

ریاضیات

.۱. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} a, b, c \Rightarrow 2b = a + c \\ a^r, b^r, c^r \Rightarrow b^r = a^r c^r \Rightarrow b^r = |ac| \end{cases}$$

۱) $ac > 0 \Rightarrow b^r = ac \Rightarrow \left(\frac{a+c}{2}\right)^r = ac$
 $\Rightarrow a^r + c^r - 2ac = 0 \Rightarrow a = c$ تناقض

۲) $ac < 0 \Rightarrow b^r = -ac \Rightarrow \left(\frac{a+c}{2}\right)^r = -ac$
 $\Rightarrow a^r + c^r + 2ac = 0$
 $\Rightarrow 1 + \left(\frac{c}{a}\right)^r + 2\left(\frac{c}{a}\right) = 0$
 $t = \frac{c}{a} \Rightarrow t^r + 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = -1 + \sqrt{\lambda}$
 $\Rightarrow \frac{c}{a} = \sqrt{2} - 1$

(ریاضی (۱)؛ سطح دشواری: دشوار)

.۲. گزینه ۱ درست است.

ابتدا توجه کنید که اگر $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ باشد، آنگاه

این یعنی:

$$f\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) + f\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} + 1\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{a} + 1\right) = 1 + 1 = 2$$

(ریاضی (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

.۳. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) \xrightarrow{3 \text{ واحد چپ}} f(x+3) \xrightarrow{\text{قرینه}} f(-x+3)$$
 $\Rightarrow g(x) = f(-x+3) \xrightarrow{x=\delta} g(\delta) = f(-2)$
 $\Rightarrow g^{-1}of(-2) = g^{-1}og(\delta) = \delta$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: آسان)

.۴. گزینه ۳ درست است.

با فرض t می‌فهمیم t هر عددی می‌تواند باشد به جز عدد ۱؛ بنابراین داریم:

$$y = t^r - rt - r = (t-1)^r - r$$

پس $R_y = (-\infty, \infty)$ است.

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۵. گزینه ۳ درست است.

کافی است که طول رأس سهمی در بازه $(1, 3)$ باشد. این یعنی داریم:

$$f(x) = x^3 + 2x + 1 + 2ax - a + 10 = x^3 + (2a + 2)x - a + 11$$

بنابراین:

$$1 < x_s < 3 \Rightarrow 1 < -\frac{2a+2}{2} < 3 \Rightarrow -3 < a+1 < -1$$

$$\Rightarrow -4 < a < -2$$

(حسابان ۱)؛ سطح دشواری: آسان

۶. گزینه ۱ درست است.

از فرض سؤال داریم:

$$2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1 \Rightarrow 3 \cos 2x = 1 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{9}}{\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)} - 4 \cos^2 x \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \cos^2 x\right) \\ &= \frac{1}{9} - 4 \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right) \left(\frac{2}{1-\cos 2x} - \frac{1+\cos 2x}{2}\right) \\ &= \frac{1}{3} - 2 \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{1 - \frac{1}{3}} - \frac{1 + \frac{1}{3}}{2}\right) = \frac{1}{3} - \frac{8}{3} \left(\frac{2}{2} - \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{3} - \frac{8}{3} \left(3 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} - \frac{8}{3} \left(\frac{7}{3}\right) = \frac{3 - 56}{9} = -\frac{53}{9} \end{aligned}$$

(حسابان ۱)؛ سطح دشواری: متوسط

۷. گزینه ۱ درست است.

اول اینکه $y = a + \frac{c}{2} \sin 2\pi bx$ است. بیشترین و کمترین مقدار تابع ۲ و ۶ هستند:

$$\begin{cases} a + \left|\frac{c}{2}\right| = 6 \\ a - \left|\frac{c}{2}\right| = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 4, \left|\frac{c}{2}\right| = 2 \Rightarrow a = 4, |c| = 4$$

از طرف نمودار این تابع سینوسی در $x = 0^\circ$ صعودی است؛ پس $bc > 0$ است. از طرفی داریم:

$$2T = 8 \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \left|\frac{2\pi}{2b\pi}\right| = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{4}$$

بنابراین $bc = |bc| = |4 \times \frac{1}{4}| = 1$ است. و داریم:

$$a + bc = 4 + 1 = 5$$

(حسابان ۲)؛ سطح دشواری: متوسط

۸. گزینه ۲ درست است.

$$\cos \vartheta x \cos 2x = 1 - \sin^2 2x \Rightarrow \cos \vartheta x \cos 2x = \cos^2 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos \vartheta x = \cos 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \vartheta x = 2x + 2k\pi \\ \vartheta x = -2x + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{4} \end{cases}$$

همانطور که می‌بینید جواب $\frac{k\pi}{4}$ هستند. در بازه $(a\pi, a\pi)$ می‌خواهیم ۸ عدد به این فرم باشد:

$$0, \frac{\pi}{4}, \dots, \frac{7\pi}{4}$$

پس $\frac{7}{4} < a \leq 2$ است.

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۹. گزینه ۴ درست است.

با فرض $3^x = t$ داریم:

$$t^3 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow t_1^3 + t_2^3 = s^3 - 2P = 9 - 2 = 7$$

$$\Rightarrow (3^\alpha)^3 + (3^\beta)^3 = 7 \Rightarrow 9^\alpha + 9^\beta = 7$$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰. گزینه ۱ درست است.

ابتدا:

$$y = P(x+2) - 2x + 1 = 2(x+2)^3 + a(x+2)^2 + b(x+2) + 1 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow y = 2(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) + a(x^2 + 4x + 4) + bx + 2b + 2 - 2x$$

$$\Rightarrow y = 2x^3 + (12+a)x^2 + (24+4a+b-2)x + 16+4a+2b+2$$

$$\Rightarrow y = 2x^3 + (a+12)x^2 + (22+4a+b)x + 18+4a+2b$$

برای بخش پذیری از $x^3 - x - 1 = 0$ شروع می‌کنیم:

$$x^3 = x + 1 \Rightarrow x^3 = x^2 + x = 2x + 1$$

بنابراین:

$$y = 2(2x+1) + (a+12)(x+1) + (22+4a+b)x + 18+4a+2b = 0$$

$$\Rightarrow (a+12+4+22+4a+b)x + (2+a+12+18+4a+2b) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta a + b = -38 \\ \Delta a + 2b = -32 \end{cases} \Rightarrow b = 6, a = -18 \Rightarrow a + b = -12$$

بنابراین:

$$P(1) = 2 + a + b + 1 = 3 - 2/8 = 5/2$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۱. گزینه ۳ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{8x^3 - 1}{x(1-x) - 2^{[(-\frac{3}{2})]}} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{8x^3 - 1}{x - x^3 - 2^{-3}}$$

پس صورت و مخرج به صفر می‌کنند:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{24x^2}{1-2x} = \frac{6}{0^-} = -\infty$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۴ درست است.

هر کجا تابع f صعودی باشد و $f(x)$ عددی صحیح باشد، این اتفاق می‌افتد.در بازه $(-4, -2)$ این اتفاق ۷ بار رخ می‌دهد.

$$(f(x) = 1, 2, \dots, 7)$$

در بازه $(1, 6)$ نیز این اتفاق ۵ بار رخ می‌دهد.

$$(f(x) = -5, \dots, -1)$$

بنابراین جمعاً ۱۲ بار این اتفاق می‌افتد.

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۳. گزینه ۲ درست است.

$$\text{می‌دانیم } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax+2}{x+5} = a \text{ است. اگر } 3 < a < 4 \text{ باشد که تساوی برقرار است؛ اما } 3 = a \text{ و } 4 = a \text{ باید بررسی شوند.}$$

$$a = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{3x+2}{x+5} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[3 + \frac{-13}{x+5} \right] = 2 \neq 3$$

$$a = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{4x+2}{x+5} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[4 + \frac{-18}{x+5} \right] = 3$$

پس $a = 4$ قابل قبول است. این یعنی $[3, 4]$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۴. گزینه ۱ درست است.

هر کجا که $\frac{3x+1}{2}$ عددی صحیح شود، f هم ناپیوسته است؛ پس:

$$\frac{3x+1}{2} = n \Rightarrow x = \frac{2n-1}{3} \in \left\{ \frac{1}{3}, \frac{3}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \dots \right\}$$

می‌خواهیم اعداد موردنظر در بازه $(2, a)$ باشند، و ۸ تا هم باشند:

$$\frac{7}{3}, \frac{9}{3}, \frac{11}{3}, \frac{13}{3}, \frac{15}{3}, \frac{17}{3}, \frac{19}{3}, \frac{21}{3} = 7$$

یعنی $\frac{23}{3} < a \leq 7$ باشد.

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۵. گزینه ۴ درست است.

توجه کنید که داریم:

$$f(g(x)) = f(\lambda \sin^2 x - 1) = \frac{3(2 \sin x) + 1}{2 \sin x + 2} = \frac{6 \sin x + 1}{2 \sin x + 2}$$

بنابراین مشتق این تابع برابر است با:

$$\frac{10}{(2 \sin x + 2)^2} \times \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{6}} \frac{10}{9} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۶. گزینه ۴ درست است.

شیب خطی که از (۲, ۷) و (۱, ۵) می‌گذرد $m = \frac{1-7}{5-2} = -2$ است؛ بنابراین:

$$f'(3) + \frac{f'(3)}{2\sqrt{f(3)+2}} = -2 \quad (1)$$

در حقیقت معادله این خط $y = -2x + 11$ است. این خط از نقطه (۱, ۳) + ۳f(3) نیز عبور می‌کند:
 $3f(3) + 1 = -4 + 11 = 7 \Rightarrow f(3) = 2$

بنابراین با قرار دادن در (1) داریم:

$$f'(3) + \frac{f'(3)}{2\sqrt{4}} = -2 \Rightarrow \frac{5}{4}f'(3) = -2 \Rightarrow f'(3) = -\frac{8}{5}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۷. گزینه ۲ درست است.

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x}} - 1$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \lambda$$

x		○	λ	
f'		-	+	

نقاط (۱, ۵), (۰, ۱) (۸, ۵) نقاط اکسترمم نسبی‌اند پس $y_1 + y_2 = 6$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۸. گزینه ۲ درست است.

از آنجا که $x = 2$ ریشه مضاعف و $x = 1$ جانب قائمی است که نمودار در آن تغییر علامت نمی‌دهد، پس:

$$\begin{cases} 2x^2 + ax + b = 2(x-2)^2 \\ 3x^2 + cx + d = 3(x-1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + ax + b = 2x^2 - 8x + 8 \\ 3x^2 + cx + d = 3x^2 - 6x + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -8, b = 8 \\ c = -6, d = 3 \end{cases} \Rightarrow ad - bc = -24 + 48 = 24$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

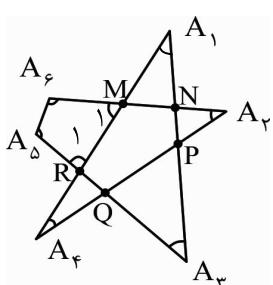
۱۹. گزینه ۳ درست است.

زاویه خارجی مثلث $MA_1A_2A_4$ است؛ بنابراین:

$$\widehat{M}_1 = \widehat{A}_2 + \widehat{A}_4$$

از طرفی \widehat{R}_1 زاویه خارجی مثلث $RA_1A_2A_3$ است؛ بنابراین:

$$\widehat{R}_1 = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_3$$



حال در چهارضلعی $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ ، مجموع زوایای داخلی با 360° برابر است.

$$\widehat{M}_1 + \widehat{R}_1 + \widehat{A}_5 + \widehat{A}_6 = 360^\circ$$

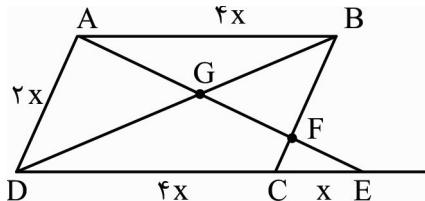
$$\Rightarrow \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + \widehat{A}_3 + \widehat{A}_4 + \widehat{A}_5 + \widehat{A}_6 = 360^\circ$$

(هندسه ۱)؛ سطح دشواری: متوسط

۲۰. گزینه ۳ درست است.

اگر x آنگاه $CE = x$ بنا به حالت سه زاویه متشابه هستند؛ بنابراین:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AG}{GE} = \frac{BG}{GD} \Rightarrow \frac{4x}{5x} = \frac{AG}{GE} = \frac{BG}{GD}$$



از طرفی مثلث BFG و GDA نیز بنا به حالت سه زاویه متشابه هستند؛ بنابراین:

$$\frac{BG}{GD} = \frac{FG}{GA} \Rightarrow \frac{FG}{GA} = \frac{4}{5}$$

از طرفی:

$$\frac{AG}{GE} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{GE}{GA} = \frac{5}{4}$$

بنابراین:

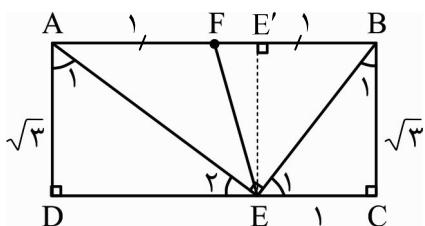
$$\begin{aligned} \frac{FG}{GA} &= \frac{4}{5} \\ \frac{FG}{\frac{5}{4}GA} &= \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{FG}{GA} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{FG}{GE - GF} = \frac{16}{25 - 16} \\ \frac{FG}{FE} &= \frac{16}{9} \end{aligned}$$

(هندسه ۱)؛ سطح دشواری: متوسط

۲۱. گزینه ۲ درست است.

روش اول:

در مثلث ABE ، میانه EF با نصف ضلع AB برابر است؛ بنابراین مثلث ABE در رأس E قائم است؛ پس:

مثلثهای AED و BCE متشابه هستند؛ زیرا

$$\begin{cases} \widehat{E}_1 + \widehat{B}_1 = 90^\circ \\ \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{E}_1 + \widehat{B}_1 = \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{E}_2 \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{A}_1$$

بنابراین:

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AD}{EC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AE = \sqrt{3}BE = \sqrt{3} \times (\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}) = 2\sqrt{3}$$

روش دوم: در مثلث قائم‌الزاویه ABE ، ارتفاع EH (وارد بر وتر) واسطه هندسی دو قطعه‌ای است که روی وتر ایجاد می‌کند:

$$EH^2 = BH \times HA \Rightarrow (\sqrt{3})^2 = 1 \times AH \Rightarrow AH = 3$$

$$AE = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$$

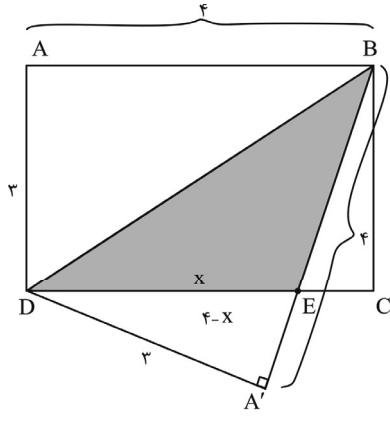
در نتیجه:

$$(NT)^2 = 2\sqrt{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow NT = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

(هنده (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۴. گزینه ۴ درست است.

بازتاب یک تبدیل ایزومنتریک است؛ پس مثلث‌های $DA'B$ و DBA همنهشت

هستند؛ بنابراین:

 $DA' = 3$ و $BA' = 4$. دو مثلث EBC و DEA' نیز همنهشت هستند؛بنابراین: $EC = EA'$ پس با فرض $BE = x$ ، آنگاه $DE = x$ و $A'E = 4 - x$ حال در مثلثقائم‌الزاویه DEA' رابطه فیثاغورث را استفاده می‌کنیم:

$$x^2 = (4-x)^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 16 - 8x + x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 8x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{8}$$

$$S_{BED} = \frac{1}{2} \times BC \times DE$$

بنابراین:

$$S_{BED} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{25}{8} = \frac{75}{16}$$

(هنده (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

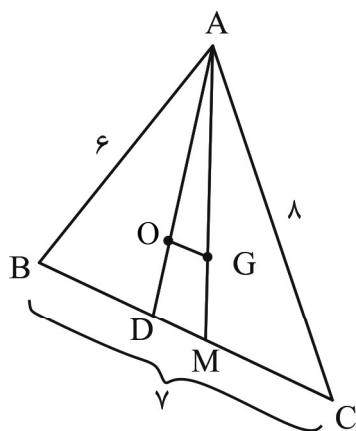
۲۵. گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم محل همرسی میانه‌ها، میانه را به نسبت ۲ به ۱ افزایش می‌کند. از طرفی

اگر O محل همرسی نیازهای داخلی (مرکز دایره محاطی) مثلث باشد، آنگاه:

$$\frac{AO}{OD} = \frac{b+c}{a} = \frac{6+8}{7} = \frac{14}{7} = 2 \Rightarrow AO = 2OD$$

بنابراین؛ در مثلث ADM، طبق عکس قضیه تالس OG با DM موازی است.



$$\frac{AO}{OD} = \frac{AG}{GM} = 2 \Rightarrow OG \parallel DM$$

جزء به کل:

$$\Rightarrow \frac{OG}{DM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$OG = \frac{2}{3} DM$$

بنابراین:

$$BM = \frac{BC}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{BD+DC} = \frac{3}{3+4} \Rightarrow \frac{BD}{7} = \frac{3}{7} \Rightarrow BD = 3$$

در نتیجه:

$$DM = BM - BD = 3.5 - 3 = 0.5$$

$$\Rightarrow OG = \frac{2}{3} \times 0.5 = \frac{1}{3}$$

(هنده (۱) و (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

. ۲۶. گزینه ۳ درست است.

$$2A(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (2A(A - 2I)^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow ((A - 2I)^{-1}(2A)^{-1} = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A - 2I) \times (\frac{1}{1} A^{-1}) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A - 2I)A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow I - 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A^{-1} = I - \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -6 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = -1 - 2 - \frac{2}{3} - 1 = \frac{-14}{3}$$

(هنده (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۷. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned} & \left| A^2 |A + 2|A| + A \right| = -192 \\ & \Rightarrow |A|^2 |A + 2|A| + A| = (|A|^2 + 2|A| + 1)|A| \\ & = (|A| + 1)^2 |A| = -192 \\ & \Rightarrow ((|A| + 1)^2)^2 |A| = -192 \\ & \Rightarrow (|A| + 1)^5 |A| = -3 \times 64 = -3 \times 2^6 \end{aligned}$$

چون $|A|$ عددی صحیح است، می‌توان $|A|$ را پیدا کرد؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} (|A| + 1)^5 |A| &= -3(-3 + 1)^5 \\ \Rightarrow |A| &= -3 \end{aligned}$$

(هندرسه ۳)؛ سطح دشواری: دشوار

۲۸. گزینه ۳ درست است.

چون دایره اول بر هر دو محور مماس است، پس مرکز آن روی خط $y = x$ واقع است.
به عبارتی مختصات مرکز دایره به صورت $O(R, R)$ است. از طرفی این دایره بر خط $5x + 4y = 5$ نیز مماس است.
پس فاصله $O(R, R)$ از این خط با شعاع دایره برابر است.

$$O(R, R), 5x + 4y - 5 = 0 \Rightarrow R = \frac{|5R + 4R - 5|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$\Rightarrow 5R = |7R - 5| \Rightarrow \begin{cases} 7R = 5 \Rightarrow R = \frac{5}{7} \\ 12R = 5 \Rightarrow R = \frac{5}{12} \end{cases}$$

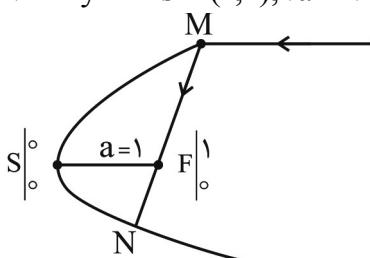
پس شعاع دایره بزرگ‌تر برابر با $\frac{5}{7}$ است.

(هندرسه ۳)؛ سطح دشواری: متوسط

۲۹. گزینه ۱ درست است.

سهمی افقی است و خط $y = 4$ موازی با محور آن پس باز تابش این برتو، از کانون سهمی می‌گذرد.

$$4x = y^2 \Rightarrow s = (0, 0), 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$



حال مختصات نقطه برخورد اول را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} 4x = y^2 \\ y = 4 \end{cases} \rightarrow 4x = 16 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow M = (4, 4)$$

حال معادله خط شامل M و F را می‌یابیم:

$$\begin{cases} M = (4, 4) \\ F = (1, 0) \end{cases} \rightarrow m = \frac{4 - 0}{4 - 1} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow y - 0 = \frac{4}{3}(x - 1)$$

حال خط $(4x - y = 4)$ را با سهمی قطع می‌دهیم.

$$4x = \frac{16}{9}(x - 1)^2 \Rightarrow 9x = 4(x - 1)^2 = 4(x^2 - 2x + 1)$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 17x + 4 = 0$$

چون یکی از ریشه‌های معادله $x = 4$ است؛ پس:

$$4 \times x_N = \frac{4}{4} \Rightarrow x_N = \frac{1}{4} \Rightarrow y = -1 \Rightarrow N = \left(\frac{1}{4}, -1\right)$$

(هنده (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۰. گزینه ۴ درست است.

فرض کنید:

$$\vec{u} = (x, y, z)$$

بنابراین:

$$\vec{u} \perp \vec{a} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{a} \neq 0 \Rightarrow (x, y, z) \cdot (1, 1, 1) = 0$$

$$\Rightarrow x + y + z = 0$$

از طرفی تصویر \vec{u} روی \vec{b} با خود \vec{b} برابر است؛ یعنی:

$$\frac{\vec{u} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \vec{b} \xrightarrow{\vec{b} \neq 0} \frac{\vec{u} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} = 1 \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow (x, y, z) \cdot (1, 1, 1) = 2 \Rightarrow x + y + z = 2$$

به همین ترتیب:

$$(x, y, z) \cdot (1, 0, 1) = 2 \Rightarrow x + z = 2$$

بنابراین:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 2 \\ x + z = 2 \end{cases} \Rightarrow 2x + y + z = 4 \Rightarrow x + 0 = 4 \Rightarrow x = 4$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} x + y = 2 \Rightarrow 4 + y = 2 \Rightarrow y = -2 \\ x + z = 2 \Rightarrow 4 + z = 2 \Rightarrow z = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{u} = (4, -2, -2) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{16 + 4 + 4} = 2\sqrt{6}$$

(هنده (۳)؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۱. گزینه ۱ درست است.

$$p \Leftrightarrow p \wedge q \equiv F \Rightarrow p \wedge q \equiv \sim p \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases}$$

بنابراین:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r \equiv (T \Rightarrow F) \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow r \equiv T$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: آسان)

۳۲. گزینه ۱ درست است.

می‌دانیم اگر:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} A - B &\subseteq C \Rightarrow (A - B) \cap (A - C) \subseteq C \cap (A - C) \\ &\Rightarrow (A - B) \cap (A - C) \subseteq \emptyset \\ &\Rightarrow (A - B) \cap (A - C) = \emptyset \end{aligned}$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: آسان)

۳۳. گزینه ۴ درست است.

در واقع داریم کارت‌ها را بدون جایگذاری بر می‌داریم، اولی را به احتمال $\frac{3}{5}$ سفید بر می‌داریم، حال اگر اولی را سفید برداریم، دومی به

احتمال $\frac{2}{4}$ و سومی به احتمال $\frac{1}{3}$ سفید است.

$$P(aaa) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۴. گزینه ۴ درست است.

پیشامدهای A و B را به ترتیب زیر تعریف می‌کنیم:

A: تنها فرزند خانواده همتی دختر باشد.

B: تعداد دختران خانواده اسدی بیشتر باشد.

$$\begin{aligned} P(A | B) &= \frac{P(A) \times P(B | A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2} + \binom{3}{3}}{2^3}}{\frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2} + \binom{3}{3}}{2^3} + \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{\binom{3}{2}}{2^3}\right)} \\ &= \frac{\frac{4}{8}}{\frac{4}{8} + \frac{7}{8}} = \frac{4}{11} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۵. گزینه ۱ درست است.

$$\overbrace{a, a, \dots, a}^v, \overbrace{\circ, \circ, \dots}^n \Rightarrow \bar{X} = \frac{va}{v+n}$$

$$\sigma^2 = a^2 \frac{(v(\frac{n}{n+v})^2 + n \times (\frac{v}{n+v})^2)}{n+v} = a^2 \left(\frac{vn^2 + v^2 n}{(n+v)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = a^2 \times \frac{vn(n+v)}{(n+v)^2} = \frac{a^2}{(n+v)} \times vn = \frac{va^2}{49} \Rightarrow v^2 n \Rightarrow v(n+v)^2$$

چون ضرایب معادله درجه دوم به دست آمده، جالب نیست و حل معادله درجه دوم به دست آمده وقت‌گیر است. از نظریه اعداد می‌توانیم کمک بگیریم؛ زیرا n یک عدد طبیعی است.

$$\gamma^n = \gamma(n + \gamma) \Rightarrow \begin{cases} \gamma | \gamma^n, (\gamma, n) = 1 \Rightarrow \gamma | n \\ \gamma | \gamma(n + \gamma), (\gamma, n) = 1 \Rightarrow \gamma | (n + \gamma) \Rightarrow \gamma | n + \gamma \Rightarrow \gamma | n \end{cases}$$

بنابراین کوچک‌ترین مقدار طبیعی n که می‌تواند جواب مسئله باشد، ۴۲ است؛ زیرا:

$$\begin{matrix} \gamma | n \\ \gamma | n \end{matrix} \Rightarrow [\gamma, n] | n \Rightarrow 42 | n$$

حال ۴۲ را در معادله قرار می‌دهیم، صدق می‌کند:

$$\gamma^4 \times 42 = \gamma(49)^2 \Leftrightarrow \gamma^4 \times 6 = \gamma \times \gamma^4 \Rightarrow 4 + 2 = 6 = \text{مجموع ارقام}$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۶. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} 15 \\ a \equiv \lambda \Rightarrow a = 15x + \lambda \\ b \equiv 1 \Rightarrow b = 7y + 1 \\ a + b = 1000 \Rightarrow 15x + \lambda + 7y + 1 = 1000 \\ \Rightarrow 15x + 7y = 991 \\ \Rightarrow 15x \equiv 991 \\ \Rightarrow x \equiv 4 \Rightarrow \boxed{x = 7k + 4} \\ \Rightarrow 15(7k + 4) + 7y = 991 \\ \Rightarrow 7y = 931 - 15 \times 7k \\ \Rightarrow \boxed{y = 133 - 15k} \end{cases}$$

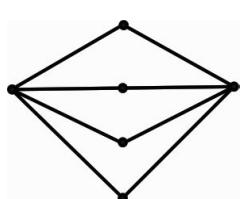
$$\begin{cases} 1 \leq a \Rightarrow 0 \leq x \Rightarrow 0 \leq 7k + 4 \Rightarrow 0 \leq k \\ 1 \leq b \Rightarrow 0 \leq y \Rightarrow 0 \leq 133 - 15k \Rightarrow 15k \leq 133 \Rightarrow k \leq 8 \\ \Rightarrow 0 \leq k \leq 8 \Rightarrow k = 8 - 0 + 1 = 9 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۷. گزینه ۲ درست است.

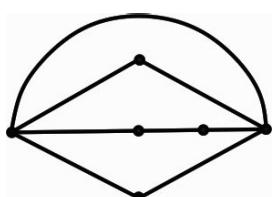
بستگی دارد گراف را چگونه رسم کنیم. این گراف در کنکور سراسری قبل‌اً سؤال نشده است. اما همه دورها پرسیده شده بود و دو نوع گراف تعداد کل دورهای برابر دارند.

نوع اول: رأس‌های درجه‌ها مجاور نیستند.



این گراف تنها دورهایی به طول ۴ دارد، تعداد آن‌ها برابر است با: $\binom{4}{2} = 6$

نوع دوم:



رأس‌های درجه‌ها، مجاور این گراف ۲ دور به طول ۳، ۲ دور به طول ۴ و ۲ دور به طول ۵ دارد، پس این گراف ۲ یا ۶ دور به طول ۴ دارد.

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۱ درست است.

$$x_1 = 2y_1 + 1, x_1 \in N \Rightarrow y_1 \in W$$

$$x_2 = 2y_2 + 1, x_2 \in N \Rightarrow y_2 \in W$$

$$x_3 = 2y_3, x_3 \in N \Rightarrow y_3 \in N$$

$$x_4 = 2y_4, x_4 \in N \Rightarrow y_4 \in N$$

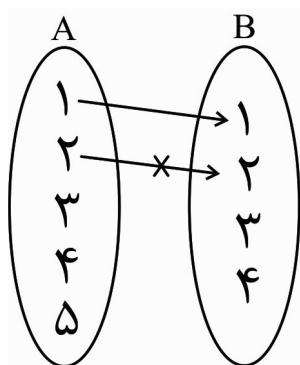
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 26 \Rightarrow 2y_1 + 1 + 2y_2 + 1 + 2y_3 + 2y_4 = 20$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = \frac{20-2}{2} = 9 \\ 0 \leq y_1, y_2 \\ 1 \leq y_3, y_4 \end{array} \right. \Rightarrow n = 9 - (1+1) = 7, k = 4 \\ & \text{جديد} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} = 120$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۹. گزینه ۳ درست است.



A' , B' و C' را به ترتیب زیر تعریف می‌کنیم:

A' : تعداد توابع شامل (۱، ۱) و فاقد (۲، ۲) که ۲ را می‌پوشاند.

B' و C' به همین ترتیب برای پوشاندن ۳ و ۴ تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned} |A' \cap B' \cap C'| &= |S| - |A \cup B \cup C| \\ &= |S| - |A| - |S| - |C| + |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C| \\ \Rightarrow |A' \cap B' \cap C'| &= 1 \times 3 \times 4^3 - 1 \times 3^4 - 1 \times 2 \times 3^3 - 1 \times 2 \times 3^3 \\ &\quad + 16 + 16 + 2^3 - 1 = 192 - 81 - 108 + 16 + 16 + 8 - 1 = 42 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۰. گزینه ۲ درست است.

چون ۹۹ مضرب ۳ است، پس دو عدد یکی به صورت $3k + 1$ و دیگری به صورت $3k + 2$ است. (توجه کنید $3k$ نداریم)

پس هر جفت مطلوب با یک عضو از A و یک عضو B یعنی می‌شود:

$$3k + 1 + 3k' + 2 = 99$$

$$\Rightarrow 3(k + k') = 96 \Rightarrow k + k' = 32 \Rightarrow 0 \leq k \leq 32$$

⇒ تعداد = ۳۳

پس در بدترین حالت گام اول همه اعداد تکی دیگر را برمی‌داریم:

$$200 - 33 \times 2 = 134$$

$$134 + 33 + 1 = 168 = \text{جواب نهایی}$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: دشوار)

فیزیک

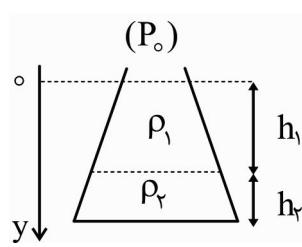
۴۱. گزینه ۳ درست است.

گام اول: دو مایع مخلوط نشدنی هستند. به فرض چگالی دو مایع ρ_1 و ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$) باشد. چون جرم آنها یکسان است:

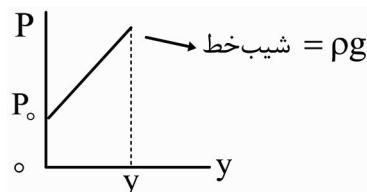
$$\rho = \frac{m}{v} \rightarrow v = \frac{m}{\rho} = \frac{m_1=m_2}{\rho_1 < \rho_2} \rightarrow (V_1 > V_2)$$

از طرفی بالای ظرف سطح مقطع کوچکتری دارد؛ پس ارتفاع مایع ρ_1 (h_1) بیشتر از ارتفاع مایع ρ_2 (h_2) است ($h_1 > h_2$)

گام دوم: از طرفی فشار در عمق y درون یک مایع با چگالی ρ برابر است با:



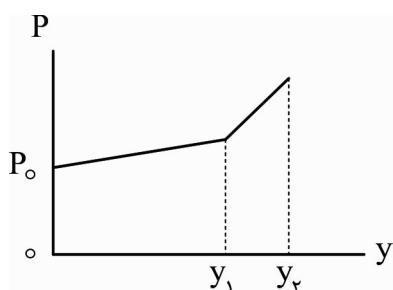
$$P = P_0 + \rho g y$$



گام سوم: چون $h_1 > h_2$ از طرفی $\rho_2 < \rho_1$ پس:

$$(y_1 \text{ تا } 0) \rightarrow \rho_1 g = \text{شیب خط} \rightarrow \text{مایع} \rightarrow \rho_1 g$$

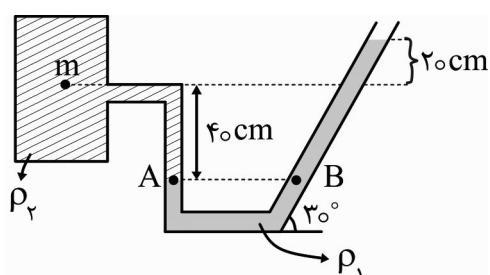
$$(y_2 \text{ تا } y_1) \rightarrow \rho_2 g = \text{شیب خط} \rightarrow \text{مایع} \rightarrow \rho_2 g$$



$$\begin{cases} y_1 = h_1 \rightarrow h_1 > h_2 \\ y_2 - y_1 = h_2 \end{cases}$$

(فیزیک ۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط

۴۲. گزینه ۳ درست است.



$$P_A = P_B$$

$$\rightarrow \rho_2 gh_2 + P_m = \rho_1 gh_1 + P_0$$

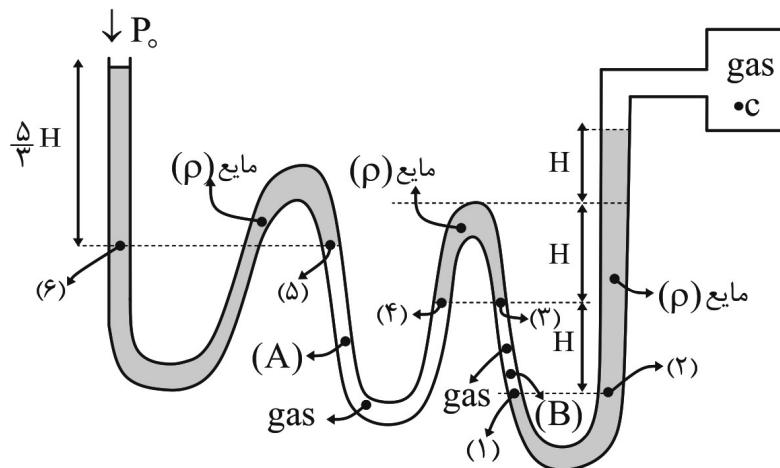
$$1700 \times 10 \times 0.4 + P_m = 6800 \times 10 \times 0.5 + P_0$$

$$P_m - P_0 = 6800 \times 0.5 - 1700 \times 0.4 = 2720 \text{ Pa}$$

$$\rightarrow P_m - P_0 = \frac{2720 \text{ Pa}}{136} = 20 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط

۴۳. گزینه ۲ درست است.



- $P_{(1)} = P_{(2)}$ (هم فشاری در نقاط همتراز) \rightarrow (I)
 $P_{(1)} = P_{(3)} = P_B \rightarrow$ (II)
 $P_{(4)} = P_{(5)} = P_A \rightarrow$ (III)
 $P_{(5)} = P_{(6)}$ (هم فشاری در نقاط همتراز) \rightarrow (IV)

$$(IV) \rightarrow P_A = P_5 = P_6 = P_0 + \rho g \left(\frac{H}{3}\right) \Rightarrow P_A - P_0 = \frac{\rho}{3} g H$$

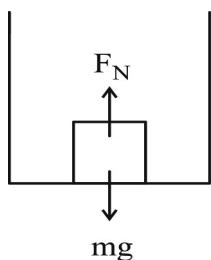
$$\left\{ \begin{array}{l} P_{(1)} = P_{(3)} = P_{(4)} = P_B = P_A = P_5 = P_6 = P_0 + \frac{\rho}{3} g H \text{ (۱)} \\ \text{از طرفی: } P_{(1)} = P_{(2)} = P_C + \rho g (3H) \quad (۲) \end{array} \right.$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow P_C + 3\rho g H = P_0 + \frac{\rho}{3} g H \rightarrow P_C - P_0 = \frac{\rho}{3} g H - 3\rho g H = \frac{-4}{3} \rho g H$$

$$\begin{aligned} C &= -\frac{4}{3} \rho g H && \text{فشار پیمانهای در} \\ A &= \frac{\rho}{3} g H && \text{فشار پیمانهای ذر} \end{aligned}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

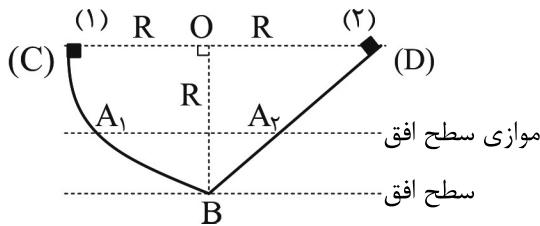
۴۴. گزینه ۴ درست است.

فرض می‌کنیم آسانسورها جابه‌جایی h را انجام داده باشد. در این جابه‌جایی:

$$\begin{aligned} F_N - mg &= ma \rightarrow F_N = m(g + a) \\ W_{mg} &= mgh \\ W_{F_N} &= m(g + a)h \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{W_{mg}}{W_{F_N}} = \frac{mg h}{m(g + a)h} = \frac{1}{12} = \frac{5}{6}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۳ درست است.



گام اول: اندازه نیروی اصطکاک ثابت و برابر است، پس برای مقایسه نیروهای اصطکاک فقط طول مسیر طی شده مهم است. اختلاف مسافت CA_1 و CA_2 کمتر از اختلاف مسافت CB و DB است؛ پس هر چه زمان می‌گذرد و اجسام پایین تر می‌آیند، در مسیر سمت چپ اختلاف انرژی بیشتری نسبت به مسیر سمت راست رخ می‌دهد:

$$|(W_{fk})_{CB} - (W_{fk})_{DB}| > |(W_{fk})_{CA_1} - (W_{fk})_{DA_2}|$$

گام دوم: طبق فرمول: $W_{mg} = -\Delta U_g = mg(h_1 - h_2)$ کار نیروی وزن در دو مسیر DA_2, CA_1 با هم برابر و کار نیروی وزن در مسیرهای CB و DB نیز با هم برابر است.

$$W_T = \Delta k, (W_{mg})_{CA_1} = (W_{mg})_{DA_2}, W_{FN} = (W_{mg})_{CB} = (W_{mg})_{DB}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C \rightarrow A_1 : k_{A_1} - 0 = (W_{mg})_{CA_1} - f_k \times \widehat{CA}_1 \\ D \rightarrow A_2 : k_{A_2} - 0 = (W_{mg})_{DA_2} - f_k \times \widehat{DA}_2 \end{cases} \left\{ (\widehat{CA}_1 > \widehat{DA}_2) \Rightarrow K_{A_1} < K_{A_2} \rightarrow \frac{KA_2}{KA_1} = \left(\frac{V_{A_2}}{V_{A_1}}\right)^r > 1 \right. \\ \Rightarrow b_2 > 1 \\ \begin{cases} C \rightarrow B : (k_B) - 0 = (W_{mg})_{CB} - f_k \times \widehat{CB} \\ D \rightarrow B : (k'_B) - 0 = (W_{mg})_{DB} - f_k \times \widehat{DB} \end{cases} \left. \right\} \xrightarrow{\widehat{CB} > \widehat{DB}} k_B < k'_B \quad \frac{k'_B}{k_B} = \frac{V'_B}{V_B} = b_2 > 1 \quad (2)$$

گام سوم:

$$\begin{cases} (\widehat{CA}_1 - \widehat{DA}_2) < (\widehat{CB} - \widehat{DB}) \\ K'_B - K_B = f_k (\widehat{CB} - \widehat{DB}) \\ (k_{A_2} - k_{A_1}) = f_k (\widehat{CA}_1 - \widehat{DA}_2) \end{cases} \Rightarrow b_2 > b_1 > 1$$

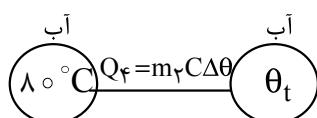
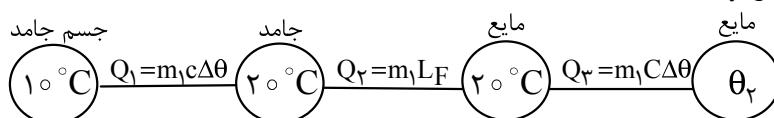
(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۳ درست است.

با توجه به اطلاعات نمودار دمای نقطه ذوب به دست می‌آید.

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 3360 = 168 \times 10^{-3} \times 10^3 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 20 \rightarrow \theta_2 - 0 = 20^\circ C$$

$$\theta = 20^\circ C$$

فرض می‌کنیم که جسم جامد ذوب شده و به مایع θ_t تبدیل شده است.

$$\overbrace{Q_1 + Q_2 + Q_3}^{\text{جسم}} + \overbrace{Q_4}^{\text{آب}} = 0$$

$$\frac{42 \times 4}{168 \times 10^3} + \frac{42 \times 4}{168 \times 200 \times 10^3} + \frac{42 \times 4}{168 \times 500} (\theta_t - 20) + 460 \times 4200 (\theta_t - 80) = 0$$

طرفین را برابر قسیم می‌کنیم

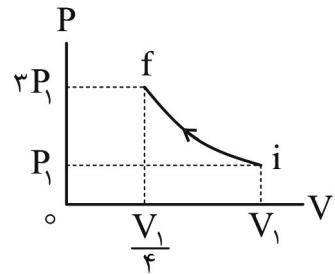
$$42 + \theta_t - 20 + 22\theta_t - 23 \times 80 = 0$$

$$22\theta_t = 1440 \rightarrow \theta_t = 6^\circ C$$

(فیزیک ۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار

۴۷. گزینه ۱ درست است.

گام اول:



$$P_r V_r = P_1 \times \frac{V_1}{4} = \frac{3}{4} P_1 V_1$$

$$\Rightarrow (P_r V_r < P_1 V_1) (*)$$

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow T_r < T_1 \quad (*)$$

گام دوم:

$$U \alpha T(k) \xrightarrow{T_r < T_1} U_r < U_1$$

$$\rightarrow U \downarrow \Rightarrow \Delta U < 0 \rightarrow Q + W < 0$$

گام سوم:

$$V \downarrow \Rightarrow W > 0$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U < 0} Q < 0, |Q| > W$$

$$Q < 0$$

$$W > 0 \Rightarrow Q < 0 < W$$

$$|Q| > W$$

گزینه (۱) در این نامساوی صدق می‌کند:

$$\begin{cases} Q = -80 J \\ W = +60 J \end{cases}$$

(فیزیک ۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار

۴۸. گزینه ۱ درست است.

فرایندات AB, CD هم حجم هستند

$$W_{BC} = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times (150) = -1200(J)$$

$$W_{DA} = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times (-100) = 800$$

$$\rightarrow W_{\text{چرخه}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = -400J \quad Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}} = +400J$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + \overbrace{Q_{CD} + Q_{DA}}^{-400} = 400$$

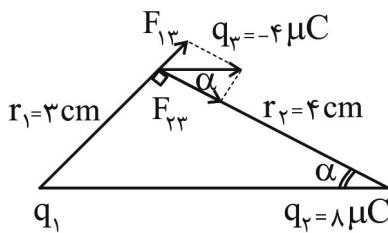
$$Q_{AB} + Q_{BC} = 4800(J) = Q_H$$

$$n = \frac{|W|}{QH} = \frac{400}{4800} \times 100 \cong \% 8/3$$

(فیزیک ۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط

۴۹. گزینه ۳ درست است.

مطابق شکل زیر نیروهای وارد بر بار q_3 را رسم می‌کنیم. نیروی بار q_1 بر q_3 بردافعه است؛ پس q_1 منفی است. حال داریم:



$$\tan \alpha = \frac{r_1}{r_2} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{F_{13}}{F_{23}} = \frac{\frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}}}{\frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}}} = \frac{|q_1|}{|q_2|}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{9 \times 10^{-4}}{\frac{16 \times 10^{-4}}{\lambda}} \Rightarrow |q_1| = \frac{27}{\lambda} \mu C \Rightarrow q_1 = -\frac{27}{\lambda} \mu C$$

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۰. گزینه ۱ درست است.

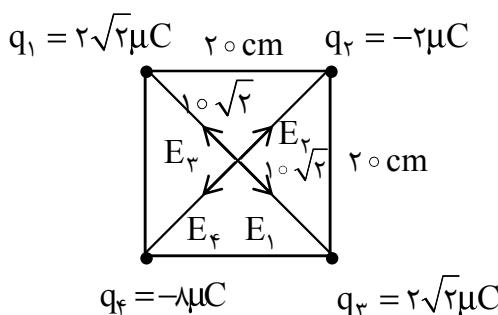
شرط آنکه بار q_2 در تعادل باشد (برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد) آن است که:

$$1) q_1 = q_3 = 2\sqrt{2} \mu C$$

,

$$2) q_4 = -2\sqrt{2}q_1 = -8 \mu C$$

بنابراین:



E_1, E_3 یکدیگر را خنثی می‌کند.

$$E_t = E_4 - E_2 = 9 \times 10^9 \frac{6 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-4}} = 27 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: ابتدا میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 را در A می‌یابیم:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 400 \times 10^{-9}}{3^2} = 400 \frac{N}{C}$$

گام دوم: چون میدان برآیند در A $E_T = 760 \frac{N}{C}$ است؛ بنابراین میدان E_2 هم جهت با E_1 و در نتیجه $< q_2 >$ است:

$$E_T = E_1 + E_2 \rightarrow 760 = 400 + E_2 \rightarrow E_2 = 360 \frac{N}{C}$$

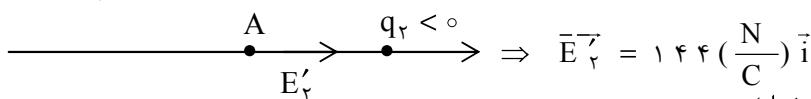
گام سوم:

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \rightarrow 360 = \frac{(9 \times 10^9)(|q_2|)}{16} \rightarrow q_2 = -640 nC$$

گام چهارم: 60° درصد از بار q_2 کاسته شود، 40° درصد باقی ماند؛ پس:

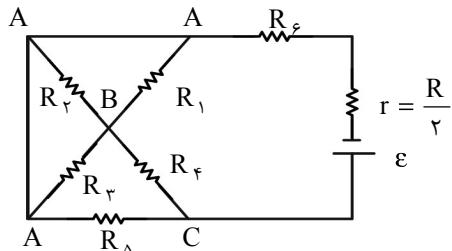
گام پنجم: میدان الکتریکی بار q'_2 در محل نقطه A:

$$E'_2 = \frac{k|q'_2|}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 256 \times 10^{-9}}{16} = 144 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}'_2 = 144 \left(\frac{N}{C} \right) \vec{i}$$



(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۲. گزینه ۲ درست است.



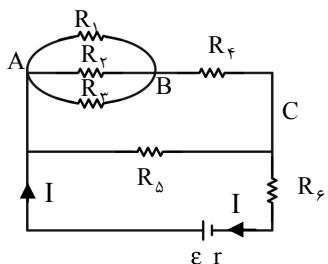
$$R_{123} = \frac{R}{2}$$

$$R_{1234} = \frac{R}{r} + \frac{3}{2}R = 2R$$

$$R_{12345} = R$$

$$R_{eq} = (R_{1,2,3}), R + R_f = R + \frac{3}{2}R = \frac{5}{2}R$$

با نقطه‌گذاری مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



$$P = P_{(R_f)} = R_{eq} \cdot I^2 = \frac{5}{2}R \cdot I^2$$

$$P_{(R_f)} = R_f \cdot I^2 = \frac{3}{2}R \cdot I^2$$

$$\frac{P}{P_{(R_f)}} = \frac{\frac{5}{2}R \cdot I^2}{\frac{3}{2}R \cdot I^2} = \frac{5}{3}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

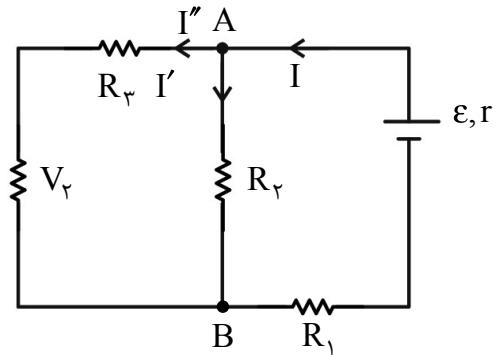
۵۳. گزینه ۴ درست است.

$$R_f \downarrow \Rightarrow R_{f,5} \downarrow \Rightarrow R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_{\text{اصلی}} = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \downarrow \Rightarrow I_{\text{اصلی}} \uparrow$$

$$V_r = \varepsilon - (r + R_1)I \uparrow \Rightarrow V_r \downarrow \Rightarrow I' = \frac{V_r \downarrow}{R_2}$$

$$\Rightarrow I' \downarrow \Rightarrow \begin{cases} I = I' + I'' \\ I \uparrow, I' \downarrow \end{cases} \Rightarrow I'' \uparrow \Rightarrow V_r = R_2 I'' \uparrow \Rightarrow V_r \uparrow$$

$$\downarrow V_r = V_r \uparrow + V_1 \Rightarrow V_1 \downarrow \Rightarrow \Delta V_r = \Delta V_r + \Delta V_1 \Rightarrow -4/8 = 2/8 + \Delta V_1 \rightarrow \Delta V_1 = -7/6 V$$



(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۴. گزینه ۲ درست است.

$$\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$$

$$F_1 = |q_1| v_1 B \sin 90^\circ = |q_1| v_1 B \quad (1)$$

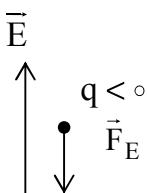
$$F_2 = |q_2| v_2 B \sin 90^\circ = 2 |q_1| \times \left(\frac{1}{4} v_1\right) (B) \quad (1) = \frac{1}{2} |q_1| v_1 B \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 2$$

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۵. گزینه ۲ درست است.

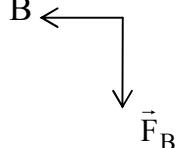
گام اول: جهت میدان الکتریکی به سمت بالای صفحه کاغذ است و طبق رابطه $\vec{F}_E = q \vec{E}$ جهت \vec{F}_E چون $q < 0$ به طرف پایین صفحه کاغذ است.



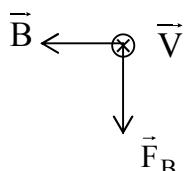
گام دوم: جهت میدان مغناطیسی سیم‌لوله، طبق قاعده دست راست در کتاب درسی به سمت چپ صفحه کاغذ است.

$$\vec{B} \leftarrow$$

گام سوم: برای اینکه نیروی وارد بر ذره بیشتر شود، باید \vec{F}_E, \vec{F}_B هم جهت باشند؛ پس:



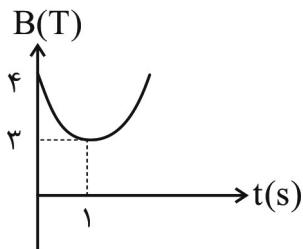
چون $q < 0$ است:



(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۶. گزینه ۴ درست است.

با توجه به معادله میدان:



$$B(t) = t^2 - 2t + 4 \quad \text{درجه سهمی}$$

$$t = -\frac{b}{2a} = 1 \quad \text{رأس سهمی}$$

$$B(1) = 3$$

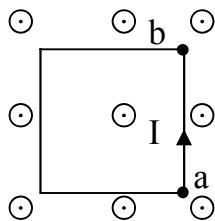
نکته اول اینکه B تغییر جهت نداده و فقط مقدار آن تغییر نموده است.

از طرفی مقدار میدان مغناطیسی در یک ثانیه اول کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد.

بنابراین در یک ثانیه اول، براساس قانون لنز میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی هم‌جهت با میدان اصلی می‌باشد، پس

$$V_a > V_b \leftarrow b \text{ به } a \text{ است} \leftarrow$$

$$\text{پس از } t = 1 \text{ به بعد بزرگی میدان مغناطیسی افزایش یافته و جریان از } b \text{ به } a \text{ می‌شود} \leftarrow V_b > V_a$$



(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۷. گزینه ۳ درست است.

طول سیمی که سیم‌لوله از آن ساخته شده است، مقدار ثابتی است. ($L = N(2\pi R)$)، پس با دو برابر شدن شعاع، تعداد

حلقه‌ها نصف می‌گردد.

از طرفی با دو برابر شدن شعاع، مساحت حلقه‌ها چهار برابر می‌گردد ($A = \pi R^2$)

پس:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \xrightarrow{\substack{\text{چون حلقه‌ها به هم} \\ \text{چسبیده هستند}}} L = \frac{\mu_0 N^2 A}{N \times d}$$

$$\rightarrow L = \frac{\mu_0 N A}{d} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{A_2}{A_1}$$

$$\Rightarrow \frac{L_2}{4} = \frac{1}{2} \times 4 \Rightarrow L_2 = 8 H$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۸. گزینه ۳ درست است.

گام اول: تعداد حلقه‌های سیم‌لوله را می‌یابیم:

$$N = \frac{l'}{2\pi r} = \frac{24m}{2 \times 3 \times 2 \times 10^{-2} (m)} \rightarrow N = 200$$

گام دوم: طبق نمودار $(\varepsilon - t)$ داده شده، بزرگی نیرو محرکه القایی را در $t = 4s$ می‌یابیم:

$$\left| \begin{array}{l} \varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \\ t = \frac{2\lambda}{3}s \quad \Rightarrow \underbrace{-\frac{1}{2}}_{\text{برای اولین بار}} = \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \\ \varepsilon = -\frac{\varepsilon_m}{2} \end{array} \right.$$

$$\frac{2\pi}{T} \times \frac{2\lambda}{3} = \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times \frac{2\lambda}{3} = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow T = 16s$$

$$\left| \begin{array}{l} t = 4s \\ T = 16s \end{array} \right. \rightarrow t = \frac{T}{4} \Rightarrow \varepsilon = +\varepsilon_{\max} = 12V \rightarrow I = I_m = \frac{\varepsilon_m}{R} = \frac{100}{4} = 25A$$

گام سوم: میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله را می‌یابیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{12 \times 10^{-4} \times 200 \times 25}{\frac{1}{2}} = 12 \times 10^{-3} (T)$$

گام چهارم: شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌لوله در $t = 4s$ از هر حلقه سیم‌لوله:

$$\phi = AB = 12 \times 10^{-4} \times 12 \times 10^{-3} = 144 \times 10^{-7} \text{ wb} = 14.4 \mu \text{wb}$$

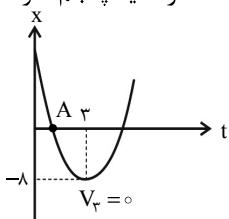
$$A = \pi r^2 = 3 \times (2 \times 10^{-2})^2 = 12 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۹. گزینه ۱ درست است.

لحظه تغییر جهت و رأس سهمی است \rightarrow تندی در لحظه‌های $t = 2$ و $t = 4$ برابر است

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6}{1} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{در حرکت با شتاب ثابت} \\ \text{در ثانیه پنجم حرکت} \quad \Delta x = 6\text{m} \end{array} \right.$$



می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت:

$$V_{av} = V_{\left(t_2, t_1\right)} = V_{\left(t_1 + t_2\right)}$$

$$\Rightarrow V_{av} = V_{(t=4/\Delta s)} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V_{4/\Delta s} - V_r}{1/\Delta s} = \frac{6 - 0}{1/\Delta s} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

سرعت در نقطه A $\rightarrow v_A = 2a\Delta x \rightarrow 0 - v_A = 2(6)(-1)$

$$v_A = 6 \rightarrow v_A = \pm 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

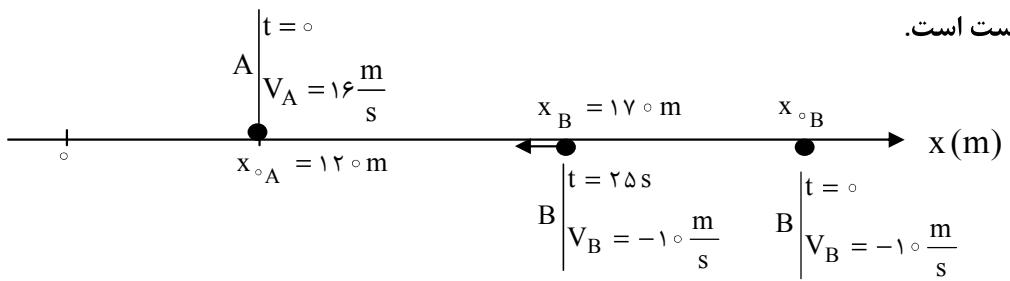
با توجه به نمودار سرعت در $t = t_A$ منفی است:

$$V_A = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۰. گزینه ۱ درست است.

گام اول:



$$A: x_A = V_A t + x_{\circ A} = 16t + 12 \Rightarrow x_A = 16t + 12$$

$$B: x_B = V_B t + x_{\circ B} = -1t + x_{\circ B} \xrightarrow[V_B = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_{\circ B} = 17 \text{ m}]{} 17 = -1t + 17 \Rightarrow x_B = -1t + 17$$

گام دوم:

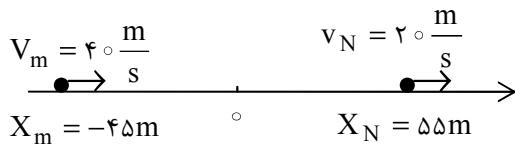
$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_{\circ A} = 12 \text{ m} \\ x_{\circ B} = 17 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{\circ} = 5 \text{ m}$$

$$x_A - x_B = 16t + 12 - (-1t + 17) = 5$$

$$\Rightarrow 17t - 5 = 5 \Rightarrow 17t = 10 \Rightarrow t = \frac{10}{17} = \frac{5}{8} \text{ s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱، سطح دشواری: متوسط)

۶۱. گزینه ۲ درست است.



$$V_N - V_M = 2 - 4 = -2 \text{ m/s}$$

$$-2 = 2a(10) \rightarrow a = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

به فرض سرعت متحرک در مکان X_P صفر شود:

$$v_P - v_N = 2a(\Delta x) \rightarrow 0 - 2 = 2(-1)\Delta x$$

$$\Delta x = 10 \text{ m} \rightarrow X_P - X_N = 10 \text{ m}$$

$$x_p = 10 + 55 = 65 \text{ m}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱، سطح دشواری: متوسط)

۶۲. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta y_1 = -\Delta t_1 = h$$

$$\Delta y_2 = -\Delta t_2 = -4$$

$$t_2 = t_1 - 2$$

$$-\Delta t_1 = -\Delta(t_1 - 2) = -4$$

$$-\cancel{\Delta t_1} = -\cancel{\Delta t_1} - 2 + 2t_1 = -4$$

$$\rightarrow 2t_1 = 6 \rightarrow t_1 = 3 \text{ s}$$

$$t_2 = 1 \text{ s}$$

$$h = \Delta t_1 = 3 \text{ m}$$

$$v_2 = gt_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱، سطح دشواری: متوسط)

۶۳. گزینه ۳ درست است.

$$V_o = ۲ \frac{m}{s}$$

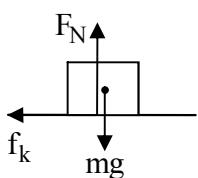
$V = ۰$

$\text{F} \circ (\text{m})$

$$V' - V_o = ۲a\Delta x$$

$$۰ - \text{F} \circ \circ = ۲a(\text{F} \circ)$$

$$V_o = ۷۲ \frac{\text{km}}{\text{h}} = ۲ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\rightarrow a = -\delta \frac{m}{s^2}$$

$$f_k = ma \rightarrow f_k = -\delta m$$

$$F_N = mg \rightarrow F_N = ۱۰ m$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + R_k^2} = \sqrt{(۵m)^2 + (۱۰m)^2} = ۵m\sqrt{۵}$$

نیروی سطح برخودر و

$$\frac{R}{W} = \frac{۵m\sqrt{۵}}{۱۰m} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲، سطح دشواری: دشوار)

۶۴. گزینه ۱ درست است.

B:

$$a = ۲ \frac{m}{s^2} \uparrow$$

$$m_\gamma g = ۸۰\text{N}$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = m_\gamma a \Rightarrow T_\gamma + F_{\gamma N} - m_\gamma g = m_\gamma a$$

$$\rightarrow T_\gamma + F_{\gamma N} - ۸۰\text{N} = ۸۰ \times ۲$$

$$\rightarrow T_\gamma + F_{\gamma N} = ۹۶\text{N} \quad (۱)$$

A:

$$m$$

$$F_N \uparrow$$

$$mg = ۸۰\text{N}$$

$$a = ۲ \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = m_1 a$$

$$\rightarrow F_{\text{N}} - T_1 - m_1 g = m_1 a$$

$$\rightarrow F_{\text{N}} - T_1 - ۸۰\text{N} = ۸۰ \times ۲ = ۱۶۰$$

$$\rightarrow F_{\text{N}} - T_1 = ۹۶\text{N} \quad (۲)$$

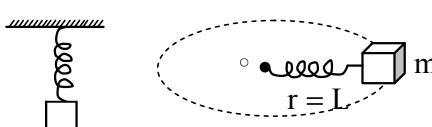
$$(۱) + (۲) \Rightarrow F_{\text{N}} + F_{\gamma \text{N}} + (T_\gamma - T_1) = ۲ \times ۹۶\text{N} = ۱۹۲\text{N}$$

$$F_{\text{N}} + F_{\gamma \text{N}} = ۱۶۰\text{N} \rightarrow \text{عدد نیرو سنج} = F_{\text{N}}' + F_{\gamma \text{N}}' = ۱۶۰\text{N}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

(فیزیک (۳) - فصل ۲، سطح دشواری: متوسط)

۶۵. گزینه ۲ درست است.



$$\left\{ \begin{array}{l} F_e = mg \\ F = \frac{mv^2}{r} \end{array} \right. \Rightarrow mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow g = \frac{v^2}{r}$$

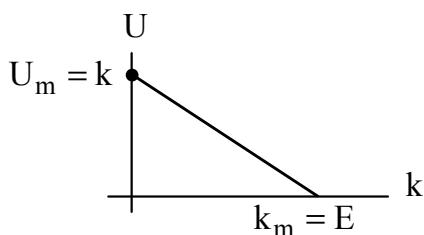
$$\Rightarrow g = \frac{\frac{\pi^2}{4}}{r} \Rightarrow rg = \frac{\pi^2}{4} \xrightarrow{\pi=g} r = \frac{1}{4} \text{m} = ۰/۲۵\text{m}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲، سطح دشواری: متوسط)

۶۶. گزینه ۴ درست است.

گام اول:

$$U + K = E \rightarrow U = E - K$$



می‌دانیم نمودار $(U - K)$ و یک نوسانگ هماهنگ ساده:

$$\Rightarrow \begin{cases} E_B = 18J \rightarrow U_A = E_B = 18J \\ K_A = 12J \Rightarrow E_A = U_A + K_A = 18 + 12 = 30J \\ \Rightarrow E_A = 30J, \quad E_B = 18J \end{cases}$$

گام دوم:

$$\begin{aligned} & \text{(طول پاره خط نوسان } A \text{ دو برابر طول پاره خط نوسان } B \text{ است)} \Rightarrow 2A \Rightarrow \\ & \rightarrow A_A = 2A_B \end{aligned}$$

گام سوم:

$$\begin{cases} E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \\ E_A = 30J \\ E_B = 18J \\ m_A = 4m_B \\ A_A = 2A_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{m_A}{m_B}\right)\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2\left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2 \\ \omega = \frac{\pi}{T} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{T_B}{T_A} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{m_A}{m_B}\right)\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{30}{18} = (4)(2)^2\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 = 16\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{3 \times 16} = \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 \rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{3 \times 16}{5}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{15}}{5} = 0.8\sqrt{15}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳، سطح دشواری: دشوار)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}}$$

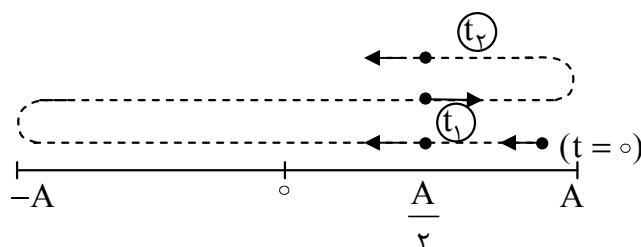
$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{2} \rightarrow T' = 4\sqrt{2}(s)$$

$$g' = g - a = 10 - 5 = 5$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳، سطح دشواری: متوسط)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

گام اول:



$$\Delta t = t_2 - t_1 = T \rightarrow T = 16s - 2s = 14s$$

$$\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{14} = \frac{\pi}{7} \text{ rad/s}$$

گام دوم: مسافت طی شده از t_1 تا t_2 همان مسافت طی شده توسط نوسانگر در یک دوره یعنی $4A$ است:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{4A}{16 - 2} = \frac{4A}{14} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2} m$$

گام سوم:

$$\left| \begin{array}{l} t_1 = 3/\Delta s \\ T = 14s \end{array} \right. \rightarrow t_1 = \frac{T}{4} \Rightarrow v_1 = -A\omega$$

$$\left| \begin{array}{l} t_2 = 10/\Delta s \\ T = 14s \end{array} \right. \rightarrow t_2 = \frac{10}{4}T \Rightarrow v_2 = A\omega$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V = V_2 - V_1 = \Delta \omega - (-A\omega) = 2A\omega = 2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} m \\ \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} = \frac{3 \text{ rad}}{2 \text{ s}} \end{array} \right.$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳، سطح دشواری: دشوار)

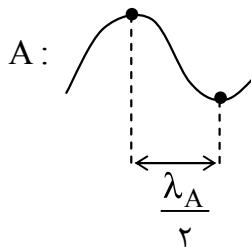
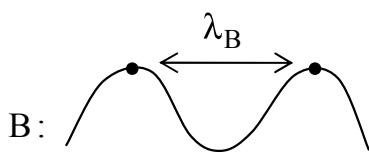
۶۹. گزینه ۳ درست است.

$$L_B = 2L, L_A = L, m_A = m, m_B : \frac{4}{10}m_B = \frac{1}{2}m_A \Rightarrow m_B = \frac{5}{4}m$$

نکته: در رابطه $\mu = \frac{m}{L}$ برای یک تار همگن اهمیتی ندارد که چه طولی از تار را انتخاب نمائیم.

$$\mu_A = \frac{m}{L}, \mu_B = \frac{\frac{5}{4}m}{2L} = \frac{\frac{5}{4}m}{\lambda L} = \frac{\frac{5}{4}}{\lambda} \mu_A$$

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{F_B = F_A} \frac{V_B}{V_A} = \sqrt{\frac{\mu_A}{\mu_B}} = \sqrt{\frac{\lambda}{\frac{5}{4}}} = \sqrt{\frac{16}{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}} = \frac{4\sqrt{10}}{10} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$



$$\frac{\lambda_B}{\left(\frac{\lambda_A}{2}\right)} = \frac{2V_B}{V_A} \times \frac{f_A}{f_B} = \frac{2V_B}{V_A} = 2\left(\frac{2\sqrt{10}}{5}\right) = \frac{4\sqrt{10}}{5} = 2\sqrt{10}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳، سطح دشواری: متوسط)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

$$\beta_1 = 21 \rightarrow \Delta\beta = -14 \text{ dB} \rightarrow 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = -14$$

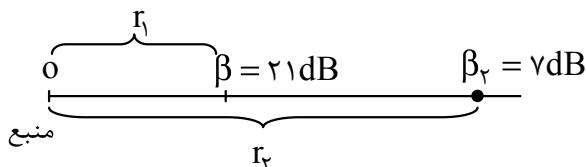
$$\rightarrow \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = -14 = -2 + 0/6 = -2 + 2 \times 0/3$$

$$\rightarrow \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = -\log 10^2 + 2 \log 2 = -\log 10^2 + \log 2^2$$

$$\rightarrow \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \log \left(\frac{2^2}{10^2}\right) \rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{10}$$

$$\rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{5} \rightarrow r_2 = 15 \text{ m}$$

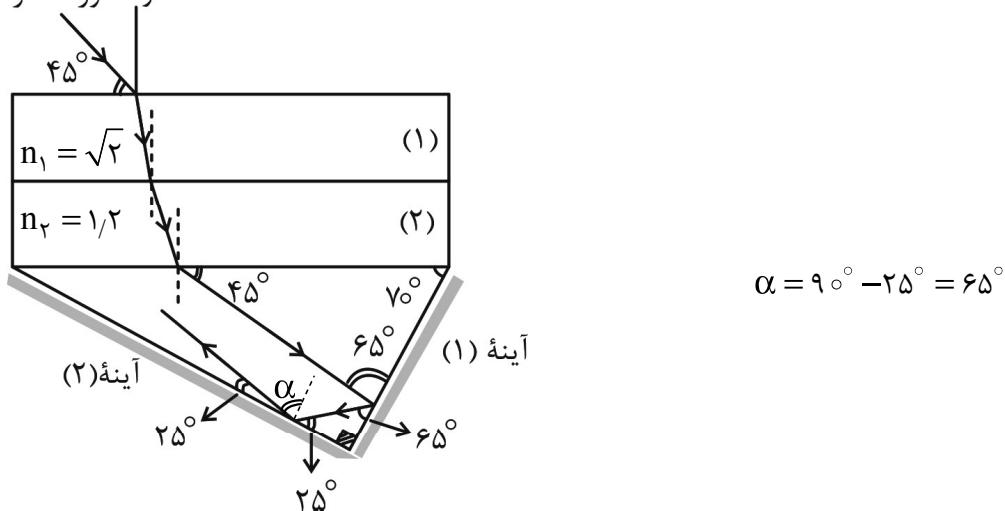
$$\Delta r = 15 - 3 = 12 \text{ m}$$



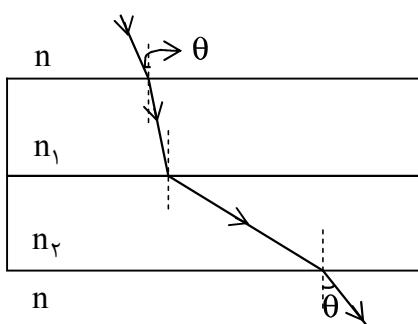
(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۱. گزینه ۴ درست است.

خط عمود نور تک رنگ

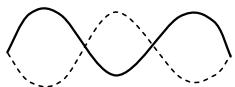


نکته: می‌توان بدون در نظر گرفتن ضریب شکست تیغه‌های متوازی السطوح آنها را حذف نمود. به شرط آنکه محیط پیرامون تیغه‌های متوازی السطوح یکسان باشد.



(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۲. گزینه ۱ درست است.



$$f_n = \frac{nv}{2L} \rightarrow 300 = \frac{3v}{2 \times 1} \rightarrow V = 200 \frac{m}{s}$$

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow 200 = \sqrt{\frac{400}{m}} \rightarrow (200)^2 = \frac{400}{m} \rightarrow m = \frac{400}{4 \times 10^4} = 10^{-2} = 10 g$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{m}{1} = m$$

(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۳. گزینه ۲ درست است.

الف) درست است.

ب) درست است.

پ) نادرست است.

ت) درست است.

پس ۳ مورد (الف) و (ب) و (ت) درست می‌باشند.

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۴. گزینه ۲ درست است.

$$k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (1/6 \times 10^6)^2 \xrightarrow{\text{بر} 10^{-19} / 6 \times 10^{-31} \text{ تقسیم می‌کنیم}} \rightarrow$$

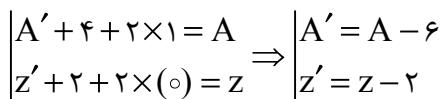
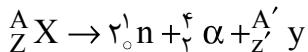
$$K_{\max} = \gamma/2 eV$$

$$hf - W_0 = K_{\max} \rightarrow \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \gamma/2$$

$$\rightarrow \frac{1240}{124} - W_0 = \gamma/2 \rightarrow W_0 = 2/8 (eV)$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۴ درست است.



(فیزیک (۳) - فصل ۶؛ سطح دشواری: متوسط)

شیمی

۷۶. گزینه ۱ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) آلکانی با فرمول C_8H_{18} درست می‌شود که توانایی بی‌رنگ کردن بروم را ندارد.ب) درست است، $(C_{10}H_8)$ هیدروژن کمتری نسبت به آلکان ۸ کربنه دارد.پ) درست است، واژلین با فرمول $(C_{25}H_{52})$ گرانزوی بیشتری از آن دارد.ت) محلول در هگزان است ولی با هگزان در یک واحد $-C_2H_4-$ اختلاف دارد.

(شیمی (۲) و (۱) - فصل ۱ و ۳؛ سطح دشواری: آسان)



۷۷. گزینه ۴ درست است.



$$\frac{45^{\circ} \times \frac{x}{100}}{1 \times 18^{\circ}} = \frac{56}{22/4 \times 2} \quad x = \% 50$$

$$\frac{56}{2 \times 22/4} = \frac{x}{46 \times 2} \quad \text{اتanol} = 115$$

(شیمی (۲) - فصل ۱، سطح دشواری: متوسط)

۷۸. گزینه ۳ درست است.

مورد اول نادرست است. هر دو خمیده و قطبی هستند.

مورد دوم نادرست است. این ۵ پیوند اشتراکی دارد، ولی NCCl، ۴ پیوند اشتراکی دارد.

مورد سوم درست است. هر اکسیژن حامل دو جفت الکترون ناپیوندی می‌باشد.

مورد چهارم نادرست است. دو پیوند سه‌گانه و دو پیوند یک‌گانه دارد و یکی از نیتروژن‌های انتهایی که به پیوند یک‌گانه متصل است

دو جفت الکترون ناپیوندی دارد و نیتروژن انتهایی دیگر که به پیوند سه‌گانه متصل است، یک جفت الکترون ناپیوندی دارد.

بقیه نیتروژن‌ها جفت الکترون ناپیوندی ندارند.

(شیمی (۱) - فصل ۱ و ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۹. گزینه ۴ درست است.

$$S = \% 8\theta + 72 \quad \text{معادله انحلال پذیری}$$

۱) درست است.

$$10^{\circ}\text{C}: \frac{\text{حل شونده}}{\text{ محلول}} = \frac{80}{180} \quad \left| \begin{array}{c} x \\ \hline 450 \end{array} \right. \Rightarrow x = 200 \quad \text{گرم}$$

$$20^{\circ}\text{C}: \frac{\text{حل شونده}}{\text{ محلول}} = \frac{88}{100} \quad \left| \begin{array}{c} y \\ \hline 250 \end{array} \right. \Rightarrow y = 220 \quad \text{گرم}$$

۲) درست است.

$$20^{\circ}\text{C}: \frac{\text{گرم حلal}}{\text{ محلول}} = \frac{100}{188} \quad \left| \begin{array}{c} x \\ \hline 94 \end{array} \right. \Rightarrow x = 50 \quad \text{گرم}$$

۳) درست است.

$$S = \% 8 \times 37/5 + 72 = 102 \quad \text{گرم}$$

$$\frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{ گرم محلول}} = \frac{102}{102+100} = \frac{102}{202} \approx \% 50$$

۴) نادرست است.

$$S = \% 8 \times 15 + 72 = 84 \quad \text{گرم} \quad \frac{\text{حل شونده}}{\text{ محلول}} = \frac{84}{100+84} \times 100 = \% 45 \neq \% 40$$

(شیمی (۱) - فصل ۳، سطح دشواری: دشوار)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

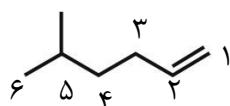
۱) نادرست است. ۵ - میتل - ۱ - هگرن درست است.

۲) درست است. به نمودار صفحه ۳۶ کتاب شیمی (۲) رجوع کنید.

۳) نادرست است. به نمودار صفحه ۱۳ کتاب شیمی (۲) رجوع کنید.

۴) نادرست است. فلز سدیم با عدد اتمی ۱۱ واکنش‌پذیری زیادی دارد و زیر نفت نگهداری می‌شود.

(شیمی (۲) - فصل ۱، سطح دشواری: آسان)



۸۱. گزینه ۱ درست است.

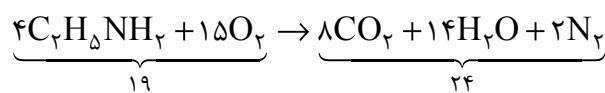
مورد «الف» نادرست است؛ زیرا در این ساختار ۱۶ پیوند (C – H) وجود دارد در حالی که در ۱ و ۲ – دی کلرواتان ۸ اتم وجود دارد.
مورد «ب» نادرست است؛ زیرا عدد اکسایش اکسیژن در این ساختار (–۲) ولی در OF_2 ، (+۲) است.
مورد «پ» درست است.

مورد «ت» درست است. گروه $\text{C}=\text{C}-\text{H}$ عامل آلدھیدی است و ۲ پیوند دوگانه در آن می‌تواند با ۲ مول هیدروژن واکنش دهد.

(شیمی (۲ و ۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۸۲. گزینه ۲ درست است.

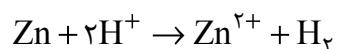
با گذاشتن عدد ۱ به عنوان ضریب $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ موازن را آغاز می‌کنیم از آغاز که ضریب H_2O عدد $\frac{7}{2}$ می‌شود، پس با ضرب کردن همه ضرایب در عدد ۲ ادامه می‌دهیم.



$$19 + 24 = 43$$

(شیمی (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۸۳. گزینه ۲ درست است.



$$13\text{gr} \times \frac{1\text{mol}}{65\text{g}} \times \frac{2\text{mol H}^+}{1\text{mol}} = 0.4 \text{ mol}$$

$$0.4 = \frac{0.4}{1} = 0.4 \text{ (mol . L}^{-1}\text{)}$$

$$1 - 0.4 = 0.6 \text{ mol (H}^+\text{)}$$

$$\text{pH} = \log 6 \times 10^{-1} = 0.22$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۴. گزینه ۴ درست است.

۱) نادرست است؛ زیرا انرژی لایه‌های الکترونی هر اتم نه تنها ویژه همان اتم است؛ بلکه به عدد اتمی وابسته است.

۲) نادرست است؛ زیرا مواد آلی کلمه نادرستی است، مواد مولکولی درست است.

۳) نادرست است؛ زیرا در ساختار اکسیژن $\ddot{\text{O}}$ ، ۲ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

۴) درست است. در Ca_3N_2 هر اتم کلسیم ۲ الکترون از دست می‌دهد. به ازای ۳ اتم کلسیم ۶ الکترون به اتم‌های نیتروژن داده می‌شود.

(شیمی (۱) و (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۵. گزینه ۴ درست است.



بررسی گزینه‌ها:

۱) اگر نسبت تغییر مول به ضریب دو یا چند ماده از یک واکنش در شرایط برابر یکسان باشد، سرعت متوسط مصرف یا تولید آن‌ها نیز یکسان است. نسبت مول به ضریب هر دو برابر است.

$$\text{KMnO}_4 = \frac{15/8 \div 15/8}{4} = 0.025 \quad \text{O}_2 = \frac{4 \div 32}{5} = 0.025$$

پس مورد (۱) نادرست است.

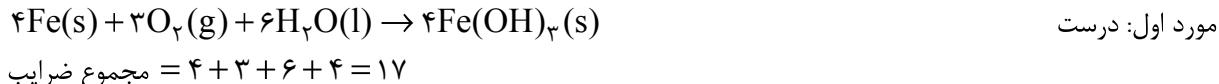
۲) سرعت متوسط مصرف H_2SO_4 ، با سرعت تشکیل H_2O برابر است، چون هم ضریب هستند ولی سرعت متوسط تشکیل با مضرب آنها برابر سرعت واکنش است. مورد (۲) نادرست است.

۳) با فرض ثابت ماندن سرعت واکنش و با توجه به ضرایب استوکیومتری، $\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{5}{6} \bar{R}_{\text{H}_2\text{SO}_4}$ پس در طول مدتی که

۱/۲ مول گاز اکسیژن تولید می‌شود $1/44$ مول سولفوریک اسید مصرف می‌شود. مورد (۳) نادرست است.

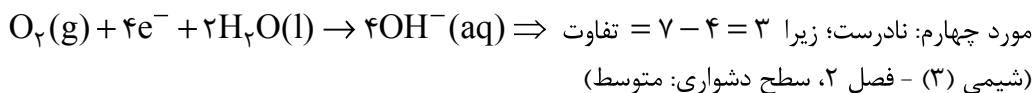
۴) ضریب استوکیومتری پتانسیم پرمونگات (ترکیب اکسید)، ۲ برابر ضریب پتانسیم سولفات است. مورد (۴) درست است.
(شیمی (۲) - فصل ۲، سطح دشواری: دشوار)

۸۶. گزینه ۳ درست است.



مورد دوم درست: فلز آهن در دو مرحله اکسید می‌شود، در مرحله اول Fe^{2+} و در مرحله دوم Fe^{3+} به انجام می‌گیرد و فرآورده نهایی آهن (III) هیدروکسید است.

مورد سوم نادرست: با توجه به تبدیل Fe^{3+} به Fe^{2+} بهزای تبدیل هر مول Fe به زنگ آهن ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.



۸۷. گزینه ۴ درست است.

سیلیس ساختاری سه بعدی دارد و شفاف بوده و اتم‌های آن با پیوندهای کووالانسی به هم اتصال دارند. مولکول‌های آب برخلاف سیلیس با پیوندهای هیدروژنی در ساختار یخ ساختاری منظم به مانند کندوی زنبور عسل را به وجود آورده است.

(شیمی (۳) - فصل ۳، سطح دشواری: آسان)

۸۸. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{445 \text{ kJ}}{8 \text{ گرم}} = 55,625 \text{ kJ} = \text{ارزش سوختی متان}$$

$$\frac{55,625 \text{ kJ}}{2,45} \approx 22,7 \text{ kJ} = \text{ارزش سوختی متانول}$$

$$\frac{x \text{ g}}{1 \text{ g}} = \frac{22,7}{22,7} \Rightarrow x = 1 \text{ gr}$$

(شیمی (۲) - فصل ۲، سطح دشواری: متوسط)

۸۹. گزینه ۱ درست است.

مورد دوم: نادرست است.

مورد سوم: سازه‌های فلزی در تلفن همراه از کاربردهای تیتانیوم است.

(شیمی (۳) - فصل ۳، سطح دشواری: آسان)

۹۰. گزینه ۳ درست است.

۱) نادرست، تفاوت نقطه ذوب و جوش در NaCl بیشتر بوده و در گستره بزرگ‌تری به حالت مایع است از طرفی P_4 نقطه ذوب پایینی دارد و نیروهای جاذبه بین مولکولی در آن کم است.

۲) نادرست، NaCl شاره مناسبی در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشید است.
۳) درست است.

۴) چگالی باریون‌ها با شعاع رابطه وارونه دارد، چگالی باریون Cl^- نیز از چگالی باریون Br^- بیشتر است. (شیمی (۳) - فصل ۳، سطح دشواری: متوسط)

۹۱. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta H_{کلی} = -3\Delta H_1 - \frac{\Delta H_2}{2} - \frac{\Delta H_3}{2} = 3(184/6) - (246/7) - 187 = 120 / 1\text{kJ}$$

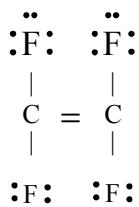
$$6\text{ kJ} \times \frac{4\text{ mol}}{120 / 1} = 0.2\text{ mol}$$

(شیمی (۲) - فصل ۲، سطح دشواری: متوسط)

۹۲. گزینه ۲ درست است.

مورد «الف» درست است. مونومر تفلون ۱۲ جفت ناپیوندی و ۶ جفت پیوندی دارد.

مورد «پ» نادرست است. اسفناج و عدسی آهن بدن را تأمین می‌کنند.



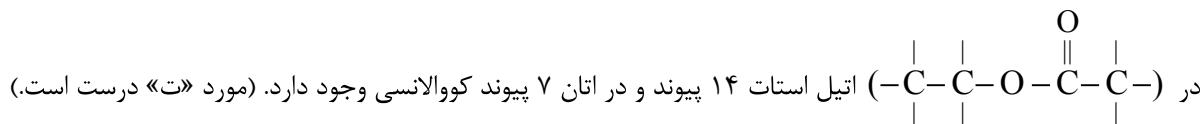
(شیمی (۲) - فصل ۳، سطح دشواری: آسان)

۹۳. گزینه ۱ درست است.

الف) درست است.

ب) نادرست است. کلرواتان بی‌حسی است.

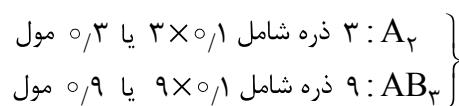
پ) درست است.

B. استیک اسید (CH_3COOH) است و در شرایط مناسب با الکل‌ها استرتیکل می‌دهد، در حالی که A یک آلکن از نوع اتیلن است و توانایی تشکیل استر را ندارد.

(شیمی (۳) - فصل ۴، سطح دشواری: متوسط)

۹۴. گزینه ۳ درست است.

ابتدا ذرات موجود در شکل را بررسی می‌کنیم.

اگر تمام A_2 در سامانه به AB_3 تبدیل شود، $0 / 6$ مول به تعداد مول‌های AB_3 اضافه می‌شود و تعداد مول AB_3 به $0 / 9 + 0 / 3 \times 2 = 1 / 5$ می‌رسد؛ پس گزینه (۳) درست است.گزینه (۱) نادرست؛ شمار آغازی مول‌های A_2 $0 / 3 + \frac{0 / 9}{2} = 0 / 75$ گزینه (۲) نادرست؛ اطلاعات دقیقی در شکل از شمار ذرات B_2 نداریم و به یقین نمی‌توانیم شمار مول‌های آغازی آن را محاسبه کنیم.گزینه (۴) نادرست؛ با افزایش دما واکنش در جهت تجزیه AB_3 پیشرفت می‌کند و از شمار مول AB_3 کاسته می‌شود.

(شیمی (۳) - فصل ۴، سطح دشواری: متوسط)

۹۵. گزینه ۲ درست است.

موردهای «اول»، «سوم» و «چهارم» درست است.

مورد دوم نادرست است؛ زیرا، اتیلن‌گلیکول و ترفتالیک اسید هر دو در نفت خام وجود ندارند.

(شیمی (۳) - فصل ۴، سطح دشواری: آسان)

۹۶. گزینه ۳ درست است.

(۱) کروم (III) کلرید (۲) آمونیوم استات

(شیمی ۱ و ۲) - فصل ۳، سطح دشواری: آسان

۹۷. گزینه ۲ درست است.

الف) نادرست است.

$$\text{جرم مولی الکل سازنده} = ۹۲ + (۳ \times ۱۶) + ۸ = ۹۲ + (۳ \times ۱۲)$$

$$\text{جرم مولی نمک سدیم} = ۳۰۶ + ۳۵ + ۱۲ + (۲ \times ۱۶) + ۲۳ = ۳۰۶$$

$$۳۰۶ - ۹۲ = ۲۱۴ \text{ g mol}^{-1}$$

ب) درست است. سدیم هیدروکسید با نسبت مولی ۱:۱ با B واکنش می‌دهد.

$$\text{جرم مولی} \text{COONa} = ۶۱/۲ \text{ gr} = ۰/۲ \times ۳۰۶ = ۰/۲ \times (C_{۱۷}H_{۳۵})$$

پ) درست است.

ت) نادرست است. از واکنش یک مول ترکیب (A) با سود، ۳ مول صابون و از واکنش ۳ مول ترکیب (B) با سود، ۳ مول صابون تشکیل می‌شود و در مجموع ۶ مول سود تولید می‌شود.

(شیمی ۳) - فصل ۱، سطح دشواری: دشوار

۹۸. گزینه ۳ درست است.

الف) درست است. چون هیدروکلریک اسید یک اسید قوی با ثابت یونش بسیار بزرگ است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود HB نیز کاملاً یونش یافته و یک اسید قوی است.

ب) نادرست است؛ زیرا HC نسبت به HA اسید قوی‌تری است؛ بنابراین غلظت یون هیدروکسید در محلول آبی HC کمتر و K_b کوچک‌تری دارد.

پ) درست است. یون‌های B^- نسبت به C^- فراوانی بیشتری دارند و از پایداری بیشتری برخوردارند. بنابراین B^- در محلول آبی تمایلی به اتصال با یون هیدروژن ندارد و در محلول HB فرم مولکولی است عملای دیده نمی‌شود.

ت) نادرست است؛ زیرا اگر HA ترکیبی با ثابت یونش 10^-4 باشد، HC نسبت به آن اسید قوی‌تری خواهد بود و هیدروفلوریک اسید با ثابت یونش حدود 10^-4 می‌تواند اسید HC باشد. (شیمی ۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط

۹۹. گزینه ۳ درست است.

عبارت اول درست است. واکنش مستقیم گازهای هیدروژن و اکسیژن به تشکیل آب می‌انجامد.

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا فقط به نوع برخی از عنصرهای فلزی می‌توان پی برد.

عبارت سوم نادرست است. اتم‌های فلوفور تمایل بیشتری برای کشیدن الکترون‌های پیوندی دارد و رنگ قرمز را به خود اختصاص می‌دهد، پس اتم نیتروژن آبی خواهد بود.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا شمار خطوط برابر است ولی رنگ آن‌ها دقیقاً یکی نیست.
(شیمی ۱) و (۲) - فصل ۱ و ۲؛ سطح دشواری: آسان

۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

مورد اول نادرست است؛ M در گروه ۶ قرار دارد و حامل ۷ الکترون در زیرلایه S است.

مورد دوم نادرست است. تعداد الکترون و نوترون به ترتیب ۱۷ و ۲۰ می‌باشد و بار یون عنصر گروه دوم +۲ می‌باشد.

مورد سوم نادرست است؛ زیرا فعالیت شیمیایی نافلرها با شعاع اتم رابطه وارونه دارد، ولی به یقین به طور کلی نمی‌توان گفت عدد اتمی با واکنش ناپذیری نافلری رابطه مستقیم یا وارونه دارد، به عنوان نمونه (F) از (O) و (Cl) واکنش پذیرتر است.

مورد چهارم درست است. Hg^2+ در دوره ۶ و گروه ۱۲ و Br^- در دوره ۴ دو گروه ۱۷ قرار دارد. شعاع اتمی عنصرها اغلب با افزایش دوره افزایش و با افزایش گروه کاهش می‌یابد، پس شعاع Br^- از شعاع اتمی جیوه کوچک‌تر است. (ص ۱۷)

(شیمی ۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان

۱۰۱. گزینه ۳ درست است.

مورد اول نادرست است. A، هلیوم است و به مقدار ناچیزی در کره زمین یافت می‌شود.

مورد دوم نادرست است. F، همان برم است و کمترین خاصیت نافلزی مربوط به آن نیست ولی فلور قوی‌ترین و واکنش‌پذیرترین نافلز است.

مورد سوم درست است. E، فلزی واسطه بوده و محلول‌های رنگی آن به ۴ رنگ مشاهده می‌شود و E، وانادیوم است ولی D عنصر سیلیسیوم است که جزو شبکه‌فلزات می‌باشد و رسانای کمی دارد.

مورد چهارم نادرست است. C، همان آلومینیوم است که از برکافت مذاب آلومینیوم اکسید تهیه می‌شود. آلومینیوم فلزی فعال است و به سرعت اکسید می‌شود.

(شیمی ۲) و (۳) - فصل ۱ و ۲ و ۳؛ سطح دشواری: دشوار

۱۰۲. گزینه ۴ درست است.

برای توصیف یک نمونه گاز افزون بر مقدار، باید دما و فشار آن نیز مشخص باشد.

(شیمی ۱) - فصل ۲، سطح دشواری: آسان

۱۰۳. گزینه ۴ درست است.

الف) گشتاور دوقطبی H_2S و H_2O به ترتیب $D_{1/85}$ و $D_{97/0}$ است. (نادرست)

ب) در این دما دو عنصر O_2 و Ar به حالت مایع باقی می‌مانند. (نادرست)

پ) به سبب واکنش CO_2 با آب اتحال پذیری CO_2 نسبت به NO بیشتر است. (درست)
ت) درست است.

(شیمی ۱) - فصل ۱ و ۳، سطح دشواری: آسان

۱۰۴. گزینه ۲ درست است.

چگالی پلیمر A از B بیشتر است، زیرا تراکم بیشتری دارد.

استحکام و نیروی بین مولکولی در A بیشتر از B است. چگالی هر دو پلیمر از عدد ۱ کمتر است و هر دو روی آب شناور می‌مانند در آخر چون مونومر هر دو بسپار اتیلن (C_2H_4) است، پس درصد جرمی هیدروژن در هر دو مونومر یکسان است.

(شیمی ۲) - فصل ۳، سطح دشواری: آسان

۱۰۵. گزینه ۳ درست است.

بررسی موارد:

گزینه ۱ نادرست است. $P_2 > P_1$ می‌باشد، واکنش تعادلی گرماده بوده و با افزایش دما مقدار K کاهش می‌یابد.

گزینه ۲ نادرست است. $P_2 > P_1$ ، تغییر فشار در دمای ثابت تأثیری در مقدار K ندارد.

گزینه ۳ درست است. $P_2 > P_1$ زیرا ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده برابر است.

گزینه ۴ نادرست است. $P_2 > P_1$ ، با افزایش فشار، در دمای ثابت تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کمتر (در جهت رفت) جابه‌جا می‌شود، ولی مقدار C افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳) - فصل ۳، سطح دشواری: متوسط