

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر تابعی به فرم $y = \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^n + b'x^{n-1} + \dots}$ تابع ثابت $y = k$ باشد آنگاه

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \dots = k$$

↓
ضابطه تابع

$$\frac{a+2}{a} = \frac{3}{1} = \frac{2c-1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+2}{a} = \frac{3}{1} \Rightarrow a = 1 \\ \frac{2c-1}{4} = \frac{3}{1} \Rightarrow c = \frac{13}{2} \end{cases}$$

حاصل $\frac{-2a}{-3a+2c} = \frac{-2}{10}$ می باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + 7x + 2 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -7, p = \alpha \times \beta = 2, x^2 = -7x - 2$$

$$\frac{\alpha^2\beta + \beta^2\alpha}{(\alpha^2 + 8\alpha + 1)(\beta^2 + 8\beta + 1)} = \frac{\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)}{(-7\alpha - 2 + 8\alpha + 1)(-7\beta - 2 + 8\beta + 1)}$$

$$= \frac{\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)}{\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1} \Rightarrow \frac{2 \times (49 - 4)}{2 - (-7) + 1} = \frac{90}{10} = 9$$

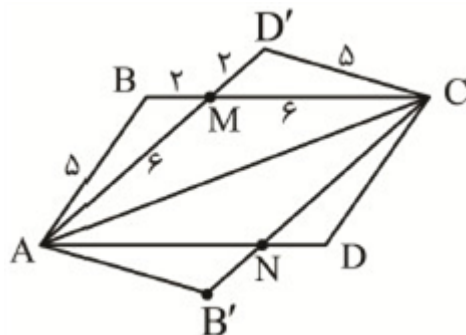
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل نقاط B و D پس از بازتاب روی B' و D' تصویر شده اند و ناحیه مشترک همان لوزی AMCN است؛ پس طول ضلع لوزی برابر ۶ و BM = ۲ است. به کمک رابطه استوارت در مثلث ACD' داریم:

$$AD' \cdot (CM^2 + MA \cdot MD')$$

$$= MD' \cdot AC^2 + AM \cdot CD'^2$$

$$8(36 + 12) = 2AC^2 + 6 \times 25$$

$$\Rightarrow AC^2 = 117 \Rightarrow AC = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموع اضلاع روبه‌رو با هم برابرند.

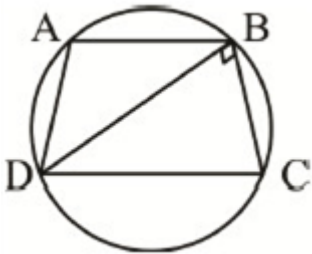
$$6 + 10 = 8 + 8$$

در نتیجه دایره‌ای بر تمام ضلع‌ها مماس است. قطر این دایره واسطه هندسی بین قاعده است.

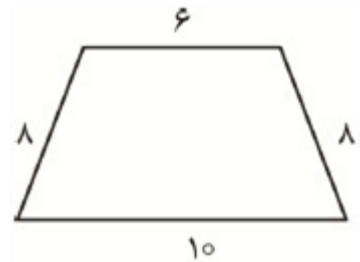
$$(2r)^2 = 6 \times 10 \Rightarrow r^2 = 15$$

زاویه $\widehat{DBC}$ یک زاویه محاطی قائمه است.

در نتیجه DC قطر دایره است. یعنی $R = \frac{1}{2}DC = 5$



$$\frac{S_{\text{دایره محیطی}}}{S_{\text{دایره محاطی}}} = \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید $b = f^{-1}(-5) + 7$ باشد، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} f(1) = 2b - 3 \\ f^{-1}(-5) = b - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 + k = 2b - 3 \\ -5 = f(b - 7) = (b - 7)^2 + (b - 7) + k \end{cases}$$

از معادله اول، $k = 2b - 5$ را داریم که با قرار دادن در معادله دوم نتیجه می‌شود که:

$$-5 = (b - 7)^2 + b - 7 + 2b - 5 \Rightarrow (b - 7)^2 + 3b = 7 \Rightarrow (b - 7)^2 + 3(b - 7) + 14 = 0$$

$$\xrightarrow{b - 7 = t} t^2 + 3t + 14 = 0 \Rightarrow (t + 2)(\underbrace{t^2 - 2t + 7}_{\Delta < 0}) = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow b - 7 = -2 \Rightarrow b = 5$$

بنابراین داریم:

$$\frac{f(1) + 3}{2} = 5 \Rightarrow f(1) = 1 + 1 + k = 7 \Rightarrow k = 5 \Rightarrow f(x) = x^2 + x + 5$$

$$\Rightarrow f(k) = f(5) = 125 + 5 + 5 = 135$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر سرعت حرکت پرنده را با v_p و سرعت باد را v_h در نظر بگیریم، داریم:

$$t_{\text{کل}} = t_{\text{رفت}} + t_{\text{برگشت}}$$

$$t_{\text{کل}} = \frac{x}{v_p} + \frac{x}{v_p - v_h} \Rightarrow 9 = \frac{200}{50} + \frac{200}{50 - v_h} \Rightarrow 9 = 4 + \frac{200}{50 - v_h} \Rightarrow \frac{200}{50 - v_h} = 5$$

$$\Rightarrow 50 - v_h = 40 \Rightarrow v_h = 10$$

بنابراین سرعت وزش باد برابر ۱۰ متر بر دقیقه است، حال مدت زمانی را که طول می‌کشد پرنده در جهت وزش باد مسیر ۳۰۰

$$t = \frac{x}{v} \Rightarrow t = \frac{300}{50 + 10} = 5$$

متری را طی کند، پیدا می‌کنیم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۸	۹	۱	۲	۳	۴
۸k	۹k	k	۲k	۳k	۴k

اعداد:

جمع ارقام:

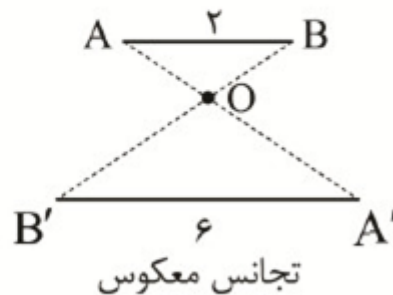
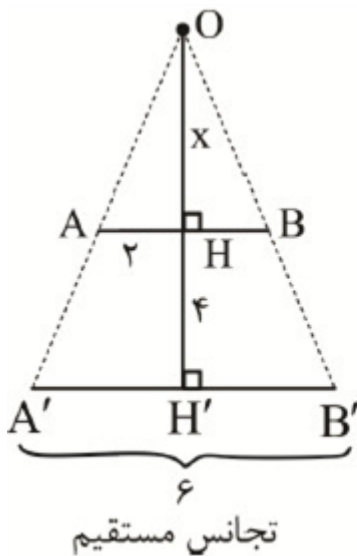
احتمال وقوع:

از سویی مجموع احتمال رویدادها ۱ است پس:

$$8k + 9k + k + 2k + 3k + 4k = 1 \Rightarrow 27k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{27}$$

$$P(\text{انتخاب عدد اول}) = P(\text{انتخاب عدد ۱۱}) + P(\text{انتخاب عدد ۱۳}) = \frac{2}{27} + \frac{4}{27} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو پاره خط AB و A'B' طبق شکل های زیر می توانند مجانس هم باشند. ۸



واضح است که در تجانس مستقیم مساحت $\triangle OA'B'$ بیشتر است.

$$\triangle OA'B' : AB \parallel A'B' \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه مثلث ها}} \frac{OH}{OH'} = \frac{AB}{A'B'} \Rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{2}{6} \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow OH' = 6 \Rightarrow S_{\triangle OA'B'} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$$

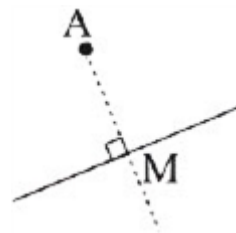
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب خط به معادله $x - 2y + 1 = 0$ برابر $\frac{1}{2}$ است، بنابراین شیب خط عمود بر آن برابر -2 می باشد.

پس معادله خط گذرنده از نقطه $A(2, 3)$ و عمود بر خط داده شده به صورت زیر نوشته می شود:

$$y - 3 = -2(x - 2) \Rightarrow y + 2x - 7 = 0$$

و حالا نقطه تقاطع دو خط را به دست می آوریم تا مختصات M (نقطه وسط پاره خط AB) مشخص شود:

$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_M = \frac{13}{5}, y_M = \frac{9}{5} \Rightarrow M\left(\frac{13}{5}, \frac{9}{5}\right)$$



و حالا نوبت می رسد به نقطه B :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow \frac{13}{5} = \frac{2 + x_B}{2} \Rightarrow x_B = \frac{16}{5}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow \frac{9}{5} = \frac{3 + y_B}{2} \Rightarrow y_B = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{\left|5\left(\frac{16}{5}\right) - 10\left(\frac{6}{5}\right) - m\right|}{\sqrt{25 + 100}} \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{|16 - 6 - m|}{5\sqrt{5}} \Rightarrow |10 - m| = 25$$

$$\Rightarrow m = -15 \text{ یا } 35 \Rightarrow m_1 + m_2 = 20$$

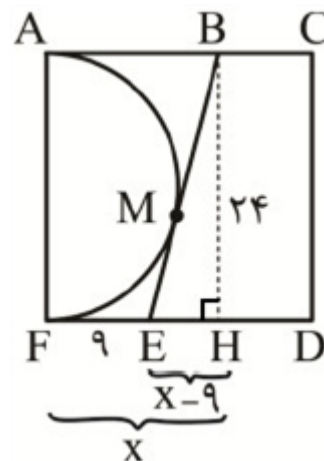
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از نقطه B بر ضلع FD عمود رسم می کنیم. واضح است که $ABHF$ مستطیل است. لذا

$AF = BH = 24$ از طرفی طول مماس های رسم شده از یک نقطه بر دایره با هم برابرند. لذا $ME = EF = 9$ و

$AB = MB = x$ بنابراین: $FH = x - 9, EH = x - 9$

$$\triangle BEH : BE^2 = BH^2 + EH^2 \Rightarrow (x + 9)^2 = 24^2 + (x - 9)^2$$

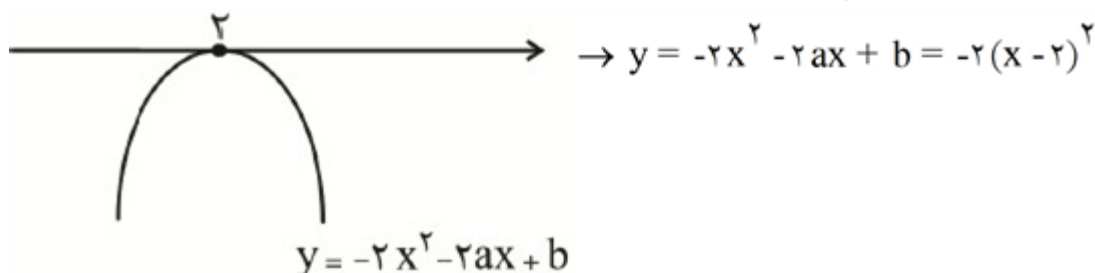
$$\Rightarrow 36x = 576 \Rightarrow x = 16$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شرط اول تساوی توابع، برابری دامنه‌هاست:

$$D_f : \begin{cases} 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \\ \frac{x-2}{2-x} \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x < 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = \{2\}$$

پس باید دامنه g نیز فقط شامل تک عضو $x = 2$ باشد، یعنی عبارت درجه دوم $y = -2x^2 - 2ax + b$ فقط به ازای $x = 2$ بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد. برای این منظور لازم است:



$$\Rightarrow -2x^2 - 2ax + b = -2x^2 + 8x - 8 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -8 \end{cases}$$

شرط دوم، برای خروجی‌ها به ازای دامنه مشترک (در اینجا $x = 2$) است:

$$\begin{cases} f(2) = 0 \\ g(2) = c \end{cases} \Rightarrow c = 0 \Rightarrow a + b + c = (-4) + (-8) + (0) = -12$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموع و حاصل ضرب دو عدد $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ را می‌یابیم:

$$S = \frac{3-\sqrt{5}}{2} + \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$P = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2} \right) \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{9-5}{4} = 1$$

معادله‌ای که $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ریشه‌های آن هستند به صورت زیر است:

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\times 2} 2x^2 - 6x + 2 = 0$$

پس $m = -6$ و $n = -2$ داریم:

$$x^2 + nx + m = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 6 = 0, S = 2, P = -6$$

فرض می‌کنیم ریشه‌های معادله فوق، α و β باشند، پس:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 2^2 - 2(-6) = 4 + 12 = 16$$

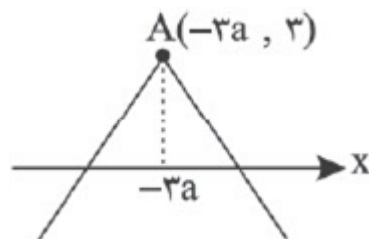
۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای رسم نمودار f از روی نمودار $y = |x|$ ، نمودار $y = |x|$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم و سه واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم و به اندازه $|3a|$ واحد به سمت راست یا چپ انتقال می‌دهیم. شکل تقریبی به صورت مقابل است:

می‌خواهیم تابع f در بازه $(-3, 8)$ یک به یک نباشد، پس طول نقطه A باید در این بازه باشد:

$$-3 < -3a < 8 \xrightarrow{\div (-3)} -\frac{8}{3} < a < 1$$

پس مقادیر صحیح ممکن برای a برابر $0, -1, -2$ هستند که مجموع آنها برابر -3 است.



۱۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است زیرا $(1/3)^2 = (0/5)^2 + (\frac{6}{5})^2$. (دقت کنید! اعداد ۱۳ و ۵ و

۱۲ اعداد فیثاغورثی هستند پس مضرب $\frac{1}{10}$ این اعداد یعنی $\frac{13}{10} = \frac{1}{3}$ و $\frac{5}{10} = \frac{0}{5}$ و $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ فیثاغورسی هستند).

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{10} \times \frac{12}{10} \right) = \frac{3}{10} \quad \text{پس:}$$

انتقال تبدیل ایزومتري است پس $S_{\triangle A'B'C'} = S_{\triangle ABC}$ و مجانس هر شکل با نسبت تشابه قدرمطلق نسبت تجانس، با خودش متشابه است. بنابراین:

$$S_{\triangle A'B'C'} = k^2 S_{\triangle ABC} \xrightarrow{k = -\frac{\sqrt{5}}{3}} S_{\triangle A'B'C'} = \left(-\frac{\sqrt{5}}{3} \right)^2 \left(\frac{3}{10} \right) = \left(\frac{5}{9} \right) \left(\frac{3}{10} \right) = \frac{1}{6}$$

۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم Γ شعاع دایره محاطی باشد.

$$2P = \sqrt{8 \cdot \pi} \Rightarrow 2P = 4\sqrt{5\pi} \Rightarrow P = 2\sqrt{5\pi}$$

در ضمن مساحت قسمت سایه زده مساوی مساحت چهارضلعی منهای مساحت دایره است. پس:

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow r = \frac{5 - \pi r^2}{2\sqrt{5\pi}} \Rightarrow 2\sqrt{5\pi}r = 5 - \pi r^2 \Rightarrow \pi r^2 + 2\sqrt{5\pi}r - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{\pi}r - \sqrt{5})^2 = 0 \Rightarrow r = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 2\pi \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}} \right) = 2\sqrt{5\pi} \quad \text{بنابراین:}$$

۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(x) = ax + 2 \\ f^{-1}(x) = \frac{x-2}{a} \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{4x-2}{a} + ax + 2 \Rightarrow g'(x) = \frac{4}{a} + a \Rightarrow \frac{4}{a} + a = 4 \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$f(2) = 2a + 2 = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$y = a(x+1)^2 + 1 \xrightarrow{x=0} \frac{3}{4} = a + 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2 + 1 \Rightarrow g(x) = f(1-x) = \frac{1}{4}(2-x)^2 + 1 = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 1$$

ضابطه وارون تابع فوق را برای $x \leq 2$ می‌خواهیم.

$$y = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 1 \Rightarrow y-1 = \frac{1}{4}(x-2)^2 \Rightarrow (y-1) = (x-2)^2 \Rightarrow \sqrt{2(y-1)} = |x-2|$$

$$\xrightarrow{x \leq 2} \sqrt{2(y-1)} = 2-x \Rightarrow x = 2 - \sqrt{2y-2} \Rightarrow g^{-1}(x) = 2 - \sqrt{2x-2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸ DZ قطر دایره محیطی شش ضلعی بوده و ۲ برابر ضلع AB است.

$$DZ = 2 \cdot AB = 2 \times 6 = 12$$

از طرفی C، D و Z هم‌خطاند پس:

$$CZ = CD + DZ = 6 + 12 = 18$$

$$AX = AF \cdot \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

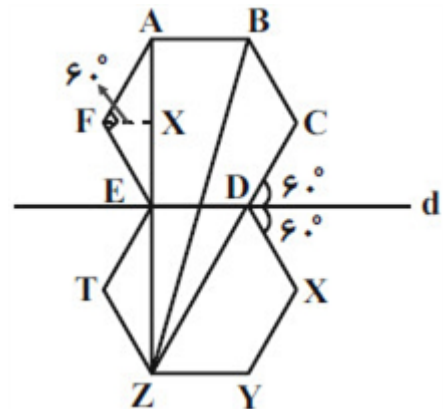
$$AZ = 2 \cdot AE = 4 \cdot AX = \frac{6\sqrt{3}}{2} \times 4 = 12\sqrt{3}$$

پس: $\widehat{BAZ} = 90^\circ$

$$BZ = \sqrt{AZ^2 + AB^2} = \sqrt{432 + 36} = \sqrt{468} = 2\sqrt{117}$$

$$BC = 6$$

$$\triangle BCZ \text{ محیط} = 18 + 6 + 2\sqrt{117} = 24 + 2\sqrt{117}$$

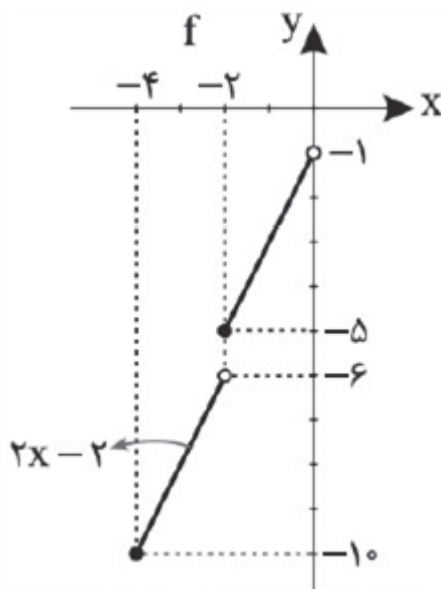


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 31 + 62 + \dots$$

جمعه ۶

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{31(2^6 - 1)}{2 - 1} \Rightarrow n(n+1) = 2 \times 31 \times 63 = 62 \times 63 \Rightarrow n = 62$$



$$f(-2) = -5$$

$$f(-5a) = -7 \Rightarrow 2(-5a) - 2 = -7 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(-a) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 + \left[-\frac{1}{2}\right] = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوران طولی است، بنابراین $A'B' = AB = CD$ و $CB' = CB = CD$ ۲۱

از طرفی اگر از C به M وصل کنیم، آنگاه دو مثلث قائم الزاویه DMC و B'MC به حالت وتر و یک ضلع قائمه همنهشت می شوند

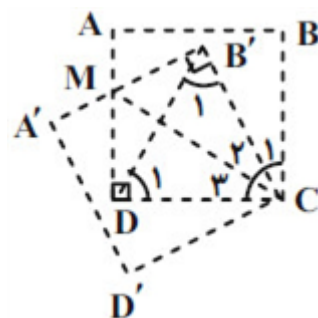
$$\widehat{C}_2 = \widehat{C}_3 \quad \text{پس:}$$

از طرفی $\widehat{C}_1 = 360^\circ - 330^\circ = 30^\circ$ در نتیجه $\widehat{C}_2 + \widehat{C}_3 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ می باشد.

پس بنابر (I) نتیجه می گیریم $\widehat{C}_2 = \widehat{C}_3 = 30^\circ$

در مثلث MB'C، از آنجایی که ضلع روبه رو به زاویه 30° ، نصف وتر و ضلع روبه رو به زاویه 60° ، برابر وتر است.

$$(II) \frac{MB'}{B'C} = \frac{\frac{1}{2}MC}{\frac{\sqrt{3}}{2}MC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{پس:}$$



از طرفی در مثلث CDB' می دانیم $\widehat{C}_2 + \widehat{C}_3 = 60^\circ$ و $CB' = CD$ پس $\widehat{B}'_1 = \widehat{D}'_1 = 60^\circ$

متساوی الاضلاع بوده و (III) $DB' = DC = B'C$

$$\xrightarrow{(II), (III)} \frac{MB'}{DB'} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{A'B' - MA'}{DB'} = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{A'B' = DC = DB'} \frac{DB' - MA'}{DB'} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{MA'}{DB'} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{DB' - MA'}{DB'} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{MA'}{DB'} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنید $P(A \cap B) = x$ باشد. ۲۲

$$P(A') = 2x \Rightarrow P(A) = 1 - 2x$$

$$P(B') = 3x \Rightarrow P(B) = 1 - 3x$$

چون $A \cup B = S$ است، داریم:

$$P(A \cup B) = 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1 \Rightarrow 1 = 1 - 2x + 1 - 3x - x \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 1 - 2x - x = 1 - \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$P(\{a, b\}) + P(\{c, d\}) = k + 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{3} \Rightarrow P(a) = k^2 = \frac{1}{9}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow P(b) + P(c) + P(d) = \frac{8}{9} \Rightarrow P(\{b, c, d\}) = \frac{8}{9}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شرط تساوی ضابطه‌ها را بررسی می‌کنیم: ۲۴

$$\sqrt{ax^2 + 4ax} = \sqrt{(a^2 - 2)x^2 + bx} \Rightarrow \begin{cases} a = a^2 - 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases} \\ b = 4a \end{cases}$$

به ازای $a = 2$ و $b = 8$ دامنه تابع $f(x)$ به صورت $(-\infty, -4] \cup [0, +\infty)$ و دامنه تابع g به صورت $[0, +\infty)$ درمی‌آید که در نهایت دو تابع مساوی نیستند.

به ازای $a = -1$ و $b = -4$ دامنه تابع‌های f و g هر دو $[-4, 0]$ هستند و دو تابع برابرند؛ پس:

$$a + b = -5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه می‌کنیم که: ۲۵

$$\begin{cases} 1) f(f(x)) = \frac{\frac{x+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}x} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}\left(\frac{x+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}x}\right)} = \frac{-2x + 2\sqrt{3}}{-2\sqrt{3}x - 2} = \frac{x - \sqrt{3}}{x\sqrt{3} + 1} \\ 2) f(f(f(x))) = f\left(\frac{x - \sqrt{3}}{x\sqrt{3} + 1}\right) = \frac{\frac{x-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}+1} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}\left(\frac{x-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}+1}\right)} = \frac{4x}{4} = x \end{cases}$$

بنابراین $f(f(f(x))) = x$ است. این یعنی داریم:

$$a_{n+3} = f(a_{n+2}) = f(f(a_{n+1})) = f(f(f(a_n))) = a_n$$

بنابراین $a_2 = a_5 = a_8 = a_{11}$ است. پس به جای a_{11} می‌توانیم a_2 را محاسبه کنیم:

$$a_2 = f(a_1) = f(2 - \sqrt{3}) = \frac{2 - \sqrt{3} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}(2 - \sqrt{3})} = \frac{2}{4 - 2\sqrt{3}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

و گزینه اول صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم:

$$x + \frac{k}{x} = 3 \xrightarrow[x \neq 0]{\times x} x^2 - 3x + k = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 3 \\ P = \alpha\beta = k \end{cases}$$

حالا در رابطه داده شده داریم:

$$(\alpha^2\beta - \alpha\beta^2)^{\frac{-3}{4}} = k \Rightarrow (\underbrace{\alpha\beta}_{k} (\alpha^2 - \beta^2))^{\frac{-3}{4}} = k \quad (*)$$

برای محاسبه عبارت $\alpha^2 - \beta^2$ ، با جایگذاری $x = \alpha$ در معادله داریم:

$$\alpha^2 - 3\alpha + k = 0 \Rightarrow 3\alpha - \alpha^2 = k$$

$$(k(k))^{\frac{-3}{4}} = k \xrightarrow{k \neq 0} \frac{(k)^{-3}}{4} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{k^3}} = 1 \Rightarrow k = 1$$

پس در رابطه (*) داریم:

بنابراین، معادله به صورت $x^2 - 3x + 1 = 0$ است و برای محاسبه اختلاف (تفاضل) ریشه‌ها داریم:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اندازه کمان‌های بین دو وتر موازیند مساویند، پس:

$$AB \parallel EF \Rightarrow \widehat{AE} = \widehat{BF} \xrightarrow{\widehat{AE}=15^\circ} \widehat{BF} = 15^\circ$$

از طرف دیگر:

$$\widehat{AB} + \widehat{BF} + \widehat{FD} + \widehat{DC} + \widehat{CE} + \widehat{EA} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + 15^\circ + 100^\circ + \widehat{CD} + 80^\circ + 15^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 150^\circ \quad (1)$$

در ضمن:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{BAE} - \widehat{CD}}{2} \xrightarrow{\widehat{M}=20^\circ} 20^\circ = \frac{15^\circ + \widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} - \widehat{CD} = 25^\circ \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} \widehat{AB} + \widehat{CD} = 150^\circ \\ \widehat{AB} - \widehat{CD} = 25^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}} 2\widehat{CD} = 125^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 62.5^\circ$$

بنابراین اندازه کمان $\widehat{AED}$ برابر است با:

$$\widehat{AED} = \widehat{AE} + \widehat{EC} + \widehat{CD} = 15^\circ + 80^\circ + 62.5^\circ = 157.5^\circ$$

$$\widehat{AED} \text{ طول کمان} = \frac{\alpha}{360^\circ} (2\pi R) = \frac{157.5^\circ}{360^\circ} \times 12\pi = 5/25\pi$$

پس:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه توابع Δf و $g + ۲$ را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{cases} D_{\Delta f} = D_f = \{۲, ۳, -۱, ۰\} \\ D_{g+۲} = D_g = \{-۱, ۲, ۰, ۵\} \end{cases} \Rightarrow D_{\Delta f} \cap D_{g+۲} = \{۲, -۱, ۰\}$$

حال دامنه تابع $\frac{\Delta f}{g+۲}$ را به دست می‌آوریم:

$$D_{\frac{\Delta f}{g+۲}} = D_{\Delta f} \cap D_{g+۲} - \{x | g = -۲\} = \{۲, -۱, ۰\} - \{۰, ۵\} = \{۲, -۱\}$$

تابع $\frac{\Delta f}{g+۲}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\Delta f}{g+۲} = \left\{ \left(۲, \frac{۵ \times (-۳)}{۰+۲} \right), \left(-۱, \frac{۵ \times ۴}{۲+۲} \right) \right\} = \left\{ \left(۲, -\frac{۱۵}{۲} \right), (-۱, ۵) \right\}$$

$$\text{مجموع اعضای برد} = \frac{-۱۵}{۲} + ۵ = -\frac{۵}{۲}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x_s = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{۲\left(-\frac{۱}{۲}\right)} = +۱$$

$$\max = y_s = f(۱) = -\frac{۱}{۲} + ۱ - ۱ = -\frac{۱}{۲}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق فرض سؤال داریم:

$$P(k) = (۳k - ۱)x, K = ۱, ۲, ۳, ۴$$

$$P(۱) = ۲x, P(۲) = ۵x, P(۳) = ۸x, P(۴) = ۱۱x$$

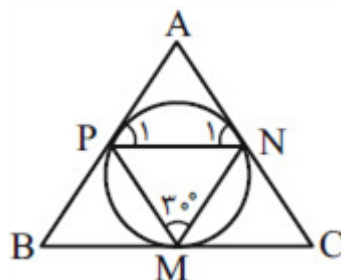
$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) = ۱ - ۰/۲ = ۰/۸$$

$$\Rightarrow ۲x + ۵x + ۸x + ۱۱x = \frac{۸}{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۲۶x = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow x = \frac{۲}{۶۵}$$

$$P(۳) = ۸x = ۸ \times \frac{۲}{۶۵} = \frac{۱۶}{۶۵}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



پس با توجه به مجموع زوایا در مثل $\triangle APN$ داریم:

$$\Rightarrow \triangle APN: \hat{A} + ۳۰^\circ + ۳۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۱۲۰^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۲

(الف) نادرست - تجانس با نسبت تجانس مثبت یا منفی جهت شکل را حفظ می کند. به طور کلی بین تبدیل های انتقال، بازتاب، دوران و تجانس فقط بازتاب جهت شکل را عوض می کند.

(ب) درست - بازتاب نسبت به خط تبدیل همانی نیست.

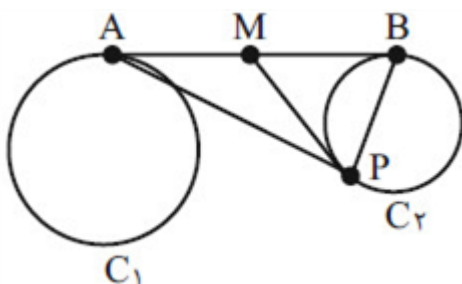
(ج) نادرست - ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی یک انتقال و ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط متقاطع دوران است.

(د) درست - دو خط $y = 5 - 2x$ و $2x + y = 1$ موازی اند. پس می توانند انتقال یافته همدیگر باشند چون انتقال شیب خط را حفظ می کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۳

$$\left. \begin{aligned} -3 < x < 0 &\Rightarrow \frac{1}{x} < -\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{x} > \frac{1}{3} \Rightarrow y \in \left(\frac{1}{3}, +\infty\right) \\ 0 \leq x < 4 &\Rightarrow 0 \leq \sqrt{x} < 2 \Rightarrow -2 \leq \sqrt{x} - 2 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_f = \left[-2, 0\right) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴ در مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است، پس اگر M وسط AB باشد داریم:



$$PM = \frac{1}{2}AB$$

$$AB = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{13^2 - (6 - 1)^2} = 12$$

$$PM = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۵ دو مثلث متجانس همواره متشابه اند و نسبت تشابه همان نسبت تجانس است. اگر مساحت مجانس

$$\frac{S'}{S} = k^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S' = \frac{1}{9}S (*)$$

مثلث ABC در این تجانس، S' باشد، داریم:

حال برای محاسبه مساحت مثلث ABC از قضیه هرون کمک می گیریم:

$$P = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21 \Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$$

$$= 84 \xrightarrow{(*)} S' = \frac{1}{9}S = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۶ چون تابع f گویاست پس در ریشه های مخرج کسرها تعریف نمی شود. بنابراین:

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

$$\frac{1}{x+3} - \frac{x+1}{x+7} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x+3} = \frac{x+1}{x+7} \Rightarrow x+7 = x^2 + 4x + 3 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$D_f = R - \{-7, -4, -3, 1, 2, 4\}$$

بنابراین شش عدد حقیقی در دامنه قرار ندارند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۷)

فضای نمونه‌ای آزمایش تصادفی، $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. واضح است که احتمال، غیرهم‌شانس می‌باشد و داریم:

$$P(1) = \frac{1}{15}, P(2) = \frac{1}{15} + x, \dots, P(6) = \frac{1}{15} + 5x$$

x همان قدرنسبت دنباله‌ی حسابی است. می‌دانیم مجموع احتمالات پیشامدهای تک‌عضوی، همواره برابر یک است. پس:

$$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{1}{15} + \left(\frac{1}{15} + x\right) + \dots + \left(\frac{1}{15} + 5x\right) = 1$$

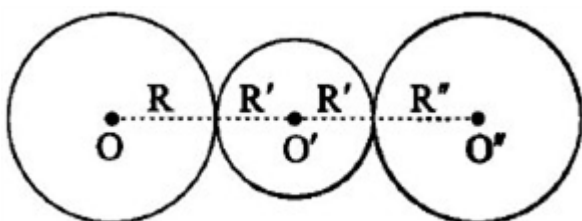
$$\Rightarrow 6 \times \frac{1}{15} + (x + \dots + 5x) = 1$$

$$\frac{2}{5} + 15x = 1 \Rightarrow 15x = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \frac{3}{75} = \frac{1}{25}$$

$$P(3) = \frac{1}{15} + 2x \stackrel{x=\frac{1}{25}}{=} \frac{1}{15} + \frac{2}{25} = \frac{56}{75} = \frac{11}{75}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون انتقال طولپاست، $R'' = R$. (*) (۳۸)

حال داریم:



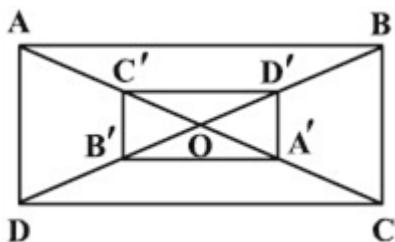
$$OO' = R + R' \Rightarrow OO'' = \left| \overrightarrow{2OO'} \right| = 2(R + R')$$

$$O'O'' = OO'' - OO' = R + R' \stackrel{(*)}{\rightarrow} R'' + R'$$

پس طول خط‌المرکزین دایره‌های C' و C'' با مجموع شعاع آنها برابر است، پس دایره‌های C' و C'' مماس خارج‌اند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنیم طول و عرض مستطیل بزرگ‌تر به ترتیب برابر X و Y باشند. ابتدا به کمک نسبت تجانس و (۳۹)

مساحت ناحیه بین دو مستطیل، مساحت مستطیل $ABCD$ را محاسبه می‌کنیم.



$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{S} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S' = \frac{1}{9}S$$

$$\text{مساحت ناحیه بین دو مستطیل} = S - S' \Rightarrow 64 = S - \frac{1}{9}S$$

$$\Rightarrow \frac{8}{9}S = 64 \Rightarrow S = 72$$

بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x^2 + y^2} &= 6\sqrt{5} \Rightarrow x^2 + y^2 = 180 \\ xy &= 72 \Rightarrow 2xy = 144 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} x^2 + y^2 + 2xy = 324 \Rightarrow (x + y)^2 = 324$$

$$\Rightarrow x + y = 18 \Rightarrow \text{محیط } ABCD = 2 \times 18 = 36$$

$$\frac{\text{محیط } A'B'C'D'}{\text{محیط } ABCD} = |k| \Rightarrow \frac{\text{محیط } A'B'C'D'}{36} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{محیط } A'B'C'D' = 12$$

۴۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x + 1 + 2\sqrt{x-1}$$

$$y = x - 1 + 1 + 2\sqrt{x-1} + 1 = (\sqrt{x-1} + 1)^2 + 1 \Rightarrow y - 1 = (\sqrt{x-1} + 1)^2$$

$$\sqrt{y-1} = \sqrt{x-1} + 1 \Rightarrow \sqrt{y-1} - 1 = \sqrt{x-1}$$

$$f(x) : y - 1 + 1 - 2\sqrt{y-1} + 1 = x$$

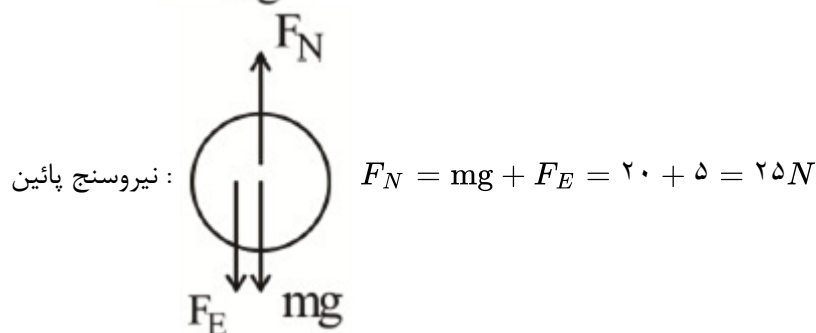
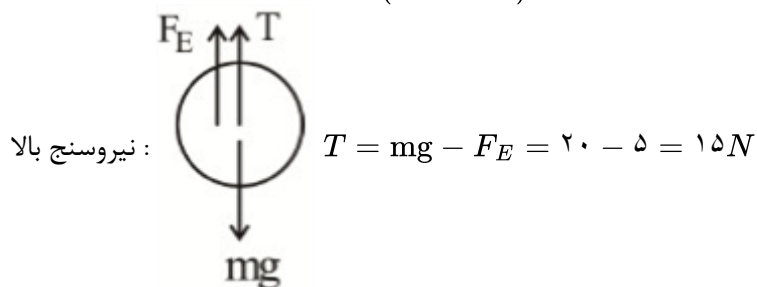
$$f^{-1}(x) : y = x + 1 - 2\sqrt{x-1} \Rightarrow a = 1, b = -2$$

$$f(a - b + 7) = f(10) = 10 + 1 + 2\sqrt{9} = 17$$

۴۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$F_E = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 (2 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(12 \times 10^{-2})^2} = 5N$$



۴۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون الکترون از صفحه مثبت خازن به صفحه منفی منتقل شده است، بنابراین بار ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. داریم:

$$q_2 = q_1 + ne \xrightarrow{n=5 \times 10^{12}, e=1.6 \times 10^{-19}C} q_2 = q_1 + 8(\mu C)$$

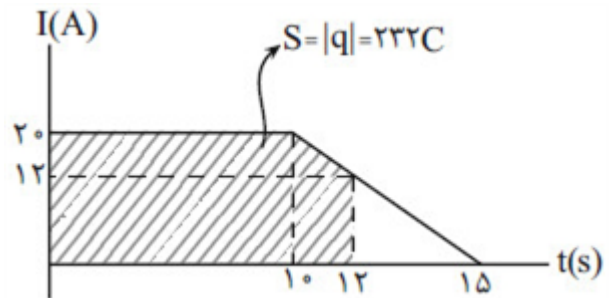
اکنون با استفاده از رابطه انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow \Delta U = \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C} (q_2 - q_1)(q_1 + q_2) \xrightarrow[q=5\mu F]{q_2 - q_1 = 8\mu C} \Delta U = \frac{1}{10} (2q_1 + 8) \xrightarrow[V_1=10V]{q_1 = CV_1 = 50\mu C} \Delta U = \frac{1}{10} \times 108 = 10.8 / 4 \mu J$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۳

- (۱) درست - پس از مالش ماده C با B، ماده C با توجه به جدول مطرح شده دارای بار منفی شده و با نزدیک کردن آن به کلاهک الکتروسکوپ ورقه‌های الکتروسکوپ دارای بار منفی شده و از هم دور می‌شوند.
- (۲) نادرست - پس از مالش ماده D با G، ماده D دارای بار مثبت می‌شود و می‌دانیم در باردار کردن اجسام به روش القا، القاشونده علامت مخالف با القاکننده را پیدا می‌کند، پس بنابراین الکتروسکوپ دارای بار منفی می‌شود.
- (۳) نادرست - با مالش ماده D و E، ماده E دارای بار منفی می‌شود و پس از تماس به الکتروسکوپ آن را باردار با بار منفی می‌کند، وقتی F به C مالیده می‌شود، F دارای بار منفی خواهد شد و همان‌ام با الکتروسکوپ خواهد بود، پس با نزدیک کردن آن به کلاهک الکتروسکوپ ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور تر می‌شوند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۴



می‌دانیم، مساحت محصور بین نمودار $I - t$ و محور زمان برابر با مقدار بار الکتریکی عبوری است.

$$S = 20 \times 10 + \left(\frac{12 + 20}{2} \right) \times 2 = 232$$

$$\Delta U = q \times \Delta V \Rightarrow 232 \times 40 = 9280 J = 9/28 kJ$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون نیروی خالص وارد بر بار سوم صفر است پس میدان الکتریکی در محل آن نقطه صفر است. ۴۵

$$E_1 = \sqrt{E_2^2 + E_4^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r^2} = \sqrt{\left(\frac{q_2}{r^2} \right)^2 + \left(\frac{q_4}{r^2} \right)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r^2} = \sqrt{q_2^2 + q_4^2}$$

برای اینکه میدان برابری در محل مورد نظر صفر شود، باید بار q_2 و q_4 برابر باشند تا میدانی یکسان ایجاد کنند.

$$\frac{q_1}{r^2} = \sqrt{q_2^2 + q_4^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r^2} = \sqrt{2} q_2 \Rightarrow \frac{q_2}{r^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اختلاف پتانسیل ۲۰ درصد کاهش یافته است، یعنی:

$$V_2 = V_1 - \frac{2}{10} V_1 = \frac{8}{10} V_1$$

می‌دانیم که اگر ساختمان خازن تغییری نکند، ظرفیت خازن ثابت می‌ماند، یعنی درصد تغییر آن صفر است:

$$C_2 = C_1$$

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{8}{10} \Rightarrow Q_2 = 0.8 Q_1$$

حال درصد تغییر بار را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta Q}{Q_1} \times 100 = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} \times 100 = \frac{-0.2 Q_1}{Q_1} \times 100 = -20\%$$

یعنی بار الکتریکی ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

طبق رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 = \left(\frac{8}{10} \right)^2 = \frac{64}{100}$$

$$\frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \frac{-0.36 U}{U_1} \times 100 = -36\%$$

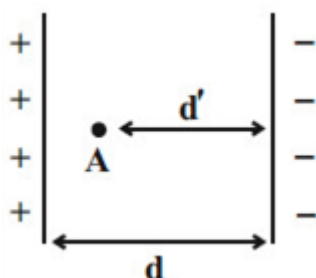
یعنی انرژی ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون بار الکتریکی از نقطه A رها می‌شود، در جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن و به طرف صفحه با بار ناهم‌نام حرکت می‌کند، پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد و می‌توان

$$\Delta U = -W_E \xrightarrow{\Delta U < 0} W_E > 0$$

نوشت:

بنابراین قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E = \Delta K \Rightarrow |q| = Ed' \cos \theta = (K_2 - K_1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \times 10^{-19} \times 2 \times 10^3 \times d' \times 1 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 10^{-27} \times 4 \times 10^{10}$$

$$\Rightarrow 10^{-16} d' = 10^{-17} \Rightarrow d' = 10^{-1} m = 0.1 m = 10 \text{ cm}$$

d' همان فاصله نقطه A از صفحه منفی است.

چون میدان الکتریکی یکنواخت و ثابت است، داریم:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow 220 = 2 \times 10^3 d \Rightarrow d = 0.11 m = 11 \text{ cm}$$

بنابراین فاصله نقطه A از صفحه مثبت برابر است با:

$$\text{فاصله نقطه A از صفحه مثبت} = d - d' = 11 - 10 = 1 \text{ cm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق رابطه ظرفیت خازن بر اساس ویژگی‌های ساختمانی آن خواهیم داشت:

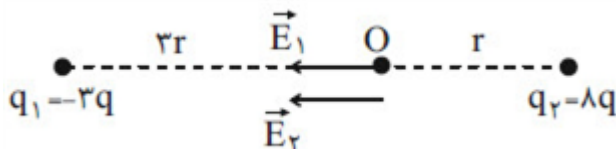
$$C = \kappa \epsilon_0 = \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\kappa_2 = 6\kappa_1, d_2 = \frac{1}{3}d_1, A_2 = 0.5A_1 + A_1 = 1.5A_1}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{6\kappa_1}{\kappa_1} \times \frac{1.5A_1}{A_1} \times \frac{d_1}{\frac{1}{3}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 14/4 \Rightarrow C_2 = 14/4 C_1$$

با توجه به نسبت به دست آمده، درمی‌یابیم ظرفیت خازن افزایش یافته است بنابراین C_2 ، $67\mu F$ از C_1 بزرگتر داریم:

$$C_2 - C_1 = 67\mu F \Rightarrow 14/4 C_1 - C_1 = 67\mu F \Rightarrow C_1 = \frac{67}{13/4} = 5\mu F$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا در حالت اول، میدان‌های الکتریکی حاصل از هر یک از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه O

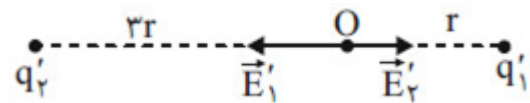


می‌یابیم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|3q|}{(r/3)^2} = \frac{1}{3} k \frac{|q|}{r^2}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = k \frac{|4q|}{(2r/3)^2} = 4k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E = E_1 + E_2 = \frac{1}{3} k \frac{|q|}{r^2} + 4k \frac{|q|}{r^2} = \frac{13}{3} k \frac{|q|}{r^2}$$

در حالت دوم اگر جای دو بار الکتریکی را با هم عوض کنیم و ۵۰٪ از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم، داریم:



$$q_1' = q_1 + \frac{1}{2}q_2 = -3q + 2q = -q$$

$$q_2' = q_2 - \frac{1}{2}q_2 = 2q$$

$$E_1' = k \frac{|q_1'|}{r_1'^2} = k \frac{|q|}{r^2}$$

$$E_2' = k \frac{|q_2'|}{r_2'^2} = k \frac{|2q|}{(r/2)^2} = \frac{4}{9} k \frac{|q|}{r^2}$$

$$\Rightarrow E' = E_1' - E_2' = k \frac{|q|}{r^2} - \frac{4}{9} k \frac{|q|}{r^2} = \frac{5}{9} k \frac{|q|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{\frac{5}{9} k \frac{|q|}{r^2}}{\frac{13}{3} k \frac{|q|}{r^2}} = \frac{1}{13}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \\ -\frac{1}{4}\vec{F}_1 - 2\vec{F}_2 = -\frac{17}{8}\vec{F} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \frac{\vec{F}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۵۰)

باید توجه داشت در حالت دوم چون جای دو بار عوض شده پس بردارهای نیروها بر عکس می‌شود و چون بار q_1 فاصله‌اش نسبت به قبل ۲ برابر شده، اندازه نیروی آن $\frac{1}{4}$ و بار q_2 چون فاصله‌اش نسبت به حالت قبل نصف شده، اندازه نیروی آن ۴ برابر می‌شود.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{|q_1||q'|}{x^2} = k \frac{|q_2||q'|}{(2x)^2} \Rightarrow |q_2| = 4|q_1|$$

چون جهت نیروهای وارد بر بار q' از طرف q_1 و q_2 هم‌جهت است، در نتیجه علامت دو بار q_1 و q_2 مخالف یکدیگر است. $\frac{q_2}{q_1} = -4$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۵۱)

کاهش انرژی پتانسیل $\Rightarrow$ جابه‌جایی تحت تأثیر میدان $\Rightarrow$ بار منفی به سمت صفحه مثبت

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{20}{0.02} = 1000 \frac{V}{m}$$

$$\Rightarrow \Delta U = -qEd = -5 \times 10^{-2} \times 1000 \times 15 \times 10^{-2} = -75 \times 10^{-2} J = -75 \text{ mJ}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از نسبت چگالی سطحی بار کره‌ها، می‌توانیم نسبت بارها را به دست آوریم: (۵۲)

$$\sigma_1 = \frac{120}{100} \sigma_2 \Rightarrow \sigma_1 = 1/2 \sigma_2 \Rightarrow \frac{q_1}{4\pi r_1^2} = \frac{1/2 q_2}{4\pi r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{1/2 q_2}{(2r_1)^2} \Rightarrow q_1 = 1/2 q_2$$

$$\Rightarrow q_2 = 2/5 q_1$$

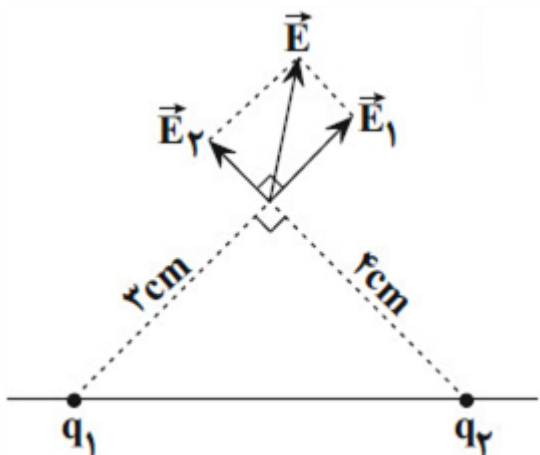
طبق گفته مسأله $q_2 - q_1 = 26 \mu C$ است. بنابراین:

$$q_2 - q_1 = 26 \mu C \Rightarrow 2/5 q_1 - q_1 = 26 \mu C \Rightarrow q_1 = 4 \mu C, q_2 = 30 \mu C$$

در نهایت با استفاده از رابطه قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F_E = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_E = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^{-6}}{(0.3)^2} = 12 N$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه موردنظر در خارج خط واصل دو بار است: (۵۳)



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = 18 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{24 \times 10^{-6}}{(4 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow E_2 = 13/5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

دو میدان $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در نقطه مزبور بر هم عمودند، بنابراین داریم:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 = (18 \times 10^5)^2 + (13/5 \times 10^5)^2 \Rightarrow E = 22/5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

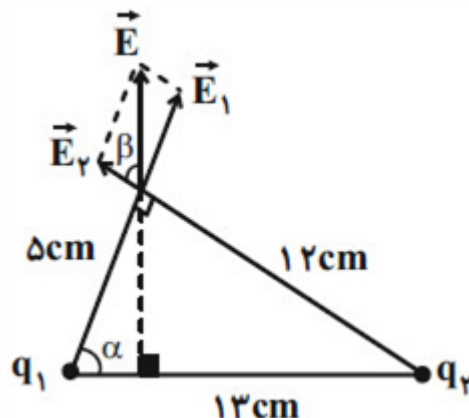
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از رابطه تانژانت در مثلث، ارتباط بین میدان‌های الکتریکی E_1 و E_2 را مشخص می‌کنیم:

$$\tan \alpha = \frac{12}{5}, \tan \beta = \frac{E_1}{E_2}$$

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{\Delta^2}, E_2 = \frac{k|q_2|}{12^2}$$

$$\tan \beta = \tan \alpha \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{\frac{k|q_1|}{25}}{\frac{k|q_2|}{144}} = \frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \frac{144}{25} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{5}{12} \xrightarrow[\text{با توجه به جهت میدان‌ها } q_1, q_2 > 0]{} \frac{q_1}{q_2} = \frac{5}{12}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نیروی اولیه بین دو بار جاذبه بوده و این یعنی دو بار ناهمنام‌اند. از آنجا که نسبت $\left| \frac{q_2}{q_1} \right|$ مورد سؤال است در یک روش ساده، می‌توانیم خودمان $q_1 = -1$ فرض کرده و به این ترتیب مقدار به‌دست آمده برای q_2 ، با $\left| \frac{q_2}{q_1} \right|$ برابر می‌شود:

$$x : \text{بار اولیه} \quad -1 \quad F_1 = 200 \text{ N}$$

$$\frac{x-1}{x} : \text{بار جدید} \quad \frac{x-1}{x} \quad F_2 = 25 \text{ N}$$

هنگامی که فاصله ثابت باشد، نیروی بین دو بار با حاصلضرب اندازه‌های آن‌ها متناسب است:

$$\frac{25}{200} = \frac{1}{8} = \frac{\left(\frac{x-1}{x}\right)^2}{x \times 1} \rightarrow \frac{1}{8} = \frac{(x-1)^2}{x^2} \rightarrow 2(x^2 - 2x + 1) = x \rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} 2 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$q_2 > |q_1| \rightarrow \text{مجاز } q_2 = 2 \rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = 2$$

می‌توانستید به جای حل معادله درجه ۲ از بررسی گزینه‌ها نیز کمک بگیرید.

۵۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کافی است بررسی کنیم که در اثر عمل انجام شده آیا انرژی خازن افزایش یافته است یا خیر. توجه کنید که وقتی خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ آن ثابت است و وقتی خازن از باتری جدا شده باشد، بار آن ثابت می ماند.

الف:

$$u = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \leftarrow \text{زیاد} \leftarrow C = K\epsilon \cdot \frac{A}{d}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 زیاد زیاد ثابت زیاد

ب:

$$u = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \rightarrow \text{ثابت} \leftarrow \text{زیاد} \leftarrow C = K\epsilon \cdot \frac{A}{d}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 کم زیاد زیاد زیاد

ج:

$$u = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \leftarrow \text{کم} \leftarrow C = K\epsilon \cdot \frac{A}{d}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 کم کم ثابت زیاد

د:

$$u = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \leftarrow \text{کم} \leftarrow C = K\epsilon \cdot \frac{A}{d}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 زیاد کم زیاد

در موارد الف و د انرژی خازن افزایش یافته است که باید این افزایش انرژی توسط ما فراهم شود.

۵۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانید که چگالی سطحی برابر است با نسبت بار الکتریکی به مساحت سطح رسانا که بار الکتریکی روی آن توزیع شده است.

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{Q=24 \times 10^{-6} C, A=6 \times 1600 \times 10^{-4}} \sigma = \frac{24 \times 10^{-6}}{6 \times 1600 \times 10^{-4}} = 2/5 \times 10^{-5} \left(\frac{C}{m^2} \right)$$

۵۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق با اصل پایستگی بار داریم:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 \Rightarrow 20 = (5 \times 1/5) + (6 \times 2) + (1 \times t) \Rightarrow t = 0/5 h = 30 \text{ min}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک شیب نمودار مربوط به مقاومت R_1 ، اندازه مقاومت R_1 را حساب می‌کنیم.

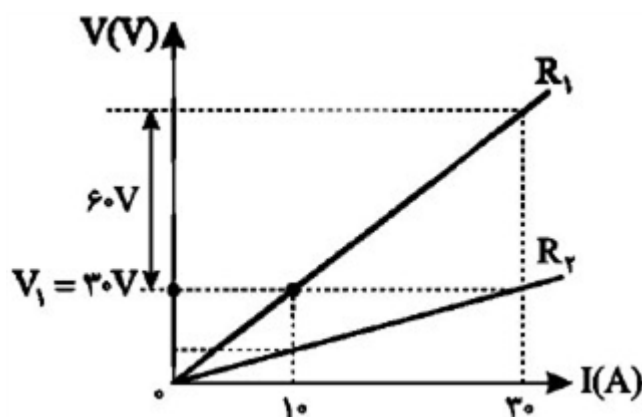
$$R_1 = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{60}{20} = 3 \Omega$$

سپس می‌توان نوشت:

$$V_1 = IR_1 = 10 \times 3 = 30 V$$

مقاومت R_2 را به دست می‌آوریم:

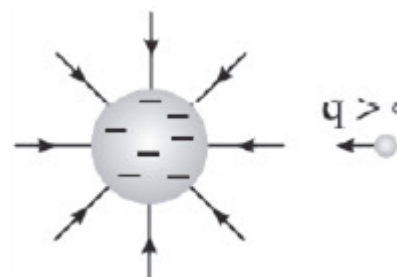
$$R_2 = \frac{V_1}{I_2} = \frac{30}{30} = 1 \Omega$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانید که $\Delta U_E = -W_{FE}$ و از طرفی $\Delta U_E = q \cdot \Delta V$ ، پس می‌توان نوشت:

$$q \cdot \Delta V = -W_{FE} \Rightarrow W_{FE} = -50 \times 10^{-6} \times (20 - 120) = +6 \times 10^{-3} J \Rightarrow 6 mJ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد. با حرکت بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی، انرژی پتانسیل الکتریکی آن نیز کاهش می‌یابد که باعث افزایش انرژی جنبشی و افزایش تندی ذره باردار می‌شود.



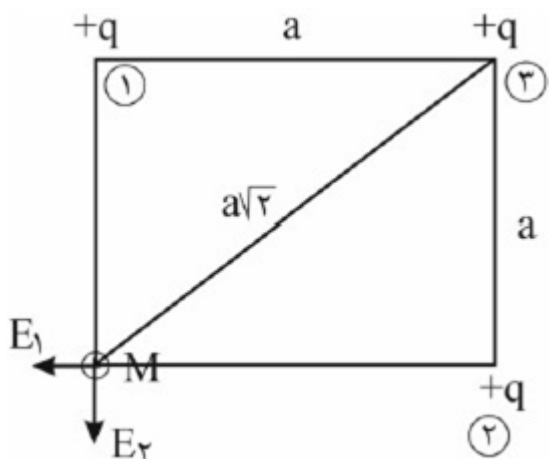
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر ضلع مربع a باشد قطر مربع $a\sqrt{2}$ و نصف آن $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ است. ۶۲

اندازه میدان بار q در مرکز مربع برابر است با:

$$E = \frac{kq}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{kq}{\frac{a^2}{2}} = \frac{2kq}{a^2}$$

$$\frac{2kq}{a^2} = E \Rightarrow \frac{kq}{a^2} = \frac{E}{2}$$

شدت میدان بار q در نقطه M $E_1 = \frac{kq}{a^2} = \frac{E}{2}$, $E_2 = \frac{E}{2}$



$$E' = \frac{E}{2} \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} E$$

E_1 و E_2 عمود بر هم و برآیند آن‌ها برابر هستند، بنابراین:

$$E' = \frac{kq}{r^2} = \frac{kq}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{kq}{\frac{a^2}{2}} = \frac{E}{2}$$

میدان بار $q_3 = q$ در نقطه M برابر است با:

$$E'_{\text{کل}} = \frac{E}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} E = \frac{E}{2} \left(\sqrt{2} + 1 \right)$$

بنابراین برآیند کل در نقطه M برابر است با:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. میدان الکتریکی بین صفحات خازن یک میدان الکتریکی یکنواخت است. با استفاده از رابطه بار ذخیره ۶۳

شده در خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن داریم:

$$q = CV \xrightarrow{C = \kappa \epsilon \cdot \frac{A}{d}} q = \kappa \epsilon \cdot \frac{A}{d} Ed \Rightarrow E = \frac{q}{\kappa \epsilon \cdot A}$$

$$\xrightarrow{k=2, q=6nC=6 \times 10^{-4} C} E = \frac{6 \times 10^{-4}}{2 \times 9 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^{-4}} = \frac{1}{12} \times 10^4 \frac{N}{C}$$

اکنون با استفاده از رابطه $\Delta V = Ed$ اختلاف پتانسیل دو نقطه از خازن را که در فاصله 0.3 میلی‌متری یکدیگر قرار دارند به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = Ed \xrightarrow{E = \frac{1}{12} \times 10^4 \frac{N}{C}} \Delta V = \frac{1}{12} \times 10^4 \times 0.3 \times 10^{-3} = \frac{300}{12} = 25V$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون علامت بار الکتریکی ذره منفی است، ذره در خلاف جهت خط‌های میدان الکتریکی حرکت کرده، ۶۴

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد. چون اتلاف انرژی نداریم می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -\Delta K = -(K_B - K_A) = -\frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow \Delta U = -\frac{1}{2} \times 0.1 \times 10^{-3} \times (2^2 - 0) = -2 \times 10^{-4} J$$

برای انرژی پتانسیل الکتریکی ذره می‌توان نوشت:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 100 = \frac{-2 \times 10^{-4}}{-5 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B = 140V$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا بین دو حالت F و 4F از فرمول نسبتی قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{{}^4F}{F} = \left(\frac{r+40}{r}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{r+40}{r} \Rightarrow r = 40 \text{ cm}$$

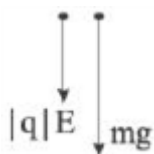
با توجه به نمودار سؤال، می‌بینیم که در حالتی که فاصله‌ی دو بار الکتریکی $60 \text{ cm} = r + 20$ می‌باشد، بزرگی نیروی الکتریکی که دو بار به هم وارد می‌کنند، برابر با $4/5$ نیوتون است، بنابراین با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 4/5 = 9 \times 10^9 \times \frac{q \times 5q}{(60 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow 4/5 = \frac{45 \times 10^9 q^2}{36 \times 10^{-2}} \Rightarrow q^2 = 36 \times 10^{-12} \Rightarrow q = 6 \times 10^{-6} \text{ C} = 6 \mu\text{C}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

شتاب ذره رو به پایین، بزرگ‌تر از g است، پس نیروی الکتریکی هم رو به پایین و در جهت وزن است.



$$|q|E + mg = ma \Rightarrow E = \frac{5 \times 10^{-3}(12 - 10)}{2/5 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 4 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

$$V = Ed = 4 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-2} = 80 (v)$$

چون بار ذره، منفی و نیروی الکتریکی رو به پایین است، پس E رو به بالا است، بنابراین صفحه پایین بار + دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، از پتانسیل الکتریکی نقاط کاسته می‌شود، این یعنی

$$V_B < V_A \text{ است و در نتیجه } V_B = -450 \text{ V}$$

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = -40 \times 10^{-6}(-450 + 300) = +6 \text{ mJ}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. منفی بودن بار q_B حاکی از بیش‌تر بودن تعداد الکترون‌های آن نسبت به تعداد پروتون‌های آن است. با

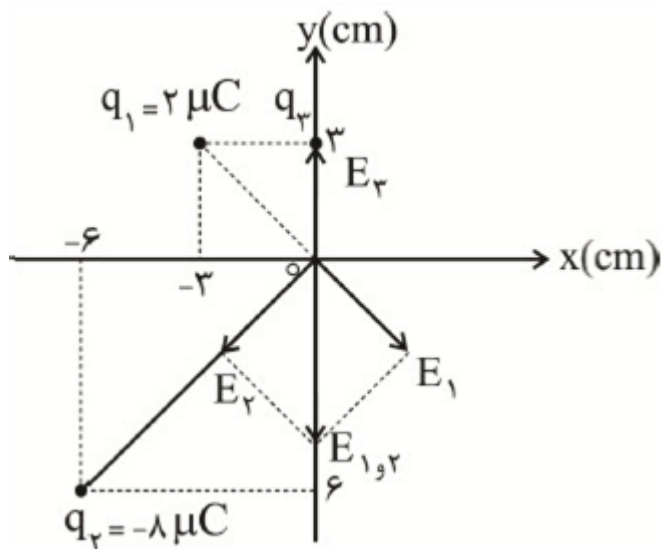
اضافه شدن الکترون‌های بیش‌تری به این کره، اندازه این بار اضافه می‌شود.

$$|\Delta q| = ne \Rightarrow |\Delta q| = 5 \times 10^{13} \times 1 / 6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-6} = 8 \mu\text{C}$$

$$q'_B = -4 + (-8) = -12 \mu\text{C}$$

بار نهایی روی دو کره پس از تماس یکسان و برابر با میانگین بارهای اولیه روی آن‌ها است:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} \Rightarrow -12 = \frac{q_A + (-4)}{2} \Rightarrow q_A = -20 \mu\text{C}$$



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{18 \times 10^7}{18 \times 10^{-2}} = 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 10^7}{18 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_{1,2} = -10^5 \sqrt{2} \hat{j}$$

$$\vec{E}_2 = -\vec{E}_{1,2} \Rightarrow \vec{E}_2 = 10^5 \sqrt{2} \hat{j}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 10^5 \sqrt{2} = \frac{9 \times 10^9 \times \sqrt{2} \times 10^{-6}}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = 3 \times 10^{-2} m$$

$$F_{1,2} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times \sqrt{2} \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 20 \sqrt{2} N$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از قانون اهم جریان عبوری از مقاومت را می‌یابیم: ۷۰

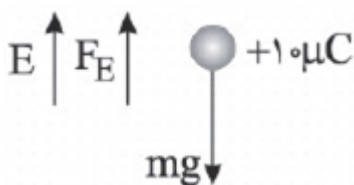
$$I = \frac{V}{R} \xrightarrow{V=3600mV=3600 \times 10^{-3}V, R=1/\Omega} I = \frac{3600 \times 10^{-3}}{1/8} = 2A$$

اکنون مدت زمان خالی شدن باتری را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، باید $\mu A \cdot h$ را به $A \cdot h$ تبدیل کنیم:

$$q = It \xrightarrow{q=9/6 \times 10^4 \mu A \cdot h = 9/6 \times 10^4 \times 10^{-6} A \cdot h, I=2A} 9/6 \times 10^4 \times 10^{-6} = 2 \times t$$

$$\Rightarrow t = 48 \times 10^{-2} h \xrightarrow{1h=60min} t = 48 \times 10^2 \times 60 min = 2/88 min$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بر جسم دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد شده است. با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی:



$$W_{mg} + W_E = \Delta K$$

$$mgh + |q|Ed \cos(180^\circ) = 0 - \frac{1}{2}mV^2$$

$$40 \times 10^{-2} \times 10 \times 0 / 2 + 10 \times 10^{-6} \times E \times 0 / 2 \times (-1) = -\frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-2} \times 10^2 \Rightarrow E = 1 / 0.4 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

این نیرو باید رو به بالا باشد تا سبب توقف ذره گردد، بنابراین میدان الکتریکی رو به بالاست.

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{1r} = F_{2r} = \frac{k \times 50 \times 10^{-12}}{a^2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$F' = F'' = \sqrt{2} F_{r1} = \frac{50 \sqrt{2} \times 10^{-12} k}{a^2}$$

$$F_{r1} = \frac{k \times 25 \times 10^{-12}}{2a^2}$$

$$F_1 = F' - F_{r1} = \frac{k \times 10^{-12}}{a^2} \left(50 \sqrt{2} - \frac{25}{2} \right)$$

$$F_{r2} = \frac{k \times 100 \times 10^{-12}}{2a^2}$$

$$F_2 = F' - F_{r2} = \frac{k \times 10^{-12}}{a^2} (50 \sqrt{2} - 50)$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{50 \sqrt{2} - \frac{25}{2}}{50 \sqrt{2} - 50} = \frac{57/5}{20} = \frac{23}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون کره‌ها مشابه‌اند، بعد از وصل کلید، بار الکتریکی آن‌ها، هم‌اندازه، هم‌نوع و برابر نصف مجموع

بارهایی است که قبل از وصل کلید داشته‌اند. بنابراین، ابتدا بار الکتریکی هر یک از کره‌ها را بعد از وصل کید K می‌یابیم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} \xrightarrow[q_2 = +4 \mu C]{q_1 = -12 \mu C} q'_1 = q'_2 = \frac{-12 + 4}{2} = -4 \mu C$$

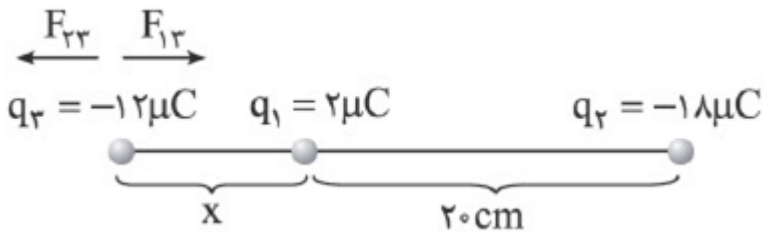
اکنون بار الکتریکی شارش شده بین دو کره (عبوری از کلید K) را پیدا می‌کنیم. به همین منظور تغییر بار الکتریکی یکی از کره‌ها را در نظر می‌گیریم:

$$\Delta q = q'_1 - q_1 \xrightarrow[q_1 = -12 \mu C]{q'_1 = -4 \mu C} \Delta q = -4 - (-12) = 8 \mu C$$

در آخر، جریان الکتریکی متوسط را می‌یابیم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta q = 8 \times 10^{-9} C]{\Delta t = 2 \text{ ms} = 2 \times 10^{-3} s} I = \frac{8 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^{-6} A = 4 \text{ mA}$$

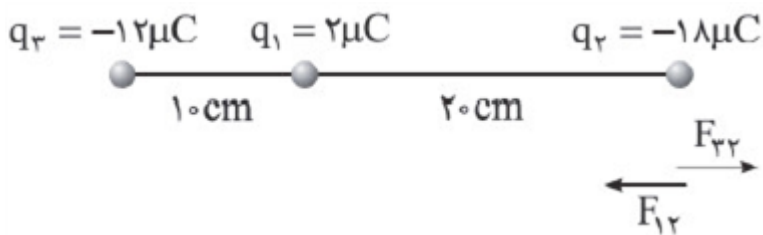
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در صورتی به بار q_3 نیرویی وارد نمی‌شود که این بار روی خط واصل دو بار q_1 و q_2 و خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر یعنی q_1 قرار بگیرد.



مرحله اول: یافتن x

$$F_{31} = F_{13} \Rightarrow k \frac{|q_1 q_3|}{x^2} = k \frac{|q_2 q_3|}{(x + 20)^2} \Rightarrow \frac{x + 20}{x} = 3 \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

مرحله دوم: محاسبه نیروی وارد بر q_2 :



$$F_2 = F_{32} - F_{12} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{32}^2} - k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = \frac{9.0 \times 12 \times 18}{900} - \frac{9.0 \times 2 \times 18}{400}$$

$$= 21/6 - 8/1 = 13/5 \text{ N}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow -E|q|d \cos \theta = -(K_2 - K_1) \xrightarrow{K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2} E|q|d \cos \theta = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{E=2 \times 10^5 \frac{N}{C}, q=17 \times 10^{-6} C, d=1/5 m} 2 \times 10^5 \times 17 \times 10^{-6} \times 1/5 \times \cos 53^\circ$$

$$\xrightarrow{\cos 53^\circ = 0.6, m=6 \times 10^{-3} \text{ kg}, v_1=2 \frac{m}{s}} \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-3} (v_2^2 - 2^2) \Rightarrow 3/0.6 = 3 \times 10^{-3} (v_2^2 - 4) \Rightarrow 1020 = v_2^2 - 4 \Rightarrow v_2^2 = 1024$$

$$\Rightarrow v_2 = 32 \frac{m}{s}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قرار گرفتن کلمات موجود در گزینه‌های ۱ در جاهای خالی، موارد را به درستی تکمیل می‌کند. بررسی موارد:

- (الف) هنگامی که قندخون پایین باشد، می‌توان با خوردن سیب یا نوشیدن شربت آبلیمو و عسل، آن را به حالت عادی بازگرداند.
 (ب) هنگامی که بدن دچار کمبود آهن باشد، می‌توان با خوردن اسفناج و عدسی، بدن را به حالت عادی بازگرداند.
 (پ) کمبود کلسیم بدن را می‌توان با خوردن شیر و فراورده‌های آن مانند ماست، تأمین کرد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): دیابت بزرگسالی در ایران به دلیل مصرف بی‌رویه مواد قندی بروز می‌کند.
 گزینه (۳): شیر و فراورده‌های آن، منبع مهمی برای تأمین پروتئین و کلسیم است.
 گزینه (۴): سرانه مصرف ماده غذایی، مقدار میانگین مصرف هر فرد در یک گستره زمانی معین است.

۷۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تمامی موارد به درستی بیان شده است.

۷۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کاهش جرم خورشید به عنوان تنها منبع حیات بخش انرژی، تبدیل ماده به انرژی را تأیید می کند.

۸۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت های نادرست:

عبارت اول: بدن انسان برای انجام فعالیت های ارادی و غیرارادی گوناگون به ماده و انرژی نیاز دارد.
عبارت سوم: احساس سرمای قبل از افطار ناشی از نیاز بدن به ماده و انرژی جهت کنترل دمای خود است.
عبارت چهارم: ارزش مواد غذایی در تأمین ماده و انرژی مورد نیاز بدن یکسان نیست.

۸۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کاهش جرم خورشید به عنوان تنها منبع حیات بخش انرژی، تبدیل ماده به انرژی را تأیید می کند.

۸۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت های «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

عبارت «پ»: بیشترین سرانه مصرف مواد خوراکی در ایران، مربوط به نان است.
عبارت «ت»: گوشت قرمز و ماهی علاوه بر پروتئین، غنی از انواع ویتامین و مواد معدنی نیز هستند.

۸۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، مصرف غذا، افزون بر پاسخ به احساس گرسنگی، برای انجام فعالیت های بدنی لازم است.

۸۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به غیر از آخرین جمله، تمام مطالب درست است. زیرا در سال ۲۰۱۲ نسبت به سال ۲۰۰۸ میزان ذخیره غلات تقریباً برابر است و میزان تولید اندکی بیشتر است اما میزان بهره برداری افزایش زیادی دارد در نتیجه تامین غذای افراد جامعه در شرایط یکسان، در سال ۲۰۰۸ آسان تر بوده است.

۸۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بر اساس پژوهش ها و یافته های تجربی، مصرف غذا انرژی مورد نیاز بدن برای حرکت ماهیچه ها، ارسال پیام های عصبی، جابه جایی یون ها و مولکول ها از دیواره هر یاخته را تأمین می کند. غذا همچنین مواد اولیه برای ساخت و رشد بخش های گوناگون بدن مانند سلول های خونی، استخوان، پوست، مو، ماهیچه ها، آنزیم ها و ... را فراهم می کند.

۸۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت های ب و ت درست هستند. بررسی عبارت های نادرست:

آ) در تولید انبوه غذا به روش صنعتی، به دلیل فساد مواد غذایی و دشواری نگهداری آن ها، حفظ کیفیت و ارزش مواد غذایی اهمیت به سزایی دارد.

پ) سرانه ی مصرف نان در ایران در مقایسه با سرانه ی جهانی، بسیار بیش تر است.

۸۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به جز عبارت ت، بقیه ی عبارت ها درست هستند.

دانشمندان اجزای بنیادی جهان مادی را ماده و انرژی می دانند.

۸۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، منبع اصلی هیدرات های کربن، غذاهای دارای نشاسته و قند است.

۸۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۹۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کربوهیدرات ها، چربی ها و پروتئین ها افزون بر تأمین انرژی، منبعی برای تأمین مواد اولیه یاخته ها به شمار می روند.

۹۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): با افزایش مقدار هر دو ماده، انرژی حاصل از سوزاندن بیش‌تر می‌شود.
- گزینه (۲): به دلیل این‌که هر ماده غذایی انرژی معین داشته و انرژی دو ماده متفاوت از هم است، پس با سوزاندن مقدار برابری از دو ماده، انرژی یکسانی حاصل نمی‌شود.
- گزینه (۳): در فرآیند گوارش دو ماده، اگرچه انرژی حاصل می‌شود، اما این انرژی به دلیل تفاوت در انرژی پتانسیل دو ماده بوده و موجب تغییر دما نمی‌شود.
- گزینه (۴): در جرم برابر، انرژی حاصل از سوزاندن گردو بیش‌تر از ماکارونی است.

۹۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

- الف) سرانه مصرف مواد غذایی نشان‌دهنده میانگین مصرف یک ماده غذایی به ازای هر فرد در یک گستره زمانی معین می‌باشد.
- ج) سرانه مصرف نان و شکر در ایران از جهان بیش‌تر و سرانه مصرف گوشت قرمز، کم‌تر از جهان است.

۹۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۹۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

- گزینه (۱): بررسی محتوای انرژی مواد غذایی مواد مغذی موجود در آن‌ها، افزایش زمان ماندگاری و ارزش غذایی خوراکی‌ها، چگونگی تغییر بو و مزه مواد خوراکی، تولید بیش‌تر و سریع‌تر مواد غذایی و ... با استفاده از ترموشیمی و سینتیک شیمیایی انجام می‌گیرد.

- گزینه (۲): بخش عمده اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌ها از غذایی که می‌خوریم تأمین می‌شود.
- گزینه (۳): سرانه مصرف مواد غذایی مقدار میانگین مصرف آن به ازای هر فرد در بازه زمانی معینی می‌باشد.
- گزینه (۴): سوء تغذیه هنگامی است که وعده‌های غذایی با کمبود نوع خاصی از انواع ذره‌ها همراه باشد.

۹۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق نمودار صفحه ۵۰ کتاب درسی، جمله دوم صحیح است.

تشریح سایر عبارت‌ها:

- * در سال‌های ۲۰۰۶، ۲۰۱۰، ۲۰۱۲ و ۲۰۱۶ میزان تولید غلات بیش‌تر از میزان بهره‌برداری آن بوده است.
- * طبق متن کتاب درسی همه اعمال گفته شده در حوزه صنایع غذای است.
- * امروزه ذخیره غلات نسبت به دو سال پیش کم‌تر شده است.

۹۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. الکل جزو سوخت‌های فسیلی محسوب نمی‌شود.

۹۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سرانه مصرف ماده غذایی، مقدار میانگین مصرف آن را به ازای هر فرد در یک گستره زمانی معین نشان می‌دهد.

۹۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، نان، شکر و برنج، دارای مواد قندی زیادی هستند.

۹۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تولید غذا در حجم انبوه به فعالیت‌های صنعتی گوناگونی مانند تولید، حمل و نقل و نگهداری و فراوری و ... نیاز است، مجموعه حوزه‌هایی که صنایع غذایی نامیده می‌شوند.

۱۰۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، در برنج و شکر مواد قندی وجود دارند و مصرف بی‌رویهی آن‌ها، در بیماری دیابت نقش دارد.

۱۰۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مصرف سرانه شکر در ایران بیش تر از مصرف جهانی است. ۱۰۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. واکنش های شیمیایی انجام شده در بدن هر یک آهنگ ویژه ای دارند. ۱۰۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه های نادرست: ۱۰۴

گزینه ۱: تبدیل ماده به انرژی (نه انرژی به ماده)

گزینه ۲: مقدار میانگین (نه مقدار تجمعی)

گزینه ۴: کلسیم در پیشگیری و ترمیم پوکی استخوان نقش دارد. (نه پتاسیم)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، این دو ماده ی غذایی، به نسبت، آهن بیش تری دارند. ۱۰۵

