

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱

$$\left. \begin{aligned} y = -2(x+1)(x-3) &\Rightarrow \text{خط تقارن: } x = 1 \\ y = 2x^2 - 4ax + b &\Rightarrow \text{خط تقارن: } x = \frac{-(-4a)}{2(2)} = a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1$$

دو سهمی با خط تقارن مشترک وقتی دو نقطه مشترک دارند، حتماً این دو نقطه عرض یکسانی دارند.

$$x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -2(0+1)(0-3) = 6 \\ y = 2(0)^2 - 4(0) + b \end{cases} \Rightarrow b = 6$$

و میانگین طول دو نقطه همان خط تقارن است.

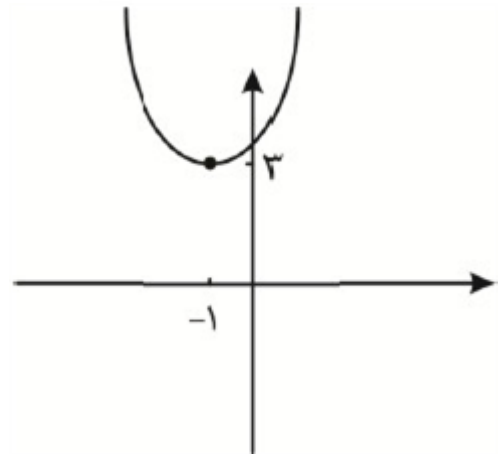
$$\frac{0+c}{2} = 1 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow a - 2b + c = 1 - 12 + 2 = -9$$

۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حالت کلی اگر $\Delta > 0$ باشد، سهمی محور x را در دو نقطه قطع می‌کند، یعنی از سه ناحیه می‌گذرد و اگر $\Delta \leq 0$ باشد، نمودار سهمی یا بر محور x مماس است یا هیچ تماسی ندارد و در نتیجه فقط در دو ناحیه قرار دارد. در این سؤال، با توجه به معادله داده شده، $\Delta = 4 - 16 < 0$ ، یعنی معادله ریشه‌ای ندارد؛ بنابراین با محاسبه رأس سهمی می‌بینیم:

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1 \xrightarrow{y_s} y_s = 3$$

رأس سهمی در ربع دوم قرار دارد؛ بنابراین معادله سهمی در ربع اول و دوم قرار دارد.



۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله محور تقارن سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ است. بنابراین $x = -\frac{6}{-6} = 1$ است.

۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

برای اینکه معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد باید:

$$\begin{aligned} \Delta < 0 &\Rightarrow (2m)^2 - 4(m-1)(m+5) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 16m + 20 < 0 \\ &\Rightarrow -16m < -20 \Rightarrow m > \frac{-20}{-16} \Rightarrow m > \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \\ 3a-1 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} 3a-1=a \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

$$f = \left\{ \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, 3\right), \left(\frac{1}{2}, b\right) \right\} \xrightarrow{\text{برای تابع بودن}} b=3$$

$$6a+b=6\left(\frac{1}{2}\right)+3=6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|2x-1| < 3 \Rightarrow -3 < 2x-1 < 3 \Rightarrow -2 < 2x < 4 \Rightarrow -1 < x < 2 \Rightarrow A = (-1, 2)$$

$$4x+5 \geq 1 \Rightarrow 4x \geq -4 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow B = [-1, +\infty) \Rightarrow A \cup B = [-1, +\infty)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک رابطه، اگر مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب برابر باشند، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز

$$b = -2$$

برابر باشد تا رابطه تابع باشد، بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} (6, a^2-2) \in f \\ (6, 7) \in f \end{array} \right. \Rightarrow a^2-2=7 \Rightarrow a^2=9 \Rightarrow a=\pm 3$$

با جایگذاری $a=3$ و $a=-3$ داریم:

$$a=3 \rightarrow f = \{(3, 5), (6, 7), (3, -2)\} \quad \text{تابع نیست:}$$

$$a=-3 \rightarrow f = \{(-3, 5), (6, 7), (3, -2)\} \quad \text{تابع است:}$$

$$\frac{f(-3)+f(3)}{f(6)} = \frac{5+(-2)}{7} = \frac{3}{7} \quad \text{بنابراین:}$$

مساحت مثلث + مساحت مستطیل = مساحت شکل

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1200 = x \times 1 + \frac{1}{2}x \times x \Rightarrow \frac{x^2}{2} + x = 1200 \Rightarrow x^2 + 2x - 2400 = 0$$

$$\Rightarrow (x+50)(x-48) = 0 \xrightarrow{x>0} x=48$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر تابع به صورت مجموعه‌ای از زوج‌مرتبه‌ها، هر دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه‌های اول متمایز هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تنها رابطه‌ی گزینه‌ی (۲) چنین است که به‌ازای هر x فقط یک y وجود دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

حذف گزینه‌ی (۱) $\Rightarrow 0 < \text{ضریب } x^2 \Rightarrow \text{سه‌می رو به بالا}$

$$x_S = \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow b = 4a \Rightarrow \text{حذف گزینه‌ی (۳)}$$

حال در گزینه‌های (۲) و (۴) داریم:

$$\text{(رد گزینه ۲)} \quad y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 \xrightarrow{x_S=-2} y_S = \frac{1}{2}(-2)^2 + 2(-2) + 3 = 2 - 4 + 3 = 1 > 0$$

$$\text{(۴)} \quad y = x^2 + 4x + 3 \xrightarrow{x_S=-2} y_S = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 < 0$$

چون $y_S < 0$ پس تنها گزینه‌ی (۴) صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ریشه‌ی سوم هر عدد مکعب کامل، عددی منحصر به فرد است.

۱۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۳

$$x^4 - 14x^2 - 275 < 0$$

$$(x^2 - 25)(x^2 + 11) < 0 \Rightarrow x^2 - 25 < 0 \Rightarrow -5 < x < 5$$

$$x^4 - 14x^2 - 32 > 0$$

$$(x^2 - 16)(x^2 + 2) > 0 \Rightarrow x^2 - 16 > 0 \Rightarrow x < -4 \text{ یا } x > 4$$

$$-5 < x < -4 \text{ یا } 4 < x < 5 \quad \text{اشتراک جواب‌ها:}$$

$$4 < x < 5 \Rightarrow x \in (4, 5) \quad \text{برای } x \text{ های مثبت}$$

$$a \times b = 4 \times 5 = 20 \Rightarrow 2 + 0 = 2$$

$$-4a < 0 \Rightarrow a > 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۴

$$\Delta = 4a^2 - 4(-4a)(-1) < 0 \Rightarrow 4a^2 - 16a < 0$$

$$4a(a - 4) < 0 \Rightarrow 0 < a < 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۵

(الف) از عضو a پیکانی خارج نشده پس تابع نیست.

(ب) از عضو b ، ۲ پیکان خارج شده است. پس تابع نیست.

(پ) از هر عضو مجموعه‌ی A دقیقاً یک پیکان خارج شده است، پس تابع است.

(ت) از عضو b پیکانی خارج نشده است، پس تابع نیست.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۶

$$3x^2 + (a - 1)x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = (a - 1) \\ c = -2 \end{cases}$$

شرط آن که معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای دو ریشه باشد آن است که $\Delta > 0$ باشد:

$$\Delta = (a - 1)^2 - 4(3)(-2) = (a - 1)^2 + 24 > 0 \Rightarrow (a - 1)^2 > -24$$

عبارت $(a - 1)^2$ همواره عبارتی نامنفی است و به‌ازای هر مقدار a از -24 بزرگ‌تر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شرط آن که رابطه‌ی f تابع باشد، آن است که مؤلفه‌های اول آن برابر نباشند و یا اگر

۱۷

مؤلفه‌های اول آن برابر باشند، باید مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$(2, a^2 - 2a), (2, 1) \in f \Rightarrow a^2 - 2a = 1 \Rightarrow a^2 - 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1 \pm \sqrt{2} \Rightarrow f = \{(2, 1), (1, 2), (1, -1), (2, 1)\}$$

با جای‌گذاری $a = 1 \pm \sqrt{2}$ در رابطه‌ی f دو زوج $(1, 2)$ و $(1, -1)$ در رابطه قرار دارند، پس به‌ازای هیچ مقداری از a ،

رابطه‌ی f تابع نخواهد شد.

$$\frac{(x+2)(-x^2+x-1)}{x^2+x+3} > 0$$

ریشه‌های عبارت‌های صورت و مخرج را یافته و جدول تعیین علامت را تشکیل می‌دهیم:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

$$-x^2+x-1=0 \Rightarrow \Delta=1-4(-1)(-1)<0 \xrightarrow{a<0} \text{همواره منفی}$$

$$x^2+x+3=0 \Rightarrow \Delta=1-4(3)<0 \xrightarrow{a>0} \text{همواره مثبت}$$

X	-2		
$x+2$	-	○	+
$-x^2+x-1$	-		-
x^2+x+3	+		+
عبارت	+	○	-

بنابراین جواب نامعادله به صورت $x < -2$ است که شامل دو عدد صحیح منفی ۱- و ۲- نمی‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر $C=0$ باشد، نامساوی گزینه‌ی (۳) نادرست است (در واقع حالت تساوی رخ می‌دهد و هر دو طرف نامعادله صفر می‌گردد).

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. یک رابطه‌ی زوج‌مرتبی، به شرطی تابع است که هیچ ۲ زوج‌مرتبی، مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشند و اگر دو زوج‌مرتب مؤلفه‌ی اول یکسان داشتند، باید مؤلفه‌ی دوم آن‌ها هم برابر باشند.

$$(4, m^2), (4, 6-m) \in f \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} m^2 = 6-m$$

$$\Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow (m+3)(m-2) = 0 \Rightarrow m = -3, m = 2$$

حال m ها را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$m = 2 \Rightarrow f = \{(4, 4), (3, 5), (-2, 1), (3, 7)\}$$

چون دو زوج‌مرتب $(3, 5)$ و $(3, 7)$ را داریم، پس به‌ازای $m = 2$ ، رابطه‌ی f تابع نیست.

$$m = -3 \Rightarrow f = \{(4, 9), (3, 5), (3, 1), (-7, 7)\}$$

چون دو زوج‌مرتب $(3, 5)$ و $(3, 1)$ را داریم، به‌ازای $m = -3$ نیز، f تابع نیست. در نتیجه این رابطه به‌ازای هیچ مقدار m تابع نخواهد شد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} |2[x^2] - 9| \leq 7 &\Rightarrow -7 \leq 2[x^2] - 9 \leq 7 \\ 2 \leq 2[x^2] \leq 16 &\Rightarrow 1 \leq [x^2] \leq 8 \Rightarrow 1 \leq x^2 < 9 \Rightarrow (-3, -1] \cup [1, 3) \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

X	-9	6
p(x)	-	+

$$p(x) = -x^2 - 3x + 54 = 0 \Rightarrow (x+9)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ x = 6 \end{cases}$$

۲۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

x	-۲	۵
p(x)	+ ۰ -	۰ +

$$p(x) = x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

۲۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|2x + 5| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2x + 5 \leq 1 \xrightarrow{-5} -6 \leq 2x \leq -4 \xrightarrow{\div 2} -3 \leq x \leq -2$$

۲۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 5x + 4 \geq 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow x \leq 1 \text{ یا } x \geq 4$$

$$x = 3 \Rightarrow 3^2 + a(3) + 3 = 0 \Rightarrow 3a = -12 \Rightarrow a = -4$$

۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = 2 \Rightarrow 2(2)^2 + 2k + 2 = 0 \Rightarrow 28 + 2k + 2 = 0 \Rightarrow k = -15$$

۲۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = a(x + 1)(x - 8) \xrightarrow[y=2]{x=-1} 2 = a(-8) \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x^2 - 7x - 8)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{7}{4}x + 2$$

۲۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - x - 56 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -7 \end{cases}$$

x	-∞	-7	8	+∞
P(x)	+	• -	• +	+

۳۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر x پهنای آبراه باشد، داریم:

$$81 = (18 + 2x)(6 + 2x) - 6 \times 18 \Rightarrow 4x^2 + 48x - 81 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

واضح است که ریشه $x = -\frac{27}{4}$ غیرقابل قبول است.

$$\text{تعداد قطر ها} = \frac{n(n-3)}{2} = 27 \Rightarrow n(n-3) = 54 \Rightarrow n = 9$$

به ۳ حالت می‌توان ۳ رأس را انتخاب کرد:

(۱) ۳ رأس کنار هم باشند که در این صورت از هر رأس ۶ قطر می‌گذرد و یک قطر دو بار شمرده می‌شود که داریم:

$$17 = (3 \times 6) - 1 : \text{تعداد قطر های گذرا از این ۳ رأس}$$

(۲) ۲ رأس کنار هم و یکی جدا باشد که در این صورت از هر رأس ۶ قطر می‌گذرد که دو قطر دو بار شمرده می‌شوند که

$$\text{داریم: } 16 = (3 \times 6) - 2 : \text{تعداد قطر های گذرا از این ۳ رأس}$$

(۳) ۳ رأس کنار هم نباشند که در این صورت از هر رأس ۶ قطر می‌گذرد که سه قطر دو بار شمرده می‌شوند که داریم:

$$15 = (3 \times 6) - 3 : \text{تعداد قطر های گذرا از این ۳ رأس}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

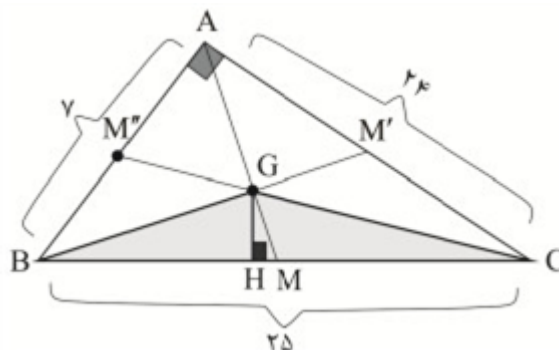
$$7^2 + 24^2 = BC^2 \rightarrow BC = 25$$

$$S_{\triangle BGC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

$$\frac{1}{2} \times BC \times GH = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \times AB \times AC \right)$$

$$25 \times GH = \frac{1}{3} \times 24 \times 7$$

$$GH = \frac{56}{25} = 2 \frac{2}{25}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از مجموع مساحت ۳ مثلث AOB و AOC و BOC که برابر مساحت مثلث اصلی ABC می‌شود، ثابت می‌کنیم:

$$\underbrace{OH + OH' + OH''}_{\text{مجموع فاصله های نقطه دلخواه O از ضلع}} = h$$

مجموع فاصله های نقطه
دلخواه O از ۳ ضلع

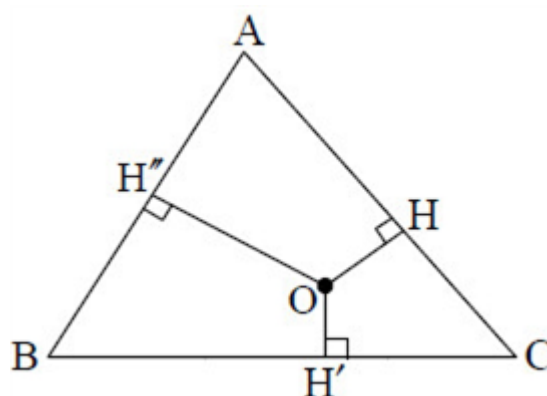
ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC =

$$\sqrt{3} = h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

↓

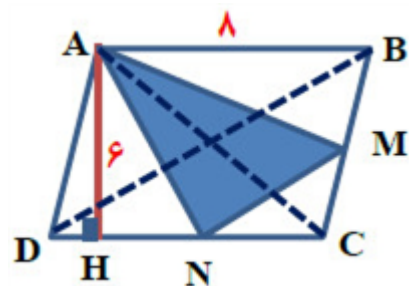
ضلع مثلث اصلی $a = ۱۶$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = ۶۴\sqrt{3}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر M وسط CD باشد، چهارضلعی ABMD متوازی‌الاضلاع است، زیرا AB موازی و مساوی DM است. در نتیجه مثلث BCM متساوی‌الاضلاع است، بنابراین: $\hat{C} = ۶۰^\circ$.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$S_{ABCD} = DC \times AH = ۸ \times ۶ = ۴۸$$

$$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{ACN} = S_{ADN} \Rightarrow S_{AMCN} = \frac{1}{4}S_{ABCD} \\ = \frac{1}{4} \times ۴۸ = ۱۲$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{1}{4}, MN \parallel BD \xrightarrow{\text{Tales}} S_{MNC} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 S_{BDC} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} S_{ABCD}\right) = ۶$$

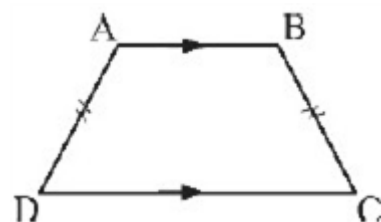
$$S_{AMN} = ۱۲ - ۶ \Rightarrow S_{AMN} = ۶$$

$$\frac{n(n-3)}{2} = ۵۴ \Rightarrow n(n-3) = ۱۰۸ \Rightarrow n = ۱۲$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

از هر رأس یک n ضلعی، $n-3$ قطر عبور می‌کند، پس از هر رأس این ۱۲ ضلعی، ۹ قطر می‌گذرد.

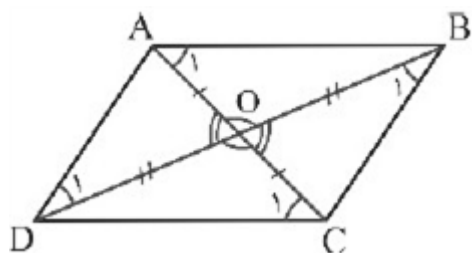
گزینه ۱: به عنوان مثال در شکل مقابل $AB \parallel CD$ و $AD = BC$ ، اما چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع نیست. سایر گزینه‌ها، نتایج تعریف متوازی الاضلاع هستند.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنید در چهارضلعی ABCD، قطرهای همدیگر را نصف کرده‌اند.

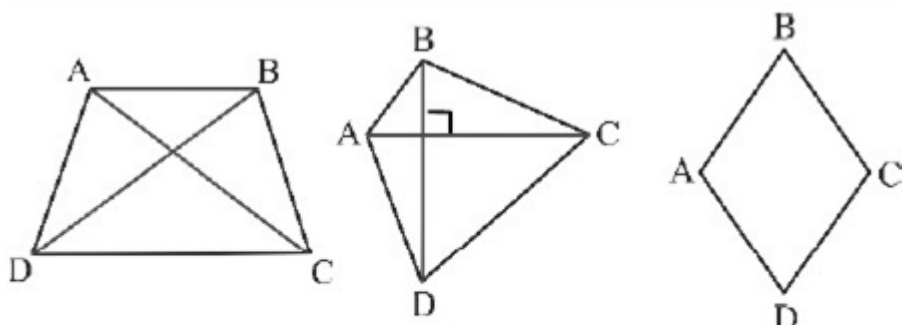
مثلث‌های (OAB, OCD) و (OAD, OCB) بنا به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت هستند.

پس $\widehat{A} = \widehat{C}$ و $\widehat{B} = \widehat{D}$. بنابراین از عکس قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه می‌شود که $AB \parallel CD$ و



$AD \parallel BC$ و چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

برای رد گزینه‌های دیگر، شکل‌های زیر را در نظر بگیرید:

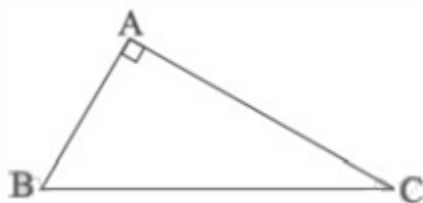


گزینه (۲)

گزینه (۳)

گزینه (۴)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

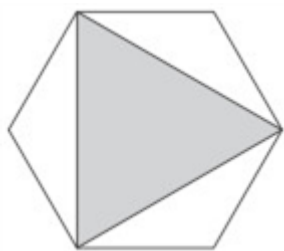


$$\left. \begin{aligned} \widehat{B} - \widehat{C} &= 60^\circ \\ \widehat{B} + \widehat{C} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{B} = 75^\circ, \widehat{C} = 15^\circ$$

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه 15° است، وتر مثلث ۴ برابر ارتفاع وارد بر آن است.

۴۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث موردنظر هر ضلع برابر قطر کوچک شش ضلعی است. بنابراین چون ضلع شش ضلعی ۴ واحد است، قطر کوچک آن (ضلع مثلث) $۴\sqrt{۳}$ خواهد بود و از آنجایی که این مثلث متساوی الاضلاع است داریم:



$$S_{\Delta} = \frac{(4\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}$$

۴۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم. می‌دانیم در حرکت قائم به طرف بالا، کار نیروی وزن

$$W_{mg} = -mgh \xrightarrow{h=4-2=2m} \text{منفی است و داریم: جرم توپ } m \text{ است}$$

$$W_{mg} = -m \times 10 \times 2 = -20m(J)$$

حالا کار نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم، برای این کار از قضیه کار - انرژی جنبشی یا از تغییرات انرژی مکانیکی در حضور نیروهای اتلافی می‌توان استفاده کرد:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} : \text{قضیه کار - انرژی جنبشی}$$

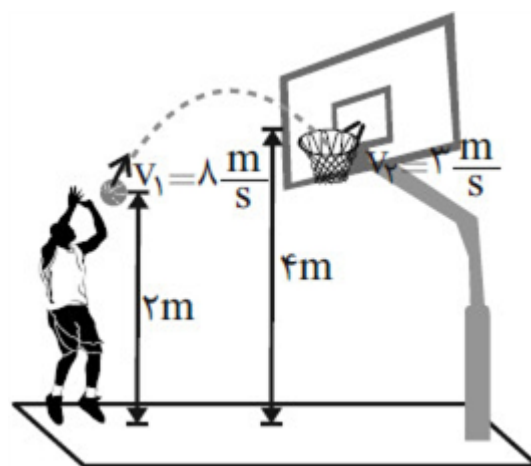
$$= \frac{1}{2}m \left(v_2^2 - v_1^2 \right) \xrightarrow[v_1=8\frac{m}{s}, W_{mg}=-20m]{v_2=2\frac{m}{s}} -20m + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(4 - 64)$$

ساده سازی

$$\rightarrow -20m + W_{f_k} = -24m \Rightarrow W_{f_k} = -4m(J)$$

خواسته سؤال محاسبه نسبت کار نیروی مقاومت هوا به کار نیروی وزن است:

$$\frac{W_{f_k}}{W_{mg}} = \frac{-4m}{-20m} = +\frac{1}{5}$$



۴۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با سقوط جسم، انرژی پتانسیل آن نسبت به سطح زمین کاهش می‌یابد، پس انرژی

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{100}{100} - \frac{40}{100} = \frac{60}{100}$$

پتانسیل گرانشی ۴۰ درصد کاهش می‌یابد:

$$U = mgh \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{h_2}{h_1} \xrightarrow{h_1=(h_2+10)m} \frac{60}{100} = \frac{h_2}{h_2+10} \Rightarrow h_2 = 15m$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گام اول: اگر k_1 بسته شود، مقاومت معادل مدار برابر ۴Ω می‌شود.

$$R_{eq} = ۳ + \frac{۲ \times ۲}{۲ + ۲} = ۴\Omega$$

$$R'_{eq} = ۴ + ۲ + ۳ = ۹\Omega$$

گام دوم: اگر k_2 بسته شود، مقاومت معادل مدار برابر ۹Ω می‌شود:

گام سوم: چون در این دو حالت توان خروجی مولد (که برابر توان مصرفی مقاومت‌هاست) یکسان است، داریم:

$$r^2 = R_{eq} \times R'_{eq} \Rightarrow r^2 = ۴ \times ۹ = ۳۶ \Rightarrow r = ۶\Omega$$

گام چهارم: هنگامی که کلیدها باز باشند، مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R''_{eq} = ۴ + ۲ + ۱ + ۳ = ۱۰\Omega$$

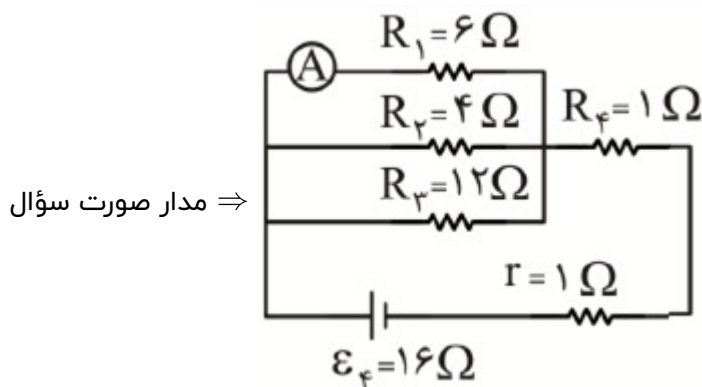
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۳۲}{۱۰ + ۶} = ۲A$$

گام پنجم: جریان مدار را حساب می‌کنیم:

گام ششم: توان خروجی مولد که برابر توان مصرفی مدار است را حساب می‌کنیم:

$$P = R''_{eq} I^2 = ۱۰ \times ۲^2 = ۴۰W$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گام ۱: مدار را ساده می‌کنیم:



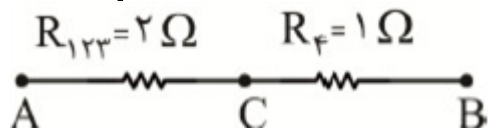
گام ۲: مقاومت معادل (R_{eq}) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{۲ + ۳ + ۱}{۱۲} = \frac{۶}{۱۲} \Rightarrow R_{123} = ۲\Omega$$

$$R_{eq} = ۲ + ۱ = ۳\Omega$$

گام ۳: با محاسبه I کل، جریان عبوری از آمپرسنج (I_1) را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon=16V, R_{eq}=۳, r=1\Omega} I = \frac{16}{۴} = ۴A$$



$$V_{AC} = RI = ۲ \times ۴ = ۸V$$

$$I_1 = \frac{V_{AC}}{R_1} = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳}$$

گام ۴: عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد را به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = 16 - ۴(۱) = ۱۲V$$

۴۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. وقتی گلیسرین در آستانه سرریز شدن از ارلن است، یعنی حجمش (V_{g2}) برابر است با

$$V_{g2} = V_{E2} \quad \text{حجم ارلن } (V_{E2}):$$

با استفاده از رابطه انبساط حجمی داریم:

$$V_{E2} = V_{E1}(1 + \alpha \Delta T), V_{g2} = V_{g1}(1 + \beta \Delta T) \Rightarrow 200(1 + 3 \times 10^{-5} \Delta T)$$

$$= 192(1 + 5 \times 10^{-4} \Delta T) \Rightarrow 200 + 6 \times 10^{-2} \Delta T = 192 + 96 \times 10^{-2} \Delta T$$

$$\Rightarrow 8 = 90 \times 10^{-2} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{8000}{90} \simeq 88/9^\circ C$$

بنابراین دمای نهایی تقریباً باید به $108/9^\circ C = 20 + 88/9$ برسد.

۴۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به فرض مسئله:

$$K_2 = K_1 + \frac{11}{25} K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{36}{25} K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m \left(v_2 \right)^2 = \frac{36}{25} \left(\frac{1}{2} m v_1^2 \right)$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{6}{5} v_1 \xrightarrow{v_2 = v_1 + 2} v_1 + 2 = \frac{6}{5} v_1 \Rightarrow \frac{v_1}{5} = 2 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زمانی که نصف آب موشک مصرف شود، جرم موشک 4 kg می شود. با توجه به خطی بودن

تغییرات انرژی جنبشی، در این لحظه انرژی جنبشی آن 196 J خواهد شد، پس داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow[m=4 \text{ kg}]{K=98 \text{ J}} 98 = \frac{1}{2} \times 4 v^2 \Rightarrow v^2 = 49 \Rightarrow v = 7 \frac{m}{s}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از رابطه $W = (F \cos \theta) d$ و $d = v \cdot \Delta t$ استفاده می کنیم:

$$W = 100 \times \cos 30^\circ \times 2 \times 5 = 500 \sqrt{3} \text{ J}$$

۴۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

نیروی $\vec{F}_1$ در خلاف جهت حرکت جسم وارد می شود، پس کار آن منفی است. در این صورت داریم:

$$-10 + W_{F_2} = \frac{1}{2} (4)(10^2 - 5^2) \Rightarrow -10 + W_{F_2} = 2(75) \Rightarrow W_{F_2} = 160 \text{ J}$$

۵۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$W_f = \Delta E_K = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 \Rightarrow W_f = \frac{1}{2} \times 42 \times 10^{-3} (10^2 - 25 \times 10^2) = 21 \times 240 \text{ J}$$

$$Q = 0/1 \times 21 \times 240 = 504 \text{ J}$$

۵۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۵۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در انبساط طولی جامدات داریم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 3 = L_1 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 \Rightarrow L_1 = 5000 (\text{mm}) = 5 \text{ m}$$

$$V_1 = V$$

$$V_2 = 1/6 V$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m V_2^2}{\frac{1}{2} m V_1^2} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{(1/6 V)^2}{V^2} = \frac{1/36 V^2}{V^2} = 1/36 \Rightarrow K_2 = 1/36 K_1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

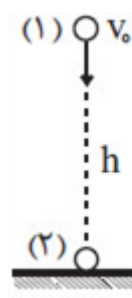
ترموکوپل به علت دقت پایین آن نسبت به دیگر دماسنج‌های معیار، از سال ۱۹۹۰ از این مجموعه کنار گذاشته شد. سایر گزینه‌ها با توجه به متن کتاب درسی صحیح هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Delta K + \Delta U = W_{f_k} \Rightarrow \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) - mg \Delta h = W_{f_k}$$

$$\frac{1}{2} \times 4 (15^2 - 0) - 4 \times 10 \times 20 = W_{f_k} \Rightarrow 450 - 800 = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -350 J$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون اتلاف انرژی نداریم، با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:



$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \\ K_1 + U_1 &= K_2 + 0 \Rightarrow K_2 - K_1 = U_1 \\ &\Rightarrow 200 = U_1 \Rightarrow 200 = mgh \\ &\Rightarrow 200 = 0.5 \times 10 \times h \Rightarrow 200 = 5h \Rightarrow h = 40 m \end{aligned}$$

توجه داشته باشید که جهت بردار سرعت اولیه گلوله، تأثیری در حل مسئله ندارد.

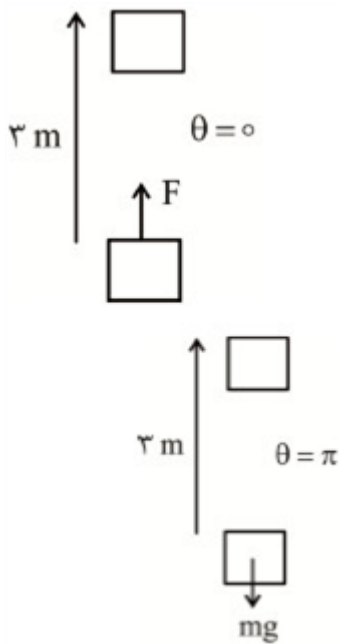
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون پایستگی انرژی و در نظر گرفتن پایین‌ترین نقطه مسیر به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، می‌توان نوشت:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B + E_{\text{فنر}}) - (K_A + U_A)$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_B + E_{\text{فنر}} - \frac{1}{2} m v_A^2 - mgh_A$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) + mg(h_B - h_A) + E_{\text{فنر}} \Rightarrow (9 - 25) + 20(-20) + E_{\text{فنر}} = -26$$

$$\Rightarrow E_{\text{فنر}} = 30 J$$

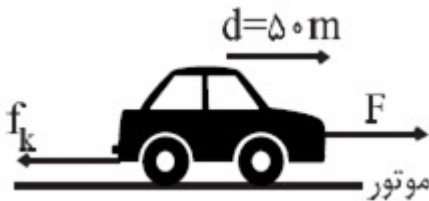


$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 300 \times 3 \times 1 = 900 J$$

$$W_{mg} = Mgd \cos \theta \Rightarrow W_{mg} = 20 \times 10 \times 3 \times (-1)$$

$$W_{mg} = -600 J$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، ابتدا کار نیروی موتور را می‌یابیم: ۵۹



$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_F - f_k d = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$v_2 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_1 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_F - 1200 \times 50 = \frac{1}{2} \times 1200 \times ((15)^2 - (5)^2) \Rightarrow W_F - 60000 = 600 \times (225 - 25)$$

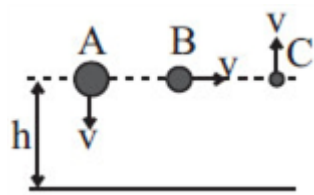
$$\Rightarrow W_F = 60000 + 120000 = 180000 J = 180 \text{ kJ}$$

$$\bar{P} = \frac{W_F}{t} = \frac{180}{5} = 36 \text{ kW}$$

با استفاده از رابطه توان متوسط داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اتلاف انرژی نداریم و هر سه گلوله از یک ارتفاع یکسان و با تندی‌های یکسان پرتاب شده‌اند، لذا طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تندی برخورد آن‌ها با زمین یکسان است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$



$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \xrightarrow{h_2=0}$$

$$\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh}$$

چون h و v_1 برای هر سه گلوله یکسان است، لذا v_2 برای هر سه گلوله یکسان است.

حال به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

الف) کار کل انجام شده روی هر گلوله از لحظه پرتاب تا لحظه برخورد به زمین، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

تندی ابتدا و انتهای هر سه گلوله یکسان، ولی جرم آن‌ها متفاوت است، پس کار کل انجام شده روی هر سه گلوله یکسان نیست.

ب) کار نیروی وزن برای گلوله‌های A و B همواره مثبت است، ولی برای گلوله C در قسمتی از مسیر، مثبت و در قسمت دیگری از آن، منفی است.

پ) در قسمت اول پاسخ، اثبات شد.

ت) چون اتلاف انرژی نداریم، لذا انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند. داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_2 - K_1 + U_2 - U_1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta U} = -1$$

پس نسبت تغییرات انرژی جنبشی به تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی در هر نقطه‌ای از مسیر، همواره مقدار ثابت (-1) است که برای هر سه گلوله یکسان است. لذا فقط گزاره‌های پ و ت صحیح هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر یک ثانیه، ۴ درصد v به تندی افزوده می‌شود؛ در نتیجه در ثانیه‌های $t = 5s$ و

$$t = 5s \Rightarrow v_5 = v + 5 \times (0.04v) = 1.2v = \frac{6}{5}v \quad t = 10s \text{ خواهیم داشت:}$$

$$t = 10s \Rightarrow v_{10} = v + 10 \times (0.04v) = 1.4v = \frac{7}{5}v$$

اکنون با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، نسبت کار کل انجام شده روی اتومبیل در ۵ ثانیه اول و دوم حرکت را به دست می‌آوریم.

$$W_t = K' - K \Rightarrow \frac{(W_t)_{\text{ثانیه اول ۵}}}{(W_t)_{\text{ثانیه دوم ۵}}} = \frac{K_5 - K_0}{K_{10} - K_5} = \frac{\frac{1}{2}m\left(\frac{36}{25}v^2 - v^2\right)}{\frac{1}{2}m\left(\frac{49}{25}v^2 - \frac{36}{25}v^2\right)} = \frac{11}{13}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شیب خطی که جسم بر روی آن حرکت می‌کند، ۳ واحد است؛ بنابراین تغییرات مؤلفه عمودی جابه‌جایی ۳ برابر تغییرات مؤلفه افقی آن است. بنابراین سراغ محاسبه بردار جابه‌جایی جسم می‌رویم:

$$x^2 + (3x)^2 = 5^2 \Rightarrow 10x^2 = 25 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2}m$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}m$$

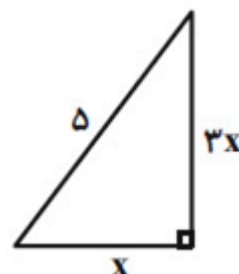
$$\vec{d} = \frac{\sqrt{10}}{2}\vec{i} + \frac{3\sqrt{10}}{2}\vec{j}$$

بنابراین بردار جابه‌جایی جسم برابر است با:

با داشتن بردار نیرو و بردار جابه‌جایی جسم، می‌توان کار نیروی F را به صورت جمع کار مؤلفه‌های x و y نیرو به دست آورد:

$$W = W_x + W_y = F_x d_x + F_y d_y = \left(8 \times \frac{\sqrt{10}}{2} \right) + \left(-2 \times \frac{3\sqrt{10}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow W = 4\sqrt{10} - 3\sqrt{10} = \sqrt{10}J$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی و با توجه به اصل

پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow E_{\text{فرد}} + U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \quad \begin{matrix} K_1=0, U_2=0 \\ E_{\text{فرد}}=200J \end{matrix}$$

$$200 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 200 + 2 \times 10 \times 2/8 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 256 \Rightarrow v_2 = 16 \frac{m}{s}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ضریب انبساط طولی میله را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = 0.1 \Rightarrow \frac{L_1 \alpha \Delta \theta}{L_1} \times 100 = 0.1 \Rightarrow \alpha \times 50 = 10^{-3} \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-3}}{50} K^{-1}$$

برای محاسبه نسبت $\frac{A_2}{A_1}$ برای صفحه‌ای هم‌جنس با میله می‌توان نوشت:

$$A_2 = A_1 (1 + 2\alpha \Delta \theta) \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 1 + 2 \times \frac{10^{-3}}{50} \times 100 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 1.004$$

گام اول: محاسبه انرژی گرمایی (تلف شده) در هر ساعت:

$$Q = mc\Delta\theta = 2 \times 10^6 \times 4200 \times (45 - 15) = 2/52 \times 10^{11} \text{ J}$$

گام دوم: محاسبه انرژی خروجی (مفید) از نیروگاه در یک ساعت:

$$P_{\text{خروجی}} \times \Delta t = 210 \times 10^6 \times 3600 = 7/56 \times 10^{11} \text{ J}$$

گام سوم: محاسبه درصد بازده نیروگاه:

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی خروجی} + \text{انرژی تلف شده}} \times 100$$

$$\Rightarrow Ra = \frac{7/56 \times 10^{11}}{2/52 \times 10^{11} + 7/56 \times 10^{11}} \times 100 = \frac{7/56}{2/52 + 7/56} \times 100$$

$$Ra = \frac{3}{4} \times 100 = 75\%$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه بین مقیاس سلسیوس و مقیاس فارنهایت داریم:

$$F = 32 + 1/8\theta \xrightarrow{F=\theta} F = 32 + 1/8F \Rightarrow -1/8F = 32 \rightarrow F = -40^\circ F$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی، چون پروتون در داخل میدان حرکت خودبه‌خودی دارد، پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E = K_B - K_A \xrightarrow{K_A=0}$$

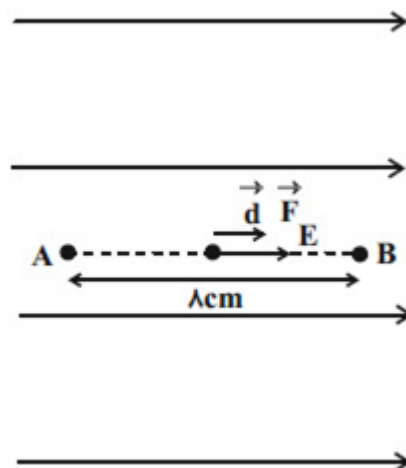
$$|q|Ed = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$|q| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E = 200 \frac{\text{N}}{\text{C}}, d = 8 \text{ cm} = 8 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^2 \times 8 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 1.67 \times 10^{-27} \times v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 3.2 \times 10^9$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{3.2 \times 10^9} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون پایستگی انرژی و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

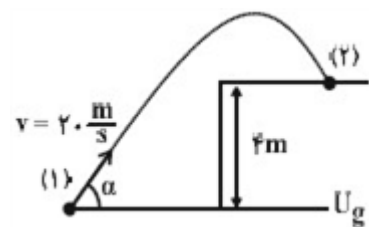
$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$\xrightarrow{U_1=0} W_f = K_2 + U_2 - K_1 \xrightarrow{W_f = -59 \text{ J}}$$

$$K_2 - K_1 + U_2 = -59 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = -59$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.4 \times v_2^2 - \frac{1}{2} \times 0.4 \times (20)^2 + 0.4 \times 10 \times 4 = -59 \Rightarrow 0.2v_2^2 = 5 \Rightarrow v_2^2 = 25$$

$$\Rightarrow v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



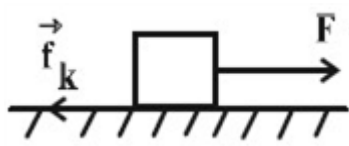
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام شده بر روی جسم را

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_1 = 10 \frac{m}{s}, v_2 = 20 \frac{m}{s}, m = 4 \text{ kg}} W_t = \frac{1}{2} \times 4 \times ((20)^2 - (10)^2)$$

می‌یابیم:

$$= 2 \times (400 - 100) = 600 \text{ J}$$

حال با توجه به رابطه‌ی کار نیروی ثابت، به صورت زیر اندازه‌ی نیروی اصطکاک را می‌یابیم:



$$W_t = W_F + W_{f_k} \xrightarrow{W_F = Fd \cos \theta}$$

$$W_t = Fd \cos 0 + f_k d \cos 180^\circ \xrightarrow{d = 20 \text{ m}, F = 50 \text{ N}}$$

$$W_t = 50 \times 20 \times 1 + f_k \times 20 \times (-1) \xrightarrow{W_t = 600 \text{ J}} 600 = 1000 - 20 f_k$$

$$\Rightarrow 20 f_k = 400 \Rightarrow f_k = 20 \text{ N}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رابطه‌ی میان درجه‌ی فارنهایت و درجه‌ی سلسیوس داریم:

$$F_1 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \Rightarrow 86 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ \text{ C}$$

$$T_1 = 273 + \theta_1 \Rightarrow T = 303 \text{ K}$$

بنابراین دمای اولیه بر حسب کلون برابر است با:

$$400 - 303 = 97 \text{ K} \xrightarrow{\Delta T = \Delta \theta} \Delta \theta = 97^\circ \text{ C}$$

بنابراین تغییرات دما برابر است با:

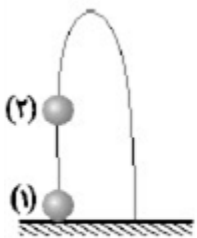
$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta = \frac{9 \times 97}{5} = 174/6^\circ \text{ F}$$

تغییرات دما بر حسب درجه‌ی فارنهایت برابر است با:

$$F_2 = 86 + 174/6 = 260/6^\circ \text{ F}$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$E_2 = \Delta K_2 \Rightarrow K_2 + U_2 = \Delta K_2 \Rightarrow U_2 = 2K_2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} U_2$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_1 = 0} K_1 = U_2 + \frac{1}{2} U_2$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{5}{4} \times mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \times 100 = \frac{5}{4} \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{50}{4} = 12.5 \text{ m}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

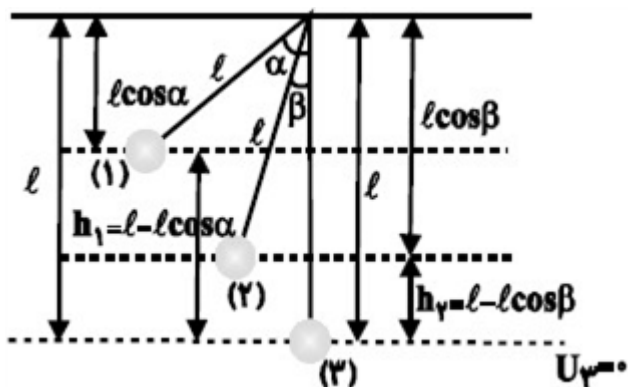
در حرکت گلوله از نقطه A تا B و بالعکس، دو نیروی اصطکاک و وزن بر جسم اثر می‌کنند. چون مسیر حرکت رفت و برگشت است، کار نیروی کشسانی فنر برابر صفر بوده و تنها کار نیروی اصطکاک را در نظر می‌گیریم.

$$W = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow -2fd = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow -2 \left(\frac{1}{4} \times 10 \right) (0/9) = \frac{1}{2} \times 10 (v_2^2 - 25) \Rightarrow -10 \times 0/9 = v_2^2 - 25$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از مقاومت هوا صرف نظر شده است، پس انرژی مکانیکی گلوله در مسیر پایسته است. بنابراین داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2gh_1 - 2gh_2 = 2g(h_1 - h_2)$$

$$\begin{cases} h_1 = L - L \cos \alpha \\ h_2 = L - L \cos \beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2g(L - L \cos \alpha - L + L \cos \beta) \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gL(\cos \beta - \cos \alpha)}$$

بنابراین اگر گلوله‌ای را به اندازه‌ی زاویه‌ی α از وضع تعادل خارج کرده و رها کنیم، تندی آن در هر لحظه که با خط قائم، زاویه‌ی β بسازد، از رابطه‌ی بالا به دست می‌آید.

$$1 \Rightarrow 3: \begin{cases} \alpha = 53^\circ \\ \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow v_3 = v = \sqrt{2gL(\cos 0 - \cos 53^\circ)} \Rightarrow v = \sqrt{2 \times 10 \times L \times 0.6}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{12L}$$

$$1 \Rightarrow 2: \begin{cases} \alpha = 53^\circ \\ \beta = ? \\ v_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}v \end{cases} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gL(\cos \beta - \cos 53^\circ)} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{12L}$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{L} = \sqrt{2 \times L(\cos \beta - 0.6)} \Rightarrow 2L = 2 \times L(\cos \beta - 0.6) \Rightarrow \cos \beta = 0.6 + 0.6 = 1.2$$

$$\Rightarrow \beta = 37^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

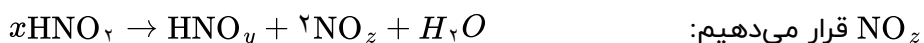
در انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ منظور از v ، تندی جسم است.

$$\begin{aligned} |\vec{v}_A| &= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \frac{m}{s} \\ |\vec{v}_B| &= \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \frac{m}{s} \end{aligned} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \frac{(13)^2}{(5)^2} = \frac{169}{25}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$mgh + \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{1}{2}mV_2^2 - W_{fx} \Rightarrow 0.1 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times 4 = K - (-2) \Rightarrow K = 8/2 J$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به گزینه‌ها تشخیص می‌دهیم که گاز A ، NO یا NO_2 است، پس به صورت



$$x = 1 + 2 = 3$$

حال با توجه به موازنه‌ی هیدروژن x ، را به دست می‌آوریم:

پس گزینه‌های ۲ و ۴ رد می‌شوند.

$$2x = y + 2z + 1 \Rightarrow 6 = y + 2z + 1$$

پس برای موازنه‌ی ۰ معادله می‌نویسیم:

و از بین گزینه‌های ۱ و ۳، تنها گزینه‌ی ۳ در این معادله صدق می‌کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲ درست است - آرگون جزو گازهای نجیب بوده و واکنش پذیری ناچیزی دارد. درست ۳- در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می شود. سایر موارد: ۱ نادرست است، هلیوم از واکنش های هسته ای در داخل کره زمین تولید می شود. ۴ نادرست است، سبک ترین گاز شناخته شده، هیدروژن است. ۵ نادرست است، از هلیوم در کپسول غواصی استفاده می شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا دمای هوا در لایه اوزون افزایش یافته و به $+5^{\circ}C$ می رسد و میانگین بخار آب در هوا حدود ۱٪ است و Ar سومین گاز تشکیل دهنده هوا از نظر فراوانی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مورد (ب) درست است. چون MgO ، اکسید فلزی بوده و اکسیدهای فلزی در آب خاصیت بازی دارند. بررسی گزینه های نادرست:

(آ) شکل درست - مرجان ها اسکلت آهکی دارند که با کاهش pH آب دریاها، این اسکلت کم کم از بین می رود.

(پ) شکل درست - آلاینده هایی که از سوخت های فسیلی وارد هوا کره می شوند و بالا می روند سرانجام باید به زمین برگردند.

(ت) شکل درست - کشاورزان با افزودن آهک (CaO) به خاک، مقدار و نوع مواد معدنی در دسترس گیاه را تغییر می دهند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت (ت) درست است. بررسی عبارت ها:

(آ) به دلیل نزدیک بودن دمای جوش Ar و O_2 تهیه ی اکسیژن صد در صد خالص در تقطیر جز به جز هوای مایع دشوار است.

(ب) مهم ترین کاربرد هلیوم، استفاده از آن برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه های تصویربرداری همانند MRI می باشد.

(پ) در دمای $-78^{\circ}C$ گاز کربن دی اکسید به حالت جامد در می آید.

(ت) در فرایند تقطیر جز به جز هوای مایع که با کاهش دما تا $-200^{\circ}C$ همراه است He با نقطه ی جوش $-269^{\circ}C$ به صورت گاز باقی می ماند و قبل از N_2 ، O_2 و Ar که به حالت مایع هستند، جداسازی می شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه های نادرست:

(۱) دما با افزایش ارتفاع در لایه های اول، دوم، سوم و چهارم به ترتیب کاهش، افزایش، کاهش و افزایش می یابد.

(۳) با افزایش ارتفاع از سطح زمین و کاهش جاذبه ی زمین از تعداد ذرات در واحد حجم کاسته می شود.

(۴) در لایه ی چهارم (لایه ی آخر) گازها به شکل اتم، مولکول و کاتیون وجود دارند. خبری از آنیون ها در این لایه نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، از واکنش اکسیدهای سدیم و منیزیم که جزو اکسیدهای فلزی هستند با آب، باز تولید می شوند که pH بزرگ تر از ۷ دارد.

$$\Delta n_A(0 - 15) = n_A(t = 15) - n_A(t = 0) = 0.2 \times (6 - 0) = 1.2 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \Delta [A] = \frac{1.2 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.6 \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_A = \frac{1.2 \text{ mol}}{\frac{1}{6} \text{ min} \times 2 \text{ L}} = 2/3 \text{ mol. L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Delta n_{A_2} = 6 \times 0.2 = 0.8 \text{ mol}$$

تعداد مول باقی‌مانده از A_2 بعد از ۳۰ ثانیه:

$$?s = 0.8 \text{ mol } A_2 \times \frac{15 \text{ s}}{0.2/3 \text{ mol } A_2} = 30 \text{ s}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین قرار دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا در -200°C ، هلیوم به صورت گاز است و H_2 سبک‌ترین گاز شناخته شده است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، اکسیژن آخرین جزئی است که در فرآیند تقطیر جزء به جزء هوای مایع از ستون تقطیر خارج می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{جرم مولی متان} = 16 \text{ g. mol}^{-1}$$

$$\frac{M}{16} = 2/5 \Rightarrow M = 40 \text{ g. mol}^{-1}$$

$$?gM = 0.8 \text{ mol } M \times \frac{40 \text{ gM}}{1 \text{ mol } M} = 32 \text{ gM}$$

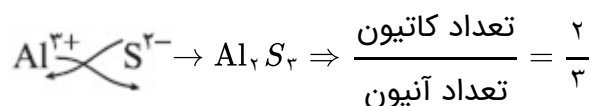
$$?atom = 16 \text{ gM} \times \frac{1 \text{ mol } M}{40 \text{ gM}} \times \frac{N_A \text{ atomM}}{1 \text{ mol } M} = 0.4 N_A$$

$$0.4 N_A = x \text{ gSO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ gSO}_3} \times \frac{N_A \text{ مولکول}}{1 \text{ mol SO}_3} \Rightarrow x = 32 \text{ gSO}_3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

آرایش الکترونی این عنصر به $3p^4$ ختم شده است. یعنی این عنصر در دوره‌ی سوم و گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد که

همان عنصر S است، چون نافلز است. در نتیجه، اکسید نافلزی آن در آب خاصیت اسیدی دارد و $\text{pH} < 7$ است.



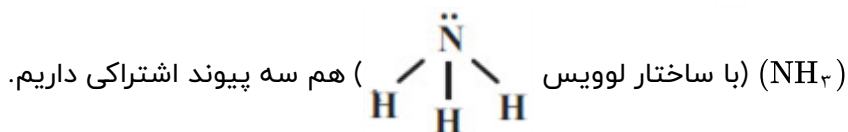
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه جوش سه گاز N_2 ، O_2 و Ar به ترتیب به صورت مقابل است:

با افزایش دما، ابتدا گاز نیتروژن (A) خارج می‌شود.

سپس گاز Ar جدا می‌شود، بنابراین گاز B، آرگون است و در نهایت هم گاز C که O_2 است، جدا می‌شود.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست؛ در مولکول دو اتمی N_2 (با ساختار لوویس $N \equiv N$) سه پیوند اشتراکی و در مولکول آمونیاک



(ب) درست؛ گازهای نجیب، در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود، الکترون منفرد نداشته و حتی در هلیوم که ۲ الکترون داریم به صورت جفت می‌باشد.

(پ) درست؛ گاز O_2 در رتبه دوم فراوان‌ترین گازهای هواکره بوده و عنصر O، دومین عنصر فراوان سیاره زمین است.

(ت) نادرست، C گاز اکسیژن می‌باشد اما از نیتروژن برای انجماد مواد غذایی در صنعت سرماسازی استفاده می‌شود.

گاز	نقطه جوش ($^{\circ}C$)
نیتروژن	-۱۹۶
اکسیژن	-۱۸۳
آرگون	-۱۸۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: فراوان‌ترین گاز نجیب در لایه تروپوسفر آرگون است.

گزینه ۲: آرگون به عنوان محیطی بی‌اثر در جوشکاری و برش فلزها به کار می‌رود.

گزینه ۳: برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI از هلیوم استفاده می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به خواص اکسیدهای فلزی و نافلزی که مخلوط آن‌ها در آب به ترتیب منجر به

تشکیل یک مخلوط بازی و اسیدی می‌شود، گوگرد تری‌اکسید به عنوان یک اکسید نافلزی می‌تواند در اختلاط با آب یک مخلوط اسیدی ($pH < 7$) به وجود آورد.

برخی از کشاورزان کلسیم اکسید را به عنوان اکسید فلزی برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی به خاک می‌افزایند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد نادرست:

$ZnCl_2$: روی کلرید $CuBr_2$: مس (II) برمید

Al_2S_3 : آلومینیم سولفید FeN : آهن (III) نیتريد

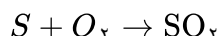
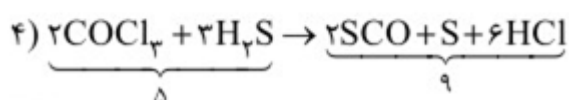
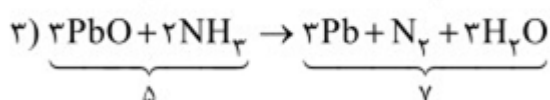
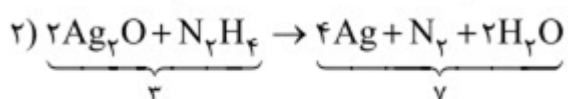
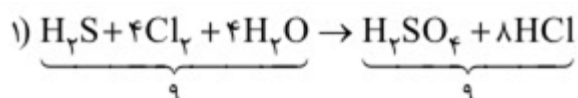
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی جملات نادرست:

جمله اول نادرست است. درصد حجمی هلیوم در هواکره ناچیز است و جداسازی آن از هوای مایع به صرفه نیست.

جمله سوم نادرست است. بیشترین درصد حجمی گازهای نجیب در هوای خشک و پاک را آرگون دارد.

جمله چهارم نادرست است. به دلیل نزدیک بودن نقطه جوش آرگون به اکسیژن، هنگام تهیه اکسیژن مقدار کمی آرگون هم وجود دارد و نقطه جوش آرگون نسبت به اکسیژن کمتر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله‌ی موازنه‌شده‌ی هر چهار واکنش در زیر آمده است:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم:

$$gS = \frac{6}{4} gSO_2 \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{64 gSO_2} \times \frac{1 \text{ mol } S}{1 \text{ mol } SO_2} \times \frac{32 gS}{1 \text{ mol } S} = \frac{3}{2} gS$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا در ارتفاعات بالا، مولکول‌های یونیده نیز وجود دارند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، برای تولید هلیوم، منابع زمینی نسبت به هواکره، مناسب‌تر هستند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: $t(C) = 20 - 12(8) = -76^\circ C$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

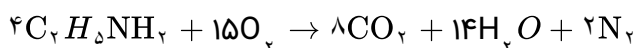
دمای انجماد آب $\rightarrow 0^\circ C$

دمای انجماد کربن‌دی‌اکسید $\rightarrow -78^\circ C$

در این دما هلیوم گازی شکل است. $\rightarrow -200$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از گاز نیتروژن در صنعت سرماسازی و پرکردن تایر خودروها استفاده می‌شود.

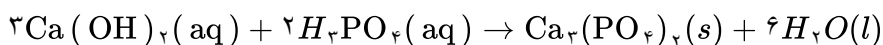
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$2 + 14 + 8 = 24$$

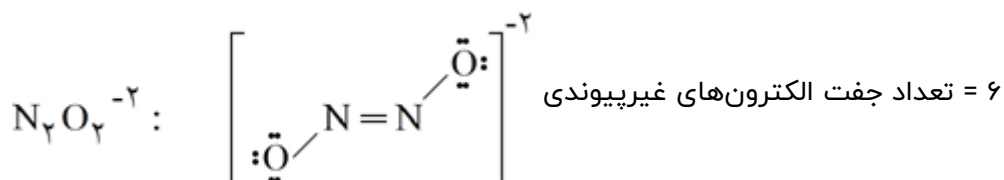
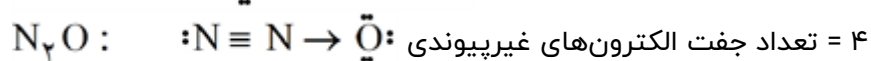
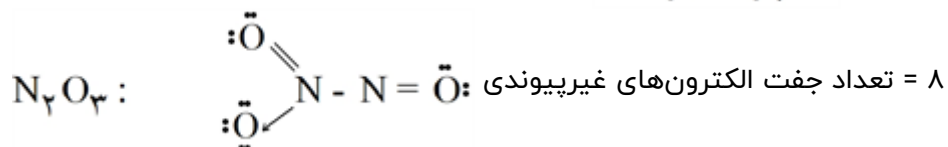
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم:

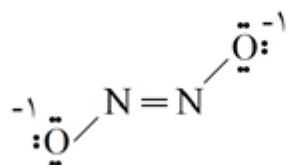


گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



نماد پیوند داتیو : $\rightarrow$ 

بارهای مثبت و منفی ترکیب گاهی بر روی اتم‌هایی که دارای آن بار می‌باشند، نمایش داده می‌شوند مثلاً مولکول $N_2O_2^{-2}$ را می‌توان به صورت زیر نیز نشان داد:



و گاهی بارها بر روی گروه به نحوی که در پاسخ مسئله آمده است، نمایش داده می‌شوند.

