

۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. صفحه ABCD شامل یال‌های AB، BC، CD و AD است. پس سه یال AD، DC و BC نمی‌توانند با AB متناظر باشند. از طرف دیگر، دو یال OA و OB با AB متقاطع‌اند. پس با AB متناظر نیستند. بنابراین دو یال OC و OD با AB متناظر هستند.

۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱: در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینه ۲: از هر نقطه خارج یک صفحه، یک صفحه موازی با صفحه مفروض می‌توان رسم کرد. حال هر خطی که از این نقطه گذشته و در صفحه رسم شده باشد، با صفحه اولیه موازی است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینه ۳: اگر خطی با یکی از دو خط متناظر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متناظر باشد.

گزینه ۴: از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، بی‌شمار خط متناظر با آن خط می‌گذرد.

۳

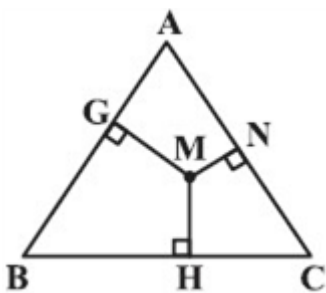
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنید مساحت شکل‌های بیرونی و درونی را به ترتیب با S و S' نمایش دهیم. در این صورت طبق فرمول پیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{7}{2} + 11 - 1 = 13/5$$

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{3}{2} + 2 - 1 = 2/5$$

$$S - S' = 13/5 - 2/5 = 11$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی‌الاضلاع مذکور اگر طول یکی از اضلاع را a بگیریم، داریم:



$$MN + MG + MH = \text{ارتفاع مثلث} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = 8$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(8)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(64) = 16\sqrt{3}$$

۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجانس هر شکل با خود آن شکل متشابه است و مساحت شکل مجانس k^2 برابر مساحت شکل اولیه است. ابتدا مساحت این چندضلعی شبکه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$b = 13 = \text{تعداد نقاط مرزی}$$

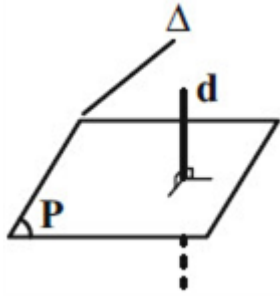
$$i = 7 = \text{تعداد نقاط درونی}$$

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{13}{2} + 7 - 1 = \frac{13}{2} + 6 = \frac{25}{2}$$

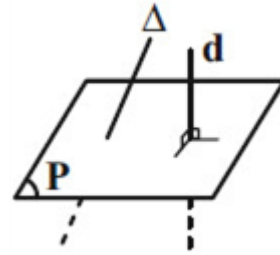
پس مساحت شکل تصویر برابر است با:

$$\text{مساحت تصویر} = k^2 \times \frac{25}{2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 \times \frac{25}{2} = \frac{16}{9} \times \frac{25}{2} = \frac{200}{9}$$

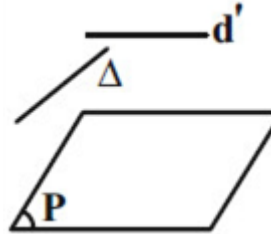
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی اند (در فضا) بنابراین اگر خط Δ بر صفحه P عمود باشد با خط d موازی خواهد شد که خلاف فرض مسئله است.



(۲) مثال نقض:



(۱) مثال نقض:



(۴) مثال نقض Δ, d' متنافر هستند:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. لوزی ABCD را مطابق مفروضات مسئله رسم می‌کنیم. از آنجایی که قطرهای لوزی، نیمساز زاویه‌های آن نیز می‌باشند، بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 15^\circ$$

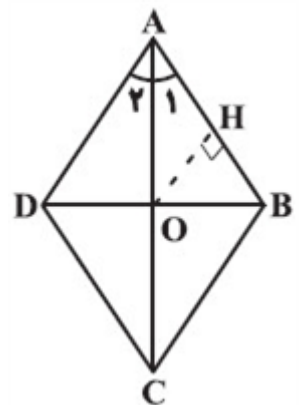
بنابراین مثلث AOB یک مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد که اندازه یکی از زاویه‌های آن 15° می‌باشد. بنابراین در این مثلث طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ می‌باشد. پس:

$$OH = \frac{1}{4}AB \xrightarrow{AB=4} OH = 1$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times AB \times OH = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

از طرفی چهار مثلث AOB، AOD، COD و COB با یکدیگر هم‌نهشت می‌باشند، پس:

$$S_{ABCD} = 4S_{\triangle AOB} = 8$$



۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱: در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینه‌ی ۲: از هر نقطه‌ی خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحه‌ی شامل این خط بر صفحه مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینه‌ی ۳: اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متنافر باشد.

گزینه‌ی ۴: از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

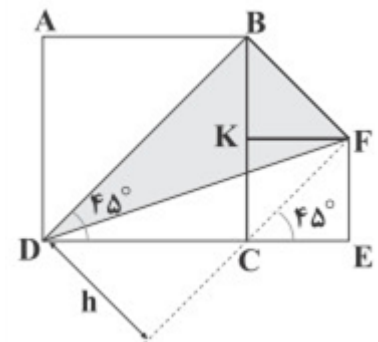
۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چهار مثلث ADN و ANM و MNC و MCB به دلیل داشتن قاعده‌ها و ارتفاع‌های برابر،

هم‌مساحت هستند و ۲ تا ۴ از مثلث هاشورخورده است. پس مساحت قسمت هاشورخورده $\frac{1}{4}$ کل است.

۱۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قطر FC را رسم می‌کنیم مساحت دو مثلث DBF و DBC با هم برابر است چون قاعده‌های برابر (BD) و ارتفاع‌های برابر دارند بنابراین داریم:



$$S_{ABCD} = 20^2 = 400 \Rightarrow S_{DBC} = \frac{1}{4} \times 400 = 100$$

۱۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر اندازه‌ی ارتفاع x باشد، قاعده‌ی کوچک $\frac{x}{4}$ و قاعده‌ی بزرگ $2x$ خواهد بود.

$$S(x) = \frac{\text{مجموع دو قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{x \times \left(\frac{x}{4} + 2x \right)}{2} = \frac{x \times \frac{9x}{4}}{2} = \frac{9x^2}{8}$$

۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو زوج مرتب $(1, 0)$ و $((a-1)^2, (b-2)^2)$ دارای مؤلفه‌ی اول یکسان هستند، برای

$$(a-1)^2 + (b-2)^2 = 0$$

تابع شدن باید:

از طرفی مجموع عبارات نامنفی زمانی صفر است که تک تک آن‌ها صفر باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a-1 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ (b-2)^2 = 0 \Rightarrow b-2 = 0 \Rightarrow b = 2 \end{cases} \Rightarrow f = \{(1, 0), (2, -1), (3, 2)\} \Rightarrow \frac{f(2)}{f(3)} = \frac{f(-1)}{2} = -1$$

۱۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تعریف تابع به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب، رابطه‌ای تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی مؤلفه‌های اول یکسان نداشته باشد، با توجه به تعریف تنها گزینه ۲ تابع است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر جدول مربوط به تابع ثابت باشد، برد آن فقط یک عضو دارد، پس $R_f = \{۴\}$.

پس: $\sqrt{k} = ۴, \sqrt[۳]{b} = ۴, d = ۴$

$$\Rightarrow k = ۱۶, b = ۶۴, d = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{b - ۳k}{d + ۱۲} = \frac{۶۴ - ۳ \times ۱۶}{۴ + ۱۲} = \frac{۶۴ - ۴۸}{۱۶} = ۱$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱: $۲(۲) + (-۴) = ۰ \neq ۳$

گزینه ۲: $۲ - ۲(۵) = ۸ = ۲(-۴)$

گزینه ۳: $۳ + ۳(-۴) = -۹ \neq ۵$

گزینه ۴: $۳(۵) - (۲) = ۱۳ \neq ۴$

$$(a, m^۲ - ۱) = (a, ۴) \Rightarrow m^۲ - ۱ = ۴ \Rightarrow m^۲ = ۵$$

$$(a, x + y) = (a, ۴) \Rightarrow x + y = ۴$$

$$(b, x - y) = (b, m^۲) \Rightarrow x - y = m^۲ = ۵ \Rightarrow \begin{cases} x + y = ۴ \\ x - y = ۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲x = ۹ \Rightarrow x = \frac{۹}{۲}, y = ۴ - \frac{۹}{۲} = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow x^۲ + y^۲ = \frac{۸۱}{۴} + \frac{۱}{۴} = \frac{۸۲}{۴} = ۲۰/۵$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-۱ < \frac{۴x - ۱}{x + ۲} - ۲ < ۱ \Rightarrow \left| \frac{۲x - ۵}{x + ۲} \right| < ۱$$

$$\Rightarrow |x + ۲| > |۲x - ۵| \Rightarrow ۴x^۲ - ۲۰x + ۲۵ < x^۲ + ۴x + ۴$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ - ۲۴x + ۲۱ < ۰ \Rightarrow ۱ < x < ۷ \Rightarrow -\frac{۱}{۳} < \frac{x - ۲}{۳} < \frac{۵}{۳}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{x - ۲}{۳} \right| < \frac{۵}{۳} \Rightarrow \left| \frac{x - ۲}{۳} \right| = ۰, ۱$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Delta = ۰ \Rightarrow m^۲ - ۴m + ۴ = ۰ \Rightarrow m = ۲$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = \alpha = -۱$$

$$\Rightarrow m + \alpha = ۱$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مورد الف از عضو c پیکانی خارج نشده است در حالی که در نمودار پیکانی تابع باید از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود، پس تابع نیست.

در مورد ب برای هر x (مؤلفه اول) یک y (مؤلفه دوم) منحصر به فرد وجود دارد و از آنجایی که $\sqrt[۳]{۶۴} = ۴$ است یکی از زوج مرتب‌های $(۴, -۳)$ حذف خواهد شد، پس تابع است.

در مورد ج، هر خط موازی محور y ها، نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند، پس تابع است.

در مورد د نیز برای هر x ، یک y منحصر به فرد وجود دارد، پس تابع است.

۲۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید $\Delta < 0$ باشد تا معادله درجه دوم، فاقد ریشه حقیقی شود.

$$\Delta = (m+1)^2 - 8\left(\frac{1}{2}m+2\right) < 0 \Rightarrow m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0$$

$$\Rightarrow (m-5)(m+3) < 0$$

m		-3	5
Δ	+	-	+

$$m \in (-3, 5)$$

۲۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 5x - 1 \geq 3x - 5 \Rightarrow 5x - 3x \geq 1 - 5 \Rightarrow 2x \geq -4 \Rightarrow x \geq -2 \\ 3x - 5 > 1 - 7x \Rightarrow 3x + 7x > 6 \Rightarrow 10x > 6 \Rightarrow x > 0.6 \end{cases}$$

اشتراک جوابهای به دست آمده برابر است با:

$$\{x > 0.6\} = (0.6, +\infty)$$

۲۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^2 - ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{f(1)=-1} 1 - a + b = -1 \Rightarrow a - b = 2 \quad (1) \\ \xrightarrow{f(-2)=2} -4 + 2a + b = 2 \Rightarrow 2a + b = 10 \quad (2) \end{cases}$$

دو رابطه‌ی (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$$\cancel{a-b} + 2\cancel{a} = 2 + 10 \Rightarrow 3a = 12 \Rightarrow a = \frac{12}{3} = 4$$

$$\xrightarrow{a-b=2} 4 - b = 2 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = 2^2 - 4(2) + 2 = 4 - 8 + 2 = -2$$

۲۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع ثابت f به ازای هر ورودی یک مقدار خروجی می‌دهد، پس داریم:

$$a + 3 = 2a - 1 \Rightarrow a = 4 \xrightarrow{a=4} f(x) = 4 + 3 \Rightarrow f(x) = 7 \Rightarrow f(-5) + f(3) = 7 + 7 = 14$$

۲۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون سهمی محور yها را زیر محور xها قطع کرده است، علامت c منفی است و از آنجا که

طول رأس سهمی مثبت است، پس $\frac{-b}{2a} > 0$ است چون $a > 0$ ، پس علامت b هم منفی است.

$$c < 0, b < 0$$

۲۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع ثابت f، از نقطه‌ی (۳، -۲) می‌گذرد، بنابراین ضابطه‌ی آن به صورت $f(x) = 3$

است. حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

$$f(4) = f(-1) = 3 \Rightarrow (f(4))^2 + 3f(-1) = 9 + 3(3) = 18$$

روش اول:

$$y = -mx^2 + 3x - n$$

$$\begin{aligned} (1, 0) &\rightarrow 0 = -m + 3 - n \Rightarrow m + n = 3 \\ (5, 0) &\rightarrow 0 = -25m + 15 - n \Rightarrow 25m + n = 15 \end{aligned}$$

$$25m - m = 15 - 3 \Rightarrow 24m = 12 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{m+n=3} n = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} \xrightarrow{x=0} y = -\frac{5}{2}$$

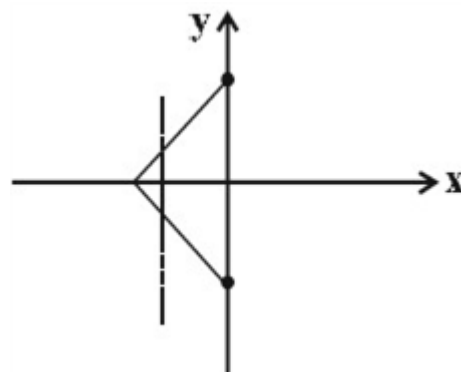
روش دوم:

$$x_S = \frac{5+1}{2} = 3 \Rightarrow \frac{-3}{2(-m)} = 3 \Rightarrow \frac{3}{2m} = 3 \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - n$$

$$(1, 0) \rightarrow 0 = -\frac{1}{2} + 3 - n \Rightarrow n = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \xrightarrow{x=0} y = -n = -\frac{5}{2}$$

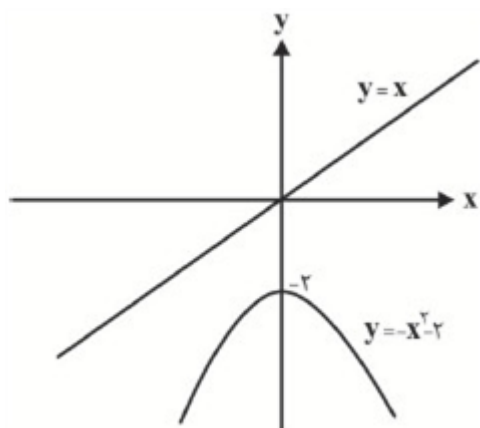
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در صورتی نمودار مختصاتی یک رابطه، تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. در رابطه‌ی گزینه‌ی ۳ این حالت برقرار نیست.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با رسم نمودار دو تابع $y = x$ و $y = -x^2 - 2$ متوجه می‌شویم که هیچ نقطه‌ی برخوردی ندارند. تذکر: البته بدون رسم هم با مساوی قرار دادن ضابطه‌ی دو تابع، می‌توانیم نقطه یا نقاط تلاقی احتمالی را به دست آوریم:



$$\begin{aligned} -x^2 - 2 &= x \Rightarrow x^2 + x + 2 = 0 \\ \Delta &= 1^2 - 4(1)(2) = -7 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{aligned}$$

$$(\cdot, a^2 - a), (\cdot, 2) \in f \xrightarrow{\text{تابع } f} a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a + 1)(a - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \Rightarrow f = \{(\cdot, 2), (1, -3), (1, 3), (-2, 0)\} \Rightarrow \text{تابع نیست.} \\ a = 2 \Rightarrow f = \{(\cdot, 2), (1, 0), (-2, 3)\} \Rightarrow \text{تابع است.} \\ \Rightarrow f(-2) = 3 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمایش مختصاتی یک رابطه، وقتی تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند (هیچ دو نقطه‌ای روی خطی که موازی محور y ها باشد، قرار نگیرند)، در گزینه‌ی (۳) خط $x = -2$ نمودار را در ۲ نقطه قطع می‌کنند، پس این گزینه نمی‌تواند نمودار یک تابع باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

f تابع همانی است یعنی ضابطه آن به صورت $f(x) = x$ می‌باشد.

$$f(1) = b = 1 \Rightarrow f = \{(1, 1), (1, 2a+1), (\cdot, c)\}$$

$$\text{تابع است } f: 2a + 1 = 1 \Rightarrow a = 0, c = 0$$

$$f = \{(1, 1)(0, 0)\}$$

$g(x)$ تابع ثابت است و نباید متغیر x در آن موجود باشد.

$$g(x) = (x - 1)^2 + dx^2 + ex + a \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 1 + dx^2 + ex + a$$

$$d = -1, e = 2 \Rightarrow g(x) = 1 + a \Rightarrow g(x) = 1$$

حاصل $a + d + e$ را می‌خواهیم:

$$a + d + e = 0 + (-1) + 2 = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ هرگاه رابطه‌ی $a + b + c = 0$ بین ضرایب

معادله برقرار باشد، در این صورت معادله الزاماً دارای دو ریشه است که یکی از ریشه‌ها $x = 1$ و دیگری $x = \frac{c}{a}$ است.

$$2x^2 + (m - 2)x - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = m - 2 \Rightarrow a + b + c = 2 + m - 2 - m = 0 \\ c = -m \end{cases}$$

با توجه به معادله‌ی صورت سؤال مجموع ضرایب صفر می‌شود، پس یکی از ریشه‌های معادله الزاماً $x = 1$ است.

دقت کنید که در این حالت معادله الزاماً ریشه‌ی مضاعف ندارد، پس گزینه‌ی ۱ همیشه درست نیست. از طرفی مثبت و یا منفی بودن ریشه‌ی دیگر به علامت‌های a و c بستگی دارد و ممکن است مثبت یا منفی باشد (نادرستی گزینه‌ی ۳).

ریشه‌ی دیگر معادله $-\frac{m}{2}$ است و نه $\frac{m}{2}$ (نادرستی گزینه‌ی ۴).

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

x	-6	8
$p(x)$	$+$	$+$

$$p(x) = x^2 - 2x - 48 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -6 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$\begin{array}{c|c} x & \frac{1}{3} \\ \hline p(x) & - \end{array} \quad p(x) = -(3x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$f(-1) = -3 \Rightarrow -b - 1 = -3 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1 \Rightarrow f(11) = 22 - 1 = 21$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$|5x - 17| < 3 \Rightarrow -3 < 5x - 17 < 3 \xrightarrow{+17} 14 < 5x < 20 \xrightarrow{\div 5} \frac{14}{5} < x < 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$x^2 - 6x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 1 \xrightarrow{+9} x^2 - 6x + 9 = 10 \Rightarrow (x - 3)^2 = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 10 \end{cases} \Rightarrow (-3, 10)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$x^2 - 2x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 7 \xrightarrow{+1} x^2 - 2x + 1 = 8 \Rightarrow (x - 1)^2 = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow (-1, 8)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$S \Big|_1^4 \Rightarrow y = a(x - 1)^2 \xrightarrow[y=4]{x=4} 4 = a \Rightarrow y = 4x^2 - 8x + 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بدیهی است نقاط $(1, 0)$ و $(0, -6)$ و $(-2, -6)$ در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ صدق می‌کنند. ۴۰

$$(0, -6) \Rightarrow c = -6$$

$$(1, 0) \Rightarrow a + b - 6 = 0$$

$$(-2, -6) \Rightarrow 4a - 2b - 6 = -6 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 6 \\ 2a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

پس تابع داده شده به صورت $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$ خواهد بود که $f(-1) = 2 - 4 - 6 = -8$ برابر است با: ۴۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با دریافت 163 kJ گرما، دمای جسم بالا می‌رود و سپس نیمی از آن ذوب می‌شود. با دریافت 45 kJ گرمای دیگر و رسیدن کل گرمای دریافت شده به 208 kJ ، نیمه دیگر این ماده، یعنی 500 گرم آن هم ذوب می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت: ۴۲

$$Q = mL_F \Rightarrow 45 = 0.5 L_F \Rightarrow L_F = 90 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا باید تمام جرم یخ 40°C به آب 100°C تبدیل شود و سپس نصف جرم آب 100°C

به بخار آب 100°C تبدیل گردد. در این حالت با توجه به طرحواره زیر داریم:

$$-40^\circ\text{C یخ } 2\text{ kg} \xrightarrow{Q_1 = mc \Delta\theta} 0^\circ\text{C یخ } 2\text{ kg} \xrightarrow{Q_2 = mL_F} 0^\circ\text{C آب } 2\text{ kg}$$

$$0^\circ\text{C آب } 2\text{ kg} \xrightarrow{Q_3 = mc \Delta\theta} 100^\circ\text{C آب } 2\text{ kg} \xrightarrow{Q_4 = m L_V} 1\text{ kg بخار آب } 100^\circ\text{C}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + m' L_V$$

$$m = 2\text{ kg}, m' = 1\text{ kg}, L_V = 2268000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$Q_{\text{کل}} = 2 \times 2100 \times (0 - (-40)) + 2 \times 336000 + 2 \times 4200 \times (100 - 0) + 1 \times 2268000$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 168000 + 672000 + 840000 + 2268000 = 3948000 \text{ J} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 3948 \text{ kJ}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $Q_{\text{گرمکن}} + Q_{\text{مایع}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$

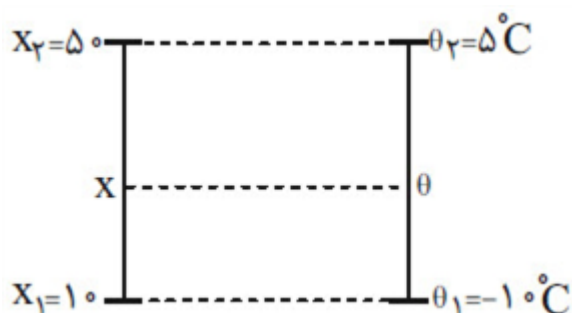
با توجه به اینکه گرمکن انرژی گرمایی به مایع و گرماسنج می‌دهد:

$$\Rightarrow |Q_{\text{گرمکن}}| = |Q_{\text{مایع}} + Q_{\text{گرماسنج}}| \Rightarrow P \times t \times Ra = (mc\Delta\theta)_{\text{مایع}} + (mc\Delta\theta)_{\text{گرماسنج}}$$

$$\Rightarrow 750 \times 147 \times 0.80 = (0.2 \times c_{\text{مایع}} \times 49) + (1 \times 900 \times 49) \Rightarrow 750 \times 3 \times 0.80$$

$$= (0.2 c_{\text{مایع}}) + (900) \Rightarrow 1800 = 0.2 c_{\text{مایع}} + 900 \Rightarrow 900 = 0.2 c_{\text{مایع}} \Rightarrow c_{\text{مایع}} = 4500 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{\theta-\theta_1}{\theta_2-\theta_1} \xrightarrow{\theta=x} \frac{\theta-50}{10-50} = \frac{\theta-50}{-10-50}$$

$$\Rightarrow 3\theta - 150 = 8\theta - 40 \Rightarrow -110 = 5\theta \Rightarrow \theta = -22^\circ\text{C}$$

$$F = 1/8\theta + 32 = 1/8(-22) + 32 = -7/6^\circ\text{F}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کمترین مقدار آب برای این که دمای تعادل مجموعه صفر درجه سلسیوس شود مربوط به حالتی است که تمام آب یخ بزند، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}
 m_1 \text{ آب } 20^\circ C &\xrightarrow{Q_1} m_1 \text{ آب } 0^\circ C \xleftarrow{Q_2} m_1 \text{ یخ } 0^\circ C \\
 m \text{ یخ } 0^\circ C &\xrightarrow{Q_1} m \text{ یخ } -20^\circ C \\
 Q_1 = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta \Rightarrow Q_1 = m \times 2100 \times (0 - (-20)) = 42000m \\
 Q_2 = m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta' \Rightarrow Q_2 = m_1 \times 4200 \times (0 - 20) = -84000m_1 \\
 Q_3 = -m_1 L_F \Rightarrow Q_3 = -m_1 \times 336000 = -336000m_1 \\
 Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow 42000m - 84000m_1 - 336000m_1 = 0 \\
 m - 2m_1 - 8m_1 = 0 \Rightarrow m = 10m_1
 \end{aligned}$$

از طرفی بیشترین مقدار آب برای این که دمای تعادل مجموعه صفر درجه سلسیوس شود، مربوط به حالتی است که تمام یخ ذوب شود، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}
 m_2 \text{ آب } 20^\circ C &\xrightarrow{Q_4} m_2 \text{ آب } 0^\circ C \xleftarrow{Q_5} m \text{ یخ } 0^\circ C \xrightarrow{Q_6} m \text{ یخ } -20^\circ C \\
 Q_4 = 42000m, Q_5 = mL_F = 336000m \\
 Q_6 = m_2 c_{\text{آب}} \Delta\theta = m_2 \times 4200 \times (0 - 20) = -84000m_2 \\
 Q_4 + Q_5 + Q_6 = 0 \Rightarrow 42000m + 336000m - 84000m_2 = 0 \\
 \Rightarrow m + 8m - 2m_2 = 0 \Rightarrow m_2 = 4/5m
 \end{aligned}$$

در نهایت جرم یخ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} m = 10m_1 \\ m_2 = 4/5m \end{cases} \Rightarrow m_2 = 4/5m, \xrightarrow{m_2 - m_1 = 4400g} 44m_1 = 4400g \Rightarrow m_1 = 100g \\
 m = 10m_1 \longrightarrow m = 1000g$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۶

$$\begin{aligned}
 \Delta L_{Al} + \Delta L_{Cu} &= 2/4 \text{ mm} \\
 L_1 \alpha_{Al} \Delta\theta + L_1 \alpha_{Cu} \Delta\theta &= 2/4 \text{ mm} \\
 L_1 \Delta\theta (\alpha_{Al} + \alpha_{Cu}) &= 2/4 \times 10^{-2} \\
 60 \times 10^{-2} \Delta\theta \left(2/3 \times 10^{-5} + 1/7 \times 10^{-5} \right) &= 2/4 \times 10^{-2} \\
 \Rightarrow \Delta\theta &= \frac{2/4 \times 10^{-2}}{60 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-5}} = 100^\circ C
 \end{aligned}$$

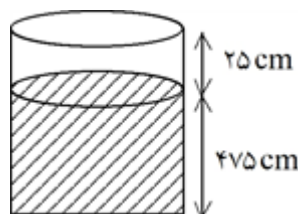
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$\text{حجم خالی} = \frac{25}{100} V_1 = \frac{5}{100} V_1$$

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \Rightarrow \frac{5}{100} V_1 = V_1 \times 10^{-3} \times \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = 50K \Rightarrow T_2 = 313K \Rightarrow \theta_2 = 40^\circ C$$

$$F_2 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 = 104^\circ F$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه انبساط طولی در حالت اول داریم:

$$\Delta L_1 = L_1 \alpha \Delta \theta_1 \Rightarrow x = L_1 \alpha \times (\theta_2 - \theta_1) \Rightarrow x = 5 L_1 \alpha \theta_1 \quad (*)$$

با توجه به رابطه انبساط طولی در حالت دوم داریم:

$$\Delta L_2 = L_1 \alpha \Delta \theta_2 \Rightarrow \frac{7}{5} x = L_1 \alpha \Delta \theta_2 \xrightarrow{(*)} \frac{7}{5} \times 5 L_1 \alpha \theta_1 = L_1 \alpha \Delta \theta_2$$

$$\Rightarrow \Delta \theta_2 = 7 \theta_1 \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 7 \theta_1 \Rightarrow \theta_2 = 8 \theta_1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه بین مقیاس‌های سلسیوس و کلونین و رابطه بین مقیاس سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$\begin{cases} T = \theta + 273 \\ F = 9/5 \theta + 32 \end{cases} \xrightarrow{T=F} \theta + 273 = 4 \times (1/8 \theta + 32) \Rightarrow \theta + 273 = 7/2 \theta + 128$$

$$\Rightarrow 6/2 \theta = 145 \Rightarrow \theta \simeq 23/28^\circ C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر دمای صفحه افزایش پیدا کند، دچار انبساط شده و مساحت حفره نیز افزایش می‌یابد. در این صورت برای محاسبه تغییرات سطح حفره می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \Delta A = A_1 (2\alpha) \Delta \theta \\ \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 360 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 200^\circ C \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha \Delta \theta \times 100$$

$$= 200 (15 \times 10^{-6}) (\%200)$$

$$= 60 \times 10^{-4} \times \%10^{-6} = \%0.6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گرم شدن هوای داخل اتاق به وسیله بخاری و یا رادیاتور شوفاژ، گرم شدن آب درون قابلمه، جریان‌های باد ساحلی و انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن، همگی نمونه‌هایی از پدیده همرفت طبیعی هستند. سیستم گرم‌کننده مرکزی در ساختمان‌ها، سیستم خنک‌کننده موتور اتومبیل و نیز گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش جریان خون در بدن جانوران خونگرم، نمونه‌هایی از انتقال گرما به روش همرفت واداشته است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به اطلاعات سؤال، چگالی جسم و چگالی آب $20^\circ C$ با یکدیگر برابر است. از طرفی با افزایش دمای آب از $4^\circ C$ تا $100^\circ C$ می‌توان گفت:

$$\rho_{4^\circ C} \text{ آب} > \rho_{10^\circ C} \text{ آب} > \rho_{20^\circ C} \text{ آب} = \rho_{\text{جسم}}$$

در نتیجه با کاهش دمای آب، چگالی آب افزایش می‌یابد. بنابراین جسم در ظرف شامل آب $10^\circ C$ و آب $4^\circ C$ به صورت شناور قرار می‌گیرد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط مورد پ نادرست است.

برای مقدار مشخصی گاز آرمانی فرایندی را ایستاوار گویند که در طول آن دستگاه همواره بسیار نزدیک به حالت تعادل باشد.

$$V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \xrightarrow{T_1 = 27 + 273 = 300 K, \Delta T = 0 - 27 = -27^\circ C = -27 K}$$

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{-27}{300} = -\frac{9}{100} \times 100 \rightarrow \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = -9\%$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۵

می‌دانیم که رابطه درجه‌بندی فارنهایت و سلسیوس به صورت $F = 1/8\theta + 32$ است و طبق فرض مسئله $F = 2/3\theta$ است.

$$2/3\theta = 1/8\theta + 32 \Rightarrow \theta = 64^\circ C$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اختلاف انبساط حجمی ظرف و گلیسرین باید برابر با $4/7 \text{ cm}^3$ باشد. ۵۶

$$\Delta V_{\text{گلیسرین}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 4/7$$

$$\Rightarrow \beta V_1 \Delta \theta - \alpha V_1 \Delta \theta = 4/7 \Rightarrow (\beta - \alpha) V_1 \Delta \theta = 4/7$$

$$\Rightarrow (5 \times 10^{-4} - 3 \times 10^{-5}) \times 200 \Delta \theta = 4/7$$

$$\Rightarrow 4/7 \times 10^{-4} \times 200 \Delta \theta = 4/7 \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ C$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار گرمایی را که 50 g آب با دمای $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب با دمای صفر درجه سلسیوس تبدیل شود، به دست می‌آوریم: ۵۷

$$Q_{\text{آب}} = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} = \frac{50}{1000} \times 4200 \times (0 - 20) = -4200 \text{ J}$$

حال مقدار گرمایی را که 200 g یخ با دمای $10^\circ C$ می‌گیرد تا به یخ با دمای صفر درجه سلسیوس تبدیل شود، محاسبه می‌کنیم:

$$Q_{\text{یخ}} = m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta \theta_{\text{یخ}} = \frac{200}{1000} \times 2100 \times (0 - (-10)) = 4200 \text{ J}$$

چون $|Q_{\text{یخ}}| = |Q_{\text{آب}}|$ است، پس گرمایی که یخ از آب می‌گیرد، صرف تغییر دمای آن می‌شود و در نهایت مخلوط آب و یخ در دمای صفر درجه سلسیوس خواهیم داشت و یخ تغییر حالت پیدا نمی‌کند و در دمای صفر درجه سلسیوس باقی خواهند ماند. یعنی در نهایت 200 g یخ صفر درجه سلسیوس و 50 g آب صفر درجه سلسیوس خواهیم داشت.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۸

$$|Q_{\text{آب}}| = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow m_{\text{آب}} L_f = mc \Delta \theta$$

$$0.1 \times 340000 = m \times 2100 \times 40 \Rightarrow m = \frac{34}{84} = 0.405 \text{ kg} = 405 \text{ g}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی نقاط A و B وابسته به انبساط طولی است، بنابراین: ۵۹

$$L_{AB} = 15 - 10 = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta L_{AB} = \alpha L_{AB} \Delta T \xrightarrow{\Delta T = \Delta \theta} \Delta L_{AB} = 2 \times 10^{-5} \times 5 \times (90 - 60)$$

$$\Rightarrow \Delta L_{AB} = 3 \times 10^{-3} \text{ cm} = 0.03 \text{ mm}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آب را با اندیس (۱) و جسم را با اندیس (۲) نشان می‌دهیم.

در هر حالتی که تماس دو جسم باعث تغییر حالت نشود، دمای تعادل از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \xrightarrow{m_1 c_1 = C_1, m_2 c_2 = C_2} \theta_e = \frac{C_1 \theta_1 + C_2 \theta_2}{C_1 + C_2}$$

در ادامه، اطلاعات سؤال را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$80 = \frac{C_1 \times 100 + C_2 \times 20}{C_1 + C_2} \Rightarrow 80 C_1 + 80 C_2 = 100 C_1 + 20 C_2$$

$$\Rightarrow 60 C_2 = 20 C_1 \Rightarrow C_1 = 3 C_2$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{C_2}{3 C_2} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تقسیم‌بندی در درجه‌بندی فارنهایت کوچک‌تر بوده و دقت آن بیشتر است و گزینه‌ی ۱ نادرست است.

کمترین دمای ممکن، صفر کلوین نام دارد و گزینه‌ی ۲ درست است.

پلاستیک با افزایش دما، حجمش کاهش می‌یابد، همچنین آب از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ حجمش کاهش می‌یابد و گزینه‌ی ۳ نادرست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta \theta^\circ F}{180} = \frac{\Delta \theta^\circ C}{100} \rightarrow \frac{181}{180} = \frac{\Delta \theta^\circ C}{100} \rightarrow \Delta \theta^\circ C = 45^\circ C$$

$$\theta_2 = \Delta \theta + \theta_1 = 45 + 22 = 67^\circ C \rightarrow T_2 = 273 + 67 = 340 K$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا دمای گلوله را از $^\circ F$ و K به $^\circ C$ تبدیل می‌کنیم:

$$T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow 293 = \theta_1 + 273 \Rightarrow \theta_1 = 20^\circ C$$

$$F_2 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 = 158 \Rightarrow \theta_2 = 70^\circ C$$

اکنون چگالی اولیه و سپس تغییر چگالی را می‌یابیم:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^3} \Rightarrow \rho_1 = \frac{64}{\frac{4}{3} \times 3 \times 2^3} = \frac{64}{32} = 2 \frac{g}{cm^3} = 2000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\Delta \rho = -3 \alpha \rho_1 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \rho = -3 \times 10^{-5} \times 2000 \times (70 - 20) \Rightarrow \Delta \rho = -3 \frac{kg}{m^3}$$

چون $\Delta \rho$ منفی به دست آمده است، چگالی کره کاهش می‌یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با دو برابر شدن جرم گاز، تعداد مول‌های گاز نیز دو برابر می‌شود، یعنی:

$$n_2 = 2n_1$$

دما ثابت است، بنابراین:

$$T_2 = T_1$$

فشار گاز ۶۰ درصد افزایش می‌یابد، پس:

$$P_2 = \frac{100 + 60}{100} P_1 \Rightarrow P_2 = 1.6 P_1$$

پس با استفاده از قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} = \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1.6 P_1 \times V_2}{2n_1 \times T_1} = \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} \Rightarrow 1.6 V_2 = 2V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{1.6} = 1.25$$

بنابراین درصد تغییرات حجم گاز برابر است با:

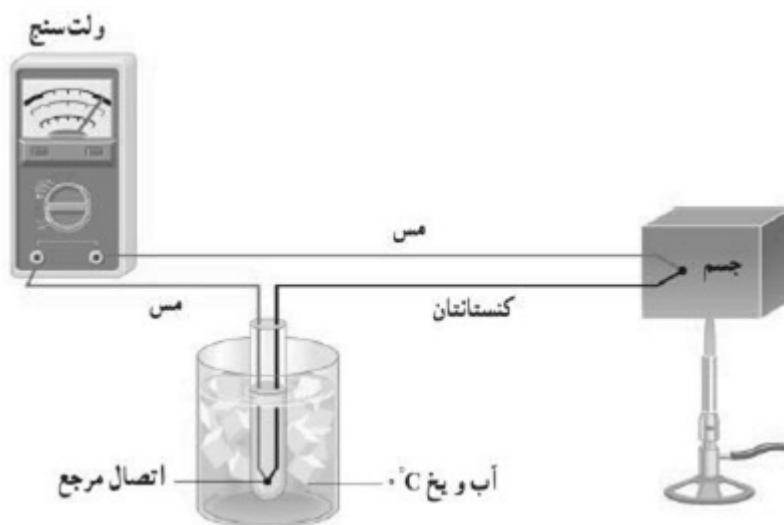
$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{1.25 V_1 - V_1}{V_1} \times 100 = 25\%$$

بنابراین حجم گاز، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{درصد تغییر حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 300 \times \Delta T = 300 \times (3 \times 10^{-5}) (200) = 1/8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کمیت دماسنجی در دماسنج ترموکوپل، ولتاژ است و گستره‌ی دماسنجی آن به جنس سیم‌هایش بستگی دارد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مورد ب انتقال گرما به روش همرفت و مورد ج انتقال گرما به روش تابش است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به طرح‌واره‌ی زیر، مقدار گرمایی که برای تبدیل یخ 10°C به آب 20°C موردنیاز است را می‌یابیم. دقت کنید ابتدا تما جرم یخ از 10°C به 0°C تبدیل می‌شود و سپس ذوب و دمای آن به

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{یخ} & & \text{یخ} & & \text{آب} & & \text{آب} \\ & Q_1 & \rightarrow & Q_2 & \rightarrow & Q_3 & \rightarrow & \\ -10^{\circ}\text{C} & & 0^{\circ}\text{C} & & 0^{\circ}\text{C} & & 20^{\circ}\text{C} & \end{array}$$

۲۰°C می‌رسد.

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_t = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q_t = 21000m + 33600m + 8400m \Rightarrow Q_t = 441000m$$

اکنون توان خروجی گرمکن را می‌یابیم و سپس با استفاده از رابطه‌ی $P = \frac{Q}{t}$ مقدار m را حساب می‌کنیم.

$$Ra = \frac{P}{P_T} \xrightarrow{Ra = \frac{75}{100}} \frac{75}{100} = \frac{P_{\text{out}}}{100} \Rightarrow P_{\text{out}} = 75W \Rightarrow P_{\text{out}} = \frac{Q_t}{t} \xrightarrow{t = 24/5 \text{ min} = 1440s}$$

$$75 = \frac{441000m}{24/5 \times 60} \Rightarrow 75 = 300m \Rightarrow m = 0.25 \text{ kg} = 250g$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار گرمایی را که یخ می‌گیرد تا به دمای صفر درجه‌ی سلسیوس برسد، می‌یابیم:

$$Q_1 = m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta \xrightarrow{m_{\text{یخ}} = 100g, c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{J}{g.K}} \xrightarrow{\Delta\theta = 0 - (-5) = 5^{\circ}\text{C}} Q_1 = 100 \times 2/1 \times 5 = 1050J$$

گرمایی که آب 10°C از دست می‌دهد تا به دمای 0°C برسد، برابر است با:

$$Q_2 = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta' \xrightarrow{m_{\text{آب}} = 200g, c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{J}{g.K}} \xrightarrow{\Delta\theta = 0 - 10 = -10^{\circ}\text{C}} Q_2 = 200 \times 4/2 \times (-10) = -8400J$$

از $8400J$ گرمایی که آب از دست می‌دهد، $1050J$ آن صرف رساندن دمای یخ 5°C به صفر درجه‌ی سلسیوس می‌شود و مابقی صرف ذوب کردن بخشی از جرم یخ می‌شود.

$$\text{مقدار گرمایی که صرف ذوب یخ می‌شود} = 8400 - 1050 = 7350J$$

$$Q' = m' L_F \Rightarrow 7350 = m' \times (336) \Rightarrow m' = 21/875J \simeq 22g$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همه‌ی موارد درست هستند.

الف) عامل همرفت تغییر چگالی در دماهای مختلف بوده است.

ب) جریان‌های باد ساحلی و انتقال گرما در خورشید همرفت طبیعی است.

ج) سیستم خنک‌کننده‌ی موتور اتومبیل به وسیله‌ی پمپ و گردش خون به وسیله‌ی پمپاژ قلب انجام شده و همرفت واداشته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

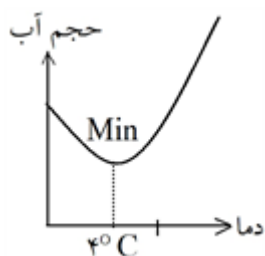
$$\Delta L = L, \alpha \Delta\theta \Rightarrow \frac{0.06}{100} L, = L, \alpha (50) \Rightarrow \alpha = \frac{6}{50000} = 1/2 \times 10^{-5}$$

نادرستی گزینه‌ی «۱»: افزایش ناخالصی باعث کاهش نقطه‌ی انجماد می‌شود مانند تأثیر ضدیخ.

نادرستی گزینه‌ی «۲»: در ارتفاعات فشار کمتر از سطح دریا است و نقطه‌ی جوش مایعات پایین می‌آید و پختن تخم‌مرغ دیرتر انجام می‌شود.

نادرستی گزینه‌ی «۳»: انتقال گرما از مرکز به سطح خورشید همرفت طبیعی است ولی سیستم گرم‌کننده‌ی مرکزی ساختمان یا خنک‌کننده‌ی اتومبیل همرفت واداشته است.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. همان‌طور که در نمودار روبه‌رو مشاهده می‌کنید، با کاهش دمای آب از 10°C تا 4°C حجم آن کاهش می‌یابد و از 4°C تا 2°C حجم آن افزایش می‌یابد.



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. طبق تعریف دمای تعادل، اگر دو جسم سرد و گرم در تماس کامل با یک‌دیگر باشند، گرما از جسم با دمای بیش‌تر (جسم گرم) به جسم با دمای کم‌تر (جسم سرد) می‌رود. پس از مدتی دمای دو جسم با هم برابر می‌شود که به این دما، «دمای تعادل» گوییم.

گرمایی که آب 80°C از دست می‌دهد تا به آب 40°C برسد = گرمایی که آب 20°C می‌گیرد تا به آب 40°C برسد

$$Q_{\text{جسم گرم}} = -Q_{\text{جسم سرد}}$$

به این علت است که جسم گرما از دست داده $\Delta\theta < 0 \leftarrow Q < 0$

$$m \cancel{\nearrow} \Delta\theta = m \cancel{\nearrow} \Delta\theta$$

گرم گرم گرم سرد سرد سرد

$$m_{\text{سرد}} \times (40 - 20) = -3 \times (40 - 80)$$

$$\cancel{20}^1 m_{\text{سرد}} = -3 \times \cancel{-40}^2 \Rightarrow m_{\text{سرد}} = 6 \text{ kg}$$

راه حل دیگر: اگر دو جسم سرد و گرم در تماس کامل با یک‌دیگر قرار گیرند پس از مدتی دمای آن‌ها با هم برابر می‌شود که آن را «دمای تعادل» گوییم. البته مشروط بر آن که تغییر حالت رخ ندهد.

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow c_1 = c_2 \rightarrow \text{اگر دو جسم هم‌جنس باشند}$$

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{c_1 \theta_1 + c_2 \theta_2}{c_1 + c_2} \Rightarrow m_1 = m_2 \rightarrow \text{اگر دو جسم هم‌جرم باشند}$$

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \rightarrow \begin{cases} m_1 = m_2 \\ c_1 = c_2 \end{cases} \rightarrow \text{اگر دو جسم هم‌جرم و هم‌جنس باشند}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. گرمای منتقل شده باعث ذوب یخ شده است. $Q = 0.3 \times 336000 = 100800 \text{ J}$

$$Q = \frac{KA\Delta\theta}{l} \Rightarrow 100800 = \frac{K \times 4 \times 10^{-4} \times 60 \times 60 \times 100}{1} \Rightarrow K = 70$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها عبارت سوم درست است. بررسی همه عبارت‌ها:

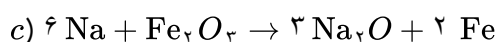
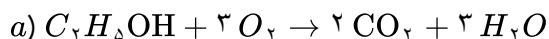
عبارت اول: اثر گلخانه‌ای باعث کاهش اختلاف بین دمای شب و روز می‌شود.

عبارت دوم: نور بازتابیده شده از سطح زمین دارای طول موج بلندتر و انرژی کمتری نسبت به نور خورشید است.

عبارت سوم: سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد.

عبارت چهارم: مقایسه صحیح به صورت: زغال‌سنگ < نفت < گاز طبیعی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به معادله‌های نمادی موازنه شده:



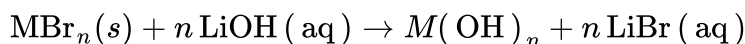
(۱) درست. ضریب O_2 و H_2O یکسان و برابر ۳ می‌باشد.

(۲) درست. در هر دو مورد برابر ۶ می‌باشد.

(۳) نادرست. این تفاوت برابر ۳ می‌باشد.

(۴) درست

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\frac{43}{2}g \times \frac{1 \text{ mol}}{(M + 80n)g} \times \frac{1 \text{ mol } M(OH)_n}{1 \text{ mol } MBr_n} \times \frac{M + 17ng}{1 \text{ mol}} = 18g \Rightarrow \frac{M + 80n}{M + 17n} = \frac{43/2}{18} = 2/4$$

$$\Rightarrow M + 80n = 2/4 M + 40/8n \Rightarrow 1/4 M = 39/2n \Rightarrow \frac{M}{n} = \frac{39/2}{1/4} = 28$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این عنصر Cr با آرایش الکترونی $1s^2/2s^22p^6/3s^23p^43d^5/4s^1$ است. تنها عبارت

اول نادرست است.

مورد اول: ۵ زیرلایه پر شده دارد که از شمار الکترون‌های لایه ظرفیت آن ($4e^-$)، ۱ واحد کمتر است. ×

مورد دوم: آرایش الکترونی لایه آخر این عنصر که $4s^1$ است با Cu که دومین عنصری از جدول تناوبی است که از

قاعده آفبا پیروی نمی‌کند برابر است. ✓

مورد سوم: شمار زیرلایه‌های اشغال شده ۷ زیرلایه است و تعداد زیرلایه‌های نیمه‌پر در آن ۲ زیرلایه است. پس

$$\frac{7}{2} = 3/5$$

مورد چهارم: تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت این عنصر ۶ است و تعداد عنصری که در دوره چهارم زیرلایه $3d$ پر ندارد ۱۰

عنصر است که شامل ($K, Ca, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni$) است و نسبت آنها $\frac{6}{10}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) دود سیگار و قلیان، مقدار قابل توجهی مواد پرتوزا دارد.

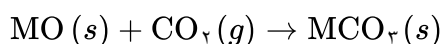
(۳) درصد فراوانی اکسیژن در سیاره زمین، بیشتر از سیاره مشتری است.

(۴) درصد فراوانی گوگرد در سیاره زمین، بیشتر از سیاره مشتری است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها عبارت دوم درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت اول: اکسیدهای فلزی (CaO یا MgO)، جهت تبدیل CO_2 به مواد معدنی استفاده می‌شوند.



عبارت سوم: اکسیدهای نیتروژن در اثر رعد و برق یا دمای بالای موتور خودروها تولید می‌شوند. از واکنش NO_2

(قهوای رنگ) با اکسیژن در حضور نور خورشید، اوزون تروپوسفری تولید می‌شود.

عبارت چهارم: بخش قابل توجهی از پرتوهای فروسرخ گسیل‌شده از سطح زمین، از جو زمین خارج می‌شوند و اندکی از آن‌ها در هواکره می‌مانند و موجب اثر گلخانه‌ای می‌شوند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پلاستیک سبز و لاستیک خودرو و نشاسته و دانه‌های روغنی ترکیب هستند و همه‌ی آن‌ها به‌جز دانه‌های روغنی پلیمر هستند ولی از بین آن‌ها لاستیک خودرو زیست‌تخریب‌ناپذیر است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$?g \text{NaHCO}_3 = 500 \text{ mL CO} \times \frac{1 \text{ mol}}{22400 \text{ mL}} \times \frac{2 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} \text{NaHCO}_3 \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 3/75$$

یا $2 \text{ mol NaHCO}_3 \sim \text{mol CO}_2$

$$\frac{x}{2 \times 84} = \frac{500}{22400 \times 1}$$

$$x = 3/75 \text{ g}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد نادرست:

(الف) نمودار تغییر میانگین جهانی دمای کره زمین در طول سده گذشته به طور کلی افزایشی است.

(ت) نمودار داده شده افزایش است اما مساحت برف در نیمکره شمالی در طول سده گذشته، کاهش یافته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ترتیب خروج گازها از مخلوط هوای مایع، در هنگام تقطیر جزء به جزء آن به صورت $N_2 \rightarrow \text{Ar} \rightarrow O_2$ می‌باشد.

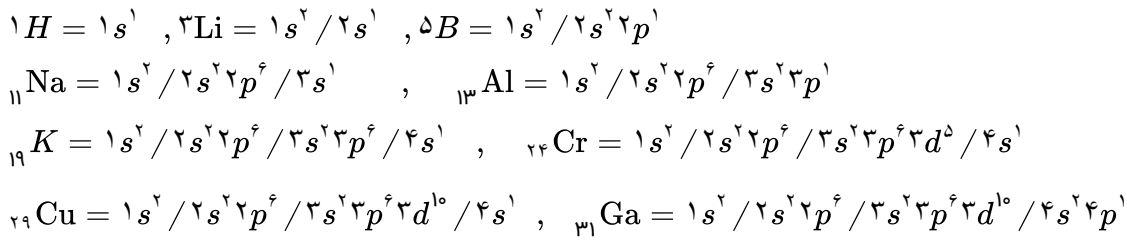
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند. گاز CO ، بی‌بو است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

(b) در واکنش تولید اتانول از اتن و آب، از H_2SO_4 به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

(c) در واکنش هیدروژن‌دار کردن آلکان‌ها از فلز واسطه‌ی Ni به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. Br_2 در دمای اتاق به حالت فیزیکی مایع اما سه عنصر گوگرد، آلومینیم و ژرمانیم به حالت فیزیکی جامدند.

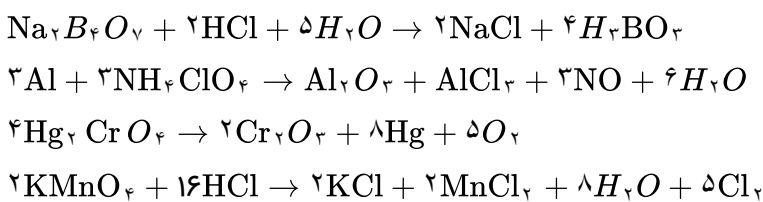


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ترتیب صحیح انرژی و ترتیب صحیح طول موج پرتوهای الکترومغناطیس بدین شکل است:
انرژی پرتوها:

امواج رادیویی > ریزموجها > پرتوهای فروسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس > پرتوهای گاما
طول موج پرتوها:

امواج رادیویی < ریزموجها < پرتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس < پرتوهای گاما

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. واکنشهای موازنه شده عبارتند از:



نسبت مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها به فراورده‌ها در آن‌ها به ترتیب $\frac{18}{17}$ ، $\frac{4}{15}$ ، $\frac{6}{11}$ ، $\frac{8}{6}$ و $\frac{18}{17}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گرم، رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری در آزمایشگاه است. ۹۲

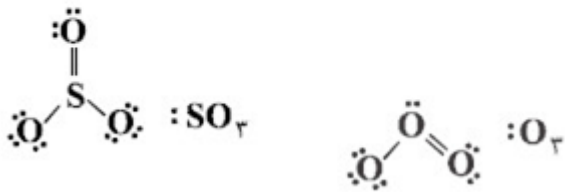
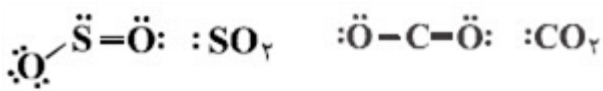
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد نادرست: ۹۳

مورد اول: پرسش «هستی چگونه پدید آمده است» در قلمرو علوم تجربی نمی‌گنجد.
مورد چهارم: غده‌ی تیروئید، یون حاوی تکنسیم و یون یدید را جذب می‌کند نه خود تکنسیم.

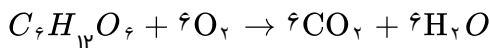
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست: ۹۴

الف) در واکنش‌هایی که در خورشید و بقیه‌ی (ستارگان) رخ می‌دهند، عنصرهای سبک‌تر به عنصرهای سنگین‌تر تبدیل می‌شوند؛ یعنی در خورشید، هیدروژن به هلیوم تبدیل می‌شود ولی هلیوم به هیدروژن تبدیل نمی‌شود.
ت) فضاپیما یووِیجر ۱ آخرین عکس خود از کره‌ی زمین را از فاصله‌ی تقریبی ۷ میلیارد کیلومتری تهیه کرد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای توصیف یک نمونه گاز، افزون بر مقدار، باید دما و فشار آن نیز مشخص باشد. ۹۵



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$? g C_6H_{12}O_6 = \frac{0.2 \text{ mol } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{6 \text{ mol } H_2O}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = \frac{180 g C_6H_{12}O_6}{6} = 30 g C_6H_{12}O_6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) عنصر C، همان عنصر مس می‌باشد که آرایش الکترونی آن جزو موارد استثناء است. داده‌های طیف‌سنجی نشان می‌دهد که آرایش الکترونی عنصر مس به صورت $[Ar] 3d^{10} 4s^1$: ^{29}Cu می‌باشد که ۷ الکترون با $n + l = 4$ در زیرلایه‌های $4s$ و $3p$ دارد.

(پ) آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصر D به صورت D است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست، زغال‌سنگ، سوخت فسیلی است که دارای گوگرد است و سوزاندن آن SO_2 تولید می‌کند.
(ب) درست، هیدروژن گازی با چگالی بسیار کم است و نگهداری و حمل‌ونقل آن پرهزینه است. تولید آن هم نیاز به صرف انرژی دارد.

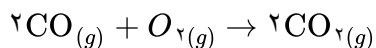
(ج) نادرست، از سوختن ۱ گرم بنزین $48 kJ$ و از سوختن ۱ گرم هیدروژن $143 kJ$ آزاد می‌شود.
(د) درست، هیدروژن بسیار گران قیمت است، پس ملاحظات اقتصادی در نظر گرفته نشده، ولی چون آلاینده تولید نمی‌کند، بنابراین ملاحظات زیست‌محیطی و اجتماعی در نظر گرفته می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست، مثل اتانول (C_2H_5OH)
(ب) نادرست، ردپای سنگین کربن‌دی‌اکسید را کاهش می‌دهد.
(ج) نادرست، $CO_2 + MgO \rightarrow MgCO_3$
(د) درست، چون باعث کاهش آلودگی محیط‌زیست می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول کتاب درسی در صفحه‌ی ۵۲ این نمره به صورت خطی نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $\ddot{\text{C}} \equiv \ddot{\text{O}}, \ddot{\text{O}} = \ddot{\text{O}}$



همان‌طور که مشاهده می‌کنید در صورتی‌که $2x$ مول CO در این واکنش مصرف شود x مول O_2 مصرف شده و $2x$ مول CO_2 تولید می‌شود، پس به‌طور کلی می‌توان گفت در صورت واکنش $2x$ مول CO گازی از مجموع مخلوط گازی x مول کم می‌شود.

با توجه به توضیحات داده شده مقدار حجم و لیتر گاز در این جا نماینده‌ی مول است. گاز کم شده از مخلوط نصف مقدار کربن مونوکسید مصرف شده است.

$$2 \times (2240 - 2049/6) = 380/8 \text{ L CO} \rightarrow 380/8 \text{ L CO} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{22/4 \text{ L CO}} \times \frac{2 \text{ mol جفت}}{1 \text{ mol CO}} = 34 \text{ mol}$$

مابقی مخلوط اولیه، گاز اکسیژن بوده است.

$$2240 - 380/8 = 1859/2 \text{ L O}_2 \rightarrow 1859/2 \text{ L O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ L O}_2} \times \frac{4 \text{ mol}}{1 \text{ mol O}_2} = 322 \text{ mol}$$

$$\begin{matrix} 34 \text{ mol} \\ 322 \text{ mol} \end{matrix} \Rightarrow 366 \text{ mol} \text{ جفت الکترون‌های ناپیوندی}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جدول تناوبی دارای ۷ دوره و ۱۸ گروه است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. خاصیت شیمیایی یک اتم به‌طور عمده توسط تعداد الکترون‌های لایه‌ی آخر آن تعیین می‌شود. از این رو عنصرهای موجود در یک گروه که تعداد الکترون‌های لایه‌ی آخر آن‌ها برابر است، خواص شیمیایی مشابهی دارند.

