

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{11}{a} - 1 = \frac{11}{2\sqrt{3} - 1} - 1 = \frac{11(2\sqrt{3} + 1)}{(2\sqrt{3})^2 - 1^2} - 1 = \frac{11(2\sqrt{3} + 1)}{11} - 1 = 2\sqrt{3} + 1 - 1 = 2\sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{matrix} & +(-3) \\ \swarrow & \\ 66, & 63, & 60, & \dots \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 66 \\ d = -3 \end{cases}$$

حال باید ببینیم به ازای کدام n ، a_n برابر با صفر است:

$$a_n = 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 0 \Rightarrow 66 + (n-1)(-3) = 0 \Rightarrow 66 - 3n + 3 = 0 \Rightarrow 3n = 69 \\ \Rightarrow n = \frac{69}{3} = 23$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1$ داریم:

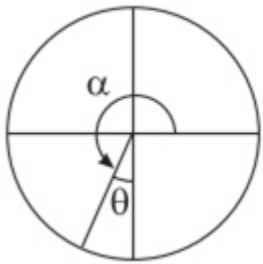
$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + \sqrt{2}) &= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} \\ (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\sqrt{3} + \sqrt{2}} ((\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1})^{\sqrt{3} - \sqrt{2}} & \\ &= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\cancel{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \sqrt{2}} (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\cancel{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \sqrt{3}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2\sqrt{2}} = (5 - 2\sqrt{6})^{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله دارای یک ریشه مضاعف است هرگاه $\Delta = 0$ باشد. بنابراین:

$$\Delta = 4 - 20m = 0 \Rightarrow 20m = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} (2x+1)^2 + x^2 &= 1 \Rightarrow 5x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{5} \\ \Rightarrow A &= \left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \right) \\ \begin{cases} \cos \alpha = -\frac{3}{5} \\ \sin \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases} &\Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin \theta = \frac{3}{10}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_n = an + b \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 14 \\ 7a + b = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$a_{15} + a_{25} = (45 + 5) + (60 + 5) = 115$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا جواب معادله را به روش Δ به دست می‌آوریم، سپس در مقایسه با صورت سؤال a و c را به دست آوریم:

$$\frac{\sqrt{19} - 1}{3} = \frac{-1 + \sqrt{19}}{3} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-2 + \sqrt{19}}{6} = \frac{-2 + \sqrt{4}}{6} = \frac{-2 + \sqrt{4 - 4ac}}{2a} \Rightarrow a = 3$$

$$4 - 12c = 4 \Rightarrow c = -1$$

$$a - c = 3 + 1 = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} \Rightarrow d = \frac{a_{11} - a_7}{11 - 7} = \frac{63 - 91}{4} = \frac{-28}{4} = -7$$

$$a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow 91 = a_1 + 6(-7) \Rightarrow 91 = a_1 - 42$$

$$\Rightarrow 91 + 42 = a_1 \Rightarrow a_1 = 133$$

$$a_{25} = a_1 + 24d = 133 + 24(-7) = 133 - 168 = -35$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$3 \times \frac{(x+2)^2 - 2x}{x^2 - 8} + \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - x^2 - 1}$$

$$= \frac{3(x^2 + 4x + 4 - 2x)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} + \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x(x^2 + 1) - (x^2 + 1)}$$

$$= \frac{3(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} + \frac{(x-1)(x^2 + 1)(x^2 + 1)}{(x-1)(x^2 + 1)} = \frac{3 + (x-2)(x^2 + x + 1)}{x-2}$$

$$= \frac{3 + x^2 + x^2 + x - 2x^2 - 2x - 2}{x-2} = \frac{x^2 - x^2 - x + 1}{x-2}$$

$$= \frac{x^2(x-1) - (x-1)}{x-2} = \frac{(x-1)(x^2 - 1)}{x-2} = \frac{(x-1)^2(x+1)}{x-2}$$

$$d = \frac{b - a}{n + 1} = \frac{12 - 10}{199 + 1} = \frac{2}{200} = 0.01$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{201}{2}(10 + 12) = 2211$$

$$a_{101} = 10 + (101 - 1) \times \frac{1}{100} = 11$$

$$\frac{2211}{11} = 201$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^2} \Rightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{25}{4} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{21}{4}$$

ناحیه چهارم $\rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{2} \Rightarrow \operatorname{Cotg} \alpha = -\frac{2}{\sqrt{21}} = -\frac{2\sqrt{21}}{21}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$0 < a < 1 \Rightarrow \begin{cases} a > a^2 > a^3 > \dots > a^n \\ a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \dots < \sqrt[n]{a} \end{cases}$$

$$a^{-\frac{1}{2}} < a^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}} > \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow a^{-\frac{1}{2}} > a^{-\frac{1}{3}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنا به خاصیت دنباله‌های حسابی داریم: ۱۳

$$2\left(\frac{1}{2}x\right) = (3x - 1) + 3 \Rightarrow x = 3x + 2 \Rightarrow x - 3x = 2 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$$

$$-4, -\frac{1}{2}, 3, 4y + 2, \dots$$

پس دنباله به صورت زیر درمی‌آید:

روش اول: قدرنسبت دنباله را می‌یابیم:

$$d = -\frac{1}{2} - (-4) = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow 4y + 2 = 3 + d = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2} \Rightarrow 4y = \frac{13}{2} - 2 = \frac{9}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{8}$$

روش دوم: دوباره از خاصیت دنباله‌ی حسابی کمک می‌گیریم:

$$2(3) = -\frac{1}{2} + 4y + 2 \Rightarrow 6 = 4y + \frac{3}{2} \Rightarrow 4y = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{8}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. براساس گفته‌ی سؤال: ۱۴

$$a_1 = \frac{1}{4}, a_4 = \frac{16}{27}$$

$$r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n} \Rightarrow r^{4-1} = \frac{\frac{16}{27}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow r^3 = \frac{64}{27} \Rightarrow r = \frac{4}{3}$$

$$c = a_5 = a_4 \times r = \frac{16}{27} \times \frac{4}{3} = \frac{64}{81} \Rightarrow 3\sqrt{c} = 3 \times \sqrt{\frac{64}{81}} = 3 \times \frac{8}{9} = \frac{8}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$a_{13} - a_9 = 24 \Rightarrow (a_1 + 12d) - (a_1 + 8d) = 24 \Rightarrow 4d = 24 \Rightarrow d = 6$$

$$a_9 = 5a_4 \Rightarrow a_1 + 8d = 5(a_1 + 4d) \Rightarrow a_1 + 8d = 5a_1 + 20d$$

$$\Rightarrow -4d = 4a_1 \xrightarrow{d=6} -4 \times 6 = 4a_1 \Rightarrow a_1 = -6$$

$$\frac{a_{14}}{a_4} = \frac{a_1 + 13d}{a_1 + 3d} = \frac{-6 + 13 \times 6}{-6 + 3 \times 6} = \frac{-6 + 78}{-6 + 18} = \frac{72}{12} = 6$$

توجه کنید که: $A \cap B' \subseteq A \subseteq A \cup B' \Rightarrow (A \cap B') \cup (A \cup B') = A \cup B'$

$$\begin{aligned} & (A \cap (A' \cup B')) \cup (A \cup (A' \cap B')) \\ &= ((A \cap A') \cup (A \cap B')) \cup ((A \cup A') \cap (A \cup B')) \end{aligned}$$

$$= (A \cap B') \cup (A \cup B') = A \cup B' = (A' \cap B') \xrightarrow{\text{متمم}} B - A$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید دو عبارت گویا را هم مخرج کنیم:

$$\frac{\frac{2x^2-1}{x^3-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1}}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{2x^2-1 - (x+1)(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{2x^2-1-x^2+1}{x^3-1} = \frac{x^2}{x^3-1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d = 13 \\ a_5 = a_1 + 4d = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ d = 6 \end{cases}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 5(2 + 54) = 280$$

$$A = \{49, 5, 6\}, B' = \{1, 2, 3, 49\}$$

$$A - B = A \cap B' = \{6\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_8}{a_5} = \frac{24}{3} = 8 \Rightarrow \frac{a_1 q^7}{a_1 q^4} = 8 \Rightarrow q^3 = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_{21}}{a_{18}} = \frac{a_1 q^{20}}{a_1 q^{17}} = q^3 = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

از شکل مشخص است که $c = \sqrt[3]{a}$ و $d = \sqrt[3]{a}$, $e = \sqrt[3]{a}$, $b = -\sqrt[3]{a}$ می‌باشد، بنابراین گزینه‌های ۱ تا ۳ نادرست هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \{11, 13, 15, \dots, 99\} \text{ و } B = \{33, 39, 45, \dots, 99\}$$

$$A \cap B = \{33, 39, 45, \dots, 99\}$$

$$a_n = 33 + 6(n-1) = 99 \Rightarrow 6(n-1) = 66 \Rightarrow n-1 = 11 \Rightarrow n = 12$$

بنابراین $A \cap B$ دارای ۱۲ عضو است.

۲۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b} \xrightarrow{\text{به توان ۱۵}} a^{\frac{15}{n}} = b^{\frac{15}{n}} \quad (۱)$$

$$a^{12} b^{18} = a^{12} (b^3)^6 \stackrel{(۱)}{=} a^{12} (a^5)^6 = a^{12} a^{30} = a^{42}$$

۲۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-15 < \frac{3x-1}{2} \leq 6 \Rightarrow -30 < 3x-1 \leq 12 \Rightarrow -29 < 3x \leq 13 \Rightarrow -\frac{29}{3} < x \leq \frac{13}{3}$$

$$x = -9, -8, -7, \dots, 3, 4 \Rightarrow \text{عدد ۱۴}$$

$$a_{10} + a_{21} = 2(10) + 3 + 2(20) + 3 = 66$$

۲۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} = \frac{x+2-1}{x^2-4} = \frac{x+1}{x^2-4} \Rightarrow p(x) = x+1$$

۲۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x=2 \Rightarrow 7(2)^2 + 2k + 2 = 0 \Rightarrow 28 + 2k + 2 = 0 \Rightarrow k = -15$$

۲۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 14x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 14x = 1 \xrightarrow{+49} x^2 - 14x + 49 = 50 \Rightarrow (x-7)^2 = 50$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = 50 \end{cases} \Rightarrow (-7, 50)$$

۲۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \operatorname{tg} 45^\circ + 4 \operatorname{Sin} 30^\circ = 1 + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + 2 = 3$$

۲۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. واضح است که سه گزینه‌ی دیگر درست هستند.

۳۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{10-x}{11-y} = \frac{x}{y} = \frac{10}{11} \Rightarrow \begin{cases} x = 10k \\ y = 11k \end{cases}$$

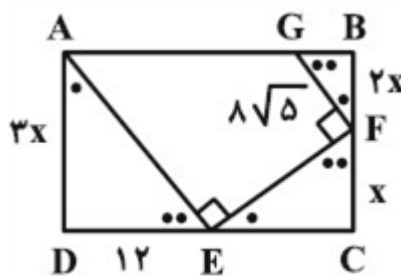
$$\frac{y+x}{y-x} = \frac{21k}{k} = 21$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مثلث‌های قائم‌الزاویه $\triangle ADE$ ، $\triangle CFE$ و $\triangle BGF$ به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. بنابراین:

$$\triangle ADE \sim \triangle BGF \Rightarrow \frac{BG}{12} = \frac{2x}{3x} \Rightarrow BG = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

$$\Rightarrow \triangle BGF : BF^2 = (8\sqrt{5})^2 - 8^2 = 256$$

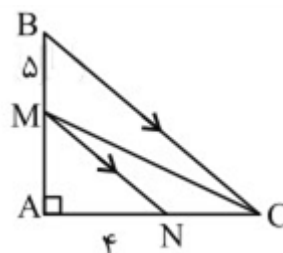
$$\Rightarrow BF = 16 \Rightarrow CF = 8$$



$$\triangle BGF \sim \triangle EFC \Rightarrow \frac{x}{BG} = \frac{EC}{2x} \Rightarrow \frac{8}{16} = \frac{EC}{16} \Rightarrow EC = 16 \Rightarrow CD = 16 + 12 = 28 \Rightarrow AB = 28$$

$$\Rightarrow AG = 28 - 8 = 20$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



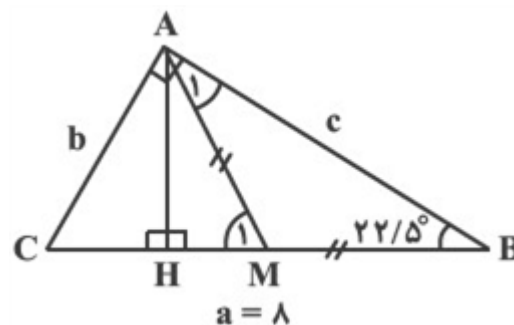
$$\triangle ABC : MN \parallel BC \Rightarrow \text{قضیه ی تالس} : \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{AM}{5} = \frac{4}{NC} \Rightarrow AM \times NC = 20$$

$$S_{\triangle MNC} = \frac{NC \times AM}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع و میانه وارد بر وتر را رسم می‌کنیم. می‌دانیم میانه وارد بر وتر، نصف وتر است. یعنی

$$AM = MB = 4 \text{ و } \hat{A}_1 = 22/5^\circ \text{ در نتیجه } \hat{M}_1 = 45^\circ \text{ پس } AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2}$$

$$\text{قائم‌الزاویه } AB \times AC = AH \times BC \text{ پس } AB \times AC = 16\sqrt{2}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AED : BC \parallel DE \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{AB}{BD} \\ \triangle AFD : EB \parallel FD \Rightarrow \frac{4+x}{3} = \frac{AB}{BD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{4+x}{3}$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

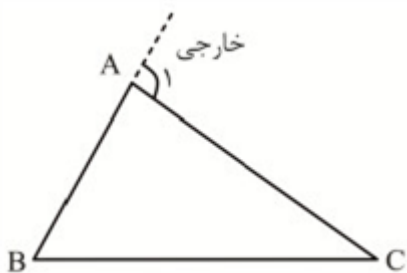
$$\Rightarrow AF = 4 + 2 + 3 = 9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال می‌نویسیم:

$$\frac{\hat{A}}{8} = \frac{\hat{B}}{5} = \frac{\hat{C}}{7} = K \rightarrow \hat{A} = 8K, \hat{B} = 5K, \hat{C} = 7K$$

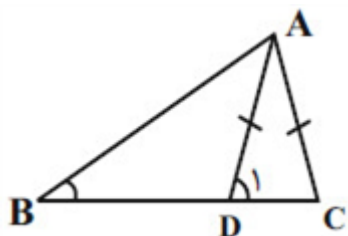
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow (8K) + (5K) + (7K) = 180 \rightarrow K = 12^\circ$$

$$\hat{A} \Rightarrow \hat{A}_1 = 180 - \hat{A} = 180 - (8 \times 12) = 84^\circ$$



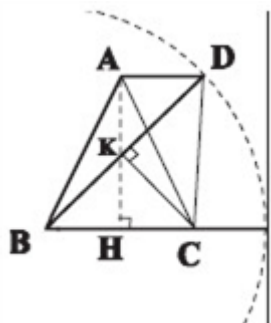
کوچک‌ترین زاویه خارجی مثلث

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1 > \hat{B} \\ \hat{D}_1 = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B} \Rightarrow AB > AC \xrightarrow{AC=AD} AB > AD$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث ABC متساوی‌الساقین است، بنابراین ارتفاع AH، میانه‌ی نظیر ضلع BC نیز هست و در نتیجه داریم:



$$\triangle AHB : AH^2 = AB^2 - BH^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \Rightarrow AH = 15$$

مساحت دو مثلث ABC و BDC برابر یکدیگر است، چون دارای قاعده‌ی مشترک BC هستند و طول ارتفاع وارد بر این قاعده در دو مثلث یکسان است (فاصله‌ی دو خط موازی AD و BC). حال اگر پای ارتفاع رسم شده از رأس C بر ضلع BD را K بنامیم، داریم:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DBC} \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} CK \times BD \Rightarrow 15 \times 16 = CK \times 25 \Rightarrow CK = \frac{240}{25} = 9 \frac{3}{5}$$

$$\begin{cases} AD \parallel BE \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OE} \\ BD \parallel CE \Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{OD}{OE} \end{cases} \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OC}$$

$$OB^2 = OA \times OC \Rightarrow 6^2 = 2 \times OC \Rightarrow OC = 18 + 6 + BC \Rightarrow BC = 12$$

از طرفی داریم:

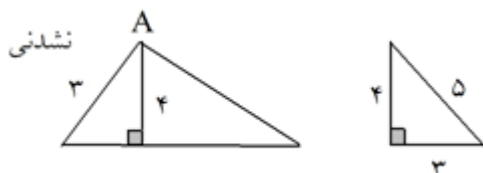
$$\begin{cases} BD \parallel CE \Rightarrow \hat{C} = \hat{ABD} \\ AD \parallel BE \Rightarrow \hat{BAD} = \hat{CBE} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BCE$$

$$k = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{3} \text{ نسبت تشابه}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCE}} = k^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{\triangle BCE} = 9 S_{\triangle ABD}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع به طول ۴ الزاما به ضلع به طول ۳ وارد شود زیرا اگر ضلع به طول ۳ و ارتفاع به طول ۴ هم‌راس باشند آن وقت طول خط قائم بیشتر از خط مایل است که این امر نشدنی است:

بنابراین ارتفاع به طول ۴ باید به ضلع به طول ۳ وارد شود که در این حالت نیز ارتفاع در واقع همان ضلع سوم است و



یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع ۳ و ۴ و ۵ داریم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{875}{1} = 875 \text{ cm}^3$$

$$V' = Ah' = 25 \times 20 = 500 \text{ cm}^3$$

$$V'' = 875 - 500 = 375 \text{ cm}^3$$

$$V'' = Ah'' \Rightarrow 375 = 75h'' \Rightarrow h'' = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta h = h' + h'' = 20 + 5 = 25 \text{ cm}$$

$$\Delta F = \rho g \Delta h A$$

$$\Delta F = 1000 \times 10 \times \frac{25}{100} \times 75 \times 10^{-4} = 18.75 \text{ N}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کار کل مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 \Rightarrow 50 = 30 + (-70) + W_3 \Rightarrow W_3 = 90 \text{ J}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اول کار نیروی F:

$$\begin{cases} d = 50\text{ m} \\ F = 200\text{ N} \\ \theta = 37^\circ \end{cases}$$

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 200 \times 50 \times \cos 37^\circ = 8000\text{ J}$$

$$\begin{cases} f_k = 80\text{ N} \\ d = 50\text{ m} \\ \theta = \pi \end{cases} \quad \text{حال کار نیروی اصطکاک:}$$

$$W_{FK} = 80 \times 50 \times \cos \pi \Rightarrow W_{FK} = -4000\text{ J}$$

$$W_t = W_F + W_{fk} \Rightarrow W_t = 8000 + (-4000) = 4000\text{ J} = 4\text{ KJ}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در جامدات منشوری شکل فشار از رابطه‌ی $P = \rho gh$ محاسبه می‌شود.

$$\Delta P = \rho g(h_{\max} - h_{\min}) \Rightarrow 4500 = \rho \times 10(20 - 5) \times 10^{-2} \Rightarrow \rho = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گام اول: قبل از ریختن مایع ρ_2 با استفاده از اصل هم‌فشار بودن نقاط هم‌تراز در یک مایع می‌توان نتیجه گرفت:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_1 + \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh + P_1$$

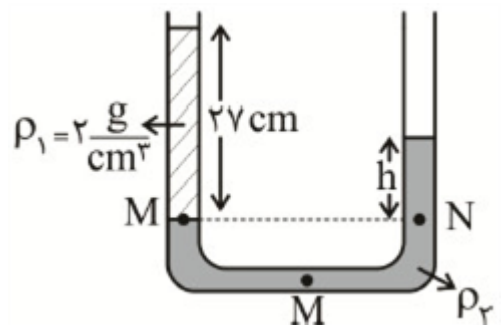
$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h \quad (1)$$

گام دوم: اگر مایع ρ_2 را در شاخه ۱ بریزیم سطح مایع ρ_2 در شاخه ۱ پایین و در شاخه ۲ بالا می‌رود تا در شاخه ۲ به اندازه h بالاتر از شاخه ۱ شود با توجه به اینکه در شاخه ۲ از مایع ρ_2 به اندازه h نسبت به نقطه M بالاتر رفته است نتیجه می‌گیریم در این شاخه فشار به اندازه $\rho_2 gh$ زیاد شده و برای نقطه M نیز همین مقدار فشار افزایش یافته است.

$$\Delta P_M = \rho_2 gh = \rho_1 gh_1 \quad \text{با استفاده از معادله ۱ می‌توان نوشت:}$$

گام سوم: چون چگالی جیوه برابر $13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ داده شده است، این اختلاف فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه حساب

$$\rho_1 gh_1 = \rho_{\text{جیوه}} gh' \Rightarrow 2 \times 27 = 13/5 \times h' \Rightarrow h' = 4 \Rightarrow \Delta P = 4\text{ cmHg} \quad \text{می‌کنیم:}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه $P = \rho gh$ ، فشار یک نقطه درون یک مایع ساکن، به فاصله قائم آن نقطه از سطح آزاد مایع بستگی دارد.

$$P_D - P_C = \rho_2 g \Delta h = \frac{1}{4} \rho_2 g (I)$$

$$P_B - P_A = \rho_1 g \Delta h = \frac{1}{4} \rho_1 g (II)$$

طبق صورت سؤال می‌دانیم اختلاف فشار میان دو نقطه C و D، سه برابر اختلاف فشار میان دو نقطه A و B است؛ پس:

$$P_D - P_C = 3(P_A - P_B) \xrightarrow{II} \frac{1}{4} \rho_2 g = 3 \times \frac{1}{4} \rho_1 g$$

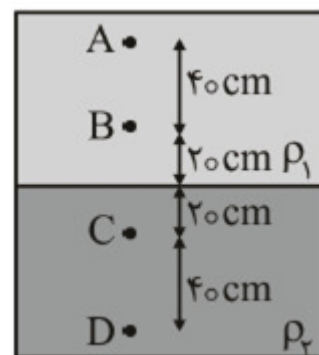
$$\Rightarrow \rho_2 = 3\rho_1 (*)$$

حال اختلاف فشار میان B و C را به دست می‌آوریم:

$$P_C - P_B = \rho_2 g \Delta h_2 + \rho_1 g \Delta h_1 \xrightarrow{(*)} P_C - P_B = 3\rho_1 g \times \frac{1}{2} + \rho_1 g \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P_C - P_B = \frac{1}{4} \rho_1 g + \frac{1}{2} \rho_1 g = \frac{3}{4} \rho_1 g$$

$$\frac{P_B - P_A}{P_C - P_B} = \frac{\frac{1}{4} \rho_1 g}{\frac{3}{4} \rho_1 g} = \frac{1}{3} \quad \text{در نهایت داریم:}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. آهنگ خروج آب برابر است با:

$$\text{آهنگ خروج آب} = \frac{1/5 L}{10 s} = \frac{1}{15} \frac{L}{s}$$

$$\frac{1 L}{10^3 \text{ cm}^3} = 1, \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ mm}} = 1 \Rightarrow \frac{1 \text{ cm}^3}{10^3 \text{ mm}^3} = 1, \frac{60 s}{1 \text{ min}} = 1$$

$$\frac{1}{15} \frac{L}{s} = \frac{1}{15} \frac{\cancel{L}}{\cancel{s}} \times \frac{10^3 \cancel{\text{cm}^3}}{1 \cancel{L}} \times \frac{10^3 \text{ mm}^3}{1 \cancel{\text{cm}^3}} \times \frac{60 \cancel{s}}{1 \text{ min}} = \frac{1}{15} \times 10^6 \times 60 = 4 \times 10^6 \frac{\text{mm}^3}{\text{min}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هریک از گزینه‌ها را با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای بررسی می‌کنیم:

$$۴۵ \frac{\text{km}}{\text{h}} = ۴۵ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} \times \left(\frac{۱ \text{ h}}{۶۰ \text{ min}} \times \frac{۱ \text{ min}}{۶۰ \text{ s}} \right) = \frac{۱}{۲۸۸} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۱: نادرست

$$۱۲۵ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = ۱۲۵ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} \times \frac{۱ \text{ mm}}{۱۰^{-۳} \text{ m}} \times \left(\frac{۶۰ \text{ s}}{۱ \text{ min}} \right) = ۴/۵ \times ۱۰^{۱۱} \frac{\text{g} \cdot \text{mm}}{\text{min}}$$

گزینه ۲: درست

گزینه ۳: نادرست

$$۲/۲۵ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{min}} = ۲/۲۵ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{min}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} \times \left(\frac{۱ \text{ dam}}{۱۰ \text{ m}} \right) \times \left(\frac{۶۰ \text{ min}}{۱ \text{ h}} \right) = ۸/۱ \times ۱۰^۴ \frac{\text{g} \cdot \text{dam}}{\text{h}}$$

گزینه ۴: نادرست

$$۷/۲ \frac{\text{g}}{\text{mm} \cdot \text{min}} = ۷/۲ \frac{\text{g}}{\text{mm} \cdot \text{min}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} \times \frac{۱ \text{ mm}}{۱۰^{-۳} \text{ m}} \times \frac{۱۰ \text{ m}}{۱ \text{ dam}} \times \left(\frac{۱ \text{ min}}{۶۰ \text{ s}} \right) = ۲ \times ۱۰^{-۲} \frac{\text{kg}}{\text{dam} \cdot \text{s}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای محاسبه چگالی مخلوط (آلیاژ) به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = ۸۰۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^۳} = ۸ \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$$

$$۸ = \frac{(۷/۲ \times ۵) + (۹ \times V_2)}{۵ + V_2} \Rightarrow ۴۰ + ۸V_2 = ۳۶ + ۹V_2 \Rightarrow V_2 = ۴ \text{ cm}^۳$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P_{\text{کل}} = P_0 + \frac{\rho g h}{A} + \rho g h$$

$$P_{\text{کل}} = ۱۰^۵ + \frac{۵ \times ۱۰}{۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}} + ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲$$

$$P_{\text{کل}} = ۱۰۰۰۰۰ + ۲۵۰۰ + ۴۰۰۰ = ۱۰۶۵۰۰ \text{ Pa} \quad P_{\text{کل}} = ۱۰۶/۵ \text{ Pa}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$Q = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2} m (2V)^2 = ۴ \left(\frac{1}{2} m V^2 \right) = ۴Q$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم نوزاد را برحسب اونس حساب می‌کنیم:

lb: پوند

Oz: اونس

$$۹ \text{ lb} + ۶ \text{ Oz} = (۹ \times ۱۶) + ۶ = ۱۴۴ + ۶ = ۱۵۰ \text{ Oz}$$

$$۱۵۰ \text{ Oz} \times \frac{۲۸ \text{ g}}{۱ \text{ Oz}} = ۴۲۰۰ \text{ g} = ۴/۲ \text{ kg}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ارتفاع H را به کمک انرژی مکانیکی محاسبه می‌کنیم. در پایین‌ترین سطح (نقطه‌ی پرتاب) تندی گلوله برابر $20 \frac{m}{s}$ و ارتفاع برابر صفر و در نقطه‌ی اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین)، تندی گلوله صفر و ارتفاع آن H است. از طرفی میزان جابه‌جایی برای محاسبه‌ی کار نیروی مقاومت هوا برابر همان H است، پس داریم:

$$E_2 - E_1 = W_{\text{مقاومت هوا}} \Rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = f_{\text{هوا}} \times d$$

K_1 و U_1 صفر هستند، زیرا ارتفاع اولیه و سرعت ثانویه گلوله صفر هستند، بنابراین:

$$mgH - \frac{1}{2}mv_1^2 = -f_{\text{هوا}} \times H$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times H - \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2 = -5 \times H \Rightarrow 25H = 400 \Rightarrow H = 16m$$

در ادامه کار نیروی وزن را بین دو نقطه‌ی مشخص‌شده محاسبه می‌کنیم:

$$W_{\text{mg}} = -\Delta U = -mg\Delta h = -2 \times 10 \times \left(\frac{3}{4} \times 16 - \frac{2}{5} \times 16 \right) = -112 J$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از معادله پیوستگی و با توجه به این‌که $A = \pi \frac{D^2}{4}$ است، داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\xrightarrow{D_1 = D_2 + 0.25D_2 = 1.25D_2} \left(\frac{1.25D_2}{D_2} \right)^2 = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \left(\frac{125}{100} \right)^2 = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{25}{16}v_1$$

$$v_2 - v_1 = 90 \Rightarrow \frac{25}{16}v_1 - v_1 = 90 \Rightarrow \frac{9}{16}v_1 = 90 \Rightarrow$$

از طرف دیگر، داریم:

$$v_1 = 160 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_2 = \frac{25}{16}v_1 = \frac{25}{16} \times 160 \Rightarrow v_2 = 250 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \xrightarrow{\div 100} v_2 = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با دمیدن در بالای لوله فشارسنج، طبق اصل برنولی، با افزایش تندی هوا، فشار هوای شاخه سمت چپ لوله h شکل کاهش می‌یابد.

با توجه به ثابت بودن فشار گاز درون مخزن، مقداری از مایع درون لوله h شکل به شاخه سمت چپ منتقل می‌شود تا با کاهش ارتفاع h ، کاهش فشار هوا را جبران کند. بنابراین اندازه فشار پیمانه‌ای گاز مخزن کاهش می‌یابد.

$$P_{\text{ا}} = \rho gh + P_{\text{گاز}} \Rightarrow P_g = P_{\text{گاز}} - P_{\text{ا}} = -\rho gh$$

نکته: طبق تعریف فشار پیمانه‌ای داریم:

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_{\text{ا}}$$

در این سؤال فشار پیمانه‌ای منفی است و بیانگر این نکته است که فشار گاز از فشار هوا کمتر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آنکه اختلاف ارتفاع دو طرف ۴ cm شود، می‌بایست جیوه در سمت راست ۲ cm پایین رفته و در سمت چپ ۲ cm بالا رود. لذا در حالت دوم اولاً ارتفاع محفظه هوا به ۱۰ cm می‌رسد و ثانیاً فشار هوای محبوس ۴ cmHg بیشتر از P می‌گردد:

$$\begin{aligned} (1) \left\{ \begin{array}{l} P_1 = 75 \text{ cmHg} \\ V_1 = A \times 8 \\ T_1 = 300 \text{ K} \end{array} \right. & \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{\cancel{75}^1 \times 8}{\cancel{300}_4} = \frac{79 \times 10}{T_2} \\ (2) \left\{ \begin{array}{l} P_2 = 79 \text{ cmHg} \\ V_2 = A \times 10 \\ T_2 = ? \end{array} \right. & \\ \Rightarrow 2 = \frac{79 \times 10}{T_2} & \Rightarrow T_2 = 395 \text{ K} \end{aligned}$$

(این معادل است با 95°C افزایش دما)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در این مسئله در دو ظرف استوانه‌ای مطابق شکل از یک مایع هم‌جنس ریخته شده به طوری که سطح مقطع و ارتفاع مایع درون آن‌ها متفاوت است، می‌خواهیم فشار و نیروی وارد بر کف ظرف در حالت ۲ را با حالت ۱ مقایسه کنیم.

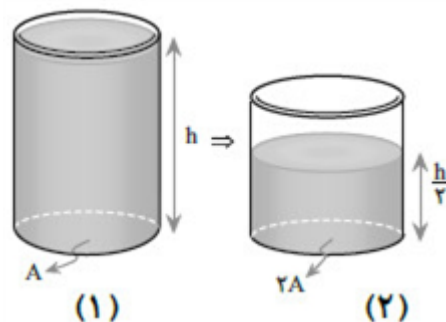
برای مقایسه‌ی فشار حاصل از مایع‌ها از رابطه‌ی $P = \rho gh$ استفاده کنیم.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{h_2}{h_1} \xrightarrow{h_2 = \frac{h}{2}} \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2}$$

برای مقایسه‌ی نیروهای وارد بر کف ظرف داریم:

$$F = PA \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2}, \frac{A_2}{A_1} = 2} \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ملاحظه می‌شود، فشار نصف شده است اما نیرو تغییر نکرده است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

الف) نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه بیش‌تر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است، به همین دلیل کشش سطحی جیوه بیش‌تر از آب است.

ب) تشکیل حباب‌های آب و صابون جلوه‌ای از کشش سطحی می‌باشند.

پ) با افزایش دمای یک مایع نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع کاهش می‌یابد، در نتیجه کشش سطحی روی سطح آن نیز کاهش می‌یابد.

ت) نیروهای کشش سطحی ماهیت الکتریکی دارند، زیرا نیرویی داخلی بین ذرات سازنده‌ی جسم است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از آنجایی که با بردن مکعب داخل ظرف پر از آب، 200 cm^3 آب از ظرف بیرون می‌ریزد،

پس حجم ظاهری مکعب 200 cm^3 است. کافی است از روی چگالی و جرم آن، حجم واقعی فلز سازنده‌ی آن را پیدا کنیم

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{900}{V} \Rightarrow V = 150 \text{ cm}^3 \quad \text{تا حجم حفره‌ی داخل آن پیدا شود.}$$

$$\text{حجم حفره} = 200 - 150 = 50 \text{ cm}^3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

یکای کار در SI ژول است و یکای فرعی آن خواهد شد:

$$[W]_{\text{SI}} = J = N \cdot m = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times m = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در حالت اول: $F_{b_1} = mg$

در حالت دوم: $F_{b_2} + F_N = mg \Rightarrow F_{b_1} > F_{b_2}$

↓
نیروی عمودی

$$\rho_2 < \rho_1$$

چون جسم در مایع (۲) فرو رفته و در مایع (۱) غوطه‌ور شده پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 36 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_1^2 \Rightarrow v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = v_1 + 4 = 6 + 4 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی جسم در حالت دوم برابر است با:

$$K_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 = 100 \text{ J}$$

بنابراین:

پس افزایش انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 100 - 36 = 64 \text{ J}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به دلیل این‌که جریان هوای بیرون (به دلیل حرکت) تندی زیادی دارد (نسبت به داخل

اتومبیل)، طبق اصل برنولی، فشار هوای بیرون کاهش یافته و دود را به سمت بیرون می‌کشد.

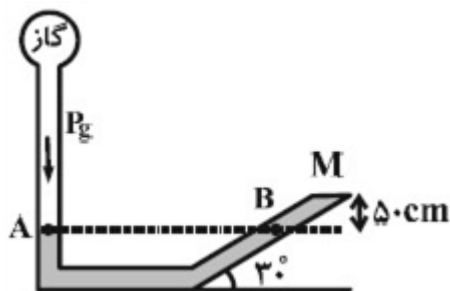
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow 1/5 = \frac{V_1 + 3V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1/5 V_1 + 1/5 V_2 = V_1 + 3V_2$$

$$\Rightarrow 0/5 V_1 = 1/5 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{0/5}{1/5} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در شکل زیر، فشار دو نقطه‌ی هم‌تراز A و B در جیوه‌ی ساکن برابر است و داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_g = P_M + P_{\text{جیوه}}$$

به عبارت دیگر، فشار در نقطه‌ی B برابر مجموع فشار ستون جیوه به ارتفاع h و فشاری است که از طرف درپوش به جیوه وارد می‌شود. حال هریک را می‌یابیم:

$$P_M = \frac{F_M}{A} \xrightarrow{F_M = 6 \cdot N, A = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2} P_M = \frac{6}{5 \times 10^{-3}} = 12000 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} = 13600 \times 10 \times \frac{1}{100} = 13600 \text{ Pa}$$

$$P_g = 12000 + 13600 = 25600 \text{ Pa} = 25.6 \text{ kPa} \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم ظاهری کره را با استفاده از شعاع آن به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \xrightarrow{R=10 \text{ cm}} V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

سپس حجم واقعی کره را با استفاده از جرم کره و چگالی آلومینیم محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho_{\text{آلومینیم}}} \xrightarrow{m=8/1 \text{ kg}=8100 \text{ g}, \rho_{\text{آلومینیم}}=2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}=27/100 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} V_{\text{واقعی}} = \frac{8100}{27/100} = 3000 \text{ cm}^3$$

اکنون حجم حفره و جرم روغن لازم برای پر کردن آن را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 4000 - 3000 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{روغن}} = \rho_{\text{روغن}} V_{\text{حفره}} \xrightarrow{\rho_{\text{روغن}}=800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}=0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, V_{\text{حفره}}=1000 \text{ cm}^3} m_{\text{روغن}} = 0/8 \times 1000 = 800 \text{ g}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم آب داخل مخزن را به دست می‌آوریم:

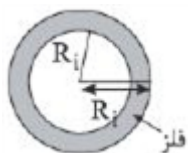
$$V = A_1 h_1 + A_2 h_2 = (50 \times 40) + (20 \times 20) = 2400 \text{ cm}^3$$

$$\frac{2400 \text{ cm}^3}{48 \text{ s}} = 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

آهنگ خروج آب از شیر برابر است با:

$$50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{10^{-3} \text{ L}}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 3 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

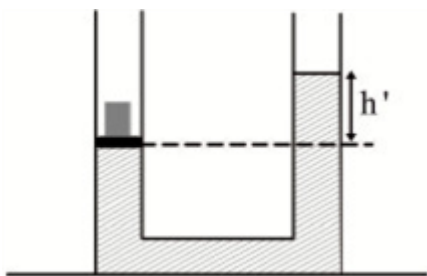


$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow v = \frac{m}{\rho} \Rightarrow v = \frac{340}{5} = 68 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم فلز} = \frac{4}{3}\pi R_o^3 - \frac{4}{3}\pi R_i^3 \Rightarrow 68 = 4R^3 - 4(4)^3 \Rightarrow 4R^3 = 68 + 4(4)^3$$

$$\Rightarrow R^3 = 17 + (4)^3 = 17 + 64 \Rightarrow R^3 = 81 \Rightarrow R = \sqrt[3]{81}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک برابری فشار در طرفین لوله U شکل داریم:



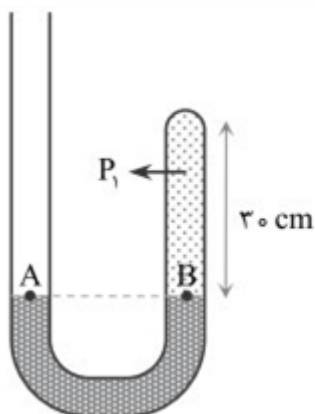
$$P_0 + \frac{mg}{A} = P_0 + \rho gh' \Rightarrow \frac{m}{A} = \rho h' \quad (1)$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{64}{4} = 1 / 6 h' \Rightarrow h' = 10 \text{ cm}$$

با حذف کفه و جرم روی آن، سطح آزاد مایع در طرفین لوله باید یکسان شود. این یعنی $h' = 10 \text{ cm}$ باید در دو طرف لوله تقسیم شود:

$$h = 40 + 5 = 45 \text{ cm}$$

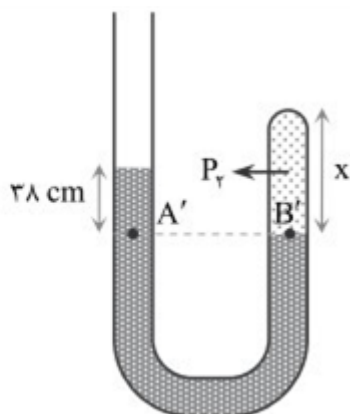
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$P_A = P_B$$

$$P_0 = P_1$$

$$\Rightarrow P_1 = 76 \text{ cmHg}$$



$$P_{A'} = P_{B'}$$

$$P_0 + 38 = P_2$$

$$P_2 = 76 + 38 = 114 \text{ cmHg}$$

قانون گازها برای گاز محبوس:

$$v = Ah$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow P_1 \times 30 = P_2 \times x \Rightarrow x = \frac{76 \times 30}{114} = 20 \text{ cm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تعیین چگالی مخلوط، جرم هر کدام از ماده‌ها را به کمک $m = \rho V$ تعیین می‌کنیم و در رابطه زیر قرار می‌دهیم:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \Rightarrow \rho = \frac{2/4 \times 500 + 1/2 \times 2500 + 1/6 \times 1000}{500 + 2500 + 1000}$$

$$= 1/45 \frac{g}{cm^3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دقت اندازه‌گیری وسایل رقمی (دیجیتالی)، یک واحد از سمت راست‌ترین رقم عدد اندازه‌گیری شده است که در این گزارش $g/10$ است. برای تعیین نتیجه گزارش شده، ابتدا دو عدد $201/4$ و $169/2$ که از روند بقیه اعداد بسیار دور هستند را حذف می‌کنیم و میانگین ۶ عدد باقی مانده را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{181/2 + 180/8 + 182/4 + 183/2 + 179/8 + 181/6}{6} = 181/5g$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow \rho_A \left(\frac{4}{3} \pi r_A^3 \right) = \rho_B \left(\frac{4}{3} \pi r_B^3 \right) \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^3 = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مورد اول: درست. در طیف نشری خطی اتم هیدروژن هر چه به سمت نوارهایی با طول موج بیش‌تر برویم، اختلال طول موج دو نوار متوالی افزایش می‌یابد.

مورد دوم: درست.

مورد سوم: نادرست. اتم هیدروژن و هلیم هر دو در طیف نشری خطی خود چهار نوار رنگی دارند.

مورد چهارم: نادرست. در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، خطوط دیگری وجود دارند که در محدوده‌ی مرئی قرار نمی‌گیرند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: Na_2O, Fe_2O_3

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

۱) در میان رادیوایزوتوپ‌های ساختگی این عنصر 7H کمترین و 5H بیشترین نیم‌عمر را دارد.

۲) 1H ، فاقد نوترون است.

۳) طیف نشری خطی هیدروژن همانند لیتیم در گستره‌ی مرئی تنها چهار خط دارد.

۴) پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن 3H است که دو نوترون دارد. ایزوتوپ‌های پایدار شامل 1H و 2H است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط عبارت آخر درست است. بررسی عبارت‌های نادرست:

• با استفاده از رنگ شعله لیتیم کلرید که سرخ‌رنگ است، انرژی نور نشر شده از لیتیم نیترات در شعله، که آن هم

سرخ‌رنگ است قابل پیش‌بینی است.

• رنگ شعله ترکیب‌های سدیم و پتاسیم متفاوت است.

• نور زرد لامپ‌هایی که شب هنگام، خیابان‌ها را روشن می‌کند، به دلیل وجود بخار سدیم در آن‌هاست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نور خورشید اگرچه سفید به نظر می‌رسد، اما با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا که پس از بارش هنوز در هوا پراکنده است، تجزیه می‌شود و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گستره رنگی شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند. بررسی همه‌ی عبارت‌ها:
الف) هر دوی این مقادیر برابر ۷ می‌باشند.

ب) پرنرزی‌ترین پرتوی رنگی ثبت‌شده در ناحیه مرئی طیف نشری خطی هیدروژن بنفش‌رنگ و پرنرزی‌ترین پرتوی رنگی ثبت‌شده در طیف نشری خطی لیتیم آبی‌رنگ است که انرژی کمتری نسبت به نور بنفش دارد.
پ) رنگ شعله‌ی نمک حاوی لیتیم، سرخ رنگ است که در طیف نشری خطی این عنصر نیز مشاهده می‌شود.
ت) تجربه نشان می‌دهد که بسیاری از نمک‌ها (نه همه‌ی آن‌ها!) شعله‌ی رنگی دارند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، حداکثر گنجایش الکترونی لایه‌ای با $n = 5$ برابر ۵۰ و حداکثر پذیرش الکترون در زیرلایه پنجم یک اتم برابر ۱۸ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
بر اثر واکنش گوگرد با اکسیژن به گوگرد دی‌اکسید (نه گوگرد تری‌اکسید) تبدیل می‌شود و اما سایر گزینه‌ها:

۱) پاراگراف سوم صفحه‌ی ۵۱ کتاب درسی

۲) پایین صفحه‌ی ۴۸ کتاب درسی

۴) پایین صفحه‌ی ۵۷ کتاب درسی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا نوترون از پروتون و الکترون سنگین‌تر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

${}^{24}_{12}\text{Cr}$ نخستین عنصری است که از قاعده‌ی آفبا پیروی نمی‌کند. آرایش الکترونی این عنصر به صورت

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^5 4s^1$ است و بنابراین ۵ الکترون در زیرلایه‌ی $3d$ قرار دارد.

ب) همه‌ی عناصر موجود در دسته‌ی s جدول دوره‌ای، در گروه‌های ۱ و ۲ قرار نمی‌گیرند. برای نمونه عنصر He در گروه ۱۸ جدول تناوبی قرار دارد.

پ) زیرلایه‌های $5s$ ، $4p$ و $3d$ دارای $n + l = 5$ هستند. بنابراین عنصری که ۱۱ الکترون در $n + l = 5$ دارد، عنصر ${}^{31}_{15}\text{Ga}$ است که گروه ۱۳ و دوره‌ی ۴ جدول دوره‌ای قرار دارد:

$1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^4 3d^1 / 4s^2 4p^1$

ت) همه‌ی فلزهای گروه ۱ جدول می‌توانند با از دست دادن یک الکترون، به آرایش گاز نجیب دوره‌ی قبل از خود برسند.

عنصر ${}^7_3\text{Li}$ با از دست دادن یک الکترون، به آرایش گاز نجیب He رسیده و می‌دانیم هلیوم تنها دو الکترون در لایه‌ی ظرفیت خود دارد و هشت‌تایی نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. موارد آ و پ صحیح هستند.

در مورد ب: انرژی موج با طول موج آن نسبت عکس دارد.

در مورد ت: هر چه فاصله میان لایه‌های انتقال الکترون در اتم برانگیخته هیدروژن بیشتر شود، انرژی نور بیشتر و طول موج آن کوتاه‌تر می‌شود.

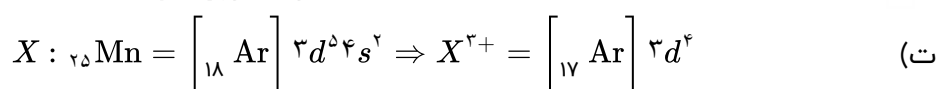
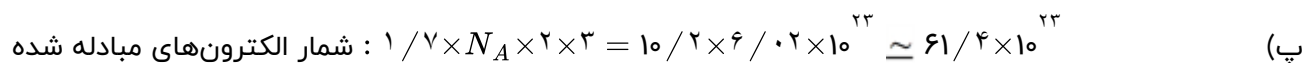
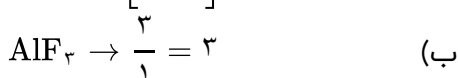
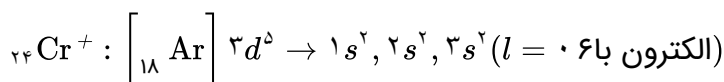
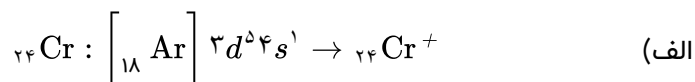
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نام درست ترکیبات داده شده به صورت زیر است:

CuO: مس (II) اکسید

Fe₂O₃: آهن (III) اکسید

Na₂S: سدیم سولفید

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت‌های الف و پ نادرست هستند.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست - قاعده آفبای آرایش الکترونی اغلب عنصرها را به درستی پیش بینی می‌کند.

ب) درست - لایه ظرفیت یک اتم، لایه‌ای است که الکترون‌های آن رفتار شیمیایی اتم را تعیین می‌کند.

پ) نادرست - در مدل الکترون - نقطه‌ای، الکترون‌های لایه ظرفیت پیرامون نماد شیمیایی اتم قرار می‌گیرند.

ت) درست - آفبا، واژه‌ای آلمانی به معنای ساختن یا افزایش گام به گام است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، از گاز نیتروژن در بسته‌بندی مواد غذایی استفاده می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با افزایش ارتفاع فشار هوا کاهش می‌یابد و این کاهش به صورت خطی نیست.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، آلومینیم فلز سه ظرفیتی است و در نتیجه X باید نافلز سه ظرفیتی باشد.

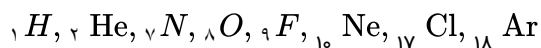
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه ریاضی بین ظرفیت الکترونی هر زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی می‌توان

گفت: $2(l+1) = 14 \Rightarrow l = 3$

زیرلایه ای با $l = 3$ در چهارمین لایه اتم می‌تواند باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه عبارت‌ها صحیح هستند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عنصرهای گازی شکل سه دوره‌ی نخست جدول دوره‌ای عبارتند از:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

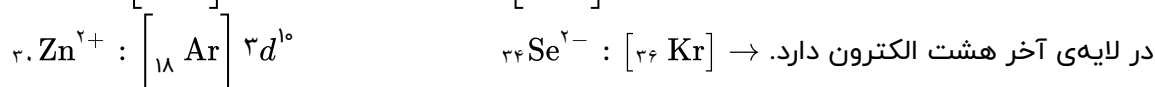
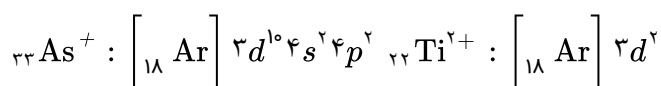
بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) احتمال جذب a (گلوکز حاوی اتم پرتوزا) توسط b (توده‌ی سرطانی) برابر با گلوکز معمولی است.
ت) همان دستگاه آشکارساز پرتو است که محل توده‌ی سرطانی (b) را مشخص می‌کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گاز نجیب دوره‌ی اول He و گاز نجیب دوره سوم Ar است.

$$18 - 2 = 16$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یک نمونه‌ی طبیعی از عنصر لیتیم شامل ایزوتوپ‌های 6_3Li و 7_3Li است. درصد فراوانی

7_3Li بیش‌تر از 6_3Li است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۲»: میزان شکست پرتوها با انرژی آن‌ها رابطه‌ی مستقیم دارد. از آنجا که انرژی پرتوهای سبز بیش‌تر از پرتوهای زرد است، پس پرتوهای سبز بیش‌تر از پرتوهای زرد هنگام عبور از منشور از مسیر اولیه‌ی خود منحرف می‌شوند.

گزینه‌ی «۳»: ظرفیت زیرلایه‌ها را می‌توان از رابطه‌ی $4l + 2$ به‌دست آورد.

$$\text{ظرفیت زیرلایه‌ی پنجم} = (4 \times 4) + 2 = 18$$

گزینه‌ی «۴»: همه‌ی عنصرهای دسته‌ی d و f فلز هستند. همه‌ی عناصر دسته‌ی s به‌جز H و He فلز هستند و دسته‌ی p شامل عنصرهای فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی است.

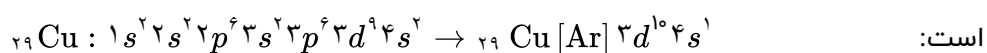
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به ازای تشکیل هر مول آلومینیم اکسید (Al_2O_3)، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود. از این

رو:

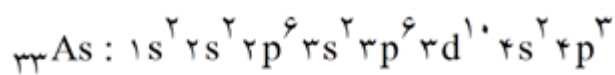
$$?e = \frac{1}{5} \text{g Al}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Al}_2\text{O}_3}{102 \text{g Al}_2\text{O}_3} \times \frac{6 \text{ mol } e}{1 \text{ mol Al}_2\text{O}_3} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} e}{1 \text{ mol } e} \simeq 1/8 \times 10^{23} e$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه‌ی ۱: آرایش الکترونی فشرده مس ($_{29}\text{Cu}$) که در گروه ۱۱ و دوره‌ی ۴ جدول دوره‌ای قرار دارد به صورت زیر



گزینه‌ی ۲: به آرایش الکترونی آرسنیک ($_{33}\text{As}$) توجه کنید:



$$I = 1 = 1 : \begin{array}{c} \downarrow \\ \boxed{6} \end{array} + \begin{array}{c} \downarrow \\ \boxed{6} \end{array} + \begin{array}{c} \downarrow \\ \boxed{3} \end{array} = 15$$

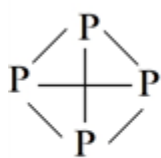
در لایه‌ی سوم اتم‌های این عنصر، ۱۸ الکترون وجود دارد.

گزینه‌ی ۳: لیتیم ($_{3}\text{Li}$) نخستین عنصر گروه اول جدول دوره‌ای است که با از دست دادن الکترون به آرایش گاز نجیب هلیوم می‌رسد. آرایش الکترون هلیوم هشت‌تایی نیست.

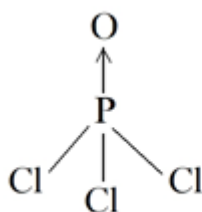
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، مجموع گنجایش زیرلایه‌های $3d$ ، $4p$ و $5s$ ، برابر ۱۸ الکترون است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، جرم اتم $_{3}^7\text{Li}$ در جدول دوره‌ای اندکی کمتر از ۷ است.

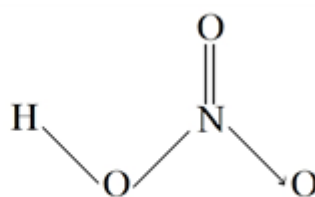
گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ساختار گونه‌ها به صورت زیر است:



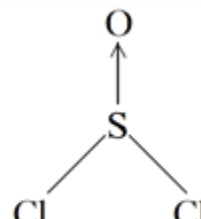
۶ پیوند



۴ پیوند



۵ پیوند



۳ پیوند

$$1 \text{ gr Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ gr Cu}} \times \frac{N_A (\text{اتم Cu})}{1 \text{ mol Cu}} = \frac{N_A}{64} \text{ Cu اتم}$$

$$1 \text{ gr Ne} \times \frac{1 \text{ mol Ne}}{20 \text{ gr Ne}} \times \frac{N_A (\text{اتم Ne})}{1 \text{ mol Ne}} = \frac{N_A}{20} \text{ Ne اتم}$$

$$1 \text{ gr He} \times \frac{1 \text{ mol He}}{4 \text{ gr He}} \times \frac{N_A (\text{اتم He})}{1 \text{ mol He}} = \frac{N_A}{4} \text{ He اتم}$$

$$1 \text{ gr } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ gr } O_2} \times \frac{2 \text{ mol } O}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{N_A (O \text{ اتم})}{1 \text{ mol } O} = \frac{N_A}{16} O \text{ اتم}$$

عدد آووگادرو، یک عدد استاندارد است که مقدار آن برابر $10^{23} \times 6.02$ می‌باشد و برای نمایش تعداد اتم‌ها، یون‌ها، مولکول‌ها یا حتی بارهای الکتریکی نظیر الکترون به‌کار می‌رود. مثلاً گاز CO_2 در یک مول خود دارای $N_A (6.02 \times 10^{23})$ مولکول CO_2 است و یا یک مول فلز Mg در یک مول خود دارای N_A اتم Mg است و یا یک مول الکترون دارای N_A الکترون می‌باشد.

