

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $\frac{f}{g}$ به صورت زیر است:

$$\frac{f}{g} = \{(-1, 1), (2, -1), (3, -1), (1, 2)\} \Rightarrow \text{fo } \frac{f}{g} = \{(-1, 10), (2, 2), (3, 2), (1, -3)\}$$

بنابراین برد تابع $\text{fo } \frac{f}{g}$ عبارت است از مجموعه‌ی $\{2, -3, 10\}$ که حاصل ضرب اعضای آن برابر ۶۰ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2x - a - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = \sqrt{2x-4}$$

$$f^{-1}(a+1) = f^{-1}(4) = \alpha \Rightarrow A \Big|_{\alpha}^4 \in f^{-1} \Rightarrow A' \Big|_{\alpha}^4 \in f \Rightarrow 4 = \sqrt{2\alpha-4} \Rightarrow \alpha = 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2}, \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} - 2\left(-\frac{5}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = -\frac{21}{10}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$D_f = R - \{4\} \Bigg\}_{f=g} \Rightarrow D_g = R - \{4\}$$

پس مخرج $g(x)$ باید به صورت $(x-4)^2$ باشد.

یعنی $16x^2 - 8x + 16$ پس $d = 16$ و $c = -8$

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{5}{x-4} = \frac{5(x-4)}{(x-4)^2} = \frac{5x-20}{(x-4)^2} \\ g(x) &= \frac{ax+b}{(x-4)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow ax + b = 5x - 20 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -20 \end{cases}$$

$$a + b + c + d = -7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 3x - 2 \Rightarrow y + 2 = 3x \Rightarrow x = \frac{y}{3} + \frac{2}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه $f(x) = \frac{x+1}{2}$ است، ابتدا ضابطه معکوس این تابع را به دست

$$y = \frac{x+1}{2} \Rightarrow 2y = x+1 \Rightarrow x = 2y-1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x-1$$

می‌آوریم:

از طرفی می‌دانیم $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ است، پس داریم:

$$g^{-1}(f^{-1}(x)) = 1 + (2 - 2x)^2 \xrightarrow{f^{-1}(x)=2x-1} g^{-1}(2x-1) = 1 + (2 - 2x)^2$$

اگر $t = 2x - 1$ آنگاه $x = \frac{t+1}{2}$ ، بنابراین داریم:

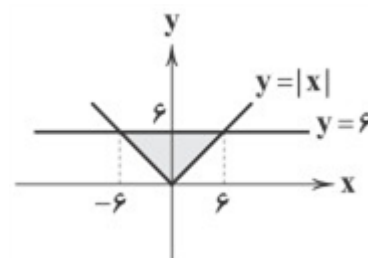
$$g^{-1}(t) = 1 + \left(2 - 2\left(\frac{t+1}{2}\right)\right)^2 \Rightarrow g^{-1}(t) = 1 + (3-t)^2$$

حال ضابطه تابع g را به دست می‌آوریم:

$$y = 1 + (3-x)^2 \Rightarrow y-1 = (3-x)^2 \Rightarrow \sqrt{y-1} = 3-x \Rightarrow x = 3 - \sqrt{y-1}$$

$$\Rightarrow g(x) = 3 - \sqrt{x-1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{12 \times 6}{2} = 36$$

$$D_y : 2x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$R_y : -\sqrt{2x+3} \leq 0 \Rightarrow a+1 - \sqrt{2x+3} \leq a+1 \Rightarrow R_y = (-\infty, a+1]$$

$$\Rightarrow a+1 = 5 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow ab = -6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در تابع $y = 2 - \sqrt{3-x}$ ، x را برحسب y می‌یابیم و جای آن دو را عوض می‌کنیم:

$$\sqrt{3-x} = 2-y \Rightarrow 3-x = (2-y)^2 \Rightarrow x = 3 - (y-2)^2 \Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 3$$

پس $\alpha = 2$ و $\beta = 3$ و در نتیجه $\alpha\beta = 6$.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$d = \frac{a_4 - a_1}{4-1} = \frac{\frac{5}{2} - 1}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow[n=15, d=\frac{1}{2}]{n=15} S_{15} = \frac{15}{2} \left[2 \times (1) + (15-1) \times \frac{1}{2} \right]$$

$$\Rightarrow S_{15} = 67/2$$

$$d = \frac{728}{13} = 56 \quad \text{قدرنسبت}$$

$$a_1 = 72 - 56 = 16 \quad \text{اولین جمله}$$

$$16, 72, 128, 184, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{128 + 184}{2} = 156$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

اگر بازه‌ی اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت $[a, b]$ باشد، مرکز این بازه برابر با میانگین نمونه

$$\text{یعنی } \frac{a+b}{2} \text{ و طول آن برابر } \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \text{ است.}$$

$$\bar{x} = \frac{24/6 + 30/2}{2} = 27/4$$

$$b - a = \frac{4 \times 11/2}{\sqrt{n}} \Rightarrow 5/6 = \frac{44/8}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 8 \Rightarrow n = 64$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\text{میانگین جامعه : پارامتر} = \frac{1 + 3 + 3 + 6 + 6 + 6 + 7 + 9 + 9 + 10}{10} = 6$$

$$\text{میانگین نمونه : آماره} = \frac{6 + 6 + 6 + 10}{4} = 7$$

$$7 - 6 = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در داخل هر گروه $\frac{713}{23} = 31$ عضو وجود دارد و چون ۱۰۰ به فرم $31k + 7$ است، بنابراین

سایر اعضاء منتخب نیز، به فرم $31k + 7$ خواهند بود. در بین گزینه‌ها فقط ۳۱۷ به فرم مورد، اشاره است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میانه‌ی نمونه‌ای ۲ عضوی همان میانگین آن نمونه‌ی ۲ عضوی است. از طرفی چون اعداد دنباله‌ی حسابی تشکیل می‌دهند، میانگین و میانه‌ی آن‌ها برابر است. در نتیجه سؤال مانند این است که چند نمونه‌ی دو عضوی میانگین جامعه را درست برآورده می‌کنند. با توجه به نکات گفته شده داریم:

$$N = \frac{89 - 11}{6} + 1 = 14$$

$$\frac{N}{2} = \frac{14}{2} = 7 \Rightarrow P = \frac{7}{\binom{14}{2}} = \frac{7}{\frac{14 \times 13}{2}} = \frac{1}{13}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بازتاب طولپاست، پس $OA' = OA = ۵$.

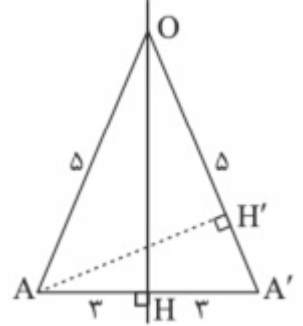
طبق قضیه فیثاغورس در مثلث AOH، داریم:

$$AH^2 + OH^2 = OA^2$$

$$\Rightarrow ۹ + OH^2 = ۲۵ \Rightarrow OH = ۴$$

$$S_{\triangle AA'} = \frac{1}{2}(OH)(AA') = \frac{1}{2}(AH')(OA')$$

$$\Rightarrow (۴)(۶) = (AH')(۵) \Rightarrow AH' = ۴/۵$$



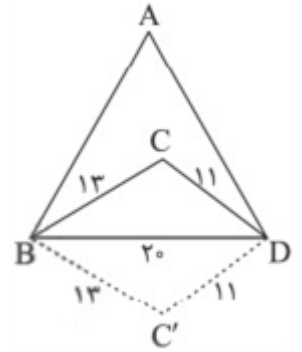
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

رأس C را نسبت به BD، بازتاب می‌کنیم و C' می‌نامیم. مساحت $\triangle BC'D$ را به کمک دستور هرون محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{۱۱ + ۱۳ + ۲۰}{۲} = ۲۲$$

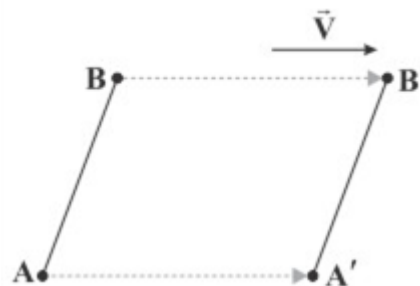
$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{۲۲(۲)(۹)(۱۱)} = ۶۶$$

$$S_{ABC'D} = S_{\triangle BCD} + S_{\triangle ABD} = ۶۶ + \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۲۰ \cdot ۲ = ۶۶ + ۱۰۰\sqrt{۳}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اولاً: می‌دانیم انتقال شیب خط را حفظ می‌کند، پس:

$$A'B' \parallel AB$$



ثانیاً: می‌دانیم در انتقال خطوطی که هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کنند با بردار انتقال موازیند، پس:

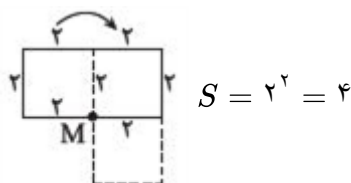
$$AA' \parallel BB' \quad (۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که چهارضلعی $ABB'A'$ متوازی‌الاضلاع است.

دقت کنید: چهارضلعی $ABB'A'$ الزاماً متوازی‌الاضلاع است و در حالات خاص ممکن است لوزی یا مستطیل باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

شکل مسأله را رسم می‌کنیم. ناحیه مشترک بین دو مستطیل، مربعی به ضلع ۲ واحد است.



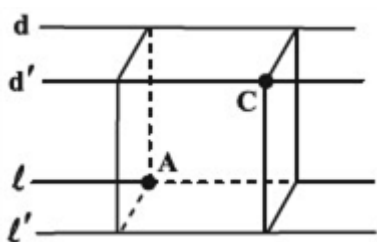
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنا بر قضیه‌ی سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{a}{2R}, \sin \hat{B} = \frac{b}{2R}, \sin \hat{C} = \frac{c}{2R}$$

بنا بر فرض سؤال $\sin^2 \hat{A} = \sin^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{C}$ بنابراین:

$$\frac{a^2}{4R^2} = \frac{b^2}{4R^2} + \frac{c^2}{4R^2} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. یکی از قطرهای مکعب مستطیل، قطر AC است.



$$A(1, 1, -2), C(3, 4, 2)$$

$$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (4-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{29}$$

خطوط d, d', L و L' موازی با محور y ها هستند.

$$d: (x=1, z=2) \quad d': \begin{cases} x=3 \\ z=2 \end{cases}$$

$$L: \begin{cases} x=1 \\ z=-2 \end{cases} \quad L': \begin{cases} x=3 \\ z=-2 \end{cases}$$

بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ موازی‌اند، پس:

$$\frac{2}{n} = \frac{m+1}{m+2n} = \frac{6}{-3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{n} = -2 \Rightarrow n = -1 \\ \frac{m+1}{m+2n} = -2 \Rightarrow \frac{m+1}{m-2} = -2 \Rightarrow m = 1 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\left| 3\vec{i} + (m-n)\vec{j} - (m+n)\vec{k} \right| = \left| 3\vec{i} + 2\vec{j} \right| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی طول پاره‌خط AB و مفهوم کم‌ترین مقدار در این مسئله داریم،

$$\begin{cases} A \begin{vmatrix} 1 \\ 2m-1 \\ -3 \end{vmatrix} \\ B \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \\ -5 \end{vmatrix} \end{cases}, AB^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = \underbrace{(1+4)^2}_{\text{مثبت}} + \underbrace{(2m-1-3)^2}_{\text{باید صفر شود}} + \underbrace{(3+5)^2}_{\text{مثبت}}$$

پس باید $(2m-4)^2 = 0$ یعنی $m = 2$ باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در نقطه‌های $P(2, t, 3)$ مؤلفه‌ی y هر عددی می‌تواند باشد پس مکان هندسی P خطی است موازی محور y ‌ها چون x و z آن ثابت است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تصویر هر نقطه مانند $A(x, y, z)$ روی محور x ‌ها به صورت $A(x, 0, 0)$ ، روی محور y ‌ها به صورت $A(0, y, 0)$ و روی محور z ‌ها به صورت $A(0, 0, z)$ است. لذا تصویر نقطه‌ی $A(-2, 1, 3)$ روی محور y ‌ها به صورت $(0, 1, 0)$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شاهین هرکجا دوست دارد بنشیند، شادمهر ۲ جا می‌تواند کنار دست شاهین بنشیند. چهار برادر هم به ۴! طریق روی صندلی‌ها می‌نشینند.

$$2 \times 4! = 48$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تمام اعداد چهاررقمی که با ارقام $\{0, 1, 2\}$ می‌توان نوشت را می‌شماریم:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 3 & 3 \\ \hline \end{array} = 54$$

در بین اعداد ساخته شده تنها عدد ۱۱۱۱ را باید حذف کنیم و جواب برابر ۵۳ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر خانه‌ی مشخص شده را با ۲ پر کنید به دو جواب، و اگر آن را با ۴ پر کنید به دو جواب دیگر خواهید رسید:

	۱	۳	
	۲	۱	

۱	۴	۲	۳
۴	۱	۳	۲
۳	۲	۱	۴
۲	۳	۴	۱

۲	۳	۴	۱
۴	۱	۳	۲
۳	۲	۱	۴
۱	۴	۲	۳

۱	۳	۴	۲
۲	۱	۳	۴
۴	۲	۱	۳
۳	۴	۲	۱

۳	۴	۲	۱
۲	۱	۳	۴
۴	۲	۱	۳
۱	۳	۴	۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا یک جایزه انتخاب می‌کنیم و به جمال می‌دهیم که این کار به $\binom{6}{1} = 6$ حالت انجام می‌گیرد.

تعداد حالت‌هایی که به مهرداد حداقل یک جایزه برسد $n(M)$

$$n(M) = n(\text{کل}) - n(M') = 3^5 - 2^5 = 211$$

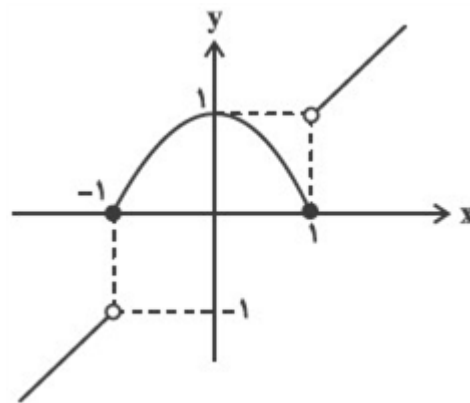
$$\text{بنابراین: } \text{تعداد حالات} = 6 \times 211 = 1266$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همان‌طور که می‌دانیم تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلاتی به صورت

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \text{ برابر است با } \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{n+k-1}{n} \text{ بنابراین:}$$

$$\binom{2+I-1}{2} = \binom{1+I}{2} \rightarrow \binom{I+1}{2} = \binom{9}{2} \rightarrow I+1=9 \rightarrow I=8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بهتر است نمودار تابع را رسم کنیم:



با توجه به نمودار، تابع در $x = 0$ ماکزیمم نسبی و در $x = 1$ مینیمم نسبی دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $y = |f(x)|$ در ریشه‌های ساده $f(x)$ مشتق‌ناپذیر است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & x < 2 \end{cases}$$

$$f'_+(2) = f'_-(2)$$

$$\frac{-1}{(2-1)^2} = -2(2) + a \Rightarrow a = 3$$

f پیوسته است. پس:

$$-4 + 2a + b = \frac{1}{2-1}$$

$$-4 + 6 + b = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$f' = 3x^2 + 2(m-3)x + 3$$

$$f' \geq 0 \Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow 4(m-3)^2 - 36 \leq 0$$

$$\Rightarrow (m-3)^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow -3 \leq m-3 \leq 3$$

$$f''(x) = 6x + 2(m-3)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{m-3}{3}$$

$$-3 \leq m-3 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq -\frac{m-3}{3} \leq 1$$

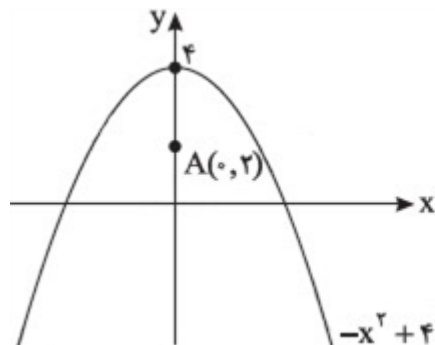
$$y = -x^2 + 4 \Rightarrow B(x, -x^2 + 4)$$

$$AB = \sqrt{x^2 + (-x^2 + 4 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 + (2 - x^2)^2} = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4}$$

رادیكال وقتى كمترين مقدار را دارد كه عبارت زير آن مينيمم باشد:

$$x^4 - 3x^2 + 4 \xrightarrow{\text{مشتق}} 4x^3 - 6x = 2x(2x^2 - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$



$$AB(0) = 2$$

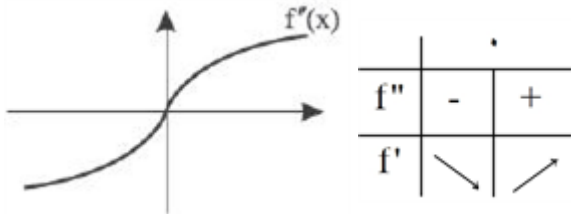
$$AB\left(\pm\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{كمترين مقدار}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3 = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۷

می‌دانیم $f''(x)$ همان مشتق $f'(x)$ است، پس:



بنابراین $y = f'(0)$ در فاصله $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شیب خط مماس از روی $f'(x) = -x^2 + 4x - 1$ به دست می‌آید. ماکزیمم f' در رأس

$$f'_{\max} = f'\left(-\frac{4}{-2}\right) = f'(2) = -4 + 8 - 1 = 3$$

آن، $x = 2$ رخ می‌دهد؛ پس:

$$f(2) = \frac{10}{3} \quad \text{پس معادله‌ی خط مماس به صورت زیر است:}$$

$$y - \frac{10}{3} = 3(x - 2) \xrightarrow{x=0} y - \frac{10}{3} = -6 \Rightarrow y = -\frac{8}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۹

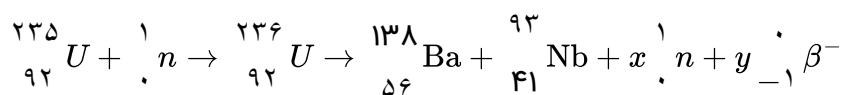
$$f'(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \tan\left(\frac{x}{2}\right)\right) \times \frac{1}{2} \left(1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)\right)$$

$$\Rightarrow f'(\pi) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$f'(x) = \frac{\frac{4(x+3) - (4x+5)}{(x+3)^2}}{2\sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}} \Rightarrow f'(1) = \frac{7}{48}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض در این واپاشی X ذره نوترون و Y ذره β^- گسیل شود: ۴۱



موازنه عدد جرمی:

$$236 = 138 + 93 + x + 0 \Rightarrow x = 236 - 138 - 93 = 5 \quad \text{تعداد نوترون:}$$

$$92 = 56 + 41 + 0 - y \Rightarrow 92 = 97 - y \Rightarrow y = 5 \quad \text{تعداد ذره } \beta^-:$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گزاره‌های الف و ب درست‌اند.

اختلاف تراز انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبه KeV تا مرتبه MeV است، در حالی که اختلاف ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم از مرتبه eV است. بنابراین هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی که بر اثر تغییر انرژی الکترون‌ها در اتم ایجاد می‌شوند برانگیخته نمی‌شوند.

بر طبق نظریهٔ اینشتین مجموع جرم و انرژی در جهان ثابت است. در تشکیل یک هسته مقدار کمی از جرم نوکلئون‌ها ناپدید شده و تبدیل به انرژی بستگی هسته می‌شود، پس جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن اندکی کمتر است. مجموع جرم نوکلئون‌های سازنده هسته < جرم هسته

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بعد از نیمه‌عمر اول مقدار ماده ۲۵۰ گرم و بعد از نیمه‌عمر دوم، مقدار باقی مانده ۱۲۵ گرم

است پس با توجه به نمودار، نیمه‌عمر این ماده برابر است با:

$$2T = 10 \Rightarrow T = 5h$$

مقدار متلاشی شده در هر بازهٔ زمانی ذکر شده در سؤال را از تفاضل مقدار باقی مانده در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی به دست

$$\text{می‌آوریم: } m = \frac{m_0}{2^n} = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}} \quad \text{باقی‌مانده}$$

$$10h \text{ تا } 5h \Rightarrow \frac{m_0}{2^{\frac{5}{5}}} - \frac{m_0}{2^{\frac{10}{5}}} = \frac{m_0}{2} - \frac{m_0}{2^2} = \frac{m_0}{4}$$

$$20h \text{ تا } 15h \Rightarrow \frac{m_0}{2^{\frac{15}{5}}} - \frac{m_0}{2^{\frac{20}{5}}} = \frac{m_0}{2^3} - \frac{m_0}{2^4} = \frac{m_0}{8} - \frac{m_0}{16} = \frac{m_0}{16}$$

$$\text{نسبت جرم واپاشی شده} = \frac{\frac{m_0}{4}}{\frac{m_0}{16}} = 4$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از داده‌های روی نمودار، عدد جرمی و عدد اتمی هر عنصر را تعیین و سپس نماد هسته آن عنصر را می‌نویسیم:

$$A_A = N_A + Z_A \xrightarrow[N_A=100]{Z_A=78} A_A = 100 + 78 = 178 \Rightarrow \begin{matrix} 178 \\ 78 \end{matrix} A$$

$$A_B = N_B + Z_B \xrightarrow[N_B=100]{Z_B=82} A_B = 100 + 82 = 182 \Rightarrow \begin{matrix} 182 \\ 82 \end{matrix} B$$

$$A_C = N_C + Z_C \xrightarrow[N_C=96]{Z_C=82} A_C = 96 + 82 = 178 \Rightarrow \begin{matrix} 178 \\ 82 \end{matrix} C$$

$$A_D = N_D + Z_D \xrightarrow[N_D=96]{Z_D=78} A_D = 96 + 78 = 174 \Rightarrow \begin{matrix} 174 \\ 78 \end{matrix} D$$

اکنون معادله واپاشی را با توجه به ذرات گسیل شده می‌نویسیم و A و Z عنصر دختر را می‌یابیم و با نماد هسته‌های موجود مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{matrix} 178 \\ 78 \end{matrix} A \rightarrow \alpha \left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right) + \begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} Y \Rightarrow \begin{cases} A = 178 \\ 78 = (2 \times 4) + Z \Rightarrow Z = 76 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 178 \\ 76 \end{matrix} Y$$

$$\begin{matrix} 178 \\ 82 \end{matrix} C \rightarrow \beta^- \left(\begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} \right) + \begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} Y \Rightarrow \begin{cases} A = 178 \\ Z = 82 + 1 = 83 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 178 \\ 83 \end{matrix} Y$$

$$\begin{matrix} 182 \\ 82 \end{matrix} B \rightarrow \alpha \left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right) + \begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} Y \Rightarrow \begin{cases} A = 182 - 4 = 178 \\ Z = 82 - 2 = 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 178 \\ 80 \end{matrix} Y \sim \begin{matrix} 174 \\ 78 \end{matrix} D$$

$$\begin{matrix} 178 \\ 82 \end{matrix} C \rightarrow \beta^+ \left(\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right) + \begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} Y \Rightarrow \begin{cases} A = 178 - 0 = 178 \\ Z = 82 - 1 = 81 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 178 \\ 81 \end{matrix} Y$$

می‌بینیم، هسته B با گسیل دو ذره آلفا به هسته D تبدیل می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در فرایند واپاشی یک هسته پرتوزا، باید مجموع عددهای جرمی و مجموع عددهای اتمی دو طرف معادله واپاشی را به طور جداگانه مساوی با یکدیگر قرار دهیم. بنابراین، با توجه به اینکه α از جنس هسته اتم

هلیوم $\left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \text{He} \right)$ و β^+ همان پوزیترون $\left(\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} e^+ \right)$ است، می‌توان نوشت:

$$\begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} X \rightarrow \begin{matrix} A' \\ Z' \end{matrix} Y + \alpha \left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \text{He} \right) + \beta^+ \left(\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} e^+ \right) + \gamma \left(\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \gamma \right) \Rightarrow Z = Z' + (2 \times 2) + (1 \times 1) + (0 \times 1)$$

$$\Rightarrow Z = Z' + 5 \Rightarrow Z' = Z - 5$$

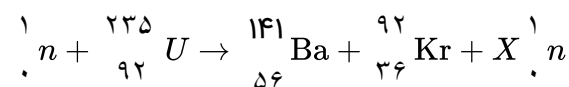
می‌بینیم، تعداد پروتون‌های هسته مادر ۵ واحد کاهش یافته است. بنابراین، کاهش بار هسته برابر است با:

$$q = ne \xrightarrow[n=5]{e=1/6 \times 10^{-19} C} q = 5 \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/12 \times 10^{-18} C = 1/12 \times 10^{-6} \times 10^{-12} C$$

$$\xrightarrow{10^{-12} C = 1 \text{ pC}} q = 1/12 \times 10^{-6} \text{ pC}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گام اول: برای درک بهتر، ابتدا معادله واپاشی را می‌نویسیم:



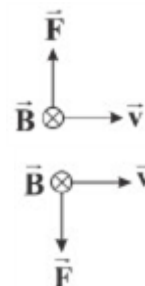
گام دوم: با استفاده از موازنه‌ی عدد جرمی، تعداد نوترون‌ها (X) مشخص می‌گردد:

$$1 + 235 = 141 + 92 + X \Rightarrow X = 3$$

گام اول: می‌دانیم بار الکتریکی پرتوهای آلفا، مثبت است و طبق قاعده‌ی دست راست منحرف می‌شوند و به سمت بالا می‌روند، بنابراین پرتو A ، پرتو آلفا است (رد گزینه‌های (۱) و (۲))

گام دوم: بار الکتریکی پرتوهای بتا منفی است و طبق قاعده‌ی دست راست منحرف می‌شوند، در نتیجه به سمت پایین می‌روند، بنابراین پرتوی C ، پرتوی بتا است.

گام آخر: از سه پرتوی آلفا، بتا و گاما تنها پرتوی گاما بدون بار است، پس در نتیجه در میدان مغناطیسی منحرف نمی‌شود، بنابراین پرتوی B پرتوی گاما است.



گام اول: با توجه به این‌که نیروی F_1 از نوع دافعه است، بنابراین نیروی F_1 ، نیروی دافعه‌ی الکتروستاتیکی بین پروتون‌های هسته می‌باشد.

گام دوم: با توجه به این‌که نیروهای F_2 و F_3 از نوع جاذبه بوده و $F_2 > F_3$ می‌باشد، بنابراین نیروی F_2 ، نیروی گرانشی می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} F_1: \text{نیروی دافعه الکتروستاتیکی} \\ F_2: \text{نیروی هسته‌ای قوی} \\ F_3: \text{نیروی گرانشی} \end{array} \right\} \text{جمع‌بندی گام اول و دوم:}$$

گام سوم: اگر تعداد پروتون‌های هسته ثابت بوده و تعداد نوترون‌های آن افزایش یابد، نیروهای F_2 و F_3 افزایش یافته و نیروی F_1 افزایش نمی‌یابد، بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است و با توجه به تشخیص نیروهای F_1 ، F_2 و F_3 سایر گزینه‌ها صحیح هستند.

بررسی عبارت نادرست:

(ب) انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته، انرژی بستگی هسته‌ای نام دارد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) در واپاشی β ، الکترون گسیل‌شده یکی از الکترون‌های مداری نیست. این الکترون وقتی به وجود می‌آید که نوترونی درون هسته به پروتون و الکترون تبدیل شود. ($\times$)

(ب) واپاشی α در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد. ($\times$)

(ج) در تمامی فرایندهای واپاشی پرتوزا مشاهده شده است که تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای، ثابت می‌ماند.

(د) بیشترین نفوذ برای پرتوهای γ و کم‌ترین نفوذ برای پرتوهای α است. ($\times$)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم اولیه ماده پرتوزا را می‌یابیم. دقت کنید، چون $150g$ از ماده پرتوزا متلاشی شده است، جرم باقی‌مانده آن در مدت ۴ نیمه‌عمر برابر $150 = m_0$ است.

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \rightarrow n = \frac{4T_{1/2}}{T_{1/2}} = 4$$

$$m = \frac{m_0}{2^n} \xrightarrow{m=m_0-150} m_0 - 150 = \frac{m_0}{2^4} \Rightarrow 16m_0 - 16 \times 150 = m_0$$

$$\Rightarrow 15m_0 = 16 \times 150 \Rightarrow m_0 = 160g$$

اکنون تعداد نیمه‌عمرهای لازم برای باقی مانده ۵ گرم را می‌یابیم:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \xrightarrow{m=5g} 5 = \frac{160}{2^n} \Rightarrow 2^n = 32 = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

چون برای واپاشی $150g$ تعداد ۴ نیمه‌عمر و برای باقی ماندن $5g$ تعداد ۵ نیمه‌عمر لازم است، بنابراین پس از واپاشی $150g$ ، تنها یک نیمه‌عمر دیگر باید بگذرد تا تنها ۵ گرم آن باقی بماند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که گسیل ذره بتا تأثیری بر عدد جرمی ندارد، بنابراین بهتر است ابتدا به سراغ تغییرات عدد جرمی برویم. داریم:

$$237 - 209 = 28$$

همان‌طور که می‌دانیم گسیل هر ذره آلفا، ۴ واحد از عدد جرمی می‌کاهد، اگر تغییر عدد جرمی را بر ۴ تقسیم کنیم، تعداد ذره‌های آلفا گسیل شده به دست می‌آید:

$$28 \div 4 = 7$$

$$93 - 83 = 10$$

در گام دوم به سراغ عدد اتمی می‌رویم، تغییرات عدد اتمی برابر است با:

می‌دانیم گسیل هر ذره آلفا ۲ واحد از عدد اتمی می‌کاهد و گسیل هر ذره بتای منفی، ۱ واحد بر آن می‌افزاید، در گام نخست دانستیم که ۷ ذره آلفا گسیل شده است. بنابراین باید $7 \times 2 = 14$ واحد از عدد اتمی کاسته شده باشد. ۴ ذره بتای منفی ۴ واحد به آن افزوده است و نتیجه‌اش شده ۱۰ واحد کاهش عدد اتمی.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A \text{ ماده‌ی } : N_0 \xrightarrow{T_A} \frac{N_0}{2} \Rightarrow T_A = t$$

$$B \text{ ماده‌ی } : 2N_0 \xrightarrow{T_B} N_0 \xrightarrow{T_B} \frac{N_0}{2} \Rightarrow 2T_B = t \Rightarrow T_B = \frac{t}{2}$$

$$\text{از } t \text{ تا } 3t \left\{ \begin{array}{l} A \text{ باقیمانده } N_A = \frac{N_0}{2^n} = \frac{N_0}{2^3} \\ B \text{ باقیمانده } N_B = \frac{2N_0}{2^n} = \frac{2N_0}{2^3} \end{array} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = 4 \right.$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$N_A = \frac{N_0}{2^n}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} N_A = \frac{N_0}{2^{n_A}} \\ N_B = \frac{N_0}{2^{n_B}} \end{array} \right. \Rightarrow 4 = \frac{2^{n_B}}{2^{n_A}} = 2^{(n_B - n_A)} \Rightarrow n_B - n_A = 2$$

$$N = \frac{N}{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{N}{16} = \frac{N}{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{t}{T} = 4 \xrightarrow{t=16} T = 4$$

$$N = \frac{N}{\frac{t}{T}} \Rightarrow N = \frac{N}{4} = 25\%$$

دقت کنیم که پس از ۸ روز ۷۵ درصد از هسته‌ها متلاشی شده است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارتهای نادرست:

الف) توریم ($Z = 90$) و اورانیوم ($Z = 92$) استثناء هستند.

پ) برای پایداری باید نیروهای الکترواستاتیکی و نیروهای بین نوکلئون‌ها موازنه باشند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دقت کنیم که در نمودار، محور قائم جرم متلاشی شده است.

$$m = \frac{m}{\frac{t}{T}} \Rightarrow (400 - 300) = \frac{400}{\frac{t}{T}} \Rightarrow n = 2 = \frac{30}{T} \Rightarrow T = 15$$

$$200 = \frac{400}{\frac{t}{T}} \Rightarrow n = 1 = \frac{t}{T} \Rightarrow t = 15 \text{ (روز)}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر مساحت حلقه کوچکتر افزایش یابد، شار مغناطیسی عبوری از آن افزایش می‌یابد،

بنابراین طبق قانون لنز، میدان القایی در حلقه کوچکتر باید در خلاف جهت میدان حاصل از حلقه بزرگتر در مرکز حلقه

کوچکتر باشد، پس میدان القایی در حلقه کوچکتر باید درون‌سو باشد، پس طبق قاعده دست راست، جریان القایی در

حلقه کوچکتر، ساعتگرد است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شار مغناطیسی عبوری از پیچه را در لحظات داده شده به دست می‌آوریم:

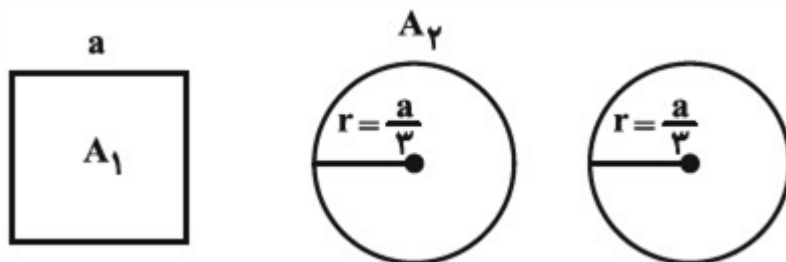
$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{200} s \Rightarrow \Phi_1 = 4 \times 10^{-3} \cos\left(100\pi \times \frac{1}{200}\right) = 0 \\ t_2 = \frac{1}{100} s \Rightarrow \Phi_2 = 4 \times 10^{-3} \cos\left(100\pi \times \frac{1}{100}\right) = -4 \times 10^{-3} \text{ Wb} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -4 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{200} s$ تا $t_2 = \frac{1}{100} s$ برابر است با:

$$|\varepsilon_{av}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = \left| -60 \times \frac{-4 \times 10^{-3}}{\frac{1}{100} - \frac{1}{200}} \right| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = \left| \frac{240 \times 10^{-3}}{\frac{1}{200}} \right| = 48 \text{ V}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق رابطه $\Phi = AB \cos \theta$ درمی‌یابیم شار گذرنده از مسیر بستهٔ رسانا به تعداد حلقه‌ها ربطی ندارد. از طرفی کل سیم تشکیل‌دهندهٔ قاب مربع شکل اولیه را به دو حلقهٔ دایره‌ای تقسیم کرده‌ایم. بنابراین اگر هر ضلع قاب مربع شکل a باشد. طول سیم تشکیل‌دهندهٔ آن که همان محیط مربع است، برابر با $L_{\text{سیم}} = 4a$ بوده و مقدار سیم برای هر حلقهٔ دایره‌ای که همان محیط دایره برابر با $2a$ است. حال مساحت حلقهٔ دایره‌ای را حساب



می‌کنیم:

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r \Rightarrow 2a = 2 \times 2r \Rightarrow r = \frac{a}{2}$$

$$A_1 = a^2$$

$$A_2 = \pi r^2 = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4} = \frac{a^2}{4}$$

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{A_2 B \cos \theta}{A_1 B \cos \theta} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{\Phi_2}{12} = \frac{\frac{a^2}{4}}{a^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Phi_2 = 3 \text{ Wb}$$

در نهایت داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون لنز مورد (ج) درست است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا شار مغناطیسی عبوری از حلقه را قبل از خروج از میدان مغناطیسی می‌یابیم، دقت کنید چون پیچه بر میدان مغناطیسی عمود است، $\theta = 0$ می‌باشد.

$$\Phi_1 = AB_1 \cos \theta \xrightarrow[A_1 = 400 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \theta = 0]{B_1 = 400 \times 10^{-4} \text{ T}} \Phi_1 = 100 \times 10^{-4} \times 400 \times 10^{-4} \times \cos(0^\circ)$$

$$\Rightarrow \Phi_1 = 4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

در حالت دوم که پیچه از میدان مغناطیسی خارج می‌شود، $B_2 = 0$ است، لذا، $\Phi_2 = AB_2 \cos \theta = 0$ خواهد شد. بنابراین، در این حالت، نیروی محرکه القایی را پیدا می‌کنیم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow[N=50]{\Delta t = 0.1 \text{ s}} \varepsilon_{av} = -50 \times \frac{0 - 4 \times 10^{-4}}{0.1} = 0.1 \text{ V}$$

$$I = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \xrightarrow[R=5 \Omega]{R=5 \Omega} I = \frac{0.1}{5} = 0.02 \text{ A}$$

در آخر جریان القایی در پیچه را حساب می‌کنیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که اندازه‌ی میدان از ۱T به ۳/۵T افزایش یافته، بنابراین شار مغناطیسی عبوری از حلقه رو به افزایش است و طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در حلقه باید به صورت ساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی ناشی از آن درون سو شده و با افزایش شار مخالفت نماید.

$$\begin{aligned} \text{شدت جریان القایی متوسط را به کمک رابطه‌ی } \bar{I} &= \frac{|\bar{\varepsilon}|}{R} = \left| -\frac{N}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \text{ به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:} \\ \bar{I} &= \frac{|\bar{\varepsilon}|}{R} = \left| -\frac{N}{R} \frac{B_2 A \cos\theta - B_1 A \cos\theta}{\Delta t} \right| = \left| -\frac{N}{R} \frac{A \cos\theta (\Delta B)}{\Delta t} \right| \\ \Rightarrow \bar{I} &= \left| -\frac{1 \times 50 \times 10^{-4} \times 1 \times (3/5 - 1)}{0.01} \right| = \frac{125 \times 10^{-4}}{10^{-1}} \\ \Rightarrow \bar{I} &= 125 \times 10^{-3} = 0.125 \text{ A} \Rightarrow \bar{I} = 125 \text{ mA} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

میدان مغناطیسی در حلقه درون سو است و چون در حال کاهش و سپس در جهت مخالف در حال افزایش است می‌توان گفت جهت تغییر میدان مغناطیسی به طرف بیرون است پس با استفاده از قاعده‌ی لنز می‌توان دریافت جریان حلقه باید به گونه‌ای باشد که میدان مغناطیسی ناشی از این جریان درون سو باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به نمودار A می‌توان دریافت:

$$\frac{4}{3} T_A = 0.45 \text{ s} \Rightarrow T_A = 0.6 \text{ s}$$

و با مقایسه‌ی دو نمودار می‌توان نوشت:

$$\frac{3}{4} T_B = T_A \Rightarrow \frac{3}{4} T_B = 0.6 \text{ s} \Rightarrow T_B = 0.8 \text{ s}$$

اکنون از معادله‌ی جریان متناوب استفاده می‌کنیم و برای B می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \begin{cases} t = 0.1 \text{ s} \\ T = 0.8 \text{ s} \end{cases} &\Rightarrow t = \frac{T}{\lambda} \\ I = I_m \sin \frac{\pi}{4} &\Rightarrow I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[T=0.8 \text{ s}]{I_m=1} I = 1 \sin \frac{2\pi}{0.8} t \Rightarrow I = 1 \sin (2.5\pi t) \\ t = 0.1 \text{ s} &\Rightarrow I = 1 \sin (2.5\pi \times 0.1) \Rightarrow I = 1 \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow I = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ A} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با افزایش جریان عبوری از سیم راست، طبق قاعده‌ی دست راست، میدان مغناطیسی درون سوی حاصل از جریان آن در محل حلقه افزایش یافته و بنابراین طبق قانون لنز، با افزایش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، جریان پلداستگردد در حلقه القا می‌شود تا با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند. با ثابت بودن جریان و دور شدن حلقه، اندازه‌ی میدان مغناطیسی در محل حلقه کاهش یافته و بنابراین شار عبوری از حلقه کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، با کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، جریانی ساعتگرد در حلقه القا می‌شود تا با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله‌ی جریان را به دست می‌آوریم و سپس در لحظه $t = 0.01s$ مقدارش را محاسبه می‌کنیم.

از روی شکل پیداست که $I_m = 20A$ و $\frac{T}{\epsilon} = 0.02s$ است.

$$\frac{T}{\epsilon} = 0.02 \Rightarrow T = 0.08s \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.08} = 25\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 20 \sin 25\pi t \xrightarrow{t=0.01s} I = 20 \sin \frac{\pi}{4} = 10\sqrt{2}A$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای مقایسه‌ی شار مغناطیسی می‌توان نوشت:

$$\Phi = BA \cos \alpha \xrightarrow{\text{ثابت } A; B} \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}$$

$$\frac{\Phi_2 = \Phi_1 - \frac{15}{100}\Phi_1}{\frac{15}{100}} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos 0^\circ} \Rightarrow \cos \alpha_2 = \frac{15}{100} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = 30^\circ$$

بنابراین زاویه‌ی بین خطوط میدان و خط عمود بر سطح قاب، برابر با 30° است و در نتیجه‌ی زاویه‌ی بین خطوط میدان و سطح قاب، برابر با 60° می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

معادله‌ی شار-زمان برابر است با:

$$\varphi = \varphi_m \cos \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{\frac{\varphi_m = 0.02 \text{ Wb}}{T = 0.04}} \varphi = 0.02 \cos \frac{2\pi}{0.04} \times \omega t \Rightarrow \varphi = 0.02 \cos 5\pi t$$

در لحظه $t = 0$ ، شار 0.02 Wb و در لحظه $t = 0.015$ ، شار خواهد شد:

$$\varphi = 0.02 \cos 5\pi \times \frac{15}{100} = 0.02 \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\varphi = -0.02 \cos \frac{\pi}{4} = -0.02 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{100} \text{ Wb} = \frac{1}{4} \times 10^{-2}$$

تغییر شار برابر است با:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -1/4 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-2} = -3/4 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

نیروی محرکه‌ی القایی متوسط خواهد شد:

$$\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -3 \times 10^3 \times \frac{-3/4 \times 10^{-2}}{0.015 - 0} = \frac{3 \times 3/4 \times 10}{0.015} \Rightarrow \bar{\epsilon} = 680V$$

$$\epsilon = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = RI$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جریان عبوری از سیم برابر آهنگ عبور باز است.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

مقاومت کل مدار:

$$R = 40 \times 0.025 = 10\Omega \Rightarrow -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = R \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow -N\Delta\phi = R\Delta q \Rightarrow -40 \times (20 - 10)$$

$$= 10 \times \Delta q \Rightarrow \Delta q = 40C$$

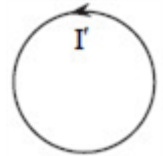
۷۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل s ۰/۱۲ همان $\frac{3T}{4}$ است.

$$\frac{3I}{4} = 0.12 \Rightarrow T = 0.16(s)$$

$$I_m = \frac{V_m}{R} = \frac{30}{10} = 3A$$

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 3 \sin\left(\frac{2\pi}{0.16}t\right) = 3 \sin(25\pi t)$$

۷۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با کاهش مساحت حلقه، میدان برون سو کاهش می‌یابد بنابراین طبق قانون لنز، جهت جریان القایی باید بتواند با کاهش میدان برون سو مخالف کند یعنی باید میدان برون سو القاء کند.



۷۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. القاگر در مسیر لامپ L_2 با تغییر جریان مخالفت می‌کند لذا ابتدا جریانی از L_2 عبور نمی‌کند و تمام جریان از L_1 عبور می‌کند.

وقتی کلید بسته می‌شود القاگر مانند یک مقاومت بسیار بزرگ عمل می‌کند و مقاومت مدار شامل مقاومت‌های L_1 و L_2 می‌شود. ولی پس از آن که جریان ثابت شد مقاومت القاگر در حد معمول R_L می‌ماند. بنابراین مقاومت اولیه R و مقاومت ثانویه $R + \frac{R(R + R_L)}{R + (R + R_L)}$ است یعنی مقاومت کل کاهش می‌یابد و جریان کل مدار که تعیین‌کننده‌ی نور L_2 است، افزایش می‌یابد.

۷۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow w_b \equiv V$$

۷۵ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. طبق قانون القای الکترومغناطیس فارادی نیروی محرکه‌ی القایی از رابطه‌ی $\varepsilon = \frac{-d\phi}{dt}$

بدست می‌آید، پس نیروی محرکه‌ی القایی جایی که شیب نمودار شار - زمان بیشینه شود، به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسد و زمانی منفی بیشینه است که شیب نمودار شار - زمان مثبت باشد، که با توجه به شکل، فقط در زمان t_2 این اتفاق می‌افتد.

۷۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار انرژی - پیشرفت واکنش، ΔH واکنش انجام شده $(2NO \rightarrow N_2 + O_2)$ برابر -180 kJ می‌باشد. با توجه به جدول داده شده به ازای پیمایش هر یک کیلومتر توسط این خودرو، ۲ گرم NO در مبدل کاتالیستی مصرف می‌شود. پس خواهیم داشت:

$$200 \text{ km} \times \frac{2 \text{ g NO}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} \times \frac{180 \text{ kJ}}{2 \text{ mol NO}} = 1200 \text{ kJ}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد پ و ت درست است.

اگر یک واکنش چند کاتالیزگر داشته باشد، ممکن است که اثر هر کدام متفاوت باشد، مانند پودر روی و توری پلاتینی در واکنش تولید بخار آب از هیدروژن و اکسیژن. کاتالیزگر انرژی فعالسازی واکنش رفت را از ۱۵۰ به ۱۱۰ کیلوژول رسانده

$$\frac{40}{150} \times 100 > 25\%$$

است که این تغییر برابر:

بررسی سایر موارد:

الف) با ایجاد جرقه در مخلوط واکنش و افزایش دما، انرژی فعالسازی کاهش نمی‌یابد، بلکه صرفاً انرژی فعالسازی لازم برای واکنش تأمین می‌شود.

ب) انرژی فعالسازی واکنش برگشت در حالت B برابر $(110 - 150) - 40$ کیلوژول است که یک سوم انرژی فعالسازی واکنش برگشت در حالت A است.

ت) واکنش گرماگیر بوده و ΔH باید مثبت باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱: نادرست. در روش‌های طیف‌سنجی برهم‌کنش امواج مرئی، فروسرخ، فرابنفش و ... با مواد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

گزینه ۲: نادرست. هوای آلوده حاوی آلاینده‌هایی است که اغلب آن‌ها بی‌رنگ هستند و نمی‌توان به آسانی وجود آن‌ها را تشخیص داد.

گزینه ۳: نادرست. در اغلب روش‌های طیف‌سنجی برهم‌کنش میان مواد و امواج الکترومغناطیسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. به عنوان مثال در طیف‌سنجی جرمی مولکول‌ها را توسط الکترون‌ها بمباران کرده و آن‌ها را به یون‌های مثبت تبدیل می‌کنند و سپس میزان انحراف آن‌ها را در میدان‌های الکتریکی یا مغناطیسی بررسی می‌کنند و امواج الکترومغناطیسی نقشی در این نوع سنجش ندارند.

گزینه ۴: درست. با توجه به اینکه شمار و نوع اتم‌های سازنده هر گروه عاملی متفاوت از دیگری است، میزان و نوع جذب آن‌ها در ناحیه فروسرخ متفاوت است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه اول: دلیل قهوه‌ای رنگ بودن هوای آلوده وجود گاز NO_2 است.

گزینه دوم: هنگام افزایش غلظت NO_2 غلظت NO کاهش اما غلظت اوزون افزایش می‌یابد.

گزینه سوم: منظور گاز NO است که کمترین جرم مولی را دارد.

گزینه چهارم: از طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن مونوکسید و اکسیدهای نیتروژن در هواکره و نیز شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای استفاده کرد. پس برای شناسایی اوزون هواکره استفاده نمی‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. موارد اول، سوم و چهارم نادرست می‌باشند. بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد اول) واکنش ۱ گرماده بوده و با آزاد کردن انرژی همراه است و واکنش ۲ گرماگیر بوده و دارای $\Delta H > 0$ می‌باشد و علامت E_a نیز مثبت است.

مورد سوم) حضور کاتالیزگر در واکنش ۱ انرژی فعالسازی رفت و برگشت را به یک اندازه (نه یک نسبت) کاهش می‌دهد.

مورد چهارم) سرعت واکنش ۲ کم‌تر از سرعت واکنش ۱ است. بین سرعت و انرژی فعالسازی رابطه خطی وجود ندارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر جرم CO مصرف شده را Δa و جرم NO مصرف شده را a فرض کنیم خواهیم

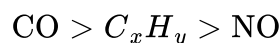
$$\text{داشت: } ?\text{kJ} : a\text{g NO} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} \times \frac{181 \text{ kJ}}{2 \text{ mol NO}} = \frac{181a}{60} \simeq 3a \text{ kJ}$$

$$?\text{kJ} : \Delta a\text{g CO} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{28 \text{ g CO}} \times \frac{566 \text{ kJ}}{2 \text{ mol CO}} \simeq 50 / \Delta a \text{ kJ}$$

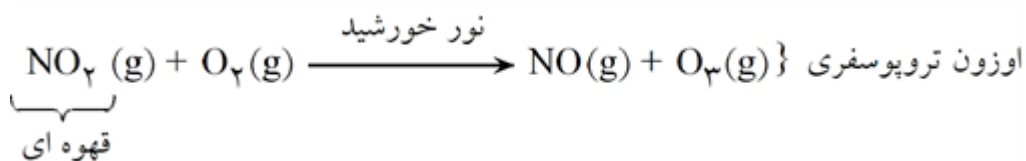
$$\frac{50 / \Delta a}{3a} \simeq 16 / 8 \quad \text{پس نسبت خواسته شده برابر است با:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی موارد نادرست:

مورد آ) ترتیب میزان آلاینده‌هایی که از آگروز خودروها به ازای طی مسافت یک کیلومتر، خارج می‌شوند به صورت مقابل است:



مورد ب) NO_2 باعث افزایش اوزون تروپوسفری می‌شود.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & y & = & 2M & + & 2Z \\ n & & n & & & & \\ n-2x & & n-x & & 2x & & 2x \\ 0/02 & & 0/08 & & & & \end{array} \Rightarrow x = 0/02, a = 0/1$$

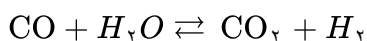
$$K = \frac{[Z]^2 [M]^2}{[X]^4 [Y]} = 25 \Rightarrow \frac{\left(\frac{0/04}{V}\right)^2 \left(\frac{0/04}{V}\right)^2}{\left(\frac{0/08}{V}\right)^4 \left(\frac{0/02}{V}\right)^4} = 25 \Rightarrow V = 125$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارتهای سوم و چهارم درست هستند. بررسی عبارتهای:

- یکی از آلاینده‌های حاصل از سوختن سوخت‌های فسیلی که از آگروز خودروها خارج می‌شود، هیدروکربن‌های نسوخته (C_xH_y) است.
- هر چند به طور کلی میانگین جهانی دمای سطح زمین روند افزایش داشته است، اما در برخی سال‌ها، این روند نزولی بوده است.
- رنگ شعله حاصل از سوختن سدیم و گوگرد به ترتیب زرد و آبی است.
- معادله واکنش موردنظر به صورت $\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{NO}(\text{g}) + \text{O}_3(\text{g})$ است. با انجام این واکنش و مصرف گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 ، از شدت رنگ قهوه‌ای کلانشهرها کاسته می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موردهای اول و سوم صحیح هستند. در واکنش‌های تعادلی سرعت واکنش‌ها صفر نمی‌شود و غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها با هم برابر نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا جدول تغییرات مول را برای مواد رسم می‌کنیم:



مول اولیه	۱	۱	۰	۰
تغییر مول	-X	-X	+X	+X
مول تعادلی	۱ - X	۱ - X	X	X

$$\text{CO}_2 \text{ مول تعادلی} = x = 0.6 \text{ mol}$$

$$[\text{CO}_2] = [\text{H}_2] = \frac{x \text{ mol}}{10L} = 0.06 \text{ mol} \cdot L^{-1}, [\text{CO}] = [\text{H}_2\text{O}] = \frac{(1-x) \text{ mol}}{10L} = 0.04 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{CO}_2][\text{H}_2]}{[\text{H}_2\text{O}][\text{CO}]} = \frac{0.06 \times 0.06}{0.04 \times 0.04} = 2.25$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. واکنش گاز هیدروژن با اکسیژن از نوع سوختن است و گرماده می‌باشد اما انرژی فعال‌سازی این واکنش مقدار زیادی است.

۸۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۸۸

گاز هیدروژن و نیتروژن در دمای اتاق با اکسیژن واکنش نمی‌دهند، ولی در حضور کاتالیزگر و جرقه هیدروژن به شدت واکنش می‌دهند، اما نیتروژن حتی در این شرایط با اکسیژن واکنش نمی‌دهد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از کاتالیزگر سرعت واکنش (شیب نمودار مول - زمان) فرآورده افزایش یافته و زمان انجام واکنش کاهش می‌یابد.

۸۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۹۰

$$I \text{ (واکنش)} E_a = 248, \Delta H = 42, E_{a'} = -206 \text{ kJ}$$

$$II \text{ (واکنش)} E_a = 183, \Delta H = 11, E_{a'} = -172 \text{ kJ}$$

$$1 - 206 - (-172) = 34 \text{ kJ} \quad \text{مورد اول: نادرست.}$$

مورد دوم: نادرست. واکنش گرماگیر است در نتیجه ۶۳ kJ انرژی گرفته می‌شود.

مورد سوم: درست

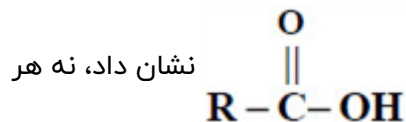
مورد چهارم: درست. چون ΔH هر دو واکنش مثبت است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹۱

گزینه ۱: استرها نه پلی‌استرها

گزینه ۲: پلی‌اتن مذاب را در دستگاه با عمل دمیدن هوا به ورقه نازک پلاستیکی تبدیل می‌کنند.



نشان داد، نه هر

گزینه ۴: کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی را می‌توان با فرمول RCOOH یا

کربوکسیلیک اسیدی را.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد الف و پ نادرست هستند. بررسی همه موارد:

الف) ترکیب ۱ پلی‌استیرن است و بسیار به کار رفته در ساخت پتو، پلی‌سیانواتن است که فاقد حلقه آلی سیرنشده است.

ب) ترکیب ۲ پلی‌تترافلوئورواتن (تفلون) است که در تهیه نخ دندان و اتوی لباس کاربرد دارد و در حلال‌های آلی حل نمی‌شود.

پ) ترکیب ۳ پلی‌پروپن است که در ساخت سرنگ کاربرد دارد. دقت کنید که پلی‌استیرن در ساخت ظروف پلاستیکی یک بار مصرف کاربرد دارد، نه پلی‌پروپن.

ت) ترکیب ۴ پلی‌وینیل کلرید است که جزء بسپارهای ماندگار در طبیعت می‌باشد و برخلاف بسیار مورد استفاده در ساخت سطح زباله که همان پلی‌لاکتیک اسید است، زیست‌تخریب‌پذیر نمی‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها مورد چهارم نادرست است. بررسی موارد:

مورد اول: اندازه‌گیری حجم یک مایع آسان‌تر از جرم آن است. همچنین مبنای محاسبه‌های کمی در شیمی مول است. در نتیجه بیان غلظت مولی که با مول‌های ماده حل‌شونده و حجم محلول ارتباط دارد رایج‌تر و دقیق‌تر است. مورد دوم: این عبارت درست است.

مورد سوم: در مرحله نخست استخراج فلز منیزیم از آب دریا، منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می‌دهند که سه‌تایی (شامل سه نوع اتم H ، O و Mg) می‌باشد.

$$\text{مورد چهارم: درصد جرمی قند} = \frac{30 \times \frac{4g}{1}}{480g + 30 \times \frac{4g}{1}} \times 100 = 2\%$$

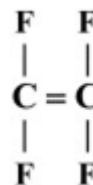
بررسی مورد پنجم: درست

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها مورد دوم صحیح می‌باشد:

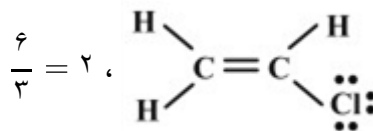
نادرستی مورد اول: پلی پروپن در ساخت سرنگ کاربرد دارد.

نادرستی مورد سوم: پلی استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

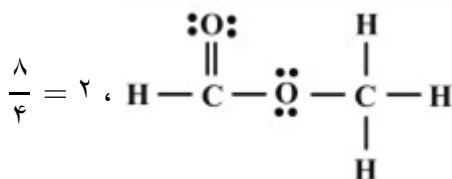
نادرستی مورد چهارم: باید تمام اتم‌های هیدروژن را با اتم فلوئور جایگزین کرد تا بتوان به ساختار تترا فلوئور اتن دست یافت و نه یک اتم هیدروژن!



وینیل کلرید (کلرو اتن)



ساده‌ترین استر متیل متانوات است:



بررسی عبارت‌های درست:

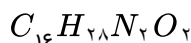
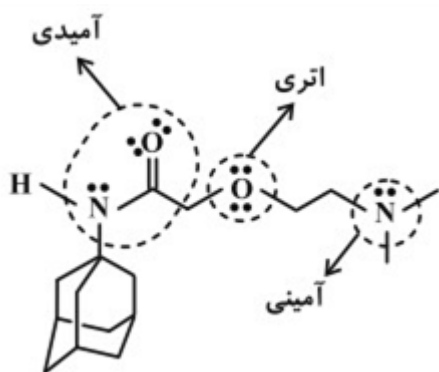
(۱) فرمول مولکولی سیانواتن و استیرن به ترتیب C_7H_7N و C_8H_8 می‌باشد.

(۲) فرمول ساختاری این دی اسید به صورت $\text{HO} - \text{C}(=\text{O}) - \text{C}_6\text{H}_4 - \text{C}(=\text{O}) - \text{OH}$ و فرمول مولکولی آن به صورت

 $C_8H_6O_4$ می‌باشد.

(۳) واحد سازنده سلولز، گلوکز و واحد سازنده پلی‌اتن، اتن (اتیلن) می‌باشد.
هر دو مونومر در گیاهان یافت می‌شوند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد اول و سوم به درستی بیان شده‌اند.



بررسی همه‌ی موارد:

مورد اول: درست،

$$\text{تعداد جفت‌های پیوندی} = \frac{((16 \times 4) + (28 \times 1) + (2 \times 3) + (2 \times 1))}{2} = 50$$

$$\text{تعداد جفت‌های ناپیوندی} = (2 \times 1) + (2 \times 2) = 6$$

اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در آن برابر $50 - 6 = 44$ می‌باشد.

مورد دوم: نادرست:

$$\text{جرم } C + \text{جرم } O = \frac{\text{جرم کل}}{\text{مجموع درصد جرمی } C \text{ و } O} \times 100$$

$$= \frac{(2 \times 16) + (16 \times 12)}{(16 \times 12) + (28 \times 1) + (2 \times 14) + (3 \times 16)} \times 100 = \frac{224}{280} \times 100 = 80\%$$

مورد سوم: درست، به دلیل داشتن اتم هیدروژن متصل به اتم N ، می‌تواند با مولکول‌های خود، پیوند هیدروژنی برقرار کند. ویتامین C نیز به دلیل داشتن هیدروژن متصل به O ، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد.

مورد چهارم: نادرست،

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{16+28+2+2}{4} = \frac{48}{4} = 12 \\ \text{نفتالین } (C_{10}H_{18}) : \frac{\text{اتم‌ها}}{\text{عنصرها}} = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9 \end{array} \right. \Rightarrow 2 \times 9 \neq 12$$

مورد پنجم: نادرست، گروه عاملی آلکین در این ترکیب پیوند $N-H$ ندارد. به همین دلیل قابلیت واکنش دادن با کربوکسیلیک اسیدها و تشکیل گروه عاملی آمید را ندارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: مونومر سازنده سلولز، گلوکز نام دارد.

گزینه ۲: پلیمرهای طبیعی مانند پنبه وجود دارند.

گزینه ۳: پلیمر واژه‌ای یونانی است.

گزینه ۴: هر ترکیب آلی که در زنجیر کربنی خود پیوند دوگانه کربن - کربن داشته باشد، می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.

۹۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: در ساختار کلاه ایمنی پنبه به هیچ‌وجه وجود ندارد.

گزینه ۳: مولکول‌های گاز اتن در دمای ۵۰۰ درجه سانتیگراد و فشار ۱۰۰۰ اتمسفر و در حضور کاتالیزگر مناسب با یکدیگر واکنش داده و به پلی‌اتن تبدیل می‌شوند.

گزینه ۴: جرم آن اغلب ده‌ها هزار گرم بر مول است.

۹۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در الکل‌های دو نوع نیروی بین مولکولی وجود دارد (هیدروژنی و واندروالسی) نیروی بین مولکولی غالب در الکل‌ها تا پنج کربن از نوع هیدروژنی است. این ترکیب دارای ۱۰ اتم کربن بوده و نیروی غالب در آن از نوع واندروالسی می‌باشد.

۱۰۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ساده‌ترین آمین، متیل آمین CH_3NH_2 و ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید، فورمیک اسید HCOOH می‌باشد.

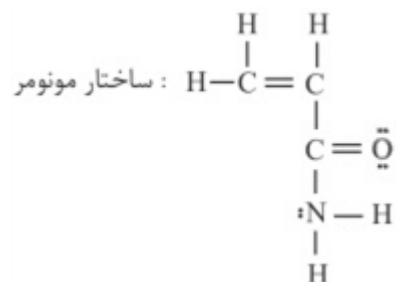
۱۰۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

جفت الکترون ناپیوندی $n \times 3 =$

$$500 \times 3 = 1500$$

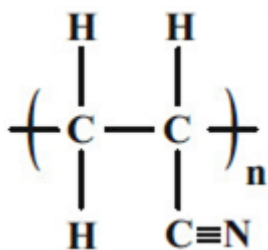
در هر واحد مونومری این ماده، (۱۱) پیوند اشتراکی وجود دارد.



۱۰۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

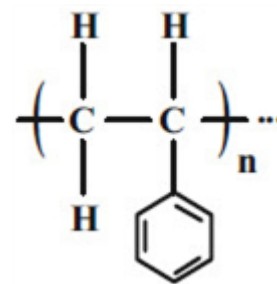
پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده به انجام واکنش تمایلی ندارند و در واقع پلیمرهای ماندگارند. علت این است که این پلیمرها ساختاری‌ها شبیه به آلکان‌ها دارند و سیرشده هستند. هرچند استفاده از این پلیمر صرفه اقتصادی دارد اما از نگاه پیشرفت پایدار، تولید و استفاده از این پلیمرها الگوی مصرف مطلوبی نیست.



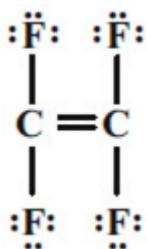
واحد تکرارشونده پلی استیرن واحد تکرارشونده پلی سیانواتن (کاربرد در تولید پتو)

جرم مولی: ۵۳ گرم بر مول

$$\text{اختلاف جرم مولی} = 104 - 53 = 51 \text{ g. mol}^{-1}$$



جرم مولی: ۱۰۴ گرم بر مول



مونومر سازنده پلیمر تفلون شامل ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی است.



$$\begin{aligned} & \text{VL } C_2H_4 \times \frac{10}{100} \times \frac{1/2 \text{ g } C_2H_4}{1 \text{ L } C_2H_4} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_4}{28 \text{ g } C_2H_4} \\ & \times \frac{1 \text{ mol پلی مری}}{1000 \text{ mol } C_2H_4} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mol پلی مری}} \approx 1/44 \times 10^{20} \end{aligned}$$

