

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ۳ پرتاب از ۵ پرتاب را انتخاب می‌کنیم. در ۴ حالت، این ۳ پرتاب یکسان بوده و ۲ پرتاب دیگر 3×3 حالت خواهند داشت.

$$p(x) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3} \times 4 \times 3 \times 3}{4^5} = \frac{10 \times 4 \times 9}{4^5} = \frac{45}{128}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموعه A زیرمجموعه یک مجموعه نامتناهی است، بنابراین می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد، پس $A \cap B = A$ می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. به همین ترتیب $B - A$ نیز می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد و از آنجا که $A \subseteq B$ ، بنابراین $A - B = \emptyset$ همواره متناهی و $A \cup B = B$ همواره نامتناهی است.

$$1) \cos 360^\circ = 1, \sin 180^\circ = 0$$

$$2) \cotg 270^\circ = 0, \sin 90^\circ = 1$$

$$3) \tan 180^\circ = 0, \cos 90^\circ = 0 \text{ گزینه صحیح}$$

$$4) \cos 0^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0$$

$$(1, 1)(2, 2) \dots (6, 6)$$

$$1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3n^2 - 1 = 2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \Rightarrow f = \{(2, 2), (1, 1), (3, 1), (1, 2)\} \times \\ n = -\frac{1}{3} \checkmark \Rightarrow \left(3, \frac{1}{-3}\right) = (3, -3) \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-30^\circ < x < 120^\circ \xrightarrow{\text{دایره مثلثاتی}} \frac{-1}{2} < \cos x \leq 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{|m-1|-3}{4} \leq 1 \Rightarrow -2 < |m-1|-3 \leq 4 \Rightarrow 1 < |m-1| \leq 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 < m-1 \leq 7 \Rightarrow 2 < m \leq 8 \\ -7 \leq m-1 < -1 \Rightarrow -6 \leq m < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 8, c = -6, d = 0 \Rightarrow \frac{a+b}{c+d} = \frac{10}{-6} = -\frac{5}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$$

تعداد کل حالت‌ها:

حالت‌های مطلوب، حالت‌هایی است که «۲ مهره سفید و ۱ مهره قرمز انتخاب شوند» یا «۱ مهره سفید و ۲ مهره قرمز انتخاب شوند». تعداد این حالت‌ها برابر است با:

$$n(A) = \binom{5}{1} \binom{7}{2} + \binom{5}{2} \binom{7}{1} = 5 \times 21 + 10 \times 7 = 105 + 70 = 175$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{175}{220} = \frac{35}{44}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹

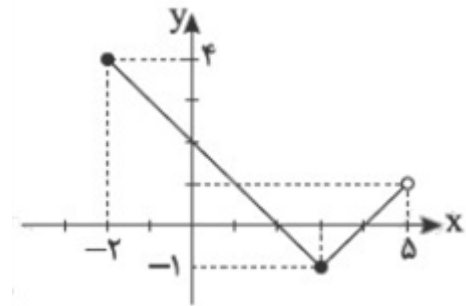
روش اول: نمودار این تابع به صورت زیر است:

بنابراین برد تابع $[-1, 4]$ است که شامل ۶ عدد صحیح است.

روش دوم: با توجه به دامنه‌ی تابع داریم:

$$-2 \leq x < 5 \xrightarrow{-3} -5 \leq x - 3 < 2 \Rightarrow 0 \leq |x - 3| \leq 5$$

$$\xrightarrow{-1} -1 \leq |x - 3| - 1 \leq 4 \Rightarrow -1 \leq y \leq 4 \Rightarrow \text{برد} = [-1, 4]$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$3 - a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

$$(1) a = 1 \Rightarrow (2, -1), (2, 1 - b) \Rightarrow 1 - b = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$(2) a = -1 \Rightarrow (2, -1), (2, 3 - b) \Rightarrow 3 - b = -1 \Rightarrow b = 4$$

در هر صورت $a + b$ برابر با ۳ می‌باشد. در صورتی که گزینه‌های دیگر همواره برقرار نمی‌باشند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$n(S) = \binom{5}{3}$$

$$A' = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}\} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{\binom{5}{3}} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پیشامد قبولی در فیزیک: A

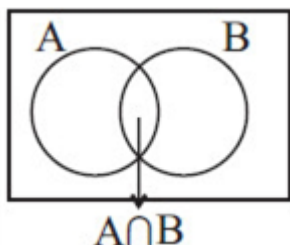
پیشامد قبولی در ریاضی: B

$$P(A) = ۰/۸, P(B) = ۰/۵, P(A \cup B) = ۰/۹$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$۰/۹ = ۰/۸ + ۰/۵ - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۴$$

مطلوب مسئله این است که در یک امتحان یا در دو امتحان قبول نشود که با توجه به نمودار ون مشخص است که باید احتمال $(A \cap B)'$ محاسبه شود.



$$P(A \cap B)' = ۱ - P(A \cap B) = ۱ - ۰/۴ = ۰/۶$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$\binom{۶}{۱} \times \binom{۶}{۱} = ۳۶ \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$\binom{۶}{۲} = \frac{۶ \times ۵}{۲ \times ۱} = ۱۵ \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$\binom{۶}{۱} \binom{۵}{۱} = ۳۰ \quad \text{گزینه ۳:}$$

$$\binom{۶}{۱} = ۶ \quad \text{گزینه ۴:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = a^۲x^۲ - ۷۲۹x^۴ \Rightarrow A = x^۲(a^۲ - ۷۲۹x^۲) = x^۲((a^۲)^۲ - (۲۷x^۲)^۲)$$

$$= x^۲(a^۲ - ۲۷x^۲)(a^۲ + ۲۷x^۲) = x^۲(a - ۳x)(a^۲ + ۳ax + ۹x^۲)(a + ۳x)(a^۲ - ۳ax + ۹x^۲)$$

بنابراین عبارت داده شده مضرب $x + ۳a$ نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم معادله سهمی به فرم $y = c(x - k)^۲ + h$ باشد، به طوری که (k, h) رأس سهمی

است. بنابراین خواهیم داشت:

$$y = c(x - ۳)^۲ - ۲ \xrightarrow{\text{نقطه } (۱, ۶)} ۶ = c(۱ - ۳)^۲ - ۲ \Rightarrow c = ۲ \quad (۱)$$

$$y = ۲(x - ۳)^۲ - ۲ = ۲x^۲ - ۱۲x + ۱۶ = cx^۲ + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = -۱۲ \\ b = ۱۶ \end{cases} \quad (۲) \quad \text{بنابراین:}$$

$$\xrightarrow{۱, ۲} a^۲ - ۳b - ۲c = ۱۴۴ - ۴۸ - ۴ = ۹۲$$

$$P = \frac{-x(1-x)}{x^2+x-6} = \frac{-x(1-x)}{(x+3)(x-2)} \xrightarrow{\text{ریشه ها}} \begin{cases} -x=0 \Rightarrow x=0 \\ 1-x=0 \Rightarrow x=1 \\ x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

	-۳	۰	۱	۲	
-x	+	+	-	-	
1-x	+	+	+	-	
x+3	-	+	+	+	
x-2	-	-	-	-	+
P	+	-	+	-	+
	ت.ن			ت.ن	

$$\left(\frac{3}{2}, \sqrt{3}\right) \subseteq (1, 2)$$

پس P در این بازه منفی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر عرض مستطیل را x در نظر بگیریم، طول آن برابر با $(2x+3)$ است و داریم: ۱۷

$$\text{مساحت} = 9 \Rightarrow x(2x+3) = 9 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 9 = 0$$

$$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-9) = 9 + 72 = 81 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2(2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3-9}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \text{ غ ق} \\ x = \frac{-3+9}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5 \end{cases}$$

$$\text{عرض} = 1.5 \text{ و طول} = 2(1.5) + 3 = 3 + 3 = 6$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = 2(\text{طول} + \text{عرض}) = 2(6 + 1.5) = 2 \times 7.5 = 15$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون تابع از مبدأ محور مختصات عبور کرده پس نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ روی خط قرار دارد و نقطه‌ی دوم $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ ۱۸

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 0}{3 - 0} = \frac{5}{3}$$

است. شیب خط عبارت است از:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{5}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{5}{3}x \Rightarrow f(x) = \frac{5}{3}x$$

$$\Rightarrow f(-0.2) = \frac{5}{3} \times \left(-\frac{2}{10}\right) = -\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(0.2) = \frac{5}{3} \times \frac{2}{10} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

با توجه به جملات دنباله $t_1 = 5$, $t_2 = 11$ و $t_3 = 35$ است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 5 \Rightarrow a + b = 5 & (1) \\ t_2 = 11 \Rightarrow a + b^2 = 11 & (2) \\ t_3 = 35 \Rightarrow a + b^3 = 35 & (3) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} b^2 - b = 6 \Rightarrow b(b^2 - 1) = 6$$

طرفین تساوی را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{b^2(b^2 - 1)}{b(b^2 - 1)} = \frac{24}{6} \Rightarrow b^2 = 4 \xrightarrow{b>0} b = 2 \xrightarrow{(1)} a = 3 \Rightarrow t_n = 3 + 2^{n-1}$$

$$\Rightarrow t_4 = 3 + 2^{4-1} = 3 + 128 = 131$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. یک معادله‌ی درجه‌ی دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ زمانی دارای ریشه‌ی مضاعف است که مبین یا دلتا معادله صفر باشد، در این صورت داریم: ۲۰

$$x^2 + mx + 9 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = m \\ c = 9 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = m^2 - 4 \times (1) \times (9) = m^2 - 36 \xrightarrow{\Delta=0} m^2 - 36 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow m = \pm 6$$

حال بررسی می‌کنیم به ازای کدام مقدار m معادله دارای ریشه‌ی مضاعف مثبت است دقت کنید که ریشه‌ی مضاعف معادله از

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{m}{2 \times 1} = -\frac{m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0$$

رابطه‌ی $-\frac{b}{2a}$ به دست می‌آید، لذا داریم:

پس $m = -6$ قابل قبول است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای هر سؤال ۵ حالت وجود دارد. انتخاب یکی از ۴ گزینه و یا پاسخ ندادن به سؤال وجود دارد. چون ۱۷۰ سؤال داریم، پس تعداد حالت‌ها برابر است با: 5^{170} . ۲۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۲۲

$$1) \begin{cases} (A - B)' = (A \cap B')' = A' \cup B = B \cup A' \times \\ B - A = B \cap A' \end{cases}$$

$$2) A \cap A' = \emptyset \Rightarrow A - A' = A \quad \checkmark$$

$$3) A - (A \cap B) = A - B = A \cap B' \quad \checkmark$$

$$4) (A')' = U - (U - A) = A \quad \checkmark$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $5! = 120 =$ تعداد کل جایگشت‌ها ۲۳

P, E D A R

تعداد جایگشت‌هایی که دو حرف P و E کنار هم هستند:

$$= 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

$$= 120 - 48 = 72$$

$120 - 48 = 72$ تعداد جایگشت‌هایی که دو حرف P و E کنار هم نیستند

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. **۲۴**

مجموعه‌ی الف) نامتناهی است؛ زیرا بین هر ۲ عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

مجموعه‌ی ب) نامتناهی است؛ زیرا بی‌شمار دایره به مرکز O وجود دارد که شعاع‌های مختلفی دارد.

مجموعه‌ی پ) متناهی است؛ زیرا مجموعه‌ی C دارای ۴ عضو: $C = \{1, 2, 5, 10\}$ می‌باشد.

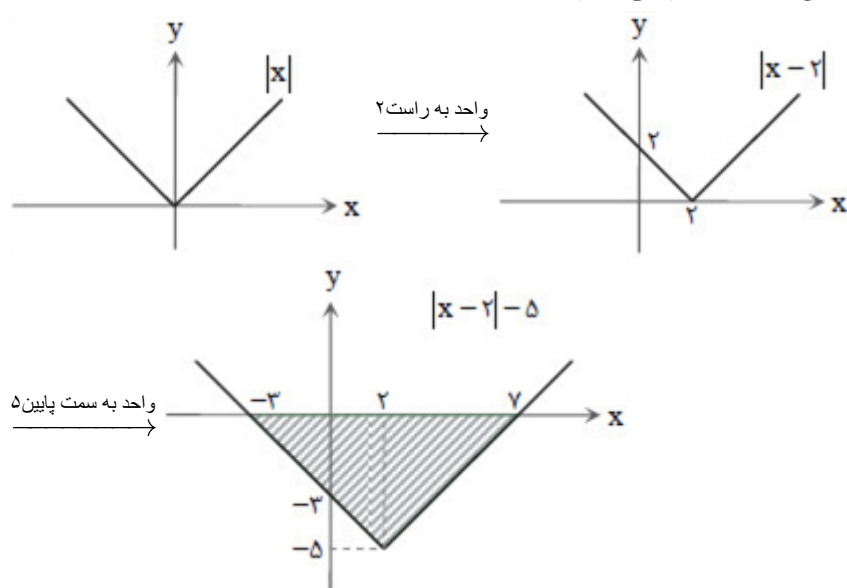
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در هر مرحله تعداد مربع‌های کوچک وسط، مربع شماره‌ی مرحله و تعداد مربع‌های گوشه‌ها، یک واحد

بیش‌تر از شماره‌ی شکل است، یعنی جمله‌ی عمومی آن به صورت $a_n = n^2 + (n + 1)$ است، پس $a_9 = 9^2 + 10 = 91$.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۲۶**

$$\text{عبارت} = 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - (-1) = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را از $|x|$ شروع کرده و رسم می‌کنیم: **۲۷**



برای یافتن مساحت مثلث ایجاد شده ابتدا قاعده‌ی آن را می‌یابیم. برای این کار تقاطع تابع را با محور x ها می‌یابیم:

$$|x - 2| - 5 = 0 \Rightarrow |x - 2| = 5 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 5 \Rightarrow x = 7 \\ x - 2 = -5 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

پس طول قاعده‌ی مثلث $7 - (-3) = 10$ و ارتفاع آن ۵ واحد است. پس مساحت آن $\frac{5 \times 10}{2} = 25$ است.

$$\frac{4}{\sqrt{5}-1} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{\cancel{4}(\sqrt{5}+1)}{\cancel{4}} = \sqrt{5}+1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۲۸**

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۲۹**

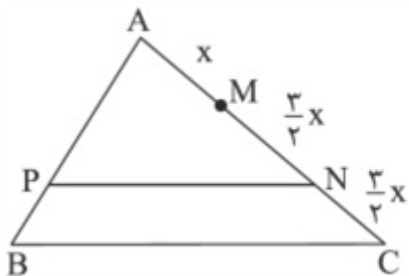
$$\frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times \cancel{4} \times \cancel{3}!}{\cancel{3}! \times 2 \times 1} = 10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع خطی است ضابطه تابع به صورت $f(x) = ax + b$ است. (۳۰)

$$A(1, 2) \Rightarrow f(1) = 2 \Rightarrow a + b = 2 \\ B(2, 3) \Rightarrow f(2) = 3 \Rightarrow 2a + b = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(x) = x + 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه تلاقی نیمسازها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. (۳۱)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۲)



$$\frac{MC}{AM} = 2 \Rightarrow AM = x, MC = 2x$$

نقطه‌ی N وسط MC است، پس:

$$MN = NC = \frac{2}{3}x$$

بنابراین:

$$\frac{AN}{NC} = \frac{\frac{5}{3}x}{\frac{2}{3}x} = \frac{5}{2}$$

از طرفی:

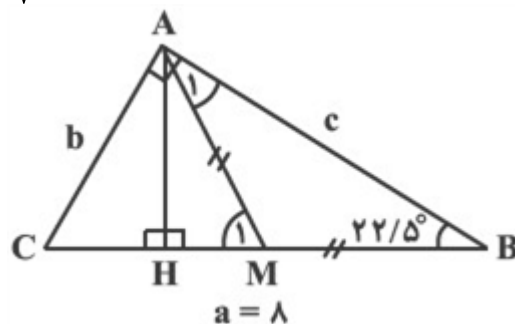
$$2AP = 5BP \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{AN}{NC} = \frac{AP}{BP} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \text{جزء به کل}$$

$$\frac{PN}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{\frac{5}{3}x}{\frac{5}{3}x} = \frac{5}{8} \xrightarrow{BC=16} PN = 16 \times \frac{5}{8} = 10$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع و میانه وارد بر وتر، نصف وتر است. یعنی (۳۳)

$AM = MB = 4$ و $\hat{A}_1 = 22/5^\circ$ در نتیجه $\hat{M}_1 = 45^\circ$ پس $AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2}$ و می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه $AB \times AC = AH \times BC$ پس $AB \times AC = 16\sqrt{2}$.



۳۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی یک رأس مربع حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی روی ضلع مستطیل قرار می‌گیرد، حتماً رأس دیگر روی ضلع مقابل قرار می‌گیرد.

فرض می‌کنیم اندازه طول مستطیل برابر a و اندازه عرض مستطیل برابر b باشد. بنابراین می‌توان گفت:

$$AB = CD = a$$

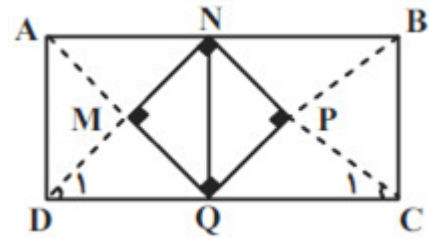
$$AD = BC = b$$

از طرفی می‌دانیم مثلث DNC یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین می‌باشد که NQ ارتفاع وارد بر وتر آن می‌باشد. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} DC = a \\ \widehat{D} = \widehat{C} = 45^\circ \Rightarrow DN = NC = \frac{\sqrt{2}}{2}a \\ DN \times NC = DC \times NQ \end{array} \right\} \Rightarrow NQ = \frac{1}{2}a$$

$$\frac{1}{2}a = b \Rightarrow a = 2b \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$

از طرفی واضح است که $NQ = BC = b$. بنابراین:



۳۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle BDC$ هم‌مساحت هستند، پس:

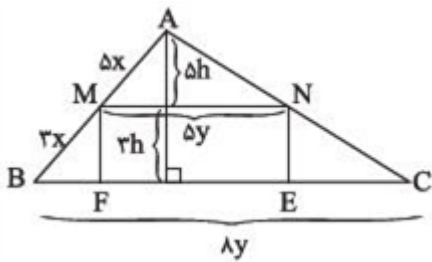
$$S_{\triangle BDC} = S_{\triangle ABC} = 10 \text{ cm}^2$$

$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}BD \times CH \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times 8 \times CH \Rightarrow CH = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

۳۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به رابطه تالس می‌توان مقادیر را مطابق شکل زیر نوشت، در این صورت داریم:



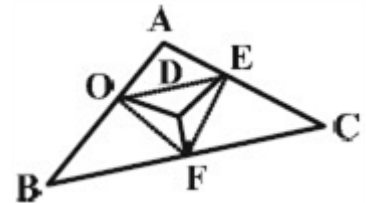
$$\frac{S_{\text{مستطیل}}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\Delta y \times 2h}{\frac{\Delta y \times 8h}{2}} = \frac{15}{32}$$

۳۷

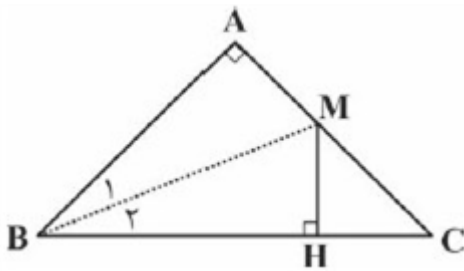
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC، محل هم‌رسی نیمسازها می‌باشد بنابراین نقطه‌ی D از سه ضلع این مثلث دارای

فاصله‌ی یکسان است. بنابراین مطابق شکل زیر نقطه‌ی D از سه رأس O، E و F دارای فاصله یکسان است پس D محل هم‌رسی

عمودمنصف‌های مثلث OEF می‌باشد.

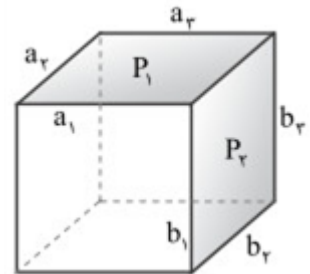


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $AM = MH$ ، پس M روی نیمساز زاویه $\widehat{B}$ قرار دارد. ۳۸



$$\begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{B} = 50^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{B}_1 = 25^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} = 65^\circ$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در شکل روبه‌رو دو وجه P_1 و P_2 متقاطع‌اند، که در یک یال مشترک می‌باشند، یال مشترک را حذف کرده، به شرح زیر داریم: ۳۹

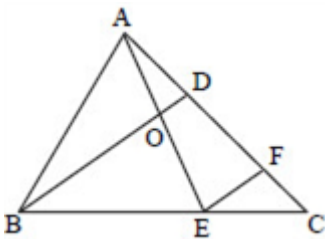


یال‌های متنافر عبارت‌اند از:

$$\{a_1, b_2\}, \{a_1, b_3\}, \{a_2, b_3\}, \{a_2, b_1\}, \{a_3, b_1\}, \{a_3, b_2\}$$

بنابراین: $تعداد\ یال‌های\ متنافر = 2 + 2 + 2 = 6$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا پاره‌خط EF را به موازات BD رسم می‌کنیم در این صورت داریم: ۴۰



$$\triangle BDC : \frac{CF}{FD} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{3} \Rightarrow CF = t, FD = 3t$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AC-AD} = \frac{1}{3-1} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$$

چون $DC = t + 3t = 4t$ پس نتیجه می‌شود $AD = 2t$

$$\triangle AEF : OD \parallel EF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AO}{OE} = \frac{AD}{DF} = \frac{2t}{3t} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک رابطه $E_2 - E_1 = W_f$ می‌توان نشان داد: ۴۱

$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f \Rightarrow \Delta K + \Delta U = W_f$$

فقط باید دقت کنیم W_f کار نیروهای اتلافی بوده و باید مقدار آن را (منفی) در رابطه جاگذاری کرد؛ پس داریم:

$$\Delta K + \Delta U = W_f \Rightarrow (+75) + (-100) = f \times h \times \cos(180^\circ) \Rightarrow -25 = -5 \times h \Rightarrow h = 5m$$

$$L_{.A} = L_{.B} = L$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون طول اولیه برابر است: ۴۲

$$L_B - L_A = 14 - 10^{-4} L$$

$$L(1 + \alpha_B \Delta \theta) - L(1 + \alpha_A \Delta \theta) = 14 \times 10^{-4} L$$

$$\Delta \theta (\alpha_B - \alpha_A) = 14 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta \theta (1/4 \times 10^{-5}) = 14 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta \theta = 100^\circ C$$

۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا افزایش ارتفاع آب در اثر اضافه کردن مایع را به دست می‌آوریم:

$$V = Ah \Rightarrow 40 = 10h \Rightarrow h = 4 \text{ cm}$$

$$F = \rho ghA = 6800 \times 10 \times 4 \times 10^{-2} \times 50 \times 10^{-4} = 13/6 \text{ N}$$

۴۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چگالی مخلوط از رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ به دست می‌آید. از طرفی داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0/96 \frac{g}{\text{cm}^3} \Rightarrow 0/96 = \frac{500 + 0/8 \times V}{500 + V} \Rightarrow 96 \times 5 + 0/96 V = 500 + 0/8 V$$

$$0/16 V = 5 (100 - 96) \Rightarrow V = 125 \text{ cm}^3$$

۴۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا شعاع کره را بر حسب دکامتر محاسبه می‌کنیم و سپس آن را به هکتومتر تبدیل می‌کنیم.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow 108 = \frac{4}{3} \times 3 \times R^3 \Rightarrow R^3 = 27 \Rightarrow R = 3 \text{ dam} \times \frac{10 \text{ hm}}{10^2 \text{ dam}} = 0/3 \text{ hm}$$

اکنون سطح کره را بر حسب هکتومتر مربع (هکتار) به دست می‌آوریم:

$$A = 4 \pi R^2 = 4 \times 3 \times (0/3)^2 = 1/08 \text{ hm}^2$$

۴۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow F = \frac{9}{5} (-40^\circ \text{C}) + 32 \Rightarrow F = -40^\circ \quad \text{الف) درست}$$

ب) غلط، کمترین دمای ممکن $-273/15^\circ \text{C}$ یا همان صفر کلوین است.

پ) غلط، کمیت دماسنجی دماسنج ترموکوپل ولتاژ است.

ت) درست

۴۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$k_2 = 0/6 k_1 = 0/6 \times 200 = 120 \text{ J}$$

$$k_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow V_2^2 = \frac{2 k_2}{m} = \frac{240}{10 \times 10^{-3}}$$

نکته: جرم بر حسب کیلوگرم نوشته شود.

$$V_2^2 = 24 \times 10^2 = 2/4 \times 10^4$$

$$V_2 = \sqrt{2/4 \times 10^4} \simeq 1/55 \times 10^2 = 155 \frac{m}{s}$$

۴۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

علت نادرستی (ب): سطح آب در یک لوله‌ی موئین شیشه‌ای تمیز، به صورت فرورفته است.

علت نادرستی (ث): طبق اصل برنولی، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

بررسی مورد (الف): می‌دانیم فشار یک جسم جامد بر سطح زیرین برابر $P = \frac{mg}{A}$ است که با ساده‌سازی رابطه برای یک مکعب

$$P = \frac{mg}{A} \xrightarrow[\mathbf{V=Ah}]{\mathbf{m=\rho V}} \rho gh \Rightarrow \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{h_{\max}}{h_{\min}} = \frac{30}{10} = 3 \quad \text{مستطیل خواهیم داشت:}$$

۴۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یک میکرومتر برابر یک بر میلیون است.

$$1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow d = 4897 \mu\text{m} = 4897 \times 10^{-6} \text{ m} = 4/897 \times 10^{-3} \text{ m}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با برداشتن درپوش، مایع درون ظرف تا جایی پایین می‌آید که فشار ناشی از ارتفاع مایع باقی‌مانده‌ی در ظرف با فشار هوا بیرون که از پایین به ظرف وارد می‌شود، برابر شود. ($h' =$ ارتفاع مایع باقی‌مانده)

$$\rho g h' = P.$$

$$\rho_{\text{مایع}} g h' = \rho_{\text{جیوه}} g h \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h' = \rho_{\text{جیوه}} h$$

$$\Rightarrow 6/8 \times h' = 13/6 \times 75 \Rightarrow h' = 150 \text{ cm}$$
 ارتفاع مایع باقی‌مانده

$$200 \text{ cm} - 150 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$$

ارتفاع مایع خارج شده‌ی از ظرف برابر است با:

حال حجم مایع خارج شده را از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V = A \Delta h \Rightarrow \Delta V = 5 \times 10^{-4} \times 50 \times 10^{-2} = 25 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\Delta m = \rho \Delta V$$

و در آخر با استفاده از رابطه‌ی چگالی، جرم مایع خارج شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \Delta m = 6800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 25 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = 1/7 \text{ kg}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی مسیر abc را طی کنیم و بعد از c به a برگردیم، مجموع ΔU ها صفر می‌شود، بنابراین:

$$\Delta U_{abc} + \Delta U_{ca} = 0 \Rightarrow Q_{abc} + W_{abc} + \Delta U_{ca} = 0$$

$$\Rightarrow 100 - 60 + \Delta U_{ca} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ca} = -40 \text{ J}$$

یعنی باید از گاز ۴۰ ژول انرژی بگیریم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون ابعاد ورقه‌ی بزرگتر ۲ برابر ابعاد ورقه‌ی کوچکتر است. پس حجم ورقه‌ی بزرگتر ۸ برابر حجم ورقه‌ی کوچکتر است. بنابراین مطابق رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ نسبت تغییر دمای دو ورقه را به‌دست می‌آوریم:

$$V = a^3 h \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{a_2^3 h_2}{a_1^3 h_1} \xrightarrow{a_2=2a_1, h_2=2h_1} \frac{V_2}{V_1} = \frac{2^3 a_1^3 \times 2 h_1}{a_1^3 h_1} = 16$$

$$\Rightarrow V_2 = 16 V_1 \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m_2}{\rho} = 16 \times \frac{m_1}{\rho} \Rightarrow m_2 = 16 m_1$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2 c_2 \Delta\theta_2}{m_1 c_1 \Delta\theta_1} \xrightarrow{Q_2=Q_1, c_2=c_1} 1 = 16 \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = \frac{1}{16}$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی تغییر مساحت، نسبت افزایش مساحت دو ورقه را به‌دست می‌آوریم:

$$A = a^2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \xrightarrow{a_2=2a_1} \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{2a_1}{a_1}\right)^2 \Rightarrow A_2 = 4 A_1$$

$$\Delta A = A \times 2\alpha \times \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta A_2}{\Delta A_1} = \frac{A_2 \times 2\alpha_1 \times \Delta\theta_2}{A_1 \times 2\alpha_1 \times \Delta\theta_1}$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta_2=\frac{1}{16}\Delta\theta_1, \alpha_2=\alpha_1, A_2=4A_1} \frac{\Delta A_2}{\Delta A_1} = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به صورت زیر عمل می‌کنیم: ۵۳

$$1 \text{ Tg} = 10^{12} \text{ g} = 10^9 \text{ kg}$$

$$F = ma \Rightarrow F = \boxed{1 \text{ Tg}} \times \left(\frac{10^{-6} \text{ m}}{\text{s}^2} \right) = 10^9 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right] = 1 \text{ kN}$$

$\uparrow$ 10^{-6}
 $\downarrow$ 10^9 kg $\downarrow$ N

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به آخرین رقم اعشار در وسایل دیجیتالی می‌توان دقت اندازه‌گیری آن‌ها را تعیین کرد. ۵۴

$$\text{ریزسنج: } 2/006 \text{ mm} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = 0/001 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ mm} = 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{ترازو: } 0/21 \text{ g} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = 0/01 \text{ g} = 10^{-2} \text{ g} = 10^{-5} \text{ kg}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا تغییر دما را بر حسب درجه‌ی سلسیوس به دست می‌آوریم: ۵۵

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta F = 54^\circ \text{ F}} \Delta\theta = \frac{54 \times 5}{9} \Rightarrow \Delta\theta = 30^\circ \text{ C}$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی تغییر طول بر اثر تغییر دما، ضریب انبساط طولی فلز را به دست می‌آوریم:

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \xrightarrow{\Delta L = 0/015 \times 10^{-3} \text{ L}, \Delta T = \Delta\theta = 30 \text{ K}} 1/5 \times 10^{-4} \text{ L} = \alpha L \times 30$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1/5 \times 10^{-4}}{30} = 0/5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \Rightarrow \text{ضریب انبساط سطحی} = 2\alpha = 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطه‌های زیر، گرمای کلی را می‌یابیم. دقت کنید، بخشی از گرمای گرمکن توسط آب و بخشی دیگر توسط گرماسنج جذب می‌شود. ۵۶

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mc\Delta T + C\Delta T$$

$$\begin{aligned} m &= 200 \text{ g} = 0/2 \text{ kg}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\ \Delta T &= \Delta\theta = 60 - 10 = 50^\circ \text{ C}, C_{\text{گرماسنج}} = 180 \frac{\text{J}}{\text{K}} \end{aligned} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 0/2 \times 4200 \times 50 + 180 \times 50$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 42000 + 9000 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 51000 \text{ J}$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی $P = \frac{Q}{\Delta t}$ ، زمان را می‌یابیم.

$$\Delta t = \frac{Q_{\text{کل}}}{P} \xrightarrow{P=50 \text{ W}, Q_{\text{کل}}=51000 \text{ J}} \Delta t = \frac{51000}{50} \Rightarrow \Delta t = 1020 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 17 \text{ min}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بر جسم دو نیروی وزن (mg) و نیروی بالا بر (F) وارد می شود. چون جسم با تندی ثابت حرکت می کند، تغییر انرژی جنبشی آن صفر است. بنابراین با استفاده از قضیه ی کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{mg} + W_F, \Delta K = 0} W_{mg} + W_F = 0 \Rightarrow W_F = -W_{mg}$$

چون جسم رو به بالا حرکت می کند، کار نیروی وزن منفی است ($W_{mg} = -mg\Delta h$)؛ بنابراین داریم:

$$W_F = -(-mg\Delta h) \Rightarrow W_F = mg\Delta h$$

با توجه به تعریف توان خروجی می توان نوشت:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_F}{t} = \frac{mg\Delta h}{h} \xrightarrow{m=400 \text{ kg}, \Delta h=6 \text{ m}, t=16 \text{ s}} P_{\text{خروجی}} = \frac{400 \times 10 \times 6}{16} \\ \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 1500 W$$

و با توجه به تعریف بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \xrightarrow{\frac{75}{100} = \frac{3}{4}} \frac{3}{4} = \frac{1500}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 2000 W = 2 \text{ kW}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که در مایعات ساکن، فشار در نقاط هم تراز برابر است، داریم:

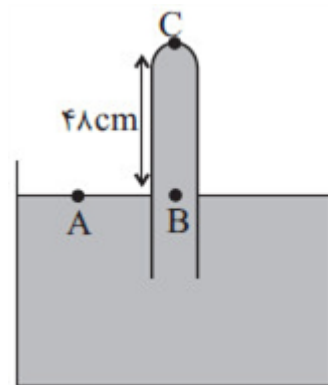
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{جیوه}} + P_C \Rightarrow P_C = P_{\text{جیوه}} - P_A$$

بنابراین فشار وارد بر ته لوله در دو حالت زیر به دست می آید:

$$P_{C_1} = P_{\text{جیوه}} - 48 (\text{cmHg}), P_{C_2} = P_{\text{جیوه}} - 45/6 (\text{cmHg})$$

طبق رابطه ی $F = PA$ و با توجه به ثابت بودن قطر مقطع لوله (A)، برای این که نیروی وارد بر ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد، باید فشار بر ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد، یعنی:

$$P_{C_2} = 1/10 P_{C_1} \Rightarrow P_{\text{جیوه}} - 45/6 = 1/10 (P_{\text{جیوه}} - 48) \Rightarrow 0/1 P_{\text{جیوه}} = 1/10 \times 48 - 45/6 \\ \Rightarrow P_{\text{جیوه}} = 72 \text{ cmHg}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف) درست

ب) نادرست، حرکت تصادفی ذرات در شاره ها، حرکت کاتوره ای است.

ج) نادرست، کشش سطحی جزو نیروهای هم چسبی است.

د) نادرست، نیروی بین مولکول های غیرهمسان را نیروی دگرچسبی می گوئیم.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۰

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = 1L = 1 \times 10^3 \text{ cm}^3 \\ \rho_1 = 1/25 \frac{g}{\text{cm}^3} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} m_2 = ? \\ \rho_2 = \frac{1g}{\text{cm}^3}, \rho = 1/2 \frac{g}{\text{cm}^3} \end{array} \right.$$

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}, V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{m_2}{1} \Rightarrow V_2 = m_2$$

$$1/2 = \frac{\rho_1 V_1 + m_2}{V_1 + m_2} \Rightarrow 1/2 = \frac{1/25 \times 10^3 + m_2}{10^3 + m_2} \Rightarrow m_2 = \frac{500}{2} = 250g$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم: ۶۱

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) v_2 = \frac{1}{2} v_1 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{4}$$

$$۲) v_2 = \frac{1}{4} v_1 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{16}$$

$$۳) \left\{ \begin{array}{l} v_2 = \frac{1}{2} v_1 \\ m_2 = \frac{1}{2} m_1 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{8}$$

$$۴) v_2 = \frac{1}{8} v_1 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{64}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۲

$$m_2 = m_1 + \frac{1}{4} m_1 = \frac{5}{4} m_1$$

جرم جسم ۲۵٪ یا $\frac{1}{4}$ افزایش یافته است، بنابراین:

از طرف دیگر انرژی جنبشی جسم ۲۰٪ کاهش داشته است، بنابراین:

$$K_2 = K_1 - \frac{20}{100} K_1 = \frac{80}{100} K_1$$

در نتیجه:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{5}{4} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{25} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{5} v_1$$

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{\frac{4}{5} v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = -20\%$$

بنابراین درصد تغییرات تندی برابر است با:

پس انرژی جنبشی جسم ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که ۵۰٪ انرژی جنبشی اولیه ی گلوله ی سربی، صرف گرم کردن خود گلوله شده است،

$$\frac{50}{100} \times K_1 = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m v_1^2 = mc \Delta \theta$$

داریم:

$$v_1 = 400 \frac{m}{s}, c = 125 \frac{J}{kg \cdot K} \xrightarrow{\text{ساده کردن } m \text{ از طرفین}} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 400^2 = 125 \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 320^\circ C = 320 K$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که در سؤال، دمای تعادل آب خواسته شده، فرض می کنیم تمام یخ ذوب شده و دمای

تعادل نهایی θ_e است. با استفاده از قانون پایستگی انرژی، می توان نوشت:

$$\Sigma Q = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c (\theta_e - \theta_1) + (m_2 L_F + m_2 c (\theta_e - \theta_2)) = 0$$

$$m_1 = 400 g, C_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}, \theta_1 = 30^\circ C$$

$$\theta_2 = 0^\circ C, L_F = 336000 \frac{J}{kg}, m_2 = 100 g$$

$$400 \times 4200 (\theta_e - 30) + (100 \times 336000 + 100 \times 4200 (\theta_e - 0)) = 0 \Rightarrow \theta_e = 8^\circ C$$

اگر در این روش، دمای تعادل مقداری منفی به دست می آمد، بدین معنا بود که تمام یخ ذوب نشده و در نهایت مخلوطی از آب و یخ در دمای تعادل $0^\circ C$ موجود بود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$Q = \frac{C_V}{R} V \Delta P, V = 2 \text{ lit}, \Delta P = 0.2 P_1$$

$$Q = \frac{3}{2} V \Delta P \Rightarrow 300 = \frac{3}{2} \times 1 \times 10^{-2} \times 0.2 \times P_1 \times 10^5 \Rightarrow P_1 = 10 \text{ atm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کم ترین گرما برای زمانی است که تمام یخ تنها ذوب شود:

$$Q_{\min} = mc_{\text{یخ}} \Delta \theta + mL_f \xrightarrow{c_{\text{یخ}} = \frac{c_{\text{آب}}}{2}} Q_{\min} = m \times \frac{c}{2} \times 10 + m \times 80 c = 85 mc$$

بیش ترین گرما برای زمانی است که یخ ذوب شده و دمای آن از $0^\circ C$ تا $100^\circ C$ افزایش یابد:

$$Q_{\max} = Q_{\min} + mc \Delta \theta = 85 mc + 10 mc = 185 mc$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} = \frac{185}{85} = \frac{37}{17}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$Q_P = n C_P \Delta T = \frac{5}{2} P \Delta V = \frac{5}{2} n R \Delta T$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T \Rightarrow Q = \frac{5}{2} \Delta U$$

آب $\theta \rightarrow$ آب صفر $\rightarrow$ یخ صفر $\rightarrow$ یخ -10

$$mc\Delta\theta = \left(\frac{2}{10}\right)(2100)(10) = 4200J \quad \text{گرمای لازم برای تبدیل یخ } -10 \text{ به یخ صفر:}$$

$$mL_f = \left(\frac{2}{10}\right)(336000) = 67200J \quad \text{گرمای لازم برای تبدیل یخ صفر به آب صفر:}$$

$$\text{گرمای داده شده معادل } 12600J = (12)(1000)(1/0.5) \text{ است.}$$

این گرما می‌تواند تمام یخ را به یخ صفر برساند ولی نمی‌تواند همه یخ صفر را به آب صفر تبدیل کند. پس دمای تعادل صفر است و مخلوط آب و یخ خواهیم داشت.

$$12600 - 4200 = 8400J \Rightarrow 8400 = mL_f \Rightarrow m = \frac{8400}{336000} \text{ kg}$$

m مقدار یخ ذوب شده است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. افزایش فشار در دمای ثابت به معنای کاهش حجم گاز است.

$$\text{کاهش } 60 \text{ درصد حجم} \Rightarrow V_2 = V_1 - 0.6V_1 = 0.4V_1$$

$$\text{دمای ثابت} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_1 = 0.4P_2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2.5 \Rightarrow P_2 = 2.5P_1$$

$$\Delta P = 15 \times 10^4 \Rightarrow 2.5P_1 - P_1 = 15 \times 10^4 \Rightarrow P_1 = 10^5 \text{ Pa}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی لیوان بیرون آب بوده فشار هوای داخل آن برابر فشار جو بوده ($P_1 = P_0$) و حجم آن

$$V_1 = 32A \text{ بوده (A مقطع لیوان است) حالا فشار آن برابر } P_2 \text{ شده و حجم آن برابر } V_2 = 32A$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \rightarrow P_0 \times 32A = P_2 \times 32A \rightarrow P_2 = \frac{33}{32} P_0$$

می‌توان نوشت:

ضمناً هوا و آب در شکل نهایی به حالت متعادل رسیده‌اند.

$$\text{آب } 1 \text{ cm} + P_2 \rightarrow \text{فشار شاره‌های بیرون لیوان در لبه آن} = \text{فشار شاره‌های داخل لیوان در لبه آن}$$

$$\rightarrow P_2 + 1 \text{ cm} = P_0 + 33 \text{ cm} \rightarrow P_2 = P_0 + 32 \text{ cm} \rightarrow \frac{33}{32} P_0 = P_0 + \rho_{\text{آب}} \times g \times \frac{32}{100}$$

$$\rightarrow \frac{1}{32} P_0 = 1000 \times 10 \times \frac{32}{100} = 3200$$

$$P_0 = 32 \times 3200 = 102400 \text{ Pa} = 102/4 \text{ kPa}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مرز آب و روغن فشار را می‌توان برحسب روغن یا آب بالای سر آن بیان کرد.

$$P_{\text{پای}} = P_{\text{راست}}$$

$$P_{\text{پای}} + \rho_{\text{روغن}} gh = P_0 + \rho_{\text{آب}} gh \Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{پای}} - P_0 = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}}) gh$$

برای محاسبه‌ی فشار برحسب سانتی‌متر جیوه:

$$(\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}}) gh = \rho_{\text{Hg}} gh_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = \frac{(1 - 0.8) \times 70}{14} = 1 \text{ cm}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$V_1 = \pi R^2 h$$

$$\Delta V = V_2 \times \Delta \theta$$

$$\Delta V = 3 \times 100 \times 0.4 \times 3 \times 5 \times 10^{-5} \times 100 = 1/8 \text{ cm}^3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$Q = mC\Delta\theta \rightarrow \begin{cases} 1200 = m_1 \times 400 \times 30 \\ 300 = m_2 \times 400 \times 30 \end{cases} \rightarrow$$

۷۴

$$(1200 - 300) = (m_1 - m_2) \times 400 \times 30 \rightarrow 900 = \Delta m \times 12000 \rightarrow \Delta m = 75 \times 10^{-3} \text{ kg} = 75 \text{ g}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷۵

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^5 \times (498 \times 10^{-3})}{8/3 \times 300} = \frac{498}{3 \times 8/3} = 20$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه موارد به درستی بیان شده است. بررسی همه موارد:

۷۶

مورد اول) در این نمونه ۴۷ اتم ${}^7_3\text{Li}$ و ۳ اتم ${}^6_3\text{Li}$ وجود دارد.

$$\text{تعداد نوترون‌ها} = (3 \times 3) + (47 \times 4) = 197$$

$$\% {}^6_3\text{Li} = \frac{\text{جرم کل } {}^6_3\text{Li}}{\text{جرم کل نمونه}} \times 100 \Rightarrow \frac{3 \times 6}{(3 \times 6) + (47 \times 7)} \times 100 = \frac{18}{347} \times 100 \simeq 5/2$$

(مورد دوم)

مورد سوم) درصد فراوانی ایزوتوپ‌های ${}^6_3\text{Li}$ و ${}^7_3\text{Li}$ در این نمونه به ترتیب ۹۴٪ و ۶٪ است. که تفاوت درصد فراوانی آنها برابر با ۸۸ درصد خواهد بود.

مورد چهارم) جرم کل این نمونه همان طور که در توضیح مورد دوم بیان شد برابر با ۳۴۷ amu است.

$$\left[\begin{array}{l} 347 \text{ amu} \sim 47 \text{ atom } {}^7_3\text{Li} \\ 1041 \text{ amu} \sim ? \text{ atom } {}^7_3\text{Li} \end{array} \right] \Rightarrow$$

۱۴۱ اتم ${}^7_3\text{Li}$ در نمونه طبیعی لیتیم به جرم ۱۰۴۱ amu یافت می‌شود.

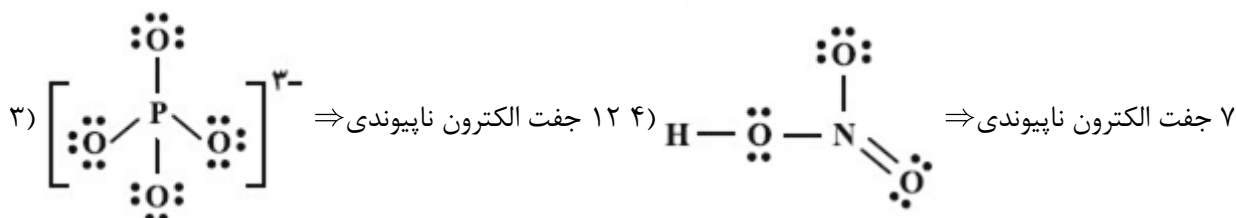
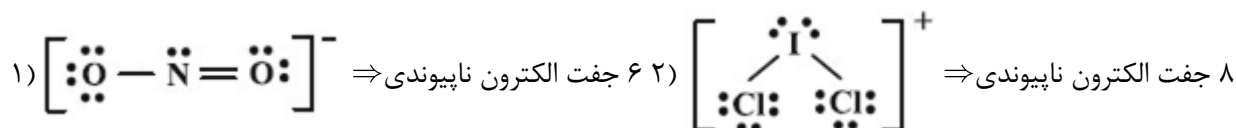
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انرژی زیرلایه‌ها به n و l وابسته است به طوری که اگر $n + l$ برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد،

۷۷

زیرلایه با n بزرگ‌تر، انرژی بیشتری دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ساختار لوویس گونه‌های داده شده به شکل زیر است:

۷۸



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در دمای موردنظر انحلال پذیری ۲ نمک باید با هم برابر باشد:

$$\begin{array}{ccccc} y = & ax & + & b \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ S = & m\theta & + & S_s \\ \downarrow & & & \\ & \text{(شیب تغییرات)} & & \text{(عرض از مبدا)} \end{array}$$

$$m_{\text{KCl}} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$m_{\text{Li}_2\text{SO}_4} = \frac{-1/5}{10} = -0.15$$

$$S_{\text{KCl}} = S_{\text{Li}_2\text{SO}_4} \Rightarrow 0.3\theta + 27 = -0.15\theta + 36$$

$$0.45\theta = 36 - 27 \Rightarrow 0.45\theta = 9 \Rightarrow \theta = 20^\circ\text{C}$$

حال اگر θ را در هر کدام از معادلات انحلال پذیری قرار بدهیم مقدار قابلیت حل شدن این دو نمک در این دما به دست می آید:

$$S_{\text{KCl}} = 0.3\theta + 27 \xrightarrow{\theta=20^\circ\text{C}} S_{\text{KCl}} = 0.3 \times 20 + 27 = 33g$$

$$S_{\text{Li}_2\text{SO}_4} = -0.15\theta + 36 \xrightarrow{\theta=20^\circ\text{C}} S_{\text{Li}_2\text{SO}_4} = -0.15(20) + 36 = 33g$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

(آ) مولکول CO_2 ناقطبی است اما انحلال پذیری آن در فشار ۱ atm و هر دمایی بیشتر از NO است. (درستی عبارت «آ»)
 (ب) استون و اتانول به صورت مولکولی در آب حل می شود و انحلال ید در هگزان نیز از نوع مولکولی می باشد. (درستی عبارت «ب»)
 (پ) بیشترین مقدار حل شونده‌ای که در ۱۰۰ گرم حلال در دمای معین حل می شود، انحلال پذیری آن ماده نام دارد. (نادرستی عبارت «پ»)
 (ت) صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی برخی عبارت‌ها:

(ب) درست - زیرا از لایه‌ی بالاتری به لایه‌ی دوم می باشد.
 (ب) نادرست - انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته‌ی هر اتم ویژه‌ی همان اتم و به عدد اتمی وابسته است. لذا آنجائیکه در هسته‌ی اتم هیدروژن تنها یک پروتون وجود دارد اتم نشان داده شده در این شکل نمی‌تواند اتم هیدروژن باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تنها دو ترکیب به نادرستی نام گذاری شده‌اند که نام گذاری صحیح آنها به صورت زیر است:

- منیزیم نیترات: $\text{Mg}(\text{NO}_3)_2$

- لیتیم نیتريد: Li_2N

۸۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فقط مورد پ صحیح می باشد. در معادله واکنش، رسوب حالت جامد s، مذاب حالت مایع l و بخار حالت گاز g دارد. بررسی سایر موارد:

(آ) هنگامی که به شکر گرما داده می شود، بر اثر یک تغییر شیمیایی، رنگش تغییر می کند.

(ب) نماد Δ به این معناست که واکنش دهنده ها بر اثر گرم شدن واکنش می دهند.

(ت) در معادله نوشتاری فقط نام مواد شرکت کننده در واکنش بیان می شود و لزومی ندارد که حالت فیزیکی آن ها نیز حتماً بیان شود.

۸۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توسعه ی پایدار براساس ملاحظات اقتصادی، اجتماعی و محیط زیستی می باشد. تولید پلاستیک های پایه ی صنعتی و نفتی با اینکه ارزان قیمت هستند ولی با ملاحظات زیست محیطی سازگار نیستند.

۸۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر کدام از گروه های ۱۴، ۱۶ جدول تناوبی ۶ عنصر وجود دارد.

۸۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط مورد اول نادرست می باشد.

$${}_{92}^{235}U < {}_{92}^{238}U$$

۸۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گلوکومتر، میلی گرم گلوکز را در دسی لیتر خون نشان می دهد.

$$M = \frac{\text{mol حل شونده}}{L \text{ محلول}} \Rightarrow M = \frac{120 \times 10^{-3} \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}}{1 \text{ dL خون} \times \frac{1 \text{ L خون}}{10 \text{ dL خون}}} \simeq 6 / 67 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{L}$$

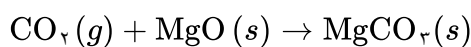
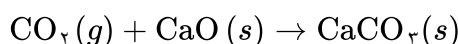
$$\text{ppm} = \frac{g \text{ حل شونده}}{g \text{ محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = \frac{120 \times 10^{-3} \text{ g } C_6H_{12}O_6}{1 \text{ dL خون} \times \frac{100 \text{ mL خون}}{1 \text{ dL خون}} \times \frac{1 \text{ g خون}}{1 \text{ mL خون}}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = 1200$$

۹۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی موارد نادرست:

کربن مونوکسید: Na_2O سدیم اکسید: CuO : مس (II) اکسید
پتاسیم سولفید: K_2S CO

۹۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گاز اکسیژن در هواکره به طور عمده به صورت مولکول های دو اتمی O_2 وجود دارد.

۹۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تبدیل CO_2 به مواد معدنی، گاز کربن دی اکسید تولید شده در نیروگاه ها و مراکز صنعتی را با MgO یا CaO واکنش می دهند:



۹۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه ها:

(۱) در لایه های بالایی هواکره، یون های چنداتمی مانند N^+ و O^+ وجود دارند.

(۲) نقطه ی جوش هلیوم، پایین تر از نقطه ی جوش هیدروژن است.

(۴) در فرایند تهیه ی هوای مایع، پس از گرفتن گرد و غبار از هوا، با استفاده از فشار، دما را کاهش می دهند تا H_2O و CO_2 جدا شوند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۴

(b) در واکنش تولید اتانول از اتن و آب، از H_2SO_4 به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.
(c) در واکنش هیدروژن‌دار کردن آلکان‌ها از فلز واسطه‌ی Ni به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اتم در حالت برانگیخته پرنرزی است و پایداری کمتری دارد و قابلیت نشر نور دارد. (تعداد الکترون اتم در حالت برانگیخته و پایه برابر است). ۹۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد پ و ت درست‌اند. بررسی همه‌ی موارد: ۹۷

عبارت الف: جدول تناوبی ۷ دوره دارد.
عبارت ب: در ۴ دوره‌ی اول جدول تناوبی در نماد شیمیایی ۵ عنصر دو حرفی Cu، ۲۹ Co، ۲۷ Cr، ۲۴ Ca، ۲۰ Cl و ۱۷ حرف C به کار رفته است.

عبارت پ: پرنرترین دوره‌های جدول دوره‌ای، دوره‌های ۶ و ۷ (۳۲ عنصر) و کم‌عنصرترین دوره‌ی جدول دوره‌ای دوره‌ی ۱ (۲ عنصر) هستند.

عبارت ت: از ۱۱۸ عنصر این جدول، ۲۶ عنصر ساختگی است که به تقریب برابر ۲۲ درصد از کل عناصر خواهد بود.

$$\frac{26}{118} \times 100 \approx 22\%$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اوزون از اکسیژن، واکنش‌پذیرتر است. ۹۸

شدت رنگ آبی اوزون مایع بیشتر از اکسیژن مایع است. بنابراین انرژی رنگ اوزون مایع از اکسیژن مایع بیشتر خواهد بود.
دمای جوش اکسیژن ($-183^\circ C$) کمتر از دمای جوش اوزون ($-112^\circ C$) است.

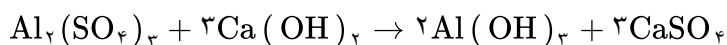
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند. ۹۹

از مواد پرتوزا در کشاورزی، صنایع نظامی و ... نیز استفاده می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

$$17/1 g Al_2(SO_4)_3 \times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{342 g Al_2(SO_4)_3} \times \frac{2 \text{ mol } Al^{3+}}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} = 0/1 \text{ mol}$$

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



$$17/1 g Al_2(SO_4)_3 \times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{342 g Al_2(SO_4)_3} \times \frac{2 \text{ mol } Al(OH)_3}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{78 g Al(OH)_3}{1 \text{ mol } Al(OH)_3} = 7/8 g Al(OH)_3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۱

در یون $^{35}Br^-$ ، زیرلایه‌ی ۴p از الکترون پر است و ۶ الکترون با $l = 1$ و $n = 4$ وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به جرم اتمی میانگین که اختلاف بسیار کمی با جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر دارد، می‌توان دریافت که درصد فراوانی ^{28}Si برابر ۹۲٪ (گزینه یک) است. حال اگر درصد فراوانی ایزوتوپ ^{30}Si را x در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$^{29}\text{Si} \text{ درصد فراوانی ایزوتوپ} = 100 - [92 + x] = 8 - x$$

اکنون درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر را محاسبه می‌کنیم:

$$28/11 = \frac{M_1 P_1 + M_2 P_2 + M_3 P_3}{P_1 + P_2 + P_3} \Rightarrow 28/11 = \frac{(28 \times 92) + (29(8 - x)) + (30 \times x)}{100} \Rightarrow x = 3\%$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۳

رنگ شعله‌ی لیتیم سولفات سرخ است و نه زرد. رنگ زرد مخصوص ترکیبات سدیم‌دار است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جمعاً ۵ مورد نادرست هستند. ۱۰۴

(I) نادرست - روی برمید Zn Br_2	(II) نادرست - سرب (II) یدید PbI_2
(III) درست	(IV) نادرست - نیتروژن دی‌اکسید: NO_2
(V) درست	(VI) نادرست - نقره کلرید AgCl
(VII) نادرست - کروم (II) اکسید	(VIII) درست

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۵

