

۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 0$ ریشه مخرج است اما حد جواب دارد پس $x = 0$ ریشه صورت هم هست

$$a + \sqrt{c} = 0 \Rightarrow a = -\sqrt{c}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{bx+c} - \sqrt{c}}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{bx} + \cancel{c} - \cancel{c}}{\cancel{x}(\sqrt{bx+c} + \sqrt{c})} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{c}}{2}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \frac{\sqrt{c}}{2}}{c} = -\frac{1}{2}$$

۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا $t = 2^{-2a}$ را متغیر جدید فرض کرده و a را به دست می‌آوریم.

$$t^2 + 3t - \frac{13}{16} = 0 \Rightarrow (4t)^2 + 12(4t) - 13 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{4} \\ 4t = -13 \Rightarrow t = -\frac{13}{4} \end{cases}$$

$$2^{-2a} = \frac{1}{4} = 2^{-2} \Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

$t = \frac{1}{4}$ قابل قبول است و این گونه محاسبه می‌شود:

با به دست آمدن مقدار a ، معادله لگاریتمی را حل می‌کنیم:

$$\log_{-x} |x-1| + \log_{-x} 2 = 2 \Rightarrow \log_{-x} 2 |x-1| = 2$$

با توجه شرط مربوط به مبنای لگاریتم، $-x$ مثبت و در نتیجه x منفی خواهد بود.

با منفی شدن $x-1$ نیز، داریم: $|x-1| = 1-x$ و در نتیجه:

$$\log_{-x} 2(1-x) = 2 \Rightarrow x^2 = 2 - 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3} \xrightarrow{x < 0} x = -1 - \sqrt{3}$$

۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط از نقطه $(20, 1)$ می‌گذرد، پس وارون تابع هم از این نقطه می‌گذرد، در نتیجه تابع f از نقطه

$$\Rightarrow f(1) = a + 8 = 20 \Rightarrow a = 12$$

$(1, 20)$ عبور می‌کند.

۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

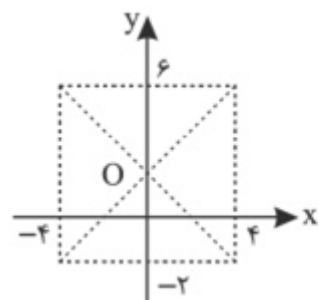
$$|x| = a \xrightarrow{a > 0} x = \pm a \xrightarrow{\text{فاصله از هم}} 2a = \text{طول چهارضلعی}$$

$$y = \frac{a}{2} \pm 4 \xrightarrow{\text{فاصله از هم}} \text{عرض چهارضلعی} = \left| \frac{a}{2} + 4 - \left(\frac{a}{2} - 4 \right) \right| = 4 - (-4) = 8$$

$$\xrightarrow{\text{مربع}} 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

پس اضلاع مربع خطوط $x = \pm 4$ و $y = \pm 4$ هستند.

اقطار دارای شیب‌های ۱ و -۱ هستند و از مرکز مربع $O(0, 0)$ عبور می‌کنند. بنابراین معادله خط اقطار مربع به صورت زیر هستند:



$$\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

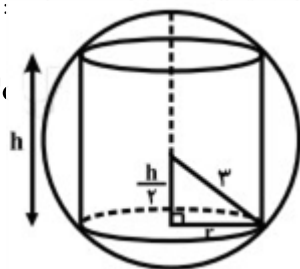
$$2 \sin \left(x + \frac{2\pi}{3} \right) = \sin \left(x + \frac{\pi}{12} \right) = k$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به این که $\frac{4\pi}{7}$ یا همان $\frac{8\pi}{14}$ با $\frac{\pi}{2}$ یا همان $\frac{7\pi}{14}$ اختلاف دارند، می‌توانیم $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{7}\right)\right)$ را به این شکل بنویسیم:

۶

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = -\sin\left(-x - \frac{\pi}{7}\right) = -\sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{4\pi}{7}\right)\right] = -\cos\left(x + \frac{4\pi}{7}\right)$$



ابتدا حجم استوانه را بر حسب r و h می‌نویسیم: پس باید معادله $V = \pi r^2 h$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow \frac{k^2}{r^2} - 1 = \frac{h^2}{r^2} \Rightarrow k^2 - r^2 = h^2 \Rightarrow r^2 = k^2 - h^2 \Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi(k^2 - h^2)h$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون حد مخرج کسر وقتی $x \rightarrow -1$ برابر صفر و جواب حد، عددی حقیقی (b) است، پس باید حد صورت نیز برابر صفر شود.

۷

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + x + a) = 0 \Rightarrow -1 - 1 + a = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 1} = \frac{0}{0} \text{ HOP} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + 1}{2x} = \frac{4}{-2} = -2$$

بنابراین $a + b = 0$ است.

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به ویژگی $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{\log_y x}{\log_y y} + \frac{\log_y y}{\log_y x} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \log_y x + \log_x y = -\frac{5}{2} \Rightarrow \log_y x + \frac{1}{\log_y x} = -\frac{5}{2}$$

با تغییر متغیر $\log_y x = t$ داریم:

$$t + \frac{1}{t} = -\frac{5}{2} \Rightarrow 2t^2 + 5t + 2 = (2t + 1)(t + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \log_y x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{y}} \text{ یا } x^2 y = 1 \\ t = \log_y x = -2 \Rightarrow x = \frac{1}{y^2} \text{ یا } xy^2 = 1 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۹

$$\log(x) = \begin{cases} 1 - x^2 \geq 0 \\ -1 - x^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x < -1 \text{ و } x > 1 \end{cases}$$

این تابع در نقاط $x = \pm 1$ ناپیوسته است.

$$\text{gof}(x) = \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

این تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته است.

$$f(x) = 2\sqrt{-x^2 - x + 2} \Rightarrow -x^2 - x + 2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0$$

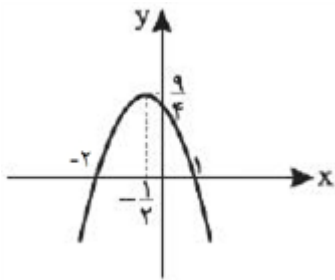
$$\Rightarrow (x+2)(x-1) \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -2 \leq x \leq 1$$

دامنه تابع f ، بازه $[-2, 1]$ است و برد آن نیز به صورت زیر به دست می آید:

$$y = -x^2 - x + 2$$

$$y_{\max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1-1}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{برد تابع درجه دوم با توجه به دامنه} = \left[0, \frac{1}{2}\right] \Rightarrow 0 \leq -x^2 - x + 2 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq \sqrt{-x^2 - x + 2} \leq \frac{1}{2}$$



حل با فرض $\sqrt{-x^2 - x + 2} = t$ خواهیم داشت:

$$0 \leq t \leq \frac{1}{2}$$

در این صورت برد تابع $f(t) = 2^t$ مورد نظر است به طوری که $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$ باشد یعنی داریم:

$$0 \leq t \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2^0 \leq 2^t \leq 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 1 \leq 2^t \leq \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 1 \leq 2^t \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow R_f = [1, 2\sqrt{2}] \Rightarrow [a, b] = [1, 2\sqrt{2}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 9$$

$$a_v = 10 \Rightarrow a_1 + 6d = 10$$

$$S_{13} = \frac{13}{2}(2a_1 + 12d) = \frac{13}{2}(2(a_1 + 6d)) = 13 \times 10 = 130$$

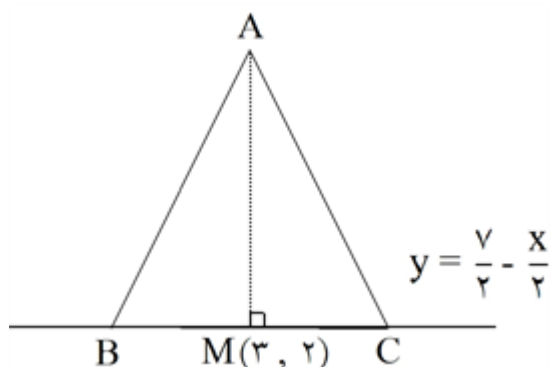
$$1) \log_2 a = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$2) \log_2 b = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} \Rightarrow \log_2 b = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \log_2 a \times \log_2 b = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_2 a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_{2a} b = \frac{1}{\log_2 a} = \frac{1}{\log_2 b + \log_2 a} = \frac{1}{\frac{5}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{4}{9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی الساقین میانه بر قاعده عمود است. (میانه = ارتفاع)



$$m_{AM} = \frac{-1}{m_{BC}} \Rightarrow m_{AM} = 2$$

$$AM : y - 2 = 2(x - 3)$$

$$AM : y = 2x - 4$$

$$\Rightarrow A(x_1, 2x_1 - 4) \Rightarrow AM = 5\sqrt{5} \Rightarrow (x_1 - 3)^2 + (2x_1 - 4 - 2)^2 = 125$$

$$\Rightarrow (x_1 - 3)^2 + 4(x_1 - 3)^2 = 125$$

$$5(x_1 - 3)^2 = 125 \Rightarrow (x_1 - 3)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 3 = 5 \Rightarrow x_1 = 8 \\ x_1 - 3 = -5 \Rightarrow x_1 = -2 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر ارتفاع مثلث h و شعاع دایره محیطی R و شعاع دایره محاطی داخلی r باشد، در مثلث

متساوی الاضلاع داریم:

$$\frac{r}{1} = \frac{R}{2} = \frac{h}{3}$$

با توجه به ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\frac{r}{1} = \frac{R}{2} = \frac{h}{3} = \frac{r+R}{1+2}$$

بنابراین $h = 3$

می‌دانیم در مثلث متساوی الاضلاع با طول ضلع a ارتفاع و مساحت از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a, S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$3 = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = \frac{2 \times 3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(2\sqrt{3} \right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 3 = 3\sqrt{3}$$

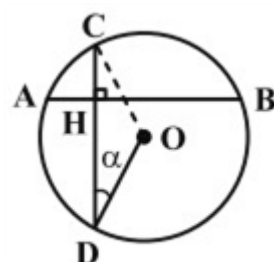
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از مرکز دایره به C وصل می‌کنیم. آن‌گاه داریم $OD = OC$ ، پس $\widehat{ODC} = \widehat{DCO} = \alpha$ و در

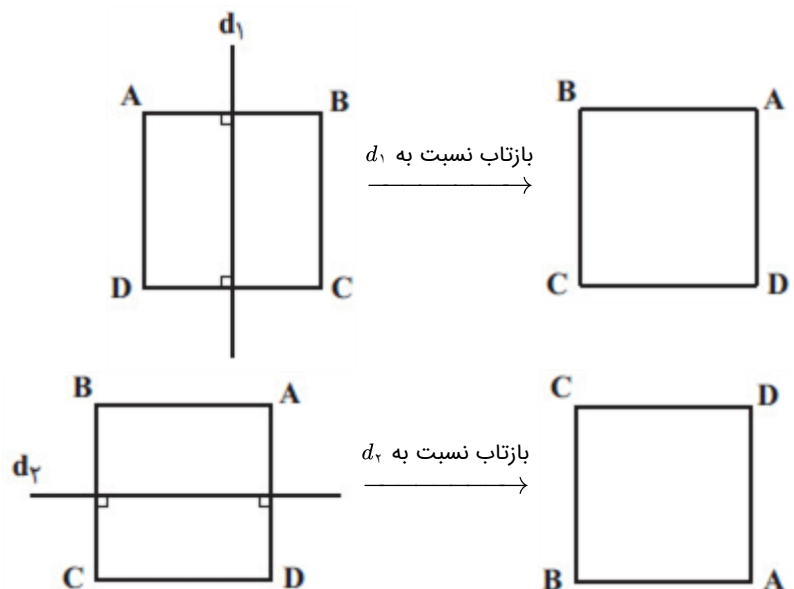
نتیجه $\widehat{DOC} = 180^\circ - 2\alpha$

از طرفی $\widehat{DOC}$ زاویه مرکزی روبه‌رو به کمان $\widehat{DAC}$ است، پس $\widehat{DOC} = \widehat{DAC}$ ، یعنی $\widehat{AC} + \widehat{AD} = 180^\circ - 2\alpha$

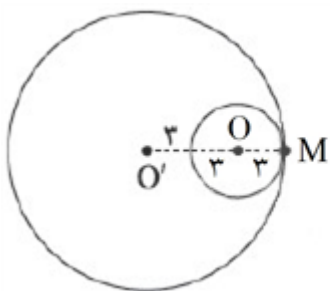
$$\widehat{H} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{AD} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow (\widehat{BC} + \widehat{AD}) - (\widehat{AC} + \widehat{AD}) = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha \Rightarrow \widehat{BC} - \widehat{AC} = 2\alpha$$





بنابراین بعد از دو بازتاب، نقطه B جایگزین نقطه D در شکل اولیه می شود.

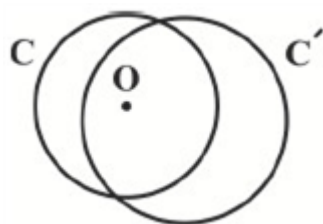


$$\overrightarrow{O'M} = 3\overrightarrow{OM} = 3 \times 3 = 9$$

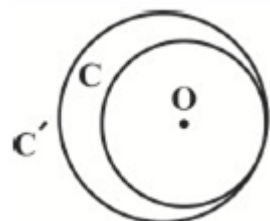
$$R' = 3(3) = 9$$

با توجه به داده های مسئله و شکل متوجه می شویم که دو دایره مماس داخل هستند، پس:

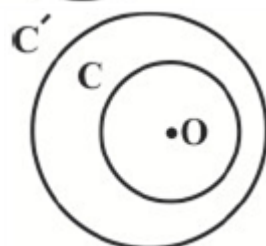
$$OO' = R' - R = 9 - 3 = 6$$



(الف) متقاطع: دو دایره دو نقطه ی مشترک دارند.



(ب) مماس داخل: دو دایره یک نقطه ی مشترک دارند.



(پ) متداخل: دو دایره نقطه ی مشترک ندارند.

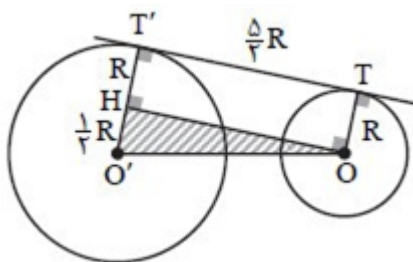
۱۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین ارتفاع بر کوچک‌ترین ضلع وارد می‌شود، پس اندازه‌ی ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۵ را باید پیدا کنیم.

ابتدا مساحت مثلث را به کمک رابطه‌ی هرون به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{9 + 9 + 5}{2} = 10$$

$$= \sqrt{10 \times 1 \times 2 \times 5} = \sqrt{10 \times 10 \times 2} = 10\sqrt{2}$$

۲۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به مفروضات مسئله شکل را رسم کرده، سپس به شرح زیر داریم:



بنابراین نتیجه می گیریم:

۲۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. احتمال فضای نمونه برابر یک است، پس با توجه به فرض سؤال داریم:

$$P(\{a, d\}) = \mathfrak{r}P(a) \Rightarrow P(a) + P(d) = \mathfrak{r}P(a) \Rightarrow P(d) = \mathfrak{v}P(a)$$

$$P(\{a,b,c\}) + P(d) = 1 \Rightarrow \mathfrak{P}P(a) + \mathfrak{P}P(a) = 1 \Rightarrow \mathfrak{P}P(a) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{\mathfrak{P}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱: به ازای $x = ۱$ ، رابطه‌ی $x^۲ < ۲x$ برقرار است و در نتیجه گزاره‌ی سوری درست است.

بنابراین رابطه‌ی $x \geq x^2$ به ازای تمام اعداد صحیح برقرار بوده و گزاره‌ی سوری نیز درست است.

گزینه‌ی ۴: به ازای $x = ۰$ ، رابطه‌ی $x > -x$ برقرار نیست و در نتیجه گزاره‌ی سوریه نادرست است.

۲۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به طور کلی هر مجموعه‌ای سه عضوی دارای ۵ افزاز است که چهارتای آن‌ها حداقل دو عضوی‌اند:

$X_1 = \{\{0\}, \{1\}, \{2\}\}$ افراز سه عضوی ✓

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول ارزش گذاری گزاره‌ها داریم:

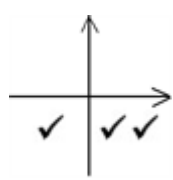
p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \vee q$	$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

پس گزاره‌ی $(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$ هم‌ارز گزاره‌ی p است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} n(S) = \binom{12}{5} = 792 \\ n(A) = \binom{5}{3} \binom{7}{2} = 210 \end{cases} : P(A) = \frac{210}{792} = \frac{35}{132}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\cot \alpha = \frac{-\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{-|\sin \alpha|} \Rightarrow |\sin \alpha| = -\sin \alpha$$

$$\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha}{|\cos \alpha|} \Rightarrow \frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|} \Rightarrow \cos \alpha > 0$$

$\cos \alpha = |\cos \alpha|$

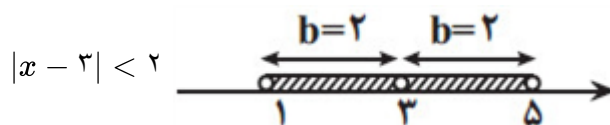
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولین گام در حل چنین نامعادلاتی بررسی و تعیین دامنه است. اولاً بخاطر رادیکال صورت $x \geq 0$ و ثانیاً:

$$-x^2 + 6x - 5 > 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) < 0 \Rightarrow 1 < x < 5$$

پس اشتراک دو شرط، بازه $(1, 5)$ که همان جواب نامعادله است.

$|x|$ یعنی فاصله x از مبدأ. پس $|x - a|$ یعنی فاصله x تا a .

اگر بخواهیم بازه‌ی بازی به مرکز a و شعاع b را مشخص کنیم داریم: $|x - a| < b$ در بازه $(1, 5)$ مرکز بازه $a = 3$ و شعاع بازه $b = 2$ است.



پس داریم:

۲۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به دامنه و برد تابع، نمودار آن به صورت مقابل می باشد:

این نمودار بخشی از خطی است که از نقاط $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ می گذرد.

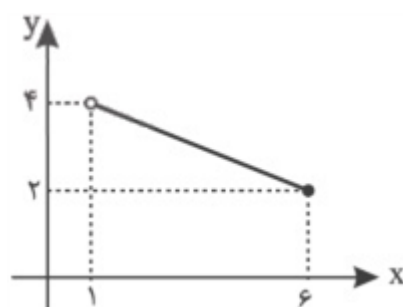
معادله ی خط:

$$\left. \begin{aligned} y = ax + b &\xrightarrow{\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}} 4 = a + b \\ y = ax + b &\xrightarrow{\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}} 2 = 6a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{5}$$

$$4 = a + b \Rightarrow 4 = -\frac{2}{5} + b \Rightarrow b = \frac{22}{5}$$

ضابطه ی تابع f به صورت زیر خواهد بود: (با توجه به دامنه)

$$y = -\frac{2}{5}x + \frac{22}{5} \quad 1 < x \leq 6$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۹

$$1 - 3n^2 = -2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$n = 1 \Rightarrow f = \{(7, -2), (1, -1), (2, 1), (7, -2), (1, 2)\} \times$$

$$n = -\frac{1}{3} \Rightarrow f = \left\{ \left(7, \frac{2}{3} \right), (1, -1), \left(2, -\frac{1}{3} \right), \left(7, \frac{2}{3} \right), (-3, 2) \right\} \Rightarrow f(2) = -\frac{1}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۰

کافی است نامعادله زیر برقرار باشد:

$$-20 < 3a + 2 \leq -10 \Rightarrow -22 < 3a \leq -12$$

$$\Rightarrow -\frac{22}{3} < a \leq -4 \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a = -7, -6, -5, -4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۱

$$17, 0, 0, 0, 0, 0, 53$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$a_1 \qquad \qquad \qquad a_7$$

$$a_7 = 53 \Rightarrow a_1 + 6d = 53 \Rightarrow 17 + 6d = 53 \Rightarrow 6d = 36 \Rightarrow d = 6$$

$$\begin{array}{ccccccc} 17 & 23 & 29 & 35 & 41 & 47 & 53 \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \\ \text{جمله سوم} & & & & \text{جمله چهارم} & & \end{array}$$

$$17, 23, 29, 35, 41, 47, 53 \Rightarrow 29 + 35 = 64$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها دو تابع خطی می توان با دامنه ی $[0, 1]$ و برد $[1, 2]$ نوشت به این صورت که یکی از دو نقطه ی

$A(0, -1)$ و $B(1, 2)$ و دیگری از دو نقطه ی $A'(0, 2)$ و $B'(1, 1)$ بگذرد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$n(S) = 9 \times 10 \times 10 \times 10$$

$$n(A) = 9 \times 9 \times 8 \times 7$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\cancel{9} \times 9 \times 8 \times 7}{\cancel{9} \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{9 \times 7}{5 \times 5 \times 5} = \frac{63}{125}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عدد مورد نظر از ۴ تا ۸ اعداد ۰، ۲، ۴، ۶ و ۸ تشکیل شده است. ۳۵

$$\frac{4}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} = 96$$

یکی از ۲ تا
یکی از ۳ تا
یکی از ۴ تا
یکی از اعداد ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸

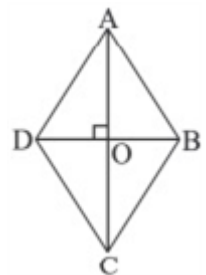
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۶

محیط شکل حاصل از وصل کردن متوالی وسط های اضلاع یک چهارضلعی، برابر مجموع قطرهای آن است.

$$\left. \begin{array}{l} AC + BD = 20 \\ S_{\text{لوزی}} = \frac{1}{2} AC \times BD = 32 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{با فرض } AC > BD} AC = 16, BD = 4$$

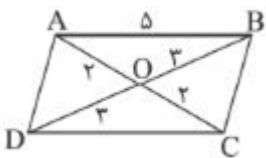
طبق قضیه فیثاغورس در $\triangle AOB$ ، داریم:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = \left(\frac{16}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 64 + 4 = 68 \Rightarrow AB = 2\sqrt{17}$$

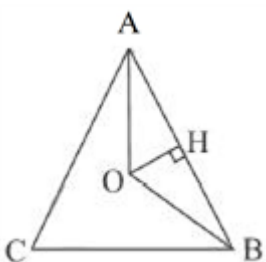


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۷

با توجه به شکل زیر، مثلث OAB تشکیل نمی شود چون $5 \neq 2 + 3$ ، پس متوازی الاضلاع ذکر شده در گزینه (۲) قابل رسم نیست.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۸



نقطه تلاقی عمودمنصف های اضلاع هر مثلث از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس اگر O نقطه تلاقی عمودمنصف های مثلث متساوی الساقین ABC باشد، آن گاه $OA = OB = OC = 5$ است.

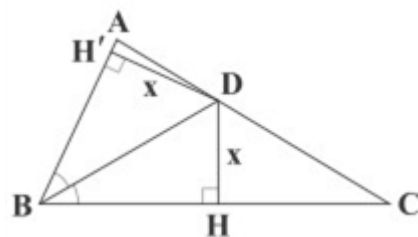
فاصله O از ضلع AB برابر با طول عمود OH است. مسلماً QH عمودمنصف AB است پس $AH = BH = \frac{AB}{2} = 3$ است.

$$\frac{OA}{AH} = \frac{OA}{AH} = \frac{OH}{AH} \Rightarrow \frac{OA}{AH} = \frac{OH}{AH} \Rightarrow OA = OH$$

$$\Rightarrow OH = 16 \Rightarrow OH = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳۹



$$\widehat{B} \text{ نیمساز } BD \Rightarrow DH = DH' = x$$

$$\begin{cases} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} DH' \times AB = \frac{1}{2} x \times AB \\ S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} x \times AB + \frac{1}{2} x \times BC = \frac{1}{2} x (AB + BC) \end{cases}$$

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} x (AB)}{\frac{1}{2} x (AB + BC)} = \frac{AB}{AB + BC} \stackrel{BC = \frac{2}{3} AB}{=} \frac{AB}{AB + \frac{2}{3} AB} = \frac{AB}{\frac{5}{3} AB} = \frac{3}{5}$$

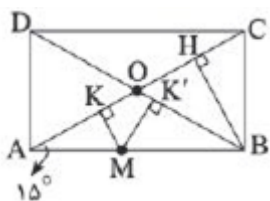
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم:

۴۰

(۱) قطره‌های مستطیل برابر و منصف یکدیگر هستند.

(۲) در مثلث قائم‌الزاویه که زاویه 15° دارد، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{2}$ وتر است.

(۳) مجموع فاصله‌های هر نقطه دل خواه روی قاعده مثلث متساوی‌الساقین، از ساق‌ها برابر ارتفاع وارد بر ساق است.



$$OA = OB \Rightarrow \triangle AOB \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow AB \text{ قاعده } M$$

$$\begin{cases} \Rightarrow MK + MK' = BH \\ MK + MK' = 5 + 7 = 12 \end{cases} \Rightarrow BH = 12$$

$$\triangle ABC (B = 90^\circ), \angle CAB = 15^\circ \Rightarrow \begin{cases} BH = \frac{AC}{4} \\ BH = 12 \end{cases} \Rightarrow AC = 48$$

$$S_{ABCD} = 2 S_{\triangle ABC} = 2 \times \frac{48 \times 12}{2} = 576$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۱

$$\text{بار منتقل شده} = -ne = -(2/5 \times 10^{13})(1/6 \times 10^{-19} C) = -4 \mu C$$

$$q'_A = q_A - (-4 \mu C) = q_A + 4 \mu C = 3 q_A \Rightarrow q_A = 2 \mu C$$

$$q_A + q_B = 10 \mu C \Rightarrow q_B = 8 \mu C$$

$$q'_B = 8 \mu C + (-4 \mu C) = 4 \mu C$$

پس بعد از انتقال الکترون‌ها، بار کره B نصف شده، پس ۵۰٪ کاهش یافته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بزرگی میدان مغناطیسی را در لحظه‌های $t = 2s$ و $t = 4s$ محاسبه می‌کنیم:

۴۲

$$\begin{cases} t = 2s \Rightarrow B_1 = 4 + 6 - 1 = 9T \\ t = 4s \Rightarrow B_2 = 16 + 12 - 1 = 27T \end{cases}$$

$$I_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T I dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{N \Delta \Phi}{R} dt = \frac{N \Delta \Phi}{R T} = \frac{N A \cos \theta}{R} \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right) \Rightarrow I_{av} = \frac{100 \times 10 \times 10^{-6}}{10} \times \left(\frac{27 - 9}{2} \right) = 4/5 A$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا شار مغناطیسی بیشینه را به دست می‌آوریم، سپس با استفاده از رابطه شار و جریان در مولد جریان متناوب داریم:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_m \cos \frac{\pi}{T} t \sin \theta + \cos \theta \Rightarrow \left(\frac{\phi}{\phi_m} \right)^2 + \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 = 1 \\ I &= I_m \sin \frac{\pi}{T} t \\ \phi_m &= AB \frac{\pi = \pi, R = 4 \cdot \text{cm} = 0.04 \text{ m}}{B = 0.5 T} \Rightarrow \phi_m = 3 \times 0.04 \times 0.04 \times 0.5 = 24 \times 10^{-6} \text{ Wb} \\ &= 24 \cdot \text{mWb} \frac{\left(\frac{\phi}{\phi_m} \right)^2 + \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 = 1}{\phi = 80 \cdot \text{mWb}} \Rightarrow \left(\frac{80}{240} \right)^2 + \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 = 1 \\ \Rightarrow \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 &= \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{I}{I_m} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شار مغناطیسی عبوری از یک قاب از رابطه $\phi = AB \cos(\theta)$ به دست می‌آید. چون قاب با سرعت ثابت $10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ حرکت می‌کند، در هر ثانیه ۱۰ سانتی‌متر از طول قاب وارد میدان می‌شود که طبق رابطه $\Delta \phi = \Delta AB \cos(\theta)$ تغییر شار مغناطیسی در هر ثانیه برابر است با:

$$\Delta \phi = 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 0.5 T \times \cos(0) = 0.1 \text{ Wb}$$

پس در ۶ ثانیه تمام قاب وارد میدان می‌شود و شار مغناطیسی بیشینه و برابر با 0.6 Wb می‌شود و چون طول میدان برابر با ۸۰ سانتی‌متر است قاب می‌توان ۲۰ سانتی‌متر درون میدان حرکت کند (۲ ثانیه) که شار عبوری از آن بیشینه و برابر با 0.6 Wb است و پس از آن از میدان به طور یکنواخت تا انتها خارج می‌شود. (درستی نمودار الف)

نیروی محرکه القایی از رابطه $\varepsilon = - \frac{N \Delta \phi}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود. در بازه صفر تا ۶ ثانیه، قاب به طور یکنواخت وارد میدان شده پس نیروی محرکه القایی در آن ثابت و برابر با $\varepsilon = - \frac{0.6 \text{ Wb}}{6 \text{ s}} = -0.1 \text{ V}$ است.

در بازه ۶ ثانیه تا ۸ ثانیه تغییر شار مغناطیسی نداریم پس نیروی محرکه القایی برابر با صفر است. در بازه ۸ تا ۱۴ قاب به طور یکنواخت از میدان خارج شده است پس نیروی محرکه القایی در آن ثابت و برابر با $\varepsilon = - \frac{(-0.6 \text{ Wb})}{6 \text{ s}} = +0.1 \text{ V}$ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه قضیه کار - انرژی جنبشی، تنها کار انجام شده کار نیروی میدان الکتریکی است، پس می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} W_t &= W_E = K_2 - K_1 \Rightarrow E |q| d = K_2 - K_1 \Rightarrow E \times 12 \times 10^{-6} \times 0.1 \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times 12^2 \Rightarrow E = 120 \frac{N}{C} \\ E &= \frac{V}{d} \Rightarrow 120 = \frac{V}{0.1} \Rightarrow V = 12 \text{ V} \end{aligned}$$

حال انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (12)^2 = 360 \times 10^{-6} \text{ J} = 360 \mu\text{J}$$

برای اینکه انرژی $360 \mu\text{J}$ در خازن ذخیره شود باتری باید ۲ برابر این مقدار کار روی بار انجام دهد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. V, B الزاماً عمود نیستند. همچنین سایر موارد با توجه به متن کتاب رد می‌شوند.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{2 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-9}} = 10^5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بار منفی Δu افزایش $\leftarrow$ به سمت منفی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مقاومت معادل و سپس جریان کل مدار را به دست می‌آوریم.

$$R_{3,4} = R_{1,2} = \frac{2 \times 4}{2 + 4} = \frac{4}{3} \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{\frac{8}{3} + \frac{1}{3}} = 8 A$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 و همچنین مقاومت‌های R_3 و R_4 با یکدیگر موازی بوده و در نتیجه جریان گذرنده از آن‌ها به نسبت عکس مقاومت‌های آنها است، از طرفی مجموع جریان‌های عبوری از آن‌ها نیز $8 A$ است، پس:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{4}{2 + 4} \times 8 \Rightarrow I_1 = \frac{16}{3} A$$

$$I_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} I = \frac{2}{4 + 2} \times 8 \Rightarrow I_2 = \frac{8}{3} A$$

$$I_1 = I' + I_2 \Rightarrow \frac{16}{3} = I' + \frac{8}{3} \Rightarrow I' = \frac{8}{3} A$$

حال اگر قاعده انشعاب را در گره O بنویسیم، داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بر هم عمودند، بنابراین ابتدا اندازه‌ی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$B = \sqrt{(\cdot/4)^2 + (\cdot/8)^2} = 1 T$$

شار مغناطیسی عبوری از حلقه برابر است با:

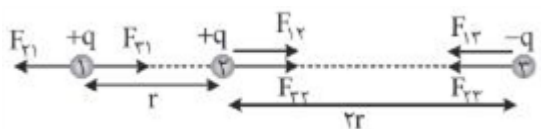
$$A = 8 \times 10 = 80 \text{ cm}^2 = 80 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Phi = BA \cos \theta \Rightarrow \Phi = 1 \times 80 \times 10^{-4} \times \cos 0^\circ = 8 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \Phi = 8 \times 10^{-3} \times 10^3 = 8 \text{ mWb}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا نیروی خالص وارد بر هر یک از بارها را مشخص می‌کنیم. $\left(\frac{Kq^2}{r^2} = F \right)$ (و بارها را از راست به چپ شماره‌گذاری می‌کنیم).



$$\left. \begin{aligned} F_{13} = F_{31} = \frac{Kq^2}{9r^2} = \frac{F}{9} \\ F_{12} = F_{21} = \frac{Kq^2}{r^2} = F \\ F_{23} = F_{32} = \frac{Kq^2}{4r^2} = \frac{F}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} F_{\text{net},1} &= F - \frac{F}{9} = \frac{8F}{9} \\ F_{\text{net},2} &= F + \frac{F}{4} = \frac{5F}{4} \\ F_{\text{net},3} &= \frac{F}{9} + \frac{F}{4} = \frac{13F}{36} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{F_{\text{max}}}{F_{\text{min}}} = \frac{\frac{5F}{4}}{\frac{13F}{36}} = \frac{45}{13}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تراکم بارهای در کره‌ی بزرگ‌تر، بیشتر است، بنابراین دفعه‌ی بارهای منفی در کره‌ی بزرگ‌تر، بیشتر بوده و بار الکتریکی منفی از کره‌ی بزرگ‌تر به کره‌ی کوچک‌تر منتقل می‌شوند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با کاهش مقاومت متغیر R_2 ، مقاومت معادل مدار کاهش یافته و جریان عبوری از مولد افزایش می‌یابد.

$$V = \varepsilon - I(r + R_2)$$

بنابراین، ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد برابر است با:

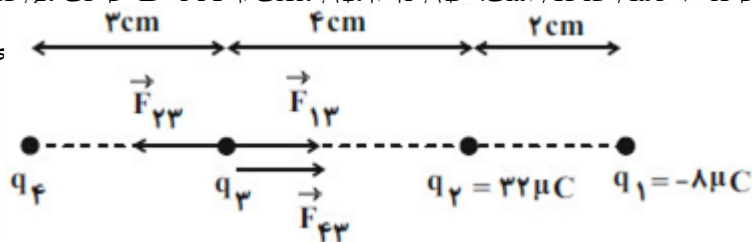
با افزایش L ، عددی که ولت سنج ایده‌آل نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد.

اگر عددی که ولت سنج ایده‌آل نشان می‌دهد کاهش یابد یعنی اختلاف پتانسیل در دو رله متناوب B کاهش یافته است پس جریان

عمودی از پانچ کاهش می‌یابد. فرض می‌کنیم بار q_4 مثبت است؛ اگر نشان صورتی مطابق شکل زیر و طبق رابطه‌ی مقایسه‌ای نیروی

الکتریکی بین دو ذره‌ی باردار داریم؛ آن‌ها، مثلاً: A به B حرکت می‌کند. بنابراین در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده

ی آن افزایش می‌یابد.



$$\frac{F_{42}}{F_{13}} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_{13}}{r_{42}} \right)^2 \Rightarrow \frac{F_{42}}{F_{13}} = 4 \times \left(\frac{4}{4} \right)^2 = 4$$

پس برای این که بار q_3 در حال تعادل قرار گیرد، باید جهت نیروی $\vec{F}_{42}$ به سمت راست (به سمت نیروی کوچک‌تر) بوده و اندازه‌ی آن ۸ برابر F_{13} باشد. بنابراین علامت بار q_4 مثبت است و اندازه‌ی آن با استفاده از رابطه‌ی مقایسه‌ای کولن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{F_{42}}{F_{13}} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_{13}}{r_{42}} \right)^2 \Rightarrow 8 = \frac{|q_4|}{8} \times \left(\frac{4}{4} \right)^2 \Rightarrow |q_4| = 16 \mu C \Rightarrow q_4 = 16 \mu C$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در صورتی که میدان یکنواخت باشد، چون در جابه‌جایی از B تا C نسبت به B تا A ، جابه‌جایی یکسان ولی بار دو برابر شده، پس تغییرات انرژی پتانسیل ۱۰۰ μJ می‌شود، اما با توجه به شکل، میدان در فاصله BC ضعیف‌تر از فاصله BA است، پس تغییرات انرژی پتانسیل باید کمتر از ۱۰۰ μJ باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 6 N$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جهت مثبت محور z ها است.

$$\begin{cases} \vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \\ \vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} = q(V_x B_y - V_y B_x) \vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 2 \times 10^{-6} (2000 \times 2 - (-1000 \times 1) \times 10^{-6}) \vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 10^{-6} N = 0.001 \text{ mN}$$

از آنجایی که $\vec{F}$ مثبت به دست آمد جهت آن در جهت مثبت محور z ها است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قاعده فارادی تغییرات شار مغناطیسی نیروی محرکه‌ی القایی ایجاد می‌کند. دقت کنیم که $\frac{1}{10}$

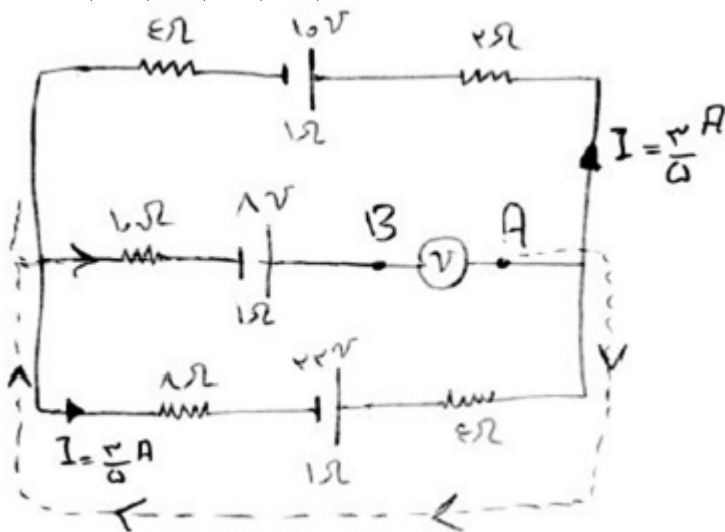
ثانیه دوم بین $\frac{1}{10}$ تا $\frac{2}{10}$ است.

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = -(1000) \frac{\varphi_{t=\frac{2}{10}} - \varphi_{t=\frac{1}{10}}}{\left(\frac{1}{10} \right) - \left(\frac{1}{10} \right)} = \frac{\left(\frac{4}{100} - 4 \frac{2}{10} \right) - \left(\frac{1}{100} - 4 \frac{1}{10} \right)}{\left(\frac{1}{10} \right) - \left(\frac{1}{10} \right)}$$

$$-1000 \left[\left(-\frac{4}{100} \right) - \left(-\frac{39}{100} \right) \right] \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{10^3 \times 37 \times 10^{-3}}{(1)} = 37 \times 10^3 \text{ V}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از شاخه‌ی وسط به دلیل وجود ولت‌متر، جریانی عبور نمی‌کند. $\bar{I}_{\text{القایی}} = \frac{\bar{\varepsilon}_{\text{القایی}}}{R} = \frac{37 \times 10}{74} = 50 \text{ A}$

$$I = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \text{ A}$$



$$V_A + 4 \times \frac{3}{5} + 1 \times \frac{3}{5} - 22 + 8 \times \frac{3}{5} + 8 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = 6/2 \text{ V}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۶۰

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} 0/0.2 = k \frac{q^2}{r^2} \\ 0/0.3 = k \frac{q(q+2)}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{q^2}{q(q+2)} \Rightarrow 2q + 4 = 3q \Rightarrow q = 4 \mu\text{C}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که آهنگ شارش برابر مقدار حجم مایع عبوری به زمان عبور است و با توجه به مقدار داده شده ۶۱

$0/9 \frac{m^3}{min}$ یعنی در هر دقیقه، $0/9$ متر مکعب آب منتقل می‌شود. پس با فرمول چگالی جرم آب را به دست

$$\rho = 1 \frac{g}{cm^3} = 1000 \frac{kg}{m^3} \quad \text{می‌آوریم:}$$

$$V_{\text{آب}} = 0/9 m^3 \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 0/9 \times 1000 = 900 \text{ kg}$$

توان مفید یا خروجی برای پمپ آب را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{mgh}{t} \xrightarrow[h=5+7=12m]{t=60s} P_{\text{خروجی}} = \frac{900 \times 10 \times 12}{60} = 1800 \text{ W}$$

فرمول بازده را نوشته و توان ورودی پمپ را به دست می‌آوریم و آن را به اسب بخار تبدیل می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow \frac{60}{100} = \frac{1800}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 3000 \text{ W} \div 750 = 4 \text{ hp}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از قانون پایستگی انرژی در رفت و برگشت جسم داریم:

$$W_{f_D} = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

اگر سطح زمین را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، $U_1 = U_2 = 0$ خواهد شد.

$$W_{f_D} = K_2 - K_1 \quad (I)$$

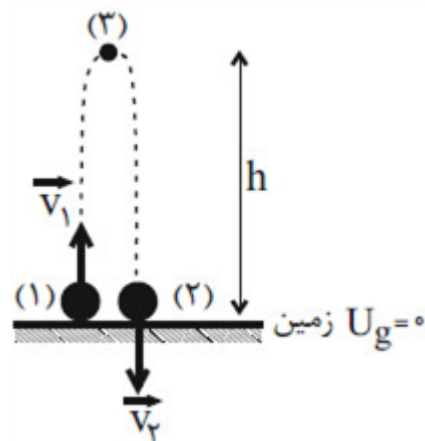
اکنون قانون پایستگی انرژی را فقط در مسیر رفت در نظر می‌گیریم:

$$W'_{f_D} = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\frac{U_1 = 0, W'_{f_D} = \frac{1}{2} W_{f_D}}{K_2 = 0} \rightarrow \frac{1}{2} W_{f_D} = U_2 - K_1$$

$$\xrightarrow{(I)} \frac{1}{2} U_2 = K_2 + K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} (mgh) = \frac{1}{2} m \left(v_2^2 + v_1^2 \right) \xrightarrow[v_2 = \frac{v}{2}]{v_1 = \frac{11}{2} \frac{m}{s}} \frac{1}{2} \times 10 \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{49}{2} + \frac{121}{2} \right) \Rightarrow 160h = 170 \Rightarrow h = \frac{17}{16} m$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا با یک تناسب ساده از روی نمودار تغییرات دما را در مدت ۱ دقیقه محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{80^\circ C}{56 \text{ دقیقه}} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{80}{56} = \frac{10}{7} C$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 100 = 0.5 \times c \times \frac{10}{7} \Rightarrow 100 = \frac{5}{7} c \Rightarrow c = 140 \frac{J}{kg \cdot K}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر ۲۰٪ از انرژی گرمایی گرمکن تلف شود، بازده این گرمکن ۸۰٪ بوده است. پس برای گرمای تولیدی

$$Q = Ra \cdot P \cdot t = \frac{80}{100} \times 500 \times 105 = 42000 J \quad \text{آن داریم:}$$

حال باید حساب کنیم با دریافت این مقدار گرما دمای نهایی آب چند درجه خواهد شد.

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1) \Rightarrow 42000 = 2 \times 4200(\theta_2 - 0) \Rightarrow \theta_2 = 5^\circ C$$

با توجه به رفتار استثنایی آب از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ خواهیم داشت:

$$0^\circ C \xrightarrow{\text{چگالی افزایش می یابد}} 4^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{\text{چگالی کاهش می یابد}} 5^\circ C \text{ آب}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1080 \frac{L}{h} \times \frac{1h}{3600s} \times \frac{1m^3}{10L} = 3 \times 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

$$A_{\text{آهنگ}} v_{\text{آهنگ}} = A_{\text{ورودی}} v_{\text{ورودی}} \Rightarrow 3 \times 10^{-4} = 30 \times 10^{-4} \times v_{\text{ورودی}} \Rightarrow v_{\text{ورودی}} = \frac{1}{10} \frac{m}{s}$$

$$A_2 = A_3 = A_4 = A$$

$$v_2 = v_3 = v_4 = v \Rightarrow 3.0 \times \frac{1}{10} = 3 Av$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون بازده ماشین A، ۲۳ درصد بیشتر از ماشین B است. داریم:

$$\eta_A = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) \eta_B \Rightarrow \eta_B = \frac{3}{2} \eta_A$$

$$\Rightarrow v \frac{P_{\text{ورودی}}}{P_{\text{خروجی}}} = \frac{1}{\frac{P}{\Delta t} - \frac{1}{\frac{W}{\Delta t}}} \Rightarrow \frac{3}{2} \frac{m}{s} W$$

$$\eta = \frac{P_{\text{ورودی}}}{P} \times 100 \rightarrow \eta = \frac{P_{\text{ورودی}}}{P} \Delta t \times 100$$

$$\xrightarrow{(\cdot)} \frac{W_A}{P_A \Delta t_A} \times 100 = 1/23 \times \frac{W_B}{P_B \Delta t_B} \times 100$$

$$\frac{W_A = W, W_B = \frac{2}{3} W}{\Delta t_A = 5 \text{ min}, P_A = P_B} \rightarrow \frac{W}{5} = 1/23 \times \frac{\frac{2}{3} W}{\Delta t_B}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = 5 \times 1/23 \times \frac{2}{3} = 8/2 \text{ min} \Rightarrow \Delta t_B = 8/2 \times 60 = 492 \text{ s}$$

از طرفی با توجه به رابطه‌ی بازده می‌توان نوشت:

۶۶

۶۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون اول ترمودینامیک، باید مجموع گرمای گرفته شده توسط دستگاه و کار انجام شده

توسط محیط بر روی دستگاه برابر با تغییر انرژی درونی آن باشد؛ حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } Q + W = 150 + 320 = +470 J \neq \Delta U = -470 J$$

$$\text{گزینه ۲: } Q + W = -300 + 250 = -50 J \neq \Delta U = -550 J$$

$$\text{گزینه ۳: } Q + W = 120 - 30 = +90 J = \Delta U = 90 J$$

$$\text{گزینه ۴: } Q + W = -700 - 300 = -1000 J \neq \Delta U = -400 J$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶۸

$$W < 0, \Delta U = 0 \Rightarrow Q > 0$$

در چرخه ساعتگرد:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های پ و ت نادرست‌اند.

۶۹

(پ) الزاماً دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال) از ابزارهای مدرج بیش‌تر نیست.

(ت) در نمادگذاری علمی، هر عدد را به صورت حاصل ضرب عددی بین یک و ده در توان صحیحی از ۱۰ می‌نویسیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کره‌ها هم‌جنس هستند، پس مقدار گرمای ویژه و چگالی آن‌ها برابر است، در نتیجه نسبت جرم کره‌ها

۷۰

برابر با نسبت حجم آن‌ها است، پس:

$$\begin{cases} V_A = \frac{4}{3} \pi (20)^3 - \frac{4}{3} \pi (10)^3 = \frac{4}{3} \pi (8000 - 1000) = \frac{4}{3} \pi \times 7000 \\ V_B = \frac{4}{3} \pi (30)^3 - \frac{4}{3} \pi (20)^3 = \frac{4}{3} \pi (27000 - 8000) = \frac{4}{3} \pi \times 19000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{7}{19} = \frac{m_A}{m_B}$$

با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ داریم:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{7}{19} \times 1 \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{19}{7}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۷۱

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} = 0$$

$$mc(\theta_e - \theta_1) + m'c'(\theta_e - \theta_1') = 0$$

$$\Rightarrow 0/2 \times 4200(12 - 10) + m' \times 400(12 - 82) = 0 \Rightarrow 4 \times 420 - 28000 m' = 0$$

$$\Rightarrow m' = \frac{4 \times 42}{28000} = 0/6 \text{ kg} \Rightarrow m' = 60 \text{ g}$$

۷۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

حجم واقعی - حجم ظاهری = حجم حفره

دقت کنید حجم ظاهری مکعب برابر با تغییر حجم آب (آب سرریز شده) است و حجم واقعی را می توان با استفاده از رابطه ی چگالی

$$V_{\text{ظاهری}} = 30 \text{ cm}^3 \quad \text{محاسبه کرد:}$$

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{150}{6} = 25 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم حفره} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 30 - 25 = 5 \text{ cm}^3$$

۷۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

افزایش فشار وارد بر مایع سبب بالا رفتن نقطه جوش می شود.

افزایش فشار وارد بر جامد معمولاً سبب بالا رفتن نقطه ذوب می شود و در جامداتی مانند یخ، افزایش فشار باعث کاهش نقطه ذوب می شود.

۷۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تنها گزاره «الف» نادرست است زیرا شیشه جامد بی شکل است.

۷۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به دلیل دمیدن، تندی هوا در قسمت بالای نی بیش تر شده و طبق اصل برنولی، فشار هوا در آن ناحیه

کاهش می یابد. در نتیجه به دلیل افت فشار درون لوله، سطح مایع بالا می آید.

۷۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شمار مول های کربن موجود در نمونه پلی اتن سنگین $(-C_2H_4-)_n$ به صورت زیر به دست

$$\text{می آید:} \quad ? \text{ mol } C = 9/8 \times 10^4 \text{ g HDPE} \times \frac{1 \text{ mol HDPE}}{28 \text{ ng HDPE}} \times \frac{2n \text{ mol } C}{1 \text{ mol HDPE}} = 7 \times 10^3 \text{ mol } C$$

هر واحد پلی وینیل کلرید $(-C_2H_2Cl-)_n$ دارای ۳ اتم هیدروژن است. بنابراین مطابق داده های سؤال، شمار واحدهای

پلی وینیل کلرید باید برابر باشد با:

$$\frac{7 \times 10^3}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{شمار واحدهای PVC} = 143 \times 10^3 \quad (\text{شمار واحدهای PVC})$$

$$? \text{ g PVC} = \frac{14}{3} \times 10^3 \times 62/5 = 2/91 \times 10^5 \text{ g PVC}$$

۷۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق داده های سؤال فرمول مولکولی اسید A و الکل B را به ترتیب می توان به صورت $C_nH_{2n}O_2$ و $C_mH_{2m+2}O$ در نظر گرفت.

$$A \text{ اسید} \quad 12n + 2n + 2(16) = 14n + 32$$

$$B \text{ الکل} \quad 12m + 2m + 2 + 16 = 14m + 18$$

$$14n + 32 = 14m + 18 \Rightarrow 14(m - n) = 14 \Rightarrow m - n = 1 \quad \text{اکنون می توان نوشت:}$$

$$2n : \text{شمار اتم های } H \text{ اسید}$$

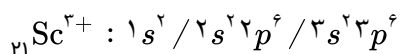
$$\Rightarrow 2m + 2 - 2n = 2(m - n) + 2 = 2(1) + 2 = 4$$

$$2m + 2 : \text{شمار اتم های } H \text{ الکل}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مورد پ نادرست است.

عنصرهای A, B, C و D به ترتیب Sc, Cr, Cu و Zn, ۳ هستند. بررسی موارد:

مورد الف: کاتیون پایدار عنصر اسکاندیم، Sc^{3+} می باشد.



$$\left. \begin{array}{l} (l=1) \text{ تعداد } e^- = 12 \\ (l=0) \text{ تعداد } e^- = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{6} = 2$$

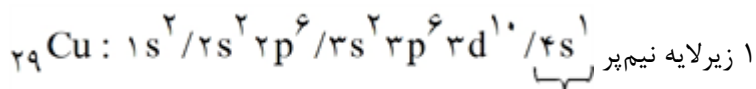
مورد ب: لایه‌ی ظرفیت عنصر Zn ۴ به صورت $3d^{10} 4s^2$ است. مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی این الکترون‌ها برابر است

$$\text{با: } 10(3+2) + 2(4+0) = 58$$

مورد پ: کروم (Cr ۲۴) دارای ۲ اکسید CrO و Cr_2O_3 است. در اکسید Cr_2O_3 شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها برابر با $\frac{2}{3}$

است و آرایش الکترونی یون Cr^{3+} به صورت $3d^3 4s^2 3p^6 / 2s^2 2p^6 / 1s^2$ بوده و در آن ۳ الکترون با $l=2$ وجود دارد.

مورد ت: آرایش الکترونی عنصر Cu ۲۹:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد الف و ب صحیح نمی باشند.

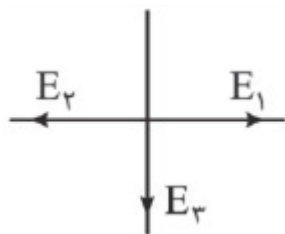
مورد الف: در یک گروه از جدول تناوبی از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می یابد، زیرا تعداد لایه‌های الکترونی بیش تر می شود.

مورد ب: در یک دوره از جدول تناوبی، تغییرات شعاع اتمی در بین فلزات بیش تر از این تغییرات در میان نافلزات است.

مورد پ و ت: هالوژن‌ها در یک گروه قرار داشته و نافلز هستند، در نتیجه با افزایش عدد اتمی و حرکت از بالا به پایین شعاع اتمی

آن‌ها افزایش یافته و واکنش پذیری آن‌ها کاهش می یابد. در نتیجه واکنش پذیرترین هالوژن فلوئور می باشد که در بین هالوژن‌ها،

کمترین شعاع اتمی را داراست.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به بردار میدان الکتریکی داریم:

پس بار q_1 مثبت و بار q_2 مثبت است. حال داریم:

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} \Rightarrow \cancel{1} \times 10^4 = \frac{\cancel{1} \times 10^9 \times q_2}{4 \times 10^{-4}} \Rightarrow q_2 = 4 \times 10^{-9} C = 4 nC$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} \Rightarrow E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-4}} = 9 / 5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_{net_x} = E_1 - E_2 \Rightarrow 4 / 5 \times 10^4 = E_1 - 9 / 5 \times 10^4 \Rightarrow E_1 = 9 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow 9 \times 10^4 = \frac{9 \times 10^9 \times q_1}{16 \times 10^{-4}} \Rightarrow q_1 = 16 \times 10^{-9} C = 16 nC \Rightarrow q_1 = -16 nC$$

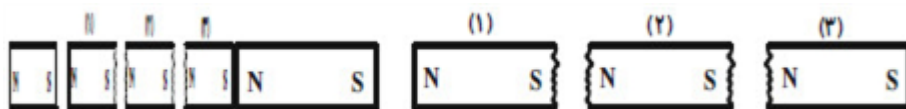
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هنگامی که در فضای بین دو سیم حامل جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی برآیند صفر می شود که:

اولاً: میدان ناشی از دو سیم مخالف جهت یکدیگر باشد.

دوماً: آن نقطه نزدیک سیم با جریان کمتر باشد.

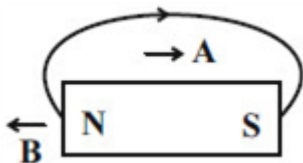
در این شکل در ربع اول میدان ناشی از جریان سیم اول برون سو و میدان ناشی از سیم دوم درون سو پس C یا D جواب است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در القای مغناطیسی فقط خاصیت جذب وجود دارد. پس با توجه به شکل، قطب‌های آهنربای اصلی



مشخص می شود:

عقربه مغناطیسی در جهت خطوط میدان مغناطیسی آهنربای اصلی جهت گیری می کنند، بنابراین گزینه ۲ درست است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجایی که الکترون با بار منفی در خلاف جهت خط‌های میدان پرتاب می شود، بنابراین انرژی پتانسیل

$$\Delta K = -\Delta U$$

الکتریکی آن کاهش یافته و باید انرژی جنبشی الکترون افزایش یابد.

از طرفی با حرکت در خلاف جهت میدان و رفتن به سمت بارهای مثبت، پتانسیل الکتریکی نیز افزایش می یابد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم جریان القایی از فرمول $\bar{I} = \left| -\frac{N}{R} \left(\frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right) \right|$ محاسبه می گردد بنابراین برای مقدار بار

الکتریکی جابه جا شده خواهیم داشت:

$$|\Delta q| = \bar{I} \Delta t = \left| -\frac{N}{R} \left(\frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right) \right| \times \Delta t \Rightarrow |\Delta q| = \frac{N}{R} |\Delta \phi| \xrightarrow{\text{برای تک حلقه}} |\Delta q| = \frac{|\Delta \phi|}{R}$$

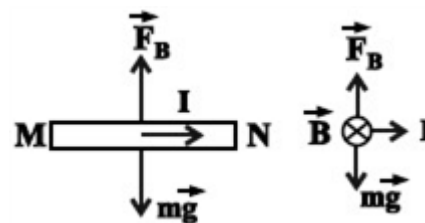
توجه داشته باشید که جریان و مقدار بار الکتریکی هرگز مقداری منفی نخواهد شد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آن که نیروی کشش نخ‌ها صفر شود، باید نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به طرف بالا و برابر با وزن

سیم باشد. با توجه به جهت این نیرو و جهت میدان مغناطیسی، به کمک قاعده دست راست می توان دریافت که جهت جریان سیم

باید از M به N باشد. برای محاسبه جریان گذرا از سیم می توان نوشت:

$$F_B = mg \Rightarrow BIL \sin \theta = mg \Rightarrow 0.1 \times I \times 1 \times \sin 90^\circ = 20 \times 10^{-2} \times 10 \Rightarrow I = 2A$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انرژی مصرفی توسط این وسیله ی برقی در طول یک ماه برابر است با:

$$U = Pt \Rightarrow U = (1kW)(5h) = 5kWh$$

$$\text{بهای برق مصرفی روزانه} = \frac{3000}{30} = 1000 \text{ تومان}$$

بهای برق مصرفی روزانه ی این وسیله ی برقی برابر است با:

$$\text{بنابراین بهای برق مصرفی ساعتی این وسیله ی برقی برابر است با:} \quad \text{تومان} = \frac{1000}{5} = 200$$

بنابراین بهای برق مصرفی ساعتی این وسیله ی برقی برابر است با:

ساعتی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، ابتدا با استفاده از رابطه قانون اهم نسبت مقاومت سیم ها را محاسبه

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_{\text{طلا}}}{R_{\text{نقره}}} = \frac{V_{\text{طلا}}}{V_{\text{نقره}}} \times \frac{I_{\text{نقره}}}{I_{\text{طلا}}} \Rightarrow \frac{R_{\text{طلا}}}{R_{\text{نقره}}} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{2} = \frac{8}{3} (*)$$

می کنیم:

اکنون با استفاده از رابطه مقاومت می توانیم نسبت طول ها را محاسبه کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_{\text{طلا}}}{R_{\text{نقره}}} = \frac{\rho_{\text{طلا}}}{\rho_{\text{نقره}}} \times \frac{L_{\text{طلا}}}{L_{\text{نقره}}} \times \left(\frac{D_{\text{نقره}}}{D_{\text{طلا}}} \right)^2 \xrightarrow{D_{\text{نقره}} = \frac{1}{3} D_{\text{طلا}}} (*)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۸

$$\varepsilon = \left| -N \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \right| \Rightarrow IR = \left| -N \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \right|$$

$$200 \times 10^{-3} \times 20 = 500 \times \left| \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \left| \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \right| = \frac{4}{500} = \frac{8}{1000} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۹

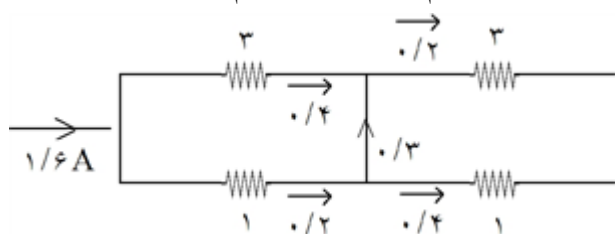
$$\frac{P'}{P} = \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \Rightarrow \frac{P'}{200} = \left(\frac{110}{220} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow P' = 50 \text{ W}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۰

$$\text{کلید باز: } I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow 1/2 = \frac{\varepsilon}{2R} \Rightarrow \varepsilon = 20 + R(*)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۱

$$\text{کلید بسته: } I = \frac{\varepsilon}{\frac{2}{3}R} \xrightarrow{(*)} I = \frac{2/4}{\frac{2}{3}} = 1/6 \text{ A}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در ظرف CO_2 شرایط STP می‌باشد و چون ۵ مول ذره از این گاز وجود دارد، پس

$$b = 5 \times 22/4 = 112 \text{ L}$$

در ظرف H_2 مول و دما برابر با CO_2 است اما فشار دو برابر شده است؛ بنابراین:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 1 \times 112 = 2 \times V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{112}{2} = 56 \text{ L}$$

در ظرف O_2 تعداد مول و فشار گاز با ظرف H_2 برابر است، بنابراین:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{56}{273} = \frac{V_2}{(273 + 273)} \Rightarrow V_2 = 112 \text{ L}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۳

گزینه‌ی «۱»:

$$\Rightarrow (\text{NH}_4)_3\text{PO}_4 \Rightarrow \begin{cases} \text{تعداد عناصر} = 4 \\ \text{تعداد اتم‌ها} = 3 \times (5) + 5 = 20 \end{cases} \Rightarrow \frac{20}{4} = 5$$

گزینه‌ی «۲»: با توجه به وجود پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های H_2O و این که قطبیت H_2O بسیار بیشتر از H_2S است، نقطه‌ی جوش و نیروی بین مولکولی در H_2O نیز بیشتر از H_2S است.

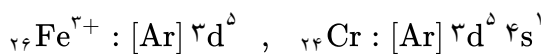
گزینه‌ی «۳»: برخلاف اینکه CO_2 ناقطبی و NO قطبی بوده و انتظار می‌رود در دما و فشار ثابت انحلال‌پذیری NO در آب بیشتر باشد، CO_2 به دلیل واکنش با مولکول‌های آب و جرم مولی بیشتر، در آب انحلال‌پذیری بیشتری نسب به NO دارد.

گزینه‌ی «۴»: فرایند اسمز به صورت طبیعی رخ می‌دهد و نیازی به اعمال فشار نیست و در این فرایند مولکول‌های آب از محیط رقیق به محیط غلیظ جابه‌جا می‌شوند.

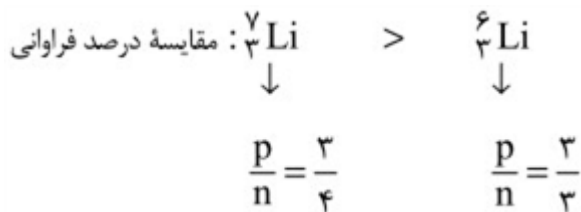
ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی داشته و در خواص فیزیکی وابسته به جرم با یکدیگر تفاوت دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: درست. شمار خطوط هر کدام در محدوده‌ی مرئی برابر ۴ می‌باشد.

گزینه‌ی «۲»: درست.



گزینه‌ی «۳»:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

شمار الکترون‌ها + شمار پروتون‌ها = مجموع ذرات زیراتمی باردار NH_4^+

$$= 7 + 4(1) + 7 + 4(1) - 1 = 21$$

$$\text{NH}_4^+ \text{ ذره باردار } = \frac{21 \text{ mol}}{18 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol NH}_4^+}{1 \text{ mol NH}_4^+} \times \frac{3}{6} \text{ g NH}_4^+ = 3/6 \text{ g NH}_4^+ \text{ ذرات زیراتمی در } 3/6 \text{ گرم}$$

$$= 4/2 \text{ mol ذره باردار}$$

$$C_2H_6 \text{ در } 19/6 \text{ g} = \frac{19/6 \text{ g C}_2\text{H}_6}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{6 \text{ mol اتم}} \times 4/2 \text{ mol اتم} = 19/6 \text{ g C}_2\text{H}_6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱: بار جزئی اتم کربن در CO_2 و اتم اکسیژن در OF_2 ، مثبت است. اتمی که خاصیت نافلزی کمتری دارد بار جزئی مثبت می‌گیرد.

گزینه ۲: مولکول CCl_4 ناقطبی است در حالی که پیوندهای $\text{C} - \text{Cl}$ قطبی هستند.

گزینه ۳: بار جزئی گوگرد در SCO منفی و در SO_2 مثبت است.

گزینه ۴: در ساختار یخ، حلقه‌های شش گوشه وجود دارد که هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و با دو اتم هیدروژن دیگر، با پیوند هیدروژنی مرتبط است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق قانون هنری n برابر شدن فشار انحلال‌پذیری گاز n برابر می‌شود. پس با کاهش فشار از 9 atm

به $4/5 \text{ atm}$ ، انحلال‌پذیری O_2 از $0/04$ به $0/02$ گرم می‌رسد. پس می‌توان جرم O_2 را به صورت مقابل محاسبه

$$\text{کرد: } 500 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{0/02 \text{ g O}_2}{100 \text{ g H}_2\text{O}} = 1 \text{ g O}_2$$

محاسبه جرم KClO_3 :

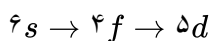
$$1 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} \times \frac{122/5 \text{ g KClO}_3}{1 \text{ mol KClO}_3} \simeq 2/55 \text{ g}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مورد مولکول‌های قطبی عواملی مانند میزان قطبیت مولکول، مقدار نیروهای جاذبه بین ذرات و جرم مولی بر روی نقطه جوش تأثیرگذار هستند. اما در مورد مولکول‌های ناقطبی تنها جرم مولی چنین نقشی را ایفا می‌کند (بنابراین بین آن‌ها یک عامل مشترک (یعنی جرم مولی) وجود دارد).

در گروه هالوژن‌ها، F_2 و Cl_2 در حالت گازی بوده و Br_2 و I_2 به ترتیب مایع و جامد هستند. از آنجا که گشتاور دوقطبی هیدروکربن‌ها برابر با صفر است، استفاده از این پارامتر برای بررسی روند تغییرات نقطه جوش مناسب نیست. نیروی غالب بین مولکول‌های HF، پیوند هیدروژنی و نیروی بین مولکول‌های HBr تنها نیروی وان‌دروالسی است. به همین دلیل نقطه جوش HF که نیروی بین‌مولکولی قوی‌تری دارد، بالاتر است.

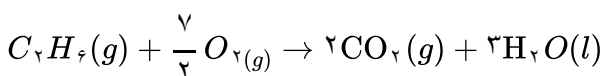
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها با مجموع بار الکتریکی آنیون‌ها برابر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت‌های اول و پنجم درست‌اند. بررسی عبارت‌های نادرست:
عبارت دوم: مطابق قاعده آفبا، ابتدا زیرلایه‌ای که مجموع $n + l$ آن کمتر است، الکترون می‌گیرد و در صورت یکسان بودن $n + l$ برای دو زیرلایه، زیرلایه‌ای که شماره لایه آن n کمتر است، زودتر الکترون می‌گیرد. ترتیب درست:



عبارت سوم: این عبارت فقط برای عناصر گروه ۱۵ جدول تناوبی صدق می‌کند.
عبارت چهارم: اتم عنصرهای گروه ۱۵ تا ۱۷ جدول تناوبی در شرایط مناسب با به دست آوردن الکترون به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله واکنش زیر مربوط به سوختن یک مول اتان در اکسیژن کافی بوده و گرمای مبادله‌شده آن، برابر با آنتالپی سوختن اتان در دمای $25^\circ C$ است:



همان‌طور که می‌بینید به‌ازای مصرف $\frac{4}{5} = \frac{3}{5} + 1$ مول از واکنش‌دهنده‌های گازی شکل، ۲ مول فراورده‌ی گازی شکل تولید می‌شود. بنابراین اگر یک مول از واکنش‌دهنده‌های گازی شکل مصرف شود، شمار مول‌های فراورده‌های گازی شکل (CO_2) برابر خواهد بود با:

$$\frac{2}{4/5} = \frac{4}{9}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق داده‌های سؤال آرایش الکترونی اتم‌های A ، X و D به ترتیب به زیرلایه‌های $3p^3$ ، $3p^2$ و $3p^4$ ختم می‌شود. فرمول ترکیب حاصل از دو عنصر X و E (یا همان P و Cl) می‌تواند به صورت PCl_3 باشد و برای نام‌گذاری آن از پیشوند «تری» استفاده می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} ?H \text{ اتم} &= 9/2 \text{ gHCOOH} \times \frac{1 \text{ mol HCOOH}}{46 \text{ g HCOOH}} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ mol HCOOH}} \times \frac{2 \text{ اتم H}}{1 \text{ مولکول HCOOH}} \\ &\approx 2/40 \times 10^{23} \text{ اتم H} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. درصدها در صد حجمی می‌باشند، پس تفاوت هوای دم و بازدم، $6/5\%$ اکسیژن است:

$$\frac{6/5}{100} \times 10000 \text{ L} = 650 \text{ L}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. طبق اصل آفبا، زیرلایه‌ها به ترتیب سطح انرژی پر می‌شوند و زیرلایه‌ی $4s$ چون سطح انرژی پایین‌تری نسبت به $3d$ دارد، زودتر پر می‌شود. در آرایش الکترونی گزینه‌ی (۲) بعد از تراز $3p$ ، زیرلایه‌ی $3d$ پر شده است، بنابراین این آرایش مربوط به یک اتم خنثی یا یک آنیون نیست و فقط می‌تواند کاتیون باشد زیرا در هنگام شدن ابتدا از $4s$ الکترون کنده شده است و در مورد این عناصر اگر لازم بود به سراغ $3d$ می‌رویم تا از آن الکترون بکنیم (سطح انرژی تراز $4s$ بعد از پر شدن، بالاتر از $3d$ قرار می‌گیرد) برای مثال می‌توان این آرایش را به ^{+}Cu نسبت داد. گزینه‌ی ۱ و ۳ را می‌توان به Na و Al نسبت داد که خنثی هستند و گزینه‌ی ۴ را می‌توان به کاتیون K^{+} نسبت داد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 0$ ریشه مخرج است اما حد جواب دارد پس $x = 0$ ریشه صورت هم هست

$$a + \sqrt{c} = 0 \Rightarrow a = -\sqrt{c}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{bx+c} - \sqrt{c}}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{bx} + \cancel{c} - \cancel{c}}{\cancel{x}(\sqrt{bx+c} + \sqrt{c})} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{c}}{2}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \frac{\sqrt{c}}{2}}{c} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا $t = 2^{-2a}$ را متغیر جدید فرض کرده و a را به دست می آوریم.

$$t^2 + 3t - \frac{13}{16} = 0 \Rightarrow (4t)^2 + 12(4t) - 13 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{4} \\ 4t = -13 \Rightarrow t = -\frac{13}{4} \end{cases}$$

$$2^{-2a} = \frac{1}{4} = 2^{-2} \Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

$t = \frac{1}{4}$ قابل قبول است و a این گونه محاسبه می شود:

با به دست آمدن مقدار a ، معادله لگاریتمی را حل می کنیم:

$$\log_{-x} |x-1| + \log_{-x} 2 = 2 \Rightarrow \log_{-x} 2 |x-1| = 2$$

با توجه شرط مربوط به مبنای لگاریتم، $-x$ مثبت و در نتیجه x منفی خواهد بود.

با منفی شدن $x-1$ نیز، داریم: $|x-1| = 1-x$ و در نتیجه:

$$\log_{-x} 2(1-x) = 2 \Rightarrow x^2 = 2 - 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3} \xrightarrow{x < 0} x = -1 - \sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط از نقطه $(20, 1)$ می گذرد، پس وارون تابع هم از این نقطه می گذرد، در نتیجه تابع f از نقطه

$$\Rightarrow f(1) = a + 8 = 20 \Rightarrow a = 12$$

$(1, 20)$ عبور می کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

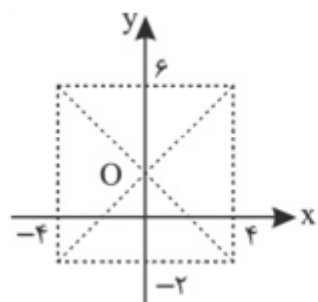
$$|x| = a \xrightarrow{a > 0} x = \pm a \xrightarrow{\text{فاصله از هم}} 2a = \text{طول چهارضلعی}$$

$$y = \frac{a}{2} \pm 4 \xrightarrow{\text{فاصله از هم}} \text{عرض چهارضلعی} = \left| \frac{a}{2} + 4 - \left(\frac{a}{2} - 4 \right) \right| = 4 - (-4) = 8$$

$$\xrightarrow{\text{مربع}} \text{عرض} = \text{طول} \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

پس اضلاع مربع خطوط $x = \pm 4$ و $y = \pm 4$ هستند.

اقطار دارای شیبهای ۱ و -۱ هستند و از مرکز مربع $O(0, 2)$ عبور می کنند. بنابراین معادله خط اقطار مربع به صورت زیر هستند:



$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x + 2 \end{cases}$$

$$2 \sin \left(x + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{v}} \right) = \sin \left(x + \frac{\pi}{14} \right) = k$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به این که $x + \frac{4\pi}{7}$ یا همان $x + \frac{8\pi}{14}$ با $x + \frac{\pi}{14}$ ، $\frac{7\pi}{14}$ یا همان $\frac{\pi}{2}$ اختلاف دارند، می‌توانیم

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{14}\right) = -\sin\left(-x - \frac{\pi}{14}\right) = -\sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{4\pi}{7}\right)\right] = -\cos\left(x + \frac{4\pi}{7}\right)$$

$$= -\left(1 - \sin\left(x + \frac{4\pi}{7}\right)\right)$$

را به شکل زیر بازنویسی کنیم:

$\sin\left(x + \frac{4\pi}{7}\right)$ را $\frac{k}{2}$ گرفته‌ایم، پس باید معادله $\left(\frac{k}{2}\right)^2 - 1 = k$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow \frac{k^2}{4} - 1 = k \Rightarrow k^2 - 4k - 4 = 0 \xrightarrow{-1 < k < 1} k = 1 - \sqrt{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شعاع استوانه را r در نظر می‌گیریم.

