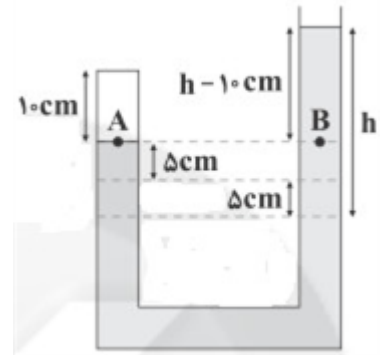
در حالت اولیه، فشار گاز محبوس در لوله‌ی سمت چپ برابر فشار هوا می‌باشد، اما در حالت دوم، حجم هوا کاهش پیدا کرده است. به کمک قانون گازهای کامل، فشار گاز در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow P_1 \times A \times h_1 = P_2 \times A \times h_2 \Rightarrow 80 \times 15 = P_2 \times 10 \Rightarrow P_2 = 120 \text{ cmHg}$$

در ادامه، فشار در نقاط A و B را با هم برابر قرار می‌دهیم، بنابراین:

$$P_A = P_B \Rightarrow 120 \text{ cmHg} = (h - 10) + 80 \text{ cmHg} \Rightarrow h = 50 \text{ cm}$$

دقت کنید: اختلاف سطح جیوه در دو طرف باید برابر اختلاف فشار گاز و هوای آزاد، یعنی ۴۰ cm باشد. از طرفی سطح جیوه در لوله‌ی سمت راست ۱۰ cm پایین رفته است، پس ۵۰ cm جیوه مورد نیاز است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جرم آب موردنظر برابر است با:

۶۷

$$m = \rho V = 1 \times 300 \times 10^3 = 3 \times 10^5 \text{ g}$$

گرمای لازم برای تبدیل آب $20^\circ C$ به آب $100^\circ C$ برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 3 \times 10^5 \times 1 \times (100 - 20) = 24 \times 10^6 \text{ cal}$$

گرمای حاصل از سوختن هر گرم زغال برای گرم کردن آب برابر است با:

$$Q_{\text{زغال}} = 8000 \times \frac{60}{100} = 4800 \text{ cal}$$

حالا با نوشتن یک تناسب می‌توانیم جرم زغال موردنیاز را حساب کنیم:

جرم (g)	گرما (cal)
۱	۴۸۰۰
m	۲۴ × ۱۰ ^۶

$$\Rightarrow m = \frac{24 \times 10^6}{4800}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{2} \times 10^4 \text{ g} \Rightarrow m = 5 \text{ kg}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون جنس میله‌ها یکسان است و ضریب انبساط خطی یکسانی دارند، می‌توان مجموع طول آن‌ها یعنی ۱ متر را به عنوان طول اولیه و مجموع افزایش طول آن‌ها را ۴ میلی‌متر در نظر گرفت. داریم:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta \Rightarrow 4 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-5} \times (37 + 63) \times 10^{-2} \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ C$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۶۹

مساحت اولیه‌ی نوار فلزی برابر است با:

$$A_1 = \pi(r_2^2 - r_1^2) = 3 \times (20^2 - 10^2) = 3 \times (400 - 100) \Rightarrow A_1 = 3 \times 300 = 900 \text{ cm}^2$$

مقدار کاهش سطح به دلیل کاهش دما برابر است با:

۱۲

$$\Delta A = \alpha A_1 \Delta\theta = 2 \times 4 \times 10^{-4} \times 900 \times (-50) = -36 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = A_1 + \Delta A = 900 - 36 = 864 \text{ cm}^2$$

پس مساحت نوار فنری برابر است با:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. افزایش فشار در دمای ثابت به معنای کاهش حجم گاز است.

$$V_2 = V_1 - 0.6 V_1 = 0.4 V_1 \Rightarrow V_2 = 0.4 V_1$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_1 = 0.4 P_2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2.5 \Rightarrow P_2 = 2.5 P_1$$

$$\Delta P = 15 \times 10^4 \Rightarrow 2.5 P_1 - P_1 = 15 \times 10^4 \Rightarrow P_1 = 10^5 \text{ Pa}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

الف) نادرست است. ترموکوپل دماسنج معیار نیست.

ب) نادرست است. افزایش فشار باعث کاهش نقطه‌ی ذوب یخ می‌شود.

ت) نادرست است. در رساناهای فلزی سهم الکترون‌ها بیش‌تر از اتم‌هاست.

ث) نادرست است. افزایش دما، گرمای نهان تبخیر را کاهش می‌دهد.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Delta L_1' = \alpha_1 L_1 \Delta T, \Delta L_2' = \alpha_2 L_2 \Delta T, \Delta L_3' = \alpha_3 L_3 \Delta T$$

$$\Delta L_3' = \Delta L_1' + \Delta L_2' \Rightarrow \alpha_3 L_3 = \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 \Rightarrow \alpha_3 = \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{L_3}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{1.25 P_1 \times 0.4 V_1}{T_2} \rightarrow T_2 = 1.25 \times \frac{64}{100} T_1$$

$$\rightarrow T = \frac{5}{4} \times \frac{64}{100} T_1 = \frac{80}{100} T_1$$

$$\text{درصد تغییرات دمای مطلق} = \frac{\Delta T}{T} \times 100 = \frac{0.8 T_1 - T_1}{T_1} \times 100 = -20\%$$

یعنی دمای مطلق گاز ۲۰ درصد کاهش یافته است.

$$Q = K \frac{At \Delta T}{L} \rightarrow Q = 1 \times \frac{(1/5 \times 1/5) \times 60 \times 20}{5 \times 10^{-3}} = 540 \text{ kJ}$$

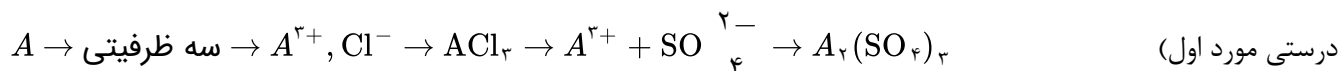
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$Q = \frac{KA t \Delta \theta}{l} \Rightarrow 738 = \frac{82 \times A \times 60 \times 150}{0.3} \Rightarrow A = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

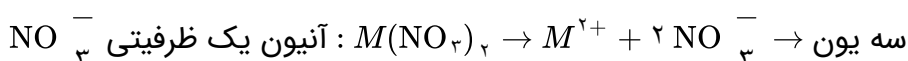
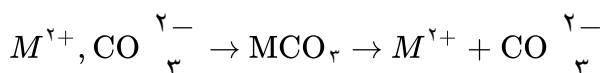
$$A = \pi r^2 \Rightarrow 3 \times 10^{-4} = \pi r^2 \Rightarrow r = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm} \Rightarrow D = 2r = 2 \text{ cm}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط مورد دوم نادرست است. پلاستیک‌های سبز فقط بر پایه‌ی مواد گیاهی ساخته می‌شوند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



درستی مورد دوم) CO_3^{2-} , آنیون دو ظرفیتی است، پس کاتیون هم باید دو ظرفیتی باشد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارتهای «ب» و «ت» درست است. بررسی عبارتهای: عبارت الف) PCl_3 برخلاف $FeCl_3$ یک ترکیب مولکولی است.

عبارت ب) با توجه به رابطه‌ی زیر، داریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم مولی } N_2}{\text{حجم مولی } N_2} = 28/22/4 = 1/25 \frac{g}{L}$$

عبارت پ) در اثر سوختن سوخته‌های سبز، بخار آب و گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود که گاز گلخانه‌ای هستند. عبارت ت) با توجه به قوانین گازها در شرایط یکسان نسبت حجمی گازها همان نسبت مولی آنها است. در نتیجه نسبت مولی گاز

$$\frac{2 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol He}} = \frac{2 \times 32}{1 \times 4} = 16$$

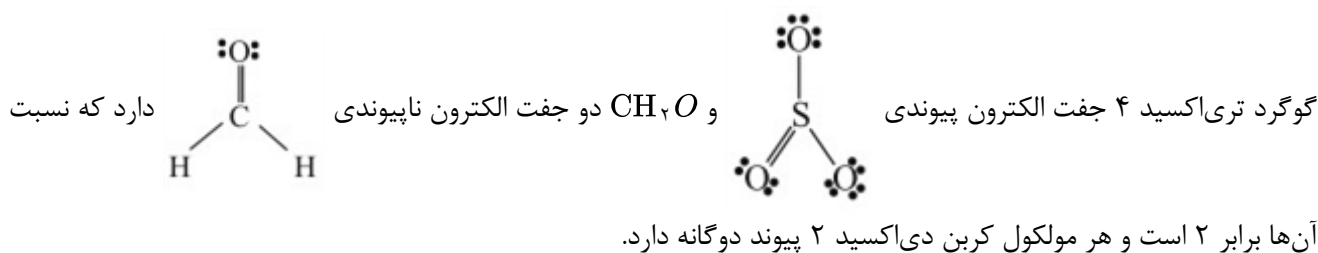
O_2 به گاز He برابر ۲ است:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد «ب» و «پ» نادرست هستند.

ب) $H-C \equiv N:$: هیدروژن آرایش هشتایی (اوکتت) ندارد و دوتایی است نباید جفت الکترون‌های ناپیوندی روی آن کشیده می‌شود.

پ) $C \equiv O:$: جفت الکترون‌های ناپیوندی باید گذاشته شود. بقیه‌ی موارد درست هستند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: درست - به یون هیدروژن (H^+) می‌توان اشاره کرد که پروتون نیز نامیده می‌شود. (یکی از ذرات زیراتمی)

گزینه‌ی «۲»: درست - اکسیژن دمای جوش بیشتری نسبت به آرگون و نیتروژن دارد و زودتر به مایع تبدیل می‌شود و آرگون هم دمای جوش بیشتر نسبت به نیتروژن دارد.

گزینه‌ی «۳»: درست

گزینه‌ی «۴»: نادرست - با توجه به نمودار صفحه‌ی ۴۹ کتاب درسی شیب نمودار دما بر حسب ارتفاع در انتهای لایه تروپوسفر منفی و نزولی ($-55^\circ C$) ولی در انتهای لایه‌ی دوم ($+7^\circ C$) مثبت و صعودی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط عبارت اول درست است.

ساختار I مربوط به الماس و ساختار II مربوط به گرافیت می‌باشد. بررسی عبارتهای نادرست:

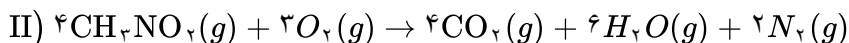
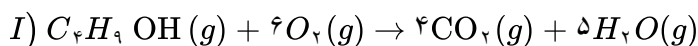
عبارت دوم: گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت بوده که همانند الماس شفاف و برخلاف الماس دارای ساختار دوبعدی می‌باشد.

عبارت سوم: سیلیسیم کریید (SiC) یک سایندۀ ارزان است که در تهیه‌ی سنباده به کار می‌رود و همانند الماس جامد کووالانسی محسوب می‌شود.

عبارت چهارم: نقطه ذوب الماس و گرافیت بالا است.

عبارت پنجم: دومین عنصر فراوان در پوسته‌ی جامد زمین، سیلیسیم می‌باشد که در طبیعت به طور عمده به شکل سیلیس (SiO_2) یافت می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر دو واکنش سوختن هستند زیر سرعت بالایی دارند و گرما تولید می کنند.



(۱) هر دو واکنش از نوع سوختن هستند.

$$\frac{1}{25} \text{ mol } H_2O \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{6 \text{ mol } H_2O} = 0.125 \text{ mol} \quad (2)$$

(۳) به ازای مصرف مول های برابر از واکنش دهنده کربن دار، مقدار کربن دی اکسید تولید شده در واکنش I چهار برابر واکنش II خواهد بود.

(۴) تفاوت واکنش دهنده کربن دار در آنها $3 - 1 = 4$ نصف ضریب استوکیومتری H_2O در واکنش II است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱: نادرست. نقطه جوش هلیوم $269^\circ C$ است پس در دماهای بالاتر از آن یعنی در $185^\circ C$ همچنان گاز است و در $270^\circ C$ به پایین مایع است.

گزینه ۲: با گرم کردن هوای مایع، ابتدا گاز نیتروژن و سپس آرگون و بعد اکسیژن خارج می شود.

گزینه ۳: نادرست. جدا کردن براساس نقطه جوش می باشد.

$$\begin{cases} Ar = -186^\circ C \\ O_2 = -183^\circ C \end{cases} \Rightarrow -186 - (-183) = -3 \quad \text{گزینه ۴: درست.}$$

$$\begin{cases} Ar = -186^\circ C \\ N_2 = -196^\circ C \end{cases} \Rightarrow -186 - (-196) = +10$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف) نادرست. کره زمین متشکل از ۴ بخش است.

ب) درست. از طریق تبخیر.

پ) درست است.

ت) نادرست. جرم کل مواد حل شده تقریباً ثابت است پس به همان مقدار اضافه شده، خارج نیز می گردد.

مورد ب و پ درست هستند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

- گزینه ۱: طبق شکل مقابل، سهم کوه‌های یخ از سهم آب‌های زیرزمینی بیشتر است. (درست)
- گزینه ۲: آب باران در هوای پاک تقریباً خالص است زیرا هنگام تشکیل برف و باران، تقریباً همه مواد حل شده در آب از آن جدا می‌شوند. این فرآیند الگویی برای تهیه آب خالص است. (درست)
- گزینه ۳: دقت شود ۵۰٪ جمعیت جهان (نه ۵۰ کشور) از کم‌آبی رنج می‌برند. (نادرست)
- گزینه ۴: زمین (هواکره، سنگ‌کره، آب‌کره و زیست‌کره) از دیدگاه شیمیایی پویا بوده است و بخش‌های گوناگون آن با هم برهم‌کنش‌های فیزیکی و شیمیایی دارند. (درست)



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{مقدار گاز NO حل شده} = \frac{2}{100} \times 1/5 = 0.03 \text{ g}$$

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow m = V \cdot d = 5 \text{ L} \times \frac{100 \text{ ml}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ ml}} = 5 \times 10^3 \text{ g}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0.03}{5 \times 10^3} \times 10^6 = 6$$

راه حل دوم: در محلول‌های ppm می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد.

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} = 0.03 \text{ g} \times \frac{1000 \text{ mg}}{5 \text{ L}} = \frac{30}{5} = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از آنجا که در ساختار هر مول آهن (III) اکسید (Fe_2O_3)، پنج مول یون (دو مول Fe^{3+} و سه

$$\text{مول } (\text{O}^{2-}) \text{ وجود دارد پس: } 1 \text{ mol} \times \frac{3 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{5 \text{ mol یون}} = 0.6 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3$$

واکنش موازنه شده به شکل زیر خواهد بود:

در این واکنش ۰/۲ مول Fe_2O_3 شرکت می‌کند، بنابراین:

$$0.2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 22.4 \text{ g Fe}$$

$$0.2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{44 \text{ g}}{1 \text{ mol CO}_2} = 26.4 \text{ g CO}_2$$

$$26.4 - 22.4 = 4 \text{ g}$$

فشار ۱۰۰ atm و کاتالیز گر آهن نیاز است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حضور نور خورشید واکنش داده O_3 و NO تروپوسفری تولید می کنند. گریه کنش NO_2 و NO به جز عبارت سوم، سایر عبارت ها درست هستند. نوع فراورده ها در واکنش سوختن سوخت های فسیلی، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد. به طوری که اگر مقدار اکسیژن کم باشد، گاز CO به همراه دیگر فراورده های سوختن کامل، تولید خواهد شد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله ی موازنه شده ی واکنش داده شده به صورت زیر است:



مجموع ضرایب: $2 + 7 + 2 + 7 + 3 = 21$

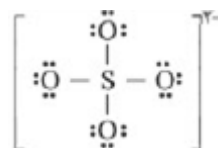
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فراوان ترین کاتیون و آنیون موجود در آب دریا به ترتیب Na^+ و Cl^- است. ترکیب حاصل از آن ها همان NaCl یا نمک خوراکی است که می توان آن را به روش فیزیکی تبلور از آب دریا جداسازی و استخراج نمود. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی (۱): فراوان ترین یون چند اتمی موجود در آب دریا یون سولفات (SO_4^{2-}) است. نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی

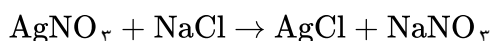
به پیوندی در آن برابر ($3 = \frac{12}{4}$) است.

گزینه ی (۲): Na^+ فراوان ترین کاتیون موجود در آب دریا است. عنصر سدیم (Na) در دوره ی سوم و گروه اول از جدول تناوبی قرار دارد.

گزینه ی (۴): با استفاده از ۴ یون Na^+ ، Cl^- ، SO_4^{2-} و Mg^{2+} می توان ۴ ترکیب یونی ساخت که نسبت شمار کاتیون ها به آنیون ها در NaCl و $MgSO_4$ مشابه است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$? \text{ mL NaCl محلول} = 50 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ محلول } g}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{6 \times 10^5 \text{ g AgNO}_3}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{170 \text{ g AgNO}_3}$$

$$\times \frac{58.5 \text{ g NaCl}}{1 \text{ mol NaCl}} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{35.5 \text{ g NaCl}} \times \frac{1 \text{ mL محلول}}{1 \text{ محلول } g} \approx 33.3 \text{ mL NaCl محلول}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دما و حجم چهار ظرف با هم برابر است. در نتیجه هر چه تعداد ذره یا مول گاز درون ظرف بیش تر باشد، تعداد برخوردهای ذره‌ها با دیواره ظرف بیش تر شده و فشار افزایش می‌یابد. پس ابتدا تعداد مول‌های گازی موجود در هر ظرف را محاسبه می‌کنیم.

$$A \text{ ظرف} : 8 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} = 0.25 \text{ mol O}_2$$

$$B \text{ ظرف} : 16 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} = 1 \text{ mol CH}_4$$

$$C \text{ ظرف} : 22 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0.5 \text{ mol CO}_2$$

$$D \text{ ظرف} : 3 \text{ g He} \times \frac{1 \text{ mol He}}{4 \text{ g He}} = 0.75 \text{ mol He}$$

بررسی عبارت گزینه‌ها:

$$B > D > C > A \text{ : مقایسه فشار درون ظرف ۴}$$

گزینه ۱:

$$24 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} = 0.75 \text{ mol O}_2$$

گزینه ۲:

$$\underbrace{0.25 \text{ mol O}_2}_{\text{موجود در ظرف}} + \underbrace{0.75 \text{ mol O}_2}_{\text{اضافه شده}} = \underbrace{1 \text{ mol O}_2}_{\text{برابر با مول ظرف B}}$$

$$\frac{P_C}{n_C} = \frac{P_D}{n_D} \Rightarrow \frac{P_D}{P_C} = \frac{n_D}{n_C} = \frac{0.75}{0.5} = 1.5$$

گزینه ۳:

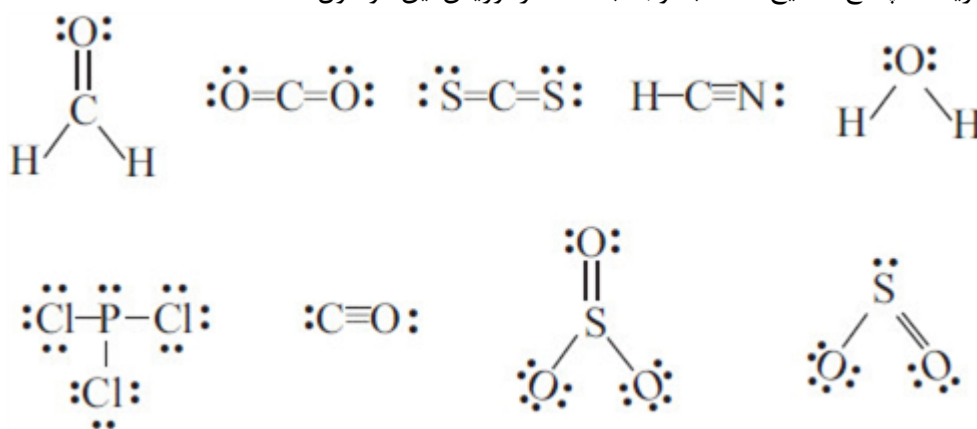
$$\text{درصد تفاوت فشار} = \frac{1.5 P_C - P_C}{P_C} \times 100\% = 50\%$$

$$A \text{ ظرف} : 0.25 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ atm}}{1 \text{ mol O}_2} = 0.5 \text{ atm}$$

گزینه ۴:

$$C \text{ ظرف} : 0.5 \text{ mol CO}_2 \times \frac{3 \text{ atm}}{1 \text{ mol CO}_2} = 1.5 \text{ atm}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به ساختار لوویس این مولکول‌ها:



شمار جفت الکترون‌های پیوندی (پیوندها) در مولکول‌های HCN , CH_2O , CO_2 , CS_2 و SO_2 یکسان و برابر ۴ است. نسبت شمار جفت الکترون پیوندی به ناپیوندی در مولکول آب برابر ۱ می‌باشد که با مولکول CO_2 برابر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: در معادله نمادی، نوع و تعداد عنصرهای تشکیل‌دهنده در هر ترکیب نمایش داده می‌شود.

گزینه ۲: طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها و مجموع جرم فراورده‌ها با یکدیگر برابر است. (نه مجموع شمار

گزینه ۳: در واکنش $2H_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{1000^\circ C} 2H_2O(l)$ ، پلاتین به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود و در پایان واکنش بدون

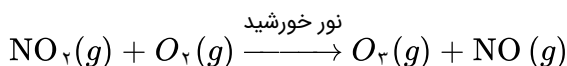
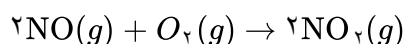
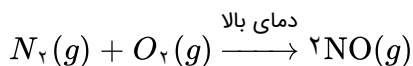
تغییر باقی می‌ماند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به جز عبارت دوم، سایر عبارات‌ها درست هستند.
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شواهد نشان می‌دهد که در طول سده‌ی گذشته میلنگین دمای کره‌ی زمین افزایش یافته است.
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در زیرزمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی و نفت که خالی از این مواد هستند، جاهای مناسبی برای دفن گاز CO_2 هستند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

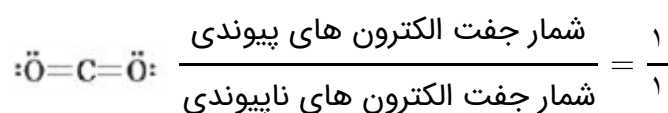
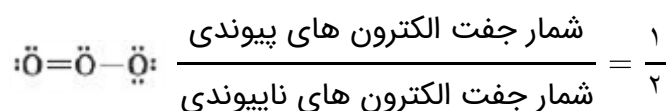
بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه (۲): اوزون تروپوسفری طی واکنش‌های زیر در لایه‌ی تروپوسفر تولید می‌شود:



گزینه (۳): هوای شهرهای آلوده به دلیل حضور نیتروژن‌دی‌اکسید در هوا، به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

گزینه (۴): ساختار لوویس دو ترکیب به صورت زیر است:



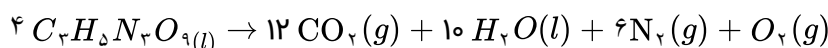
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در دما و فشار استاندارد (شرایط STP) گازهای O_2 و N_2 با هم واکنش نمی‌دهند.

$$\left[\left(\frac{\text{mg } O_2}{32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \right) + \left(\frac{\text{mg } N_2}{28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \right) \right] \times \frac{22.4}{\text{mol}} = 840 \text{ L} \Rightarrow m = 560 \text{ g}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق اطلاعات سؤال، فراورده‌های واکنش تجزیه‌ی $C_3H_5N_3O_9$ عبارتند از: CO_2 ، O_2 ، N_2 و

H_2O ، البته در شرایط STP به جز H_2O ، بقیه‌ی فراورده‌ها گازی شکل هستند.

معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$? L \text{ gas} = 18/16 \text{ g } C_3H_5N_3O_9 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_5N_3O_9}{227 \text{ g } C_3H_5N_3O_9}$$

$$\times \frac{(12 + 6 + 1) \text{ mol gas}}{4 \text{ mol } C_3H_5N_3O_9} \times \frac{22.4 \text{ L gas}}{1 \text{ mol gas}} = 8/512 \text{ L gas}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط عبارت «الف» درست است. بررسی سایر عبارات‌ها:

(ب) $Sn(SO_4)_2$: قلع (IV) سولفات

(ج) $CuCO_3$: مس (II) کربنات

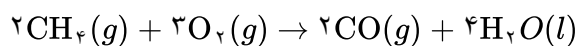
(د) $(NH_4)_3N$: آمونیوم‌نیتريد

(ه) Ag_2CO_3 : نقره‌کربنات

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

فراوان‌ترین کاتیون آب دریا، یون سدیم است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$? L \text{ CO} = 9/6 CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{2 \text{ mol } CO}{2 \text{ mol } CH_4} \times \frac{22.4 \text{ L CO}}{1 \text{ mol CO}} = 13/44 \text{ L CO}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد حالاتی که هم دانش‌آموز تجربی و هم دانش‌آموز ریاضی در بین ۳ نفر باشد را از کل حالات کم می‌کنیم:

$$\binom{10}{3} - \left(\binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{5}{1} + \binom{3}{2} \binom{2}{1} + \binom{3}{1} \binom{2}{2} \right) = 120 - (3 \times 2 \times 5 + 3 \times 2 + 3 \times 1) \\ = 120 - 39 = 81$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱, ۳, ۵, ۷, ۹

کافی است سه رقم از ۵ رقم را انتخاب کنیم و با همان ترتیب گفته شده در مرتبه‌های یکان، دهگان و صدگان قرار

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 2} = 10$$

دهیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3n^2 - 1 = 2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \Rightarrow f = \{(2, 2), (1, 1), (3, 1), (1, 2)\} \times \\ n = -\frac{1}{3} \checkmark \Rightarrow \left(3, \frac{1}{-3}\right) = (3, -3) \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد بازیکنان یا بیشتر از کاپیتان است یا کمتر:

$$\frac{\text{کل حالت ها}}{2} = \frac{6!}{2} = \frac{720}{2} = 360$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای انتخاب مدیر ۷ راه داریم. بعد از انتخاب مدیر، برای انتخاب معاون ۶ راه و در ادامه برای انتخاب

منشی ۵ راه داریم. تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$7 \times 6 \times 5 = 210$$

$$n(S) = \binom{5}{2} = 10$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = 3 + 1 = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{10} = 0.4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد مثلث‌ها برابر است با تعداد حالت‌هایی که ۲ نقطه از ۹ نقطه انتخاب شوند:

$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \binom{n}{2k} \xrightarrow{\text{شامل عضو } a} \binom{n-1}{2k-1} \\ \binom{n}{k+3} \xrightarrow{\text{فاقد عضو } b} \binom{n-1}{k+3} \end{cases} \Rightarrow \binom{n-1}{2k-1} = \binom{n-1}{k+3}$$

$$2k-1 + k+3 = n-1 \Rightarrow 3k+3 = n \Rightarrow \binom{n}{3k+3}$$

$$2k - 1 = k + 3 \Rightarrow k = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با جایگذاری $m = 0$ در گزینه‌ها داریم:

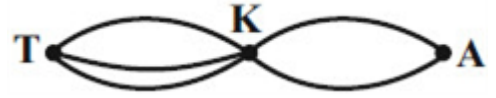
$$\{(1, 0), (2, 0), (0, 3)\} \quad (2) \qquad \{(0, 1), (1, 0), (0, 2)\} \quad (1)$$

$$\{(0, 0), (0, 1), (2, 2)\} \quad (4) \qquad \{(0, 1), (0, 2), (0, 3)\} \quad (3)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مسیر رفت $3 \times 2 = 6$ حالت داریم. برای برگشت، باید مسیر رفت انتخاب نشود بنابراین $2 \times 1 = 2$

$$6 \times 2 = 12$$

حالت داریم. پس در حالت کلی خواهیم داشت:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \times 3 \times 2 = 12$$

اگر بخواهیم مسیر $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ را طی کنیم، تعداد راه‌ها برابر است با:

$$2 \times 4 = 8$$

اگر بخواهیم مسیر $A \rightarrow E \rightarrow D$ را طی کنیم، تعداد راه‌ها برابر است با:

$$12 + 8 = 20$$

تعداد کل راه‌ها برابر خواهد بود با: