

۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال مطلوب آن است که هر سه لامپ اول سالم و لامپ چهارم معیوب باشد:

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{8} \Rightarrow 12.5\%$$

۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو مجموعه‌ی A و B برابر یکدیگرند، هرگاه اعضای آن‌ها نظیر به نظیر برابر هم باشند.

حالت‌های ممکن برای تساوی این دو مجموعه عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1 \\ x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

حالت اول:

بنابراین به ازای $x = 0$ ، دو مجموعه‌ی A و B برابر یکدیگرند.

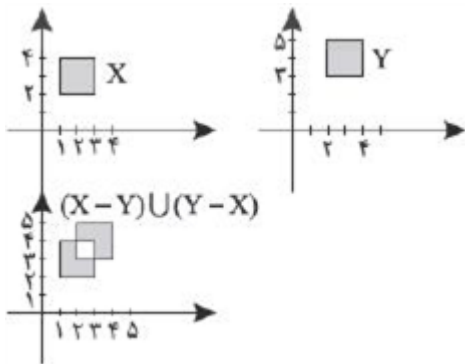
$$\begin{cases} x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2, 1 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

حالت دوم:

بنابراین به ازای $x = -2$ ، دو مجموعه‌ی A و B برابر یکدیگرند.

۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



توجه:

$$X \cap Y = (A_r \times A_r) \cap (A_r \times A_r) = (A_r \cap A_r) \times (A_r \cap A_r)$$

$$L_1 = 1$$

$$= [2, 3] \times [3, 4]$$

$$\Rightarrow S(X \cap Y) = L_1 \times L_2 = 1 \times 1 = 1$$



طول پاره خط

$$S((X - Y) \cup (Y - X)) = S(X - Y) + S(Y - X) - \underbrace{S((X - Y) \cap (Y - X))}_{\emptyset}$$



مساحت

$$[S(X) - S(X \cap Y)] + [S(Y) - S(Y \cap X)]$$

$$S(X) + S(Y) - S(X \cap Y) = 2 \times 2 + 2 \times 2 - 1 \times 1 = 7$$

$$\downarrow$$

$$L(A_r) \times L(A_r)$$

$$L(A_r) \times L(A_r)$$

طول

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به هدف زدن علی و حسن دو پیشامد مستقل است. یعنی:

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/6 \times 0/4 = 0/24$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/6 + 0/4 - 0/24 = 0/76$$

سؤال از ما حاصل $P(A|A \cup B)$ را خواسته است. پس داریم:

$$P(A|A \cup B) = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0/6}{0/76} = \frac{15}{19}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$p \Rightarrow (q \wedge (r \Rightarrow q)) \equiv p \Rightarrow (q \wedge (\sim r \vee q))$$

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

طبق قانون جذب $q \wedge (r \vee q) \equiv q$ پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

الف) گزاره‌ای نادرست است، چون $3 = \sqrt{9}$ و $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ پس $\sqrt{8} - \sqrt{9}$ منفی می‌شود.

ب) مقدار تقریبی $\sqrt{5}$ برابر $2/2$ و مقدار تقریبی π برابر $3/14$ است، لذا این گزاره نیز نادرست است.

پ) عدد ۲۱ اول نیست و اولین عدد اول بزرگ‌تر از ۲۰ برابر ۲۳ می‌باشد. این گزاره نیز نادرست است.

ت) عدد $\sqrt{4+9}$ همان $\sqrt{13}$ است که گنگ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به جمله‌ای خبری که دارای دقیقاً یکی از ارزش‌های درست یا نادرست باشد، اگر چه درستی یا نادرستی آن را ندانیم یک گزاره می‌گویند.

«عدد $1 + 2^2$ مربع کامل است.» جمله‌ی خبری درست است پس یک گزاره‌ی درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(a_i) = \frac{2i + m}{n^2}$$

$$P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_n) = 1 \Rightarrow \frac{(2 \times 1 + m) + (2 \times 2 + m) + \dots + (2 \times n + m)}{n^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2(1 + 2 + \dots + n) + nm}{n^2} = 1 \Rightarrow \frac{\frac{2n(n+1)}{2} + nm}{n^2} = 1 \Rightarrow \frac{(n+1) + m}{n} = 1$$

$$\Rightarrow n + 1 + m = n \Rightarrow m = -1$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{توجه کنید که:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$p(6 = \text{پرتاب پنجم}) \cap p(6 = \text{پرتاب پنجمین}) = p(6 = \text{پرتاب پنجم و پنجمین})$

$$= \frac{1}{6} \times \left(\frac{4}{6}\right) \times \left(\frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{1296}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر تعداد پسرها از دخترها بیش‌تر باشد، ممکن است ۳ پسر یا ۴ پسر داشته باشند:

$$P(\text{۳ پسر یا ۴ پسر}) = P(\text{۳ پسر}) + P(\text{۴ پسر}) = \frac{\binom{4}{3}}{2^4} + \frac{\binom{4}{4}}{2^4} = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$

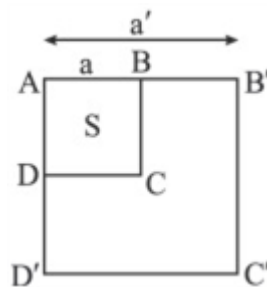
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مربع 'C'D' AB تصویر مربع ABCD است.

$$S_{AB'C'D} = k^2 S_{ABCD} = \frac{25}{4} S$$

$$\frac{25}{4} S - S = 21 \Rightarrow \frac{21}{4} S = 21 \Rightarrow S = 4 \Rightarrow a = 2$$

ضلع تصویر $\frac{5}{4}$ برابر ضلع مربع است:

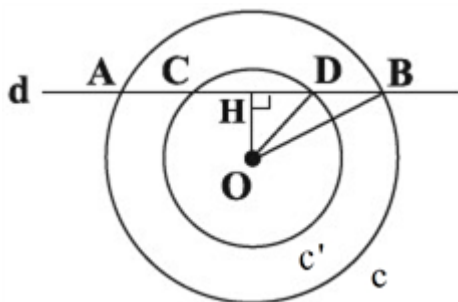
$$a' = \left(\frac{5}{4}\right)(2) = 5 \Rightarrow \text{محیط مربع جدید} = 20$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنیم که $AB = x$ و $AD = y$ ، آن‌گاه چون طبق فرض $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ پس:

$$\begin{cases} \widehat{M} = \frac{x-y}{2}, \widehat{M} = \alpha \Rightarrow 2\alpha = x - y \Rightarrow x = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}, y = 90^\circ - \frac{3\alpha}{2} \\ 2x + y = 360^\circ \\ \widehat{C} = \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}\left(90^\circ - \frac{3\alpha}{2}\right) = 45^\circ - \frac{3\alpha}{4} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از O عمودی بر AB رسم می‌کنیم تا آن را نصف کند. پس:



$$HB = \frac{AB}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

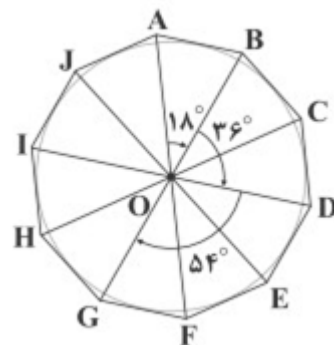
$$OH^2 = OB^2 - HB^2 = 17^2 - 15^2$$

$$\Rightarrow OH^2 = 64 \Rightarrow OH = 8$$

$$HD^2 = OD^2 - OH^2 = 10^2 - 8^2 \Rightarrow HD^2 = 36 \Rightarrow HD = 6 \Rightarrow CD = 2HD = 2 \times 6 = 12$$

نکته: قطر عمود بر وتر، آن وتر را نصف می‌کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجایی که $36^\circ = 2 \times 18^\circ$ و $54^\circ = 3 \times 18^\circ$ یعنی این n ضلعی منتظم با دوران‌هایی حول مرکز و زاویه‌ای مضرب ۱۸ بر خودش منطبق می‌شود. پس:



$$\frac{180^\circ}{n} = 18^\circ \Rightarrow n = 10$$

پس با یک ۱۰ ضلعی منتظم و محیطی مواجه هستیم و می‌دانیم که طول ضلع n ضلعی منتظم محیطی که بر دایره‌ای به شعاع r محیط است، برابر است با:

$$AB = 2r \tan \frac{180^\circ}{n} = 2 \times 5 \times \tan 18^\circ = 10 \tan 18^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\widehat{AMB} = \frac{x}{2} \Rightarrow \widehat{CMT} = \frac{y}{2} \Rightarrow \widehat{AMB} + \widehat{CMT} = \frac{x+y}{2} = 180^\circ \Rightarrow x+y = 360^\circ \quad (1)$$

$$\widehat{AMB} = \frac{x}{2}$$

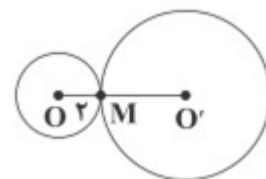
$$\widehat{CMT} = \frac{y}{2}$$

$$M = 180^\circ \Rightarrow \frac{x}{2} + 120^\circ + \frac{y}{2} = 180^\circ \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 60^\circ \Rightarrow x+y = 120^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) : \begin{cases} y-x = 40 \\ y+x = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 80 \\ x = 40 \end{cases} \Rightarrow z = 360 - (80 + 40) = 240$$

$$\Rightarrow \frac{y+2x}{z} = \frac{80+2(40)}{240} = \frac{160}{240} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر M ، مرکز تجانس باشد.

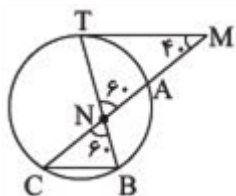


$$O'M = |k| \quad OM = r$$

$$r' = |k| \quad r = r \Rightarrow d = OO' = r$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (r-r')^2} = \sqrt{r^2 - (r-r)^2} = \sqrt{r^2 - 0} = \sqrt{r^2} = r$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اندازه‌های کمان‌های بین دو وتر موازی مساویند. داریم:



$$\widehat{MTN} = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ \Rightarrow \widehat{BT} = 160^\circ$$

$$MT \parallel BC \Rightarrow \widehat{BT} = \widehat{CT} = 160^\circ$$

$$\widehat{BC} = 360^\circ - (\widehat{BT} + \widehat{CT}) = 360^\circ - 320^\circ = 40^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فرض کنید مماس مشترک داخلی دو دایره، مماس مشترک خارجی دو دایره (TT') را در نقطه‌ی P قطع کند. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} PM = PT \\ PM = PT' \end{array} \right\} \Rightarrow PM = PT = PT'$$

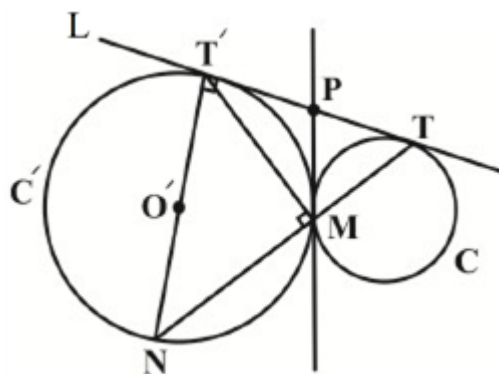
یعنی پاره‌خط MP میانه‌ی وارد بر ضلع TT' در مثلث MTT' و نصف ضلع TT' است، پس این مثلث قائم‌الزاویه است و در نتیجه داریم:

$$\widehat{TMT'} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{T'MN} = 90^\circ$$

بنابراین زاویه‌ی $T'MN$ ، زاویه‌ی محاطی روبه‌رو به قطر در دایره‌ی C' است و در نتیجه NT' قطر این دایره است.

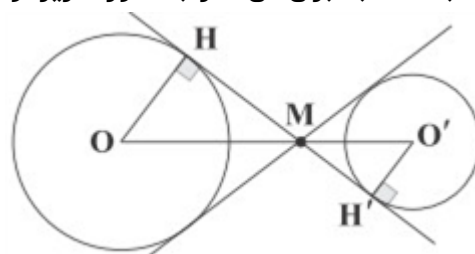
$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{2 \times 8} = 8$$

$$S_{NTT'} = \frac{1}{2} NT' \times TT' = \frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64$$



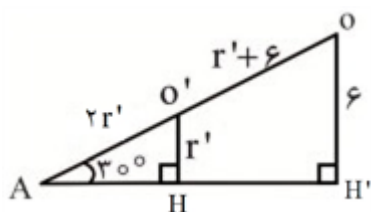
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به اطلاعات مسئله $(r + r' < d)$ ، می‌توان فهمید که دو دایره متخارج هستند و

مطابق شکل زیر، دو مثلث OMH و $O'MH'$ به حالت (تساوی دو زاویه) با یکدیگر متشابه هستند، بنابراین می‌توان نسبت تشابه برای آن‌ها را به صورت زیر نوشت:



$$\frac{O'H'}{OH} = \frac{O'M}{OM} \Rightarrow \frac{O'M}{OM} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم شعاع دایره‌ی کوچکتر r' باشد. با توجه به شکل داریم:



$$\triangle OAH': \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow OH' = \frac{OA}{2} \Rightarrow OA = 12$$

$$\xrightarrow{OA = r' + r' + 6} 2r' + 6 = 12 \Rightarrow r' = 3$$

پس شعاع قطاع برابر $R = 12 + 6 = 18$ است.

$$S = \frac{60}{360} \pi (18)^2 - (36\pi + 6\pi) = 14\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق فرض باید $f(x) = g(x)$ باشد:

$$\frac{ax + 2}{x^2 - mx + n} = \frac{x - b}{x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ -\frac{b}{3} = 2 \Rightarrow b = -6 \\ m = \frac{2}{3} \\ n = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow am - bn = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) - (-6)\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{2}{9} - 10 = -\frac{88}{9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اولاً: قطرهای لوزی بر هم عمودند، بنابراین:

$$y = (2k + 1)x + 1 \xrightarrow[\text{ضرب } x]{\text{شیب را بخوان}} m = 2k + 1$$

$$(k + 1)y = x + 2 \xrightarrow{y \text{ را تنها کن}} y = \frac{1}{k + 1}x + \frac{2}{k + 1}$$

$$\xrightarrow{\text{شیب را بخوان}} m' = \frac{1}{k + 1} \xrightarrow[\text{شرط عمود بودن}]{\text{شیب را بخوان}} m = \frac{-1}{m'}$$

$$2k + 1 = -\frac{1}{k + 1} \Rightarrow 2k + 1 = -k - 1 \Rightarrow 3k = -2 \Rightarrow k = -\frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{در هر دو خط قرار بده}} \begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 1 \\ y = 3x + 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی دو خط}} -\frac{1}{3}x + 1 = 3x + 6$$

$$\xrightarrow{\text{در اولی قرار بده}} -\frac{1}{3}x + 1 = 3x + 6 \Rightarrow -\frac{1}{3}x = 3x + 5 \Rightarrow -\frac{1}{3}x - 3x = 5 \Rightarrow -\frac{10}{3}x = 5 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{نقطه تلاقی دو خط}} y = -\frac{1}{3}\left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

لوزی محل تلاقی دو قطر همان مرکز تقارن لوزی است، پس نقطه $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ مرکز تقارن لوزی است.

اگر نقاط A و B دو سر یک قطر باشند، در این صورت نقطه‌ی وسط آن یعنی $O\left(\frac{6-2}{2}, \frac{11+3}{2}\right)$ مرکز دایره است،

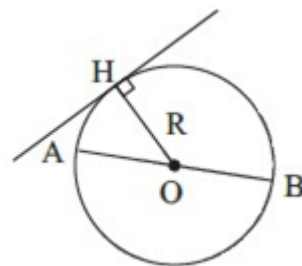
یعنی مرکز دایره به مختصات $O(2, 7)$ خواهد بود.

از طرفی، فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس بر دایره، برابر شعاع دایره است. یعنی داریم:

$$OA = R \Rightarrow \sqrt{(2+2)^2 + (7-11)^2} = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$$

$$OH = R \Rightarrow \frac{|7 \times 2 + 7 - k|}{\sqrt{49+1}} = \frac{|21-k|}{\sqrt{50}} = \frac{|21-k|}{5\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{|21-k|}{5\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \Rightarrow |21-k| = 40 \Rightarrow \begin{cases} 21-k=40 \\ 21-k=-40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=-19 \\ k=61 \end{cases} \Rightarrow -19+61=42$$



$$\text{درآمد} = N \times P \Rightarrow \text{درآمد} = (80000 - 200P)P = -200P^2 + 80000P$$

$$P = \frac{-80000}{2(-200)} = \frac{-80000}{-400} = 200 \text{ باشد. } 200 \text{ برابر کالا}$$

$$\text{ریشه‌ها} \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{-3a}{b} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow f(1) = 12$$

پس رأس سهمی $S(1, 12)$ است یعنی:

$$f(x) = a(x-1)^2 + 12$$

$$f(3) = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(x) = -3(x-1)^2 + 12 \Rightarrow f(x) = -3x^2 + 6x + 9 \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = 9 \\ a = -3 \end{cases}$$

این دو نقطه عرض‌های یکسانی دارند پس طول نقطه رأس میانگین طول دو نقطه خواهد بود:

$$x_S = \frac{4-2}{2} = 1$$

و فاصله نقطه‌ای به طول ۱ از خط $x = -2$ هم برابر ۳ واحد خواهد شد.

$$f_1(x) = \sqrt{x} - 1; x \geq 0$$

$$x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \geq -1$$

$$f_1(x) \geq -1 \Rightarrow R_1 = [-1, +\infty)$$

$$f_2(x) = \sqrt{x+3}; -3 \leq x < 0 \Rightarrow -3 \leq x < 0 \Rightarrow 0 \leq x+3 < 3 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x+3} < \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 0 \leq f_2(x) < \sqrt{3} \Rightarrow R_2 = [0, \sqrt{3})$$

$$R_f = R_1 \cup R_2 = [-1, +\infty) \cup [0, \sqrt{3}) = [-1, +\infty)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر دامنه‌ی تابع f مجموعه‌ی اعداد حقیقی باشد، مخرج تابع باید ریشه حقیقی نداشته

باشد، یعنی $\Delta < 0$ باشد:

$$\Delta = a^2 - 4(a+3) = a^2 - 4a - 12 < 0 \Rightarrow (a-6)(a+2) < 0 \Rightarrow -2 < a < 6$$

a می‌تواند ۷ عدد صحیح بپذیرد: $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ورودی تابع fog همان دامنه‌های $g(x)$ هستند. چک می‌کنیم که کدامیک از آنها قابل قبول

است.

$$f(x) = \sqrt{1-x^2}, g = \{(1, 2), (-1, 1), (3, 0), (2, -1)\}$$

$$f(g(1)) = f(2) = \sqrt{1-4} = \sqrt{-3} \text{ غلط}$$

$$f(g(-1)) = f(1) = \sqrt{1-1} = 0 \text{ صحیح } x = -1 \text{ قابل قبول است}$$

$$f(g(3)) = f(0) = \sqrt{1-0} = 1 \text{ صحیح } x = 3 \text{ قابل قبول است}$$

$$f(g(2)) = f(-1) = \sqrt{1-1} = 0 \text{ صحیح } x = 2 \text{ قابل قبول است}$$

پس مجموع عضوهای دامنه‌ی fog برابر است با: $2 + 3 - 1 = 4$.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اول تابع $f^{-1} \circ g$ را پیدا می‌کنیم.

$$f^{-1} = \{(2, 1)(3, 0)(-1, 2)\}$$

$$f^{-1} \circ g = \{(0, 2)(4, 1)(-2, 0)\}$$

$$(f^{-1} \circ g) + 2 = \{(0, 4)(4, 3)(-2, 2)\}$$

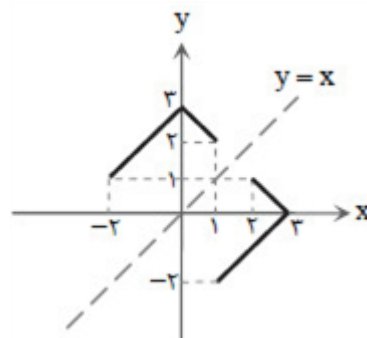
مجموع عضوهای برد برابر $9 + 2 + 3 + 4$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب خط $2y + x = 0$ برابر $m_1 = -\frac{1}{2}$ است. پس شیب خط عمود بر آن $m_2 = 2$

می‌باشد و چون خط مذکور از نقطه‌ی $(-1, 2)$ می‌گذرد، پس: $y = 2x + 4 \Rightarrow y - 2 = 2(x + 1)$ در محل تلاقی با

محور x ها چون مقدار $y = 0$ است، پس $x = -2$ می‌باشد.

نمودار وارون تابع f از قرینه کردن نمودار تابع اصلی نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم به دست می‌آید. بنابراین اگر نمودار را نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم، نمودار گزینه‌ی ۱ به دست می‌آید.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d ، مجموع n جمله‌ی اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

بنابراین به ازای $n = 10$ داریم:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2(-21) + (10-1)d) = -120 \Rightarrow -42 + 9d = -24 \Rightarrow 9d = 18 \Rightarrow d = 2$$

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است،

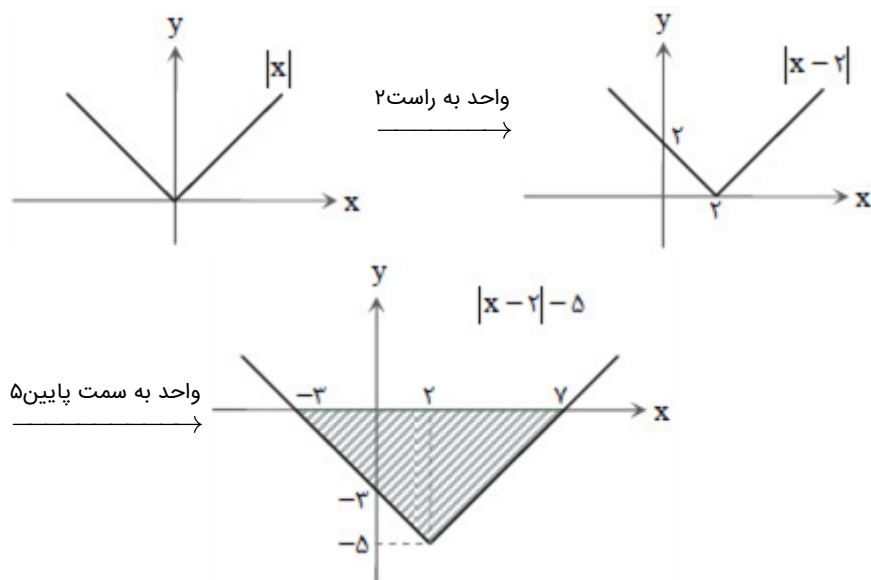
$$a_n = -21 + (n-1)2 = 2n - 23 \quad \text{پس:}$$

$$2n - 23 < 0 \Rightarrow n \leq 11 \quad \text{جملات منفی را می‌یابیم:}$$

۱۱ جمله‌ی اول منفی است. مجموع این جملات برابر است با:

$$S_{11} = \frac{11}{2}(2(-21) + (11-1)2) = -121$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را از $|x|$ شروع کرده و رسم می‌کنیم:



برای یافتن مساحت مثلث ایجاد شده ابتدا قاعده‌ی آن را می‌یابیم. برای این کار تقاطع تابع را با محور x ها می‌یابیم:

$$|x-2|-5=0 \Rightarrow |x-2|=5 \Rightarrow \begin{cases} x-2=5 \Rightarrow x=7 \\ x-2=-5 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$$

پس طول قاعده‌ی مثلث $10 = 7 - (-3)$ و ارتفاع آن ۵ واحد است. پس مساحت آن $25 = \frac{5 \times 10}{2}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نسبت محیط به عرض مستطیل برابر است با:

$$\frac{2(L+W)}{W} = \frac{2L}{W} + 2$$

از رابطه‌ی داده‌شده باید $\frac{L}{W}$ را بیابیم. با فرض $\frac{L}{W} = x$ ، معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$\frac{L}{W} = 1 + \frac{6W}{L} \Rightarrow x = 1 + \frac{6}{x} \xrightarrow{\times x} x^2 = x + 6$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-3) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 3$$

بنابراین $\frac{L}{W} = 3$ ، نسبت محیط به عرض مستطیل برابر $8 = (2 \times 3) + 2$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|2x+5| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2x+5 \leq 1 \xrightarrow{-5} -6 \leq 2x \leq -4 \xrightarrow{\div 2} -3 \leq x \leq -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(f-g)(5) = f(5) - g(5) = \sqrt{5-1} - (25-1) = 2 - 24 = -22$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x + \sqrt{x} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 - x \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x = 4 - 4x + x^2 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق} \\ x=4 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$(\text{fog})(x) = f(1 - 2x) = 3(1 - 2x)^2 + (1 - 2x) - 1 = 4x^2 - 6x + 1$$

$$(\text{gof})(x) = g(3x^2 + x - 1) = 1 - 2(3x^2 + x - 1) = -6x^2 - 2x + 3$$

$$(\text{fog})(x) + (\text{gof})(x) = 5 - 6x$$

$$4x^2 - 6x + 1 - 6x^2 - 2x + 3 = 5 - 6x \Rightarrow -2x^2 - 2x - 1 = 0$$

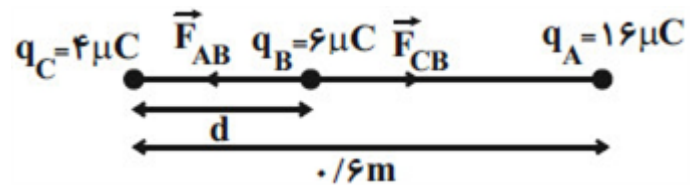
$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه ها} = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{-2} = -1$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \{1, 2, 3\} - \{3\} = \{1, 2\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(1) = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{2(1)}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{2}{5}\right), (2, 1) \right\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{2(2)}{2} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از قانون کولن و با فرض قرارگیری بار سوم در بین دو بار و در فاصله d از بار $4\mu\text{C}$ ، می‌توان نوشت:



$$F_{AB} = F_{CB} \Rightarrow k \frac{|q_A||q_B|}{(0.6 - d)^2} = k \frac{|q_C||q_B|}{d^2} \Rightarrow \frac{16}{(0.6 - d)^2} = \frac{4}{d^2}$$

$$\Rightarrow 2d = 0.6 - d \Rightarrow 3d = 0.6 \Rightarrow d = 0.2 \text{ m}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گام اول: ولت‌سنج ولتاژ دو سر ε_1 را نشان می‌دهد و چون مقدار ولت‌سنج بیشتر از مقدار ε_1 است ($12 > 10$) نتیجه می‌گیریم که باتری ε_1 به صورت ضدحرکه (شارژشونده) در مدار بسته شده است و جریان الکتریکی از پایانه مثبت باتری به آن وارد می‌شود یعنی به صورت ساعتگرد است.

$$12 = 10 + I \times 1 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

گام دوم: از رابطه $V = \varepsilon + Ir$ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

گام سوم: از نقطه A حرکت می‌کنیم و از مسیر بالا به زمین می‌رویم و پتانسیل نقطه A را حساب می‌کنیم:

$$V_A - 2 \times 8 - 2 \times 1 - 6 - 5 \times 2 = V_{\text{زمین}} = 0 \Rightarrow V_A = 34 \text{ V}$$

$$P = VI = (\varepsilon - Ir)I = \varepsilon I - rI^2$$

$$۶۰ = \varepsilon(۳۰) - ۱ \times ۳۰^2 \Rightarrow ۹۶۰ = ۳۰\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = ۳۲v$$

$$P = ۳۲I - I^2 \Rightarrow I^2 - ۳۲I + P = ۰$$

$$I = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-۳۲)}{2 \times 1} = ۱۶A \quad \text{به ازاء شدت جریان:}$$

توان مصرفی به حداکثر مقدار خود می‌رسد:

$$۱۶^2 - ۳۲ \times ۱۶ + P_m = ۰ \Rightarrow P_m = ۳۲ \times ۱۶ - ۱۶^2 \Rightarrow P_m = ۱۶(۳۲ - ۱۶) = ۱۶ - ۱۶ = ۲۵۶w$$

$$P_m = \frac{\varepsilon^2}{4r} \quad \text{نکته:}$$

$$P_m = \frac{(۳۲)^2}{4(1)} = \frac{۳۲ \times ۳۲}{2 \times 2} = ۱۶ \times ۱۶ = ۲۵۶w \quad \text{از این طریق:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به تغییرات به دست می‌آوریم ظرفیت خازن چند برابر شده:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2 \times A_2 \times d_1}{k_1 \times A_1 \times d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{۴}{1} \times \frac{d}{\frac{d}{4}} \Rightarrow C'_2 = ۸C_1$$

خازن از مولد جدا شده است، بنابراین بار الکتریکی روی صفحات خازن ثابت است.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{Q}{C_2}}{\frac{Q}{C_1}} = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C}{8C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{8}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

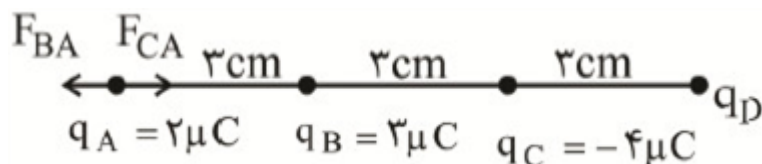
$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow E = \frac{۱۲ \times ۱۰^{-۵}}{۳ \times ۱۰^{-۸}} \Rightarrow E = ۴ \times ۱۰^۳ \frac{N}{C}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{q_1 \times ۴q_1}{۹ \times ۱۰^{-۲}} = ۱۰$$

$$۴q_1^2 = ۱۰^{-۱۰}$$

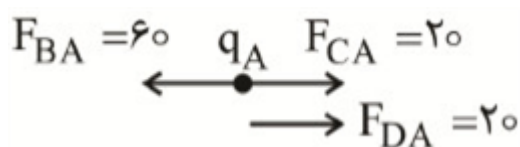
$$۴q_1 = ۱۰^{-۵} \Rightarrow q_1 = ۵ \times ۱۰^{-۶} C = ۵\mu C$$



$$F_{BA} = \frac{k|q_B||q_A|}{r_B^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (3 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{(9 \times 10^{-2})^2} = 6 \text{ N}$$

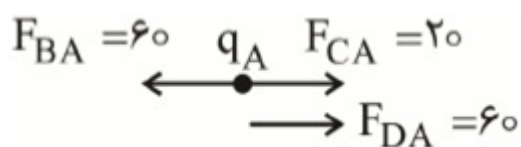
$$F_{CA} = \frac{k|q_C||q_A|}{r_C^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{(36 \times 10^{-2})^2} = 2 \text{ N}$$

فقط می‌دانیم نیروی برآیند وارد بر q_A برابر ۲۰ نیوتن است و جهت آن را نمی‌دانیم. پس دو حالت متصور است که جهت نیروی برآیند راست و یا چپ باشد.



حالت اول: نیروی برآیند به سمت چپ باشد.

$$F_{DA} = 20 \Rightarrow 20 = \frac{9 \times 10^9 (q_D)(2 \times 10^{-6})}{(81 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_D = -9 \mu C$$



حالت دوم: نیروی برآیند به سمت راست باشد.

$$F_{DA} = 6 \Rightarrow 6 = \frac{9 \times 10^9 (q_D)(2 \times 10^{-6})}{(81 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_D = -27 \mu C$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا فاصله دو نقطه A و B را به دست می‌آوریم:

$$d_{AB} = 60 - (25 + 15) = 20 \text{ cm}$$

چون میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانا یکنواخت است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{\Delta V_1}{d_1} = \frac{\Delta V_2}{d_2} \Rightarrow \frac{15}{0.06} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{0.02} \Rightarrow |\Delta V_{AB}| = 5V$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. خازنی که به مولد متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند و چون ساختمان

آن را تغییر داده‌ایم طبق رابطه‌ی $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن تغییر می‌کند، داریم:

$$\frac{C'}{C} = \frac{k'}{\kappa} \times \frac{d}{d'} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{10}$$

انرژی خازن طبق رابطه‌ی $U = \frac{1}{2} CV^2$ با ظرفیت خازن رابطه‌ی مستقیم دارد.

$$\frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} = \frac{4}{10} \Rightarrow U' = 0.4U$$

داریم:

$$\text{درصد تغییر} = \left(\frac{U'}{U} - 1 \right) \times 100 = 0.4 \times 100 = -60\%$$

علامت منفی بیانگر این است که انرژی خازن کاهش یافته است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

لازمه تعادل ذره، اولاً منفی بودن بار آن و از طرفی برابری نیروی میدان الکتریکی با نیروی وزن است: $E_q = mg$

برای آنکه شتاب ذره به اندازه g یعنی برابر $\frac{m}{s^2}$ گردد، باید نیروی خالصی به اندازه $\frac{1}{5} mg$ رو به پایین داشته باشیم

که این ایجاب می‌کند نیروی میدان الکتریکی به همین اندازه کاهش یابد. یعنی باید نیروی میدان الکتریکی به اندازه $\frac{1}{5}$

مقدار اولیه کاهش یافته و مقدار آن با $\frac{4}{5} mg$ برابر شود:

$$E = \frac{V}{d}$$

ثابت

برابر $\frac{4}{5}$ برابر $\frac{5}{4}$

$$d_2 = \frac{5}{4} d_1 \xrightarrow[\times 100]{\text{تبدیل به درصد}} d_1 = 125\% d_1$$

که به معنای ۲۵٪ افزایش فاصله بین صفحات خازن است.

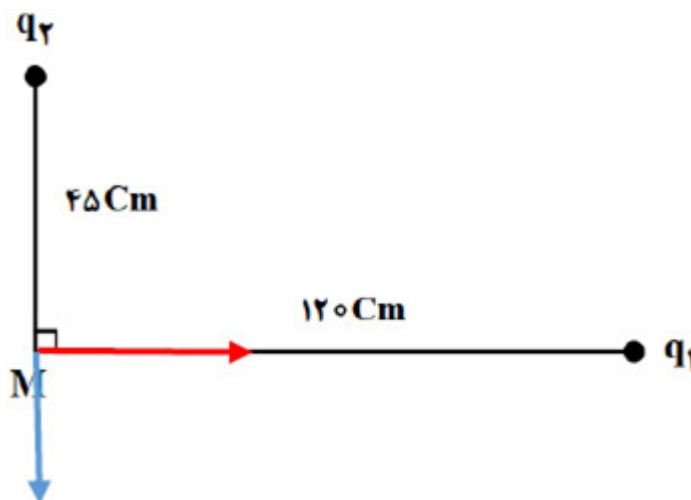
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به جهت میدان برآیند نتیجه می‌شود که بار $q_1 < 0$ و بار $q_2 > 0$ می‌باشد و

نسبت بارها عدد منفی می‌باشد (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

طبق رابطهٔ میدان الکتریکی ناشی از یک بار الکتریکی داریم:

$$E = \frac{Kq}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right) \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{8}{4/5} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right) \left(\frac{120}{45}\right)^2 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = 4$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

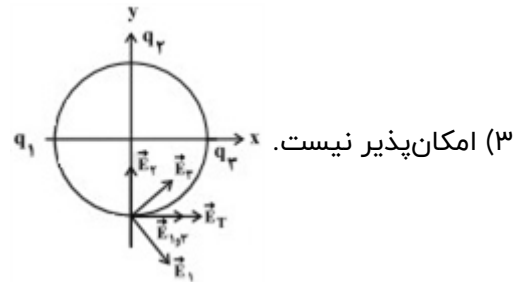
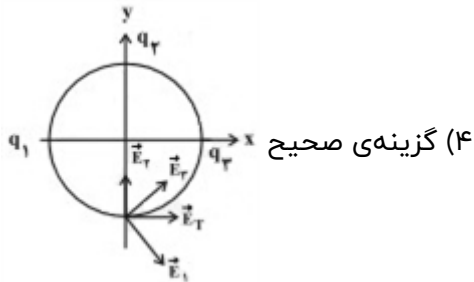
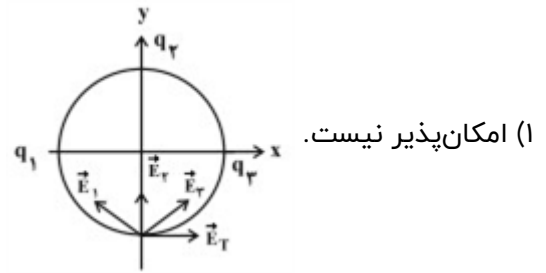
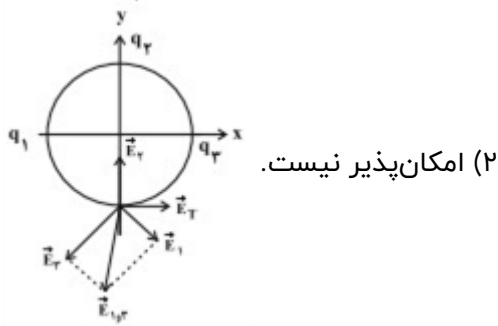
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{\Delta U = -W_E} V_B - \epsilon = \frac{-20}{-5} = 4 \Rightarrow V_B = 10V$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون نیروهای اتلافی نداریم، انرژی مکانیکی ذره ثابت است و داریم:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow \Delta U = -2/56 \times 10^{-8} J$$

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - \epsilon = \frac{-2/56 \times 10^{-8}}{-3/2 \times 10^{-9}} \Rightarrow V_B = 14V$$

از طرفی می‌توان نوشت:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون مقاومت اولیه سیم برابر R است، وقتی نصف سیم را ببریم مقاومت هریک از دو قسمت باقی مانده برابر $R' = \frac{R}{2}$ می شود. اکنون، اگر بدون تغییر جرم، شعاع سطح مقطع سیم را نصف کنیم، حجم آن ثابت می ماند. در این حالت داریم:

$$V' = V'' \xrightarrow{V=AL} A'L' = A''L'' \xrightarrow{A=\pi r^2} \pi r'^2 L' = \pi r''^2 L''$$

$$\frac{L''}{L'} = \left(\frac{r'}{r''}\right)^2 \xrightarrow{r'' = \frac{r'}{2}} \frac{L''}{L'} = \left(\frac{r'}{\frac{r'}{2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{L''}{L'} = 4$$

با داشتن $\frac{L''}{L'}$ ، به صورت زیر مقاومت جدید را می یابیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A=\pi \frac{D^2}{4}} \frac{R''}{R'} = \frac{\rho''}{\rho'} \times \frac{L''}{L'} \times \left(\frac{D'}{D''}\right)^2 \xrightarrow{\frac{D'}{D''} = \frac{r'}{r''} = \frac{r'}{\frac{r'}{2}} = 2, R' = \frac{R}{2}, \rho' = \rho''} \frac{R''}{\frac{R}{2}} = 1 \times 4 \times (2)^2 \Rightarrow R'' = \frac{R}{2} \times 16 \Rightarrow R'' = 8R$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه ها: ۵۶

گزینه ۱: نادرست، اگر رسانا اهمی باشد، در دمای ثابت، جریان الکتریکی متناسب با اختلاف پتانسیل دو سر آن است.
گزینه ۲: نادرست، برخورد الکترون های در حال حرکت در مدار با اتم های رسانا که در حال نوسان هستند، باعث گرم شدن رسانا می شود.

گزینه ۳: درست

گزینه ۴: نادرست، مقاومت الکتریکی به صورت $R(t) = \frac{V}{I}$ تعریف می شود و به دما وابسته است. پس با تغییر دما، مقاومت تغییر می کند و نسبت $\frac{V}{I}$ نیز تغییر خواهد کرد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک رابطه $\Delta q = I \Delta t$ ، مقدار الکتریسیته عبوری در این مدت زمان را به دست می‌آوریم:

$$\Delta q = I \Delta t = 0.1 \times 10^{-2} \times 2 \times 60 = 12 \times 10^{-2} \text{ C} = 12 \times 10^{-2} \text{ C}$$

تعداد بارهای عبوری از هر سطح مقطع رسانا را به کمک رابطه $q = ne$ به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{q}{e} = \frac{12 \times 10^{-2}}{1.6 \times 10^{-19}} = 0.75 \times 10^{17} = 7.5 \times 10^{16}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با نزدیک شدن آونگ خنثی به کلاهک الکتروسکوپ باردار، در آونگ، بار الکتریکی القا می‌شود. به علت دافعه‌ای که بارهای منفی آونگ برای الکترون‌های کلاهک الکتروسکوپ ایجاد می‌کنند، تعدادی از الکترون‌های کلاهک به ورقه‌ها رفته و بار الکتریکی مثبت ورقه‌ها اندکی کاهش می‌یابد، در نتیجه زاویه انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ کاهش خواهد یافت. همچنین چون بین آونگ و الکتروسکوپ، نیروی ربایشی ایجاد می‌شود و با نزدیک شدن آن‌ها به هم این نیروی ربایشی افزایش می‌یابد، در نتیجه زاویه انحراف نخ آونگ نسبت به راستای قائم افزایش خواهد یافت.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ظرف رسانایی با درپوش فلزی را در نظر بگیرید که روی پایه‌ی نارسانایی قرار دارد و روی درپوش آن دسته‌ای عایق نصب شده است. ابتدا ظرف بدون بار است و یک گوی فلزی را که از نخ عایقی آویزان است، باردار و سپس وارد ظرف می‌کنیم (شکل ج). اکنون گوی را با کف ظرف تماس می‌دهیم و سپس درپوش فلزی را می‌بندیم (شکل ب). آنگاه درپوش فلزی را با دسته‌ی عایقش برمی‌داریم (شکل د). گوی فلزی را از ظرف خارج نموده و آن‌را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود عقربه‌ی الکتروسکوپ تکان نمی‌خورد (شکل الف). این نشان می‌دهد گوی فلزی بار ندارد و تمام با آن به ظرف رسانا منتقل شده است، در این حالت اگر ظرف را به الکتروسکوپ نزدیک کنیم، مشاهده می‌شود ورقه‌های الکتروسکوپ باز می‌شوند. از این آزمایش نتیجه می‌گیریم که بار اضافی داده شده به یک رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود.

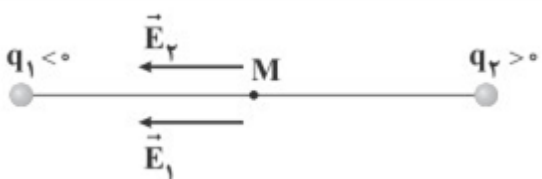
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:
(۱) الزاماً درست است.



(۲) با شرط $|q_2| > |q_1|$ می‌تواند صحیح باشد.



(۳) الزاماً نادرست است.



(۴) با شرط $|q_1| > |q_2|$ می‌تواند صحیح باشد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

- (الف) درست است. گلوله‌ی هر دو آونگ، با توجه به رسانا بودن، از طریق القای الکتریکی جذب جسم می‌شوند.
(ب) نادرست است. با توجه به رسانا بودن جسم، پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط یکسان است، ولی تراکم بار در نقاط نوک تیز بیش‌تر است.
(پ) درست است. پس از برخورد گلوله‌ی آونگ به جسم، علامت بار هر دو یکسان می‌شود، بنابراین یک‌دیگر را دفع می‌کنند.
(ت) درست است. چون تراکم بار در نقطه‌ی نوک تیز رسانا بیش‌تر است، لذا تراکم خطوط میدان در اطراف آن نیز بیش‌تر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جریان‌های گذرنده از مقاومت‌های R_2 و R_3 به ترتیب I_2 و I_3 است. بنابراین توان مصرفی آن‌ها $P_2 = 6W$ و $P_3 = 12W$ است. در نتیجه توان مصرفی $18W$ مربوط به مقاومت R_1 است و داریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow 18 = R_1 \times 3^2 \Rightarrow R_1 = 2\Omega$$

مقاومت معادل دو مقاومت R_2 و R_3 برابر است:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} \Rightarrow R_{2,3} = 2\Omega$$

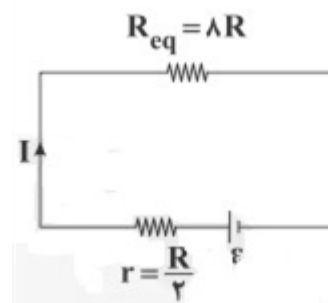
حال اگر از نقطه‌ی A و در جهت جریان به سمت اتصال به زمین حرکت کنیم، داریم:

$$V_A - R_1 I - R_{2,3} I = V_E \Rightarrow V_A - 2 \times 3 - 2 \times 3 = 0 \Rightarrow V_A = 12V$$

$$R_{eq} = R + 3R + 4R = 8R$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مقاومت معادل مدار برابر است با:

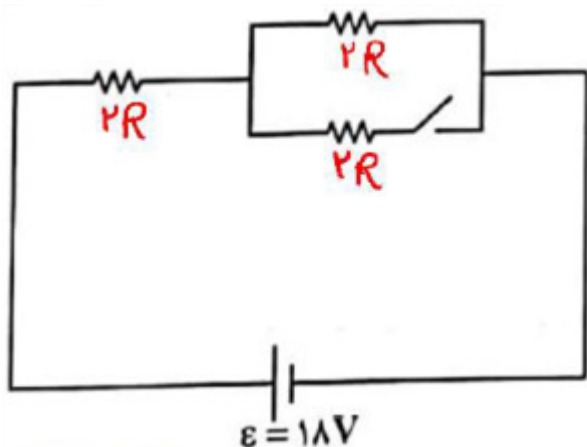
مطابق مدار زیر و با توجه به آن که توان خروجی از باتری برابر با توانی است که در مقاومت معادل مدار مصرف می‌شود، می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} P_{\text{خروجی}} = R_{eq} I^2 = 8RI^2 \\ P_{\text{تلف شده}} = rI^2 = \frac{R}{3} I^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{\text{تلف شده}}}{P_{\text{خروجی}}} = \frac{\frac{R}{3} I^2}{8RI^2} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{P_{\text{خروجی}} = 64W}{P_{\text{تلف شده}}} = \frac{1}{24} \Rightarrow P_{\text{تلف شده}} = 4W$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید هر مقاومت $2R$ است.



کلید باز: $R_T = 4R$

$$P = \frac{V^2}{R_T} = \frac{18^2}{4R}$$

کلید بسته: $R_T = 2R$

$$P = \frac{V^2}{R_T} = \frac{18^2}{2R}$$

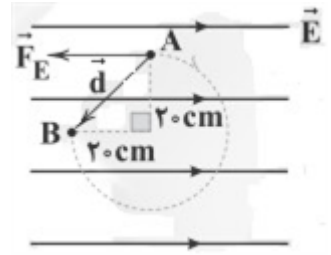
$$\frac{18^2}{2R} - \frac{18^2}{4R} = 9 \Rightarrow \frac{18^2}{R} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right] = 9 \Rightarrow R = \frac{18^2}{12 \times 9} \Rightarrow \frac{18 \times \cancel{18}}{12 \times \cancel{9}} = 3 \Rightarrow 2R = 6\pi$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = a^2 \Rightarrow A = 12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2 = 144 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d} = 8 \times 10^{-11} \times \frac{144 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow C = 8 \times 10^{-11} \times 72 \times 10^{-1} = 576 \times 10^{-12} \text{ F} = 576 \text{ pF}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در جابه‌جایی از A تا B، نیروی الکتریکی و جابه‌جایی به صورت نشان داده‌شده در شکل زیر هستند و کار میدان الکتریکی برابر است با:



$$F_E = E \left\{ q = 2/5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-12} \text{ N} \right.$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{2} \text{ cm} = 2 \cdot \sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$W_E = F_E d \cos 45^\circ = 5 \times 10^{-12} \times 2 \cdot \sqrt{2} \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow W_E = 10^{-12} \text{ J} = 10^{-6} \mu\text{J}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کار میدان الکتریکی روی یک ذره باردار در یک جابه‌جایی، برابر است با:

$$W_E = E |q| d \cos \alpha$$

در فرمول بالا، عبارت $d \cos \alpha$ برابر میزان جابه‌جایی ذره در راستای خطوط میدان یا همان AO در این سؤال است. AO را به کمک روابط مثلثاتی محاسبه می‌کنیم:

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{OB}{OA} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{8}{OA} \Rightarrow OA = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

با استفاده از فرمول W_E که در ابتدا ذکر شد، خواسته‌ی سؤال را محاسبه می‌کنیم.

$$W_E = 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6} \times 0.1 = 0.2 \text{ J}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه‌ی قانون کولن، نیروی بین دو بار در دو حالت را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2}{\frac{|q_1|}{|q_1|} \times \frac{|q_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{(N+3)^2}{(N+6)N} = \frac{N^2 + 6N + 9}{N^2 + 6N} = 1 + \frac{9}{N^2 + 6N} \xrightarrow{N > 0} \frac{F'}{F} > 1 \Rightarrow F' > F$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در شکل (الف) تراکم خطوط در تمام مسیر A تا B بیش‌تر بوده و میدان الکتریکی قوی‌تر است، پس نیروی وارد بر ذره بیش‌تر بوده و تندی ذره بیش‌تر است.

در شکل (ب) تراکم خطوط کم‌تر بوده و میدان الکتریکی ضعیف‌تر است، پس نیروی وارد بر ذره کم‌تر بوده و تندی ذره کم‌تر است.

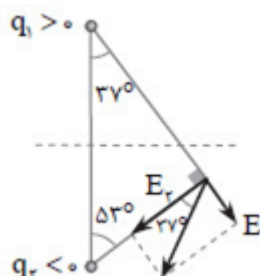
در شکل (ج) میدان یکنواخت نبوده و نیروی وارد بر ذره متغیر و شتاب حرکت ذره نیز متغیر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$q' = \frac{q_A - q_B}{2} = 4 \mu C$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_A &= \frac{q_A}{4\pi r^2} = \frac{20}{4 \times 3 \times (5 \times 10^{-2})^2} \\ \sigma_A' &= \frac{q'}{4\pi r^2} = \frac{4}{4 \times 3 \times (5 \times 10^{-2})^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma_A' - \sigma_A = 400 \frac{NC}{m^2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ است.



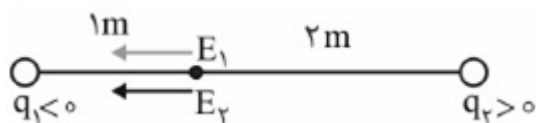
$$\begin{aligned} \tan 37^\circ &= \frac{E_1}{E_2} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = \left| \frac{q_1}{q_2} \right|^2 \tan 37^\circ \\ \frac{r_2}{r_1} &= \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بار نهایی گوی‌ها پس از تماس به صورت مقابل است:

$$\begin{aligned} q_1' &= q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-12 + 8}{2} = -2 \text{ nC} \\ \frac{F'}{F} &= \frac{|q_1' q_2'|}{|q_1 q_2|} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{2 \times 2}{12 \times 8} \times 4 = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

به کمک قانون کولن داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به علامت بارها میدان‌ها هم‌سو و رو به سمت چپ هستند و اما چون اندازه دو



میدان برابر فرض شده است. پس:

$$\begin{aligned} \begin{cases} E_1 = E_2 \\ r_1 = 1m \\ r_2 = 2m \end{cases} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \left(\frac{2}{1} \right)^2 \\ \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = (2)^2 \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} r_1 = r \\ r_2 = r + 10 \\ E_1 = 100 \frac{N}{C} \\ E_2 = 64 \frac{N}{C} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{kq}{r_1^2} \\ E_2 &= \frac{kq}{r_2^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{100}{64}} = \sqrt{\left(\frac{r_1 + 10}{r_1} \right)^2} \end{aligned}$$

از طرفین جذر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{10}{8} = \frac{r_1 + 10}{r_1} \Rightarrow 10r_1 = 8r_1 + 80 \Rightarrow 2r_1 = 80 \Rightarrow r_1 = 40 \text{ cm}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی دو بار q_1 و q_2 برابر است با:

$$r = \sqrt{(4 + 8)^2 + (3 - 12)^2} = \sqrt{144 + 81} = 15m$$



بنابراین:

$$q_3 < 0$$

(I)

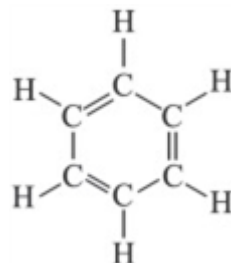
$$\begin{cases} F_{12} = F_{13} \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{15^2} = k \frac{q_1q_3}{x^2} \quad (1) \\ F_{12} = F_{23} \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{15^2} = \frac{kq_2q_3}{(15-x)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{x}{15-x} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{x}{15-x} \right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = 10m$$

$$(1) : q_3 = \left(\frac{x}{15} \right)^2 q_2 = \left(\frac{10}{15} \right)^2 3 \mu C = \frac{4}{3} \mu C \xrightarrow{(I)} q_3 = -\frac{4}{3} \mu C$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنزن سر گروه هیدروکربن‌های آروماتیک بوده و ساختار آن به صورت مقابل است:
در ساختار آن ۹ پیوند اشتراکی یگانه و سه پیوند اشتراکی دوگانه وجود دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:
(۱) آلکین مورد استفاده C_2H_2 است.

(۲) سومین عضو خانواده آلکین‌ها، بوتین (C_4H_6) و چهارمین عضو خانواده آلکن‌ها، پنتن (C_5H_{10}) هر یک دارای ۵ جفت الکترون پیوندی میان اتم‌های کربن در ساختار خود هستند.
(۴) درست



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در نمودار داده شده، A، B و C به ترتیب نشان دهنده‌ی مواد معدنی، فلزها و سوخت‌های فسیلی است.

$$80g Cu \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64gCu} = 1 \text{ mol Cu}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

فرض می‌کنیم n_1 مول Cu_2S و n_2 مول CuS داریم. با درنظر گرفتن ۲۰ درصد ناخالصی جرم مواد خالص اولیه ۸۸ گرم

$$\begin{cases} 160n_1 + 96n_2 = 88 \\ 2n_1 + n_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow n_1 = 0.25, n_2 = 0.5$$

است.

$$\frac{\text{جرم CuS}}{\text{جرم Cu}_2S} = \frac{0.5 \times 96}{0.25 \times 160} = 1/2$$

اکنون می‌توان نسبت خواسته شده را حساب کرد:

- الف) بنزن دارای ۳ پیوند دوگانه و نفتالن ۵ پیوند دوگانه دارد و همچنین بنزن ۶ هیدروژن و نفتالن ۸ هیدروژن دارد.
 ب) فرمول ساختاری علاوه بر پیوند بین اتم‌های کربن‌ها، پیوند اتم‌های کربن با اتم‌های هیدروژن را نیز نشان می‌دهند.
 ج) نفتالن در دمای اتاق جامد است، بقیه عبارت درست است.
 د) سیکلوهگزان نوعی سیکلوآلکان، سیرشده و حلقوی است و با پنجمین عضو خانواده آلکن‌ها ایزومر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $^{80}_{32}\text{Ge}$ و $^{80}_{34}\text{S}$ به ترتیب فلز، نافلز و شبه‌فلز هستند. بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) نادرست است؛ زیرا خواص فیزیکی شبه‌فلزها، شبیه فلزها است.
 ۲) نادرست است؛ زیرا نخستین عنصر دوره سوم جدول که نماد تک حرفی دارد، فسفر P است که یک نافلز است و رسانایی الکتریکی ندارد.
 ۴) نادرست است؛ زیرا سدیم بیشترین خصلت فلزی را در دوره سوم دارد نه گروه اول.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

- الف) درست: قلع و سرب فلز، کربن نافلز و سیلیسیم و ژرمانیم شبه‌فلز هستند.
 ب) درست: زیرا قلع فلز است و فلزها برای واکنش با اتم‌های دیگر الکترون از دست می‌دهند.
 پ) نادرست: زیرا کربن سطحی تیره دارد ولی در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.
 ت) درست: ژرمانیم یک شبه‌فلز است و بر اثر ضربه خرد می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب و گرمای ویژه آب در دو ظرف، یکسان است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به انجام‌پذیر بودن واکنش (۱)، خاصیت فلزی A از B بیشتر است و با توجه به انجام ناپذیر بودن واکنش (۲) خاصیت فلزی B از C بیشتر است. در نتیجه مقایسه‌ی خاصیت فلزی و واکنش‌پذیری به صورت $A > B > C$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

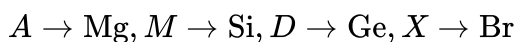
بررسی گزینه‌ها:

آ) درست، از میان دو جسم مختلف با جرم یکسان، به‌ازای دادن گرمای یکسان آن ماده‌ای که ظرفیت گرمایی ویژه‌ی بیشتری دارد، افزایش دمای کمتری پیدا می‌کند.

$$Q = mC_{\text{ویژه}} \Delta\theta \rightarrow \uparrow C_{\text{ویژه}} = \frac{Q}{m\Delta\theta_{\downarrow}}$$

- ۲) نادرست، افزایش دما سرعت واکنش‌های گرماگیر و گرماده را افزایش می‌دهد.
 ۳) نادرست، گرما هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی است که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود.
 ۴) نادرست، هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییررنگ، تولید رسوب آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد، اما ویژگی بنیادی در همه‌ی آنها دادوستد گرما با محیط پیرامون است.

عنصرهای نشان داده شده در جدول عبارتند از:

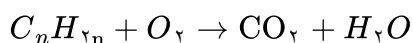


(۱) سه عنصر Mg، Si و Ge رسانایی گرمایی دارند و تنها Mg در واکنش‌ها الکترون از دست می‌دهد.

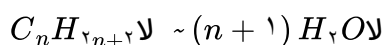
(۲) Si و Ge در اثر ضربه خرد می‌شوند.

(۳) از واکنش Si و Br ترکیب مولکولی (نه یونی) با فرمول SiBr_4 تشکیل می‌شود.

(۴) در یک دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد. بنابراین شعاع Mg از Si بیشتر است. همچنین، عنصر برم در دمای 200°C با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{0.02 \text{ mol}}{0.02} = \frac{4/68}{18n+18} \Rightarrow 0.36n + 0.36 = 4/68 \Rightarrow n = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} C_7 H_4 Br_2 : 24 + 4 + 160 = 188 \\ C_{12} H_{26} : 144 + 26 = 170 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تفاوت} = 18$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا انرژی آزاد شده از سوختن $100/8$ گرم گرافیت را به دست می‌آوریم:

$$100/8 \text{ gC} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ gC}} \times \frac{393/5 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}} = 330.5/4 \text{ kJ}$$

در ادامه با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، مقدار جرم آب را به دست می‌آوریم:

$$330.5/4 = m \times 4/2 \times 10 \Rightarrow m = 78/7 \text{ kg } H_2O$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

(آ) درست

(ب) نادرست، عمده نفت خام شامل ترکیبات هیدروکربن است.

(پ) درست

(ت) نادرست، بخش اعظم نیمی از یک بشکه نفت خام برای تولید گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما کاربرد دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

(آ) نادرست، ترتیب مقایسه شعاع به صورت $F > B > C$ است.

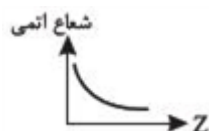
(ب) درست، فعال‌ترین نافلز این جدول اتم عنصر C در گروه ۱۷ و تناوب دوم است. آخرین زیرلایه اشغال اتم این عنصر

$2p^5$ است که برای ۵ الکترون آن داریم:

$$(n+l) = 5(2+1) = 15$$

(پ) درست، عنصر M یا همان برم (Br) هالوژنی است که می‌تواند در دمای 200°C با گاز هیدروژن واکنش دهد. فرمول

شیمیایی ترکیب حاصل از آن با عنصر D از گروه دوم به صورت DM_2 است.



(ت) نادرست، نمودار تغییرات شعاع اتمی در یک گروه به صورت روبرو است.

۹۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند. A همان بنزن (C_6H_6) و B همان اتین (C_2H_2) است.

۹۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، ساختار آن به صورت $CH_3 - C \equiv CH$ است.

۹۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، ویژگی‌های ذکر شده مربوط به عنصر شبه‌فلز سیلیسیم است.

۹۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، یک ترکیب سیرشده است که در ساختار آن ۱۰ اتم کربن وجود دارد.

۹۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، سیکلوهگزان شامل ۱۲ اتم هیدروژن بوده و با توجه به فرمول ترکیب موردنظر $C_{13}H_{26}$ خواهد بود.

۹۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

شکل صورت سؤال پایستگی ماده در برداشت مواد از طبیعت و بازگشت مواد به آن را بیان می‌کند.

۹۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(آ) نادرست، نظم چرخه‌های طبیعی به دلیل مصرف بی‌رویه مواد معدنی و نفتی و تولید حجم انبوهی از زباله‌ها به هم می‌خورد.

(ب) نادرست، کشف و درک خواص یک ماده جدید، پرچمدار توسعه فن‌آوری است.

۹۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): درست، ۴ آلکان اول در دمای $22^\circ C$ به حالت گاز هستند و برای این آلکان‌ها، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.

گزینه (۲): درست، طبق متن کتاب درسی

گزینه (۳): نادرست، در آلکان‌ها، هر اتم با چهار پیوند اشتراکی به ۴ اتم دیگر متصل است.

گزینه (۴): درست، طبق متن کتاب درسی

۹۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه (۱): بنیادی‌ترین ویژگی عنصرها عدد اتمی (Z) آن‌ها می‌باشد.

گزینه (۲): بیش‌تر عناصر جدول دوره‌ای را فلزها تشکیل می‌دهند که به‌طور عمده در سمت چپ و مرکز جدول قرار دارند.

گزینه (۴): در جدول دوره‌ای، عناصری که شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه الکترونی اتم آن‌ها برابر است، در یک گروه جای گرفته‌اند.

۹۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

کم‌تر از نیمی از نفت خام استخراج شده برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.

۱۰۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فراوان‌ترین عنصر جهان هیدروژن است که در گروه اول جدول دوره‌ای قرار نمی‌گیرد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، این عنصر در گروه دوم و دوره‌ی چهارم قرار دارد و نسبت به سایر عنصرهای داده شده، تمایل بیش‌تری به از دست دادن الکترون دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، کروم در دوره چهارم قرار دارد و آرایش الکترونی آن به صورت $1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^5 / 4s^1$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، سطح کربن برخلاف سیلیسیم، تیره است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عنصر موردنظر می‌تواند یکی از فلزهای دسته‌ی d باشد که $X_{۲۶} (Fe)$ چنین است.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. سوخت دیزل در برش سبک برج تقطیر نمی‌باشد بلکه جزء برش‌های میانی می‌باشد.

