

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به سؤال، داریم:

$$\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{x^2 + 4}{2x} = \frac{10}{3} \xrightarrow[x \neq 0]{\times (2x)} 3x^2 + 12 = 20x \Rightarrow 3x^2 - 20x + 12 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 144}}{6} = \frac{20 \pm \sqrt{256}}{6} = \frac{20 \pm 16}{6}$$

$$\begin{cases} x = 6 \in \mathbb{N} \\ x = \frac{4}{3} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

بنابراین یک عدد طبیعی در شرط موردنظر، صدق می‌کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $A(0, 4), B(-2, 0), C(x, -3)$

این سه نقطه بر روی یک خط راست قرار دارند، پس:

$$m_{AB} = m_{AC} \Rightarrow \frac{4 - 0}{0 - (-2)} = \frac{4 - (-3)}{0 - x} \Rightarrow 2 = \frac{7}{-x} \Rightarrow x = \frac{-7}{2} = -3.5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $a_n = 2n + 1, b_n = 3 \times 2^{n-1}$

$$c_n = 2a_n - b_n = 4n + 2 - 3 \times 2^{n-1} \Rightarrow c_n = 4n + 2 - \frac{3}{2} \times 2^n$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(6 + 42) - \frac{3}{2} \times 2 \times \frac{1 - 4^{10}}{1 - 4} \Rightarrow S_{10} = 240 - 3(4^{10} - 1) = 243 - 3 \times 4^{10}$$

$$\Rightarrow S_{10} = 243 - 3 \times 2^{20}$$

$$\frac{a+b}{n} = \frac{240}{20} = 12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $S = \alpha + \beta = 3, P = \alpha\beta = 1$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 7$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2PS = 18 \Rightarrow S_{جدید} = 7 + 18 = 25$$

$$P_{جدید} = 7 \times 18 = 126$$

$$x^2 - 25x + 126 = 0 : \text{معادله درجه ۲ جدید}$$

$$x_1 x_2 = +\frac{c}{a} \Rightarrow \left(\frac{9}{7}\right) x_2 = -\frac{5}{7} \Rightarrow x_2 = -\frac{5}{9}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

رادیكال را در یک طرف قرار داده و بقیه عبارت را به سمت دیگر می‌بریم و مجدداً به توان دو می‌رسانیم:

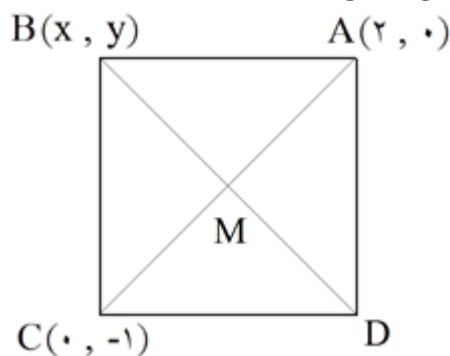
$$3\sqrt{x} = x - 10 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 9x = x^2 - 20x + 100$$

$$\Rightarrow x^2 - 29x + 100 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 25) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ ق ق} \\ x - 25 = 0 \Rightarrow x = 25 \text{ ق ق} \end{cases}$$

با قرار دادن $x = 4$ در معادله اولیه تساوی برقرار نمی‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷



AC وسط $M\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

$$AC \text{ شیب خط} = \frac{-(-1)}{2-0} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = -2$$

$$BD \text{ معادله خط: } y - \left(-\frac{1}{2}\right) = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{2}$$

$$AC = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \Rightarrow MB = MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$MB = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + \left(-2x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5(x-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |x-1| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{2}{2} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}, -\frac{2}{2}\right) \\ x-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸

$$\sqrt{2x - \frac{3}{x}} + \sqrt{2x + \frac{3}{x}} = \sqrt{2x - 7} + \sqrt{2x + 7}$$

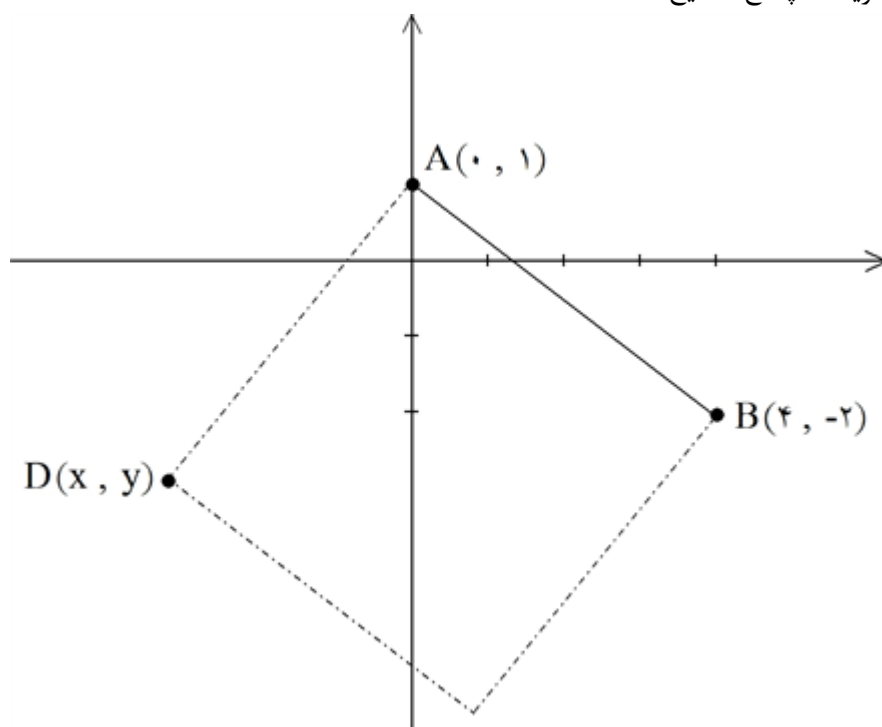
$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 2x - \frac{3}{x} + 2x + \frac{3}{x} + 2\sqrt{4x^2 - \frac{9}{x^2}} = 2x - 7 + 2x + 7 + 2\sqrt{4x^2 - 49}$$

$$= 2x - 7 + 2x + 7 + 2\sqrt{4x^2 - 49} \Rightarrow 4x^2 - \frac{9}{x^2} = 4x^2 - 49$$

$$\Rightarrow \frac{9}{x^2} = 49$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{9}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{7}$$

هر دو جواب به دست آمده غیرقابل قبول هستند زیرا به ازای هر یک از آنها، عبارت زیر بعضی رادیکال‌ها منفی می‌شود.



$$m_{AB} = \frac{1 - (-2)}{0 - 4} = \frac{-3}{4} \Rightarrow m_{AD} = \frac{4}{3} \Rightarrow AD : y = \frac{4}{3}x + 1 \Rightarrow y - 1 = \frac{4}{3}x$$

$$AB = AD \Rightarrow \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} \Rightarrow 25 = x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 \Rightarrow 25 = \frac{25x^2}{9}$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = -3$$

$$x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 1 \\ P = \alpha\beta = -3 \end{cases}$$

اگر معادله‌ی جدید را به صورت $x^2 - S'x + P' = 0$ با ریشه‌های x_1 و x_2 در نظر بگیریم داریم:

$$S' = x_1 + x_2 = (\alpha\beta^2 + 3\alpha) + (\beta\alpha^2 + 3\beta)$$

$$= \alpha\beta(\beta^2 + \alpha^2) + 3(\alpha + \beta) = P(S^2 - 2P) + 3S = (-3)(1 + 9) + 3 = -18$$

$$P' = x_1x_2 = (\alpha\beta^2 + 3\alpha)(\beta\alpha^2 + 3\beta) = \alpha^4\beta^2 + 3\alpha^3\beta^2 + 3\alpha^4\beta + 9\alpha\beta$$

$$= P^2 + 3\alpha\beta(\beta^2 + \alpha^2) + 9P = P^2 + 3P(S^2 - 2PS) + 9P$$

$$= (-3)^2 + 3(-3)(1 + 9) + 9 \times (-3) = 9 - 90 - 27 = -108$$

معادله‌ی خواسته شده $\rightarrow x^2 - (-18)x + (-108) = 0 \Rightarrow x^2 + 18x - 108 = 0$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۱
 $x = 1$ باید در معادله صدق کند.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{1+a} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{1+a} \Rightarrow a = 5$$

$$\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x^2 + 5x - x - 2}{(x+2)(x+5)} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x^2 + 4x - 2}{x^2 + 7x + 10} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 24x - 12 = x^2 + 7x + 10 \Rightarrow 5x^2 + 17x - 22 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(5x+22) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{22}{5} = -4\frac{2}{5} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$a^x = ab + 2 \cdot b^x \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^x - \left(\frac{a}{b}\right) - 2 \cdot 0 = 0$$

$$\frac{a}{b} = x \Rightarrow x^x - x - 2 \cdot 0 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-5) = 0$$

$$x = 5 \Rightarrow a = 5b \Rightarrow \boxed{} b$$

$$\begin{cases} \text{قطر مستطیل} = b\sqrt{26} \\ \text{محیط مستطیل} = 12b \end{cases} \Rightarrow \frac{\text{قطر}}{\text{محیط}} = \frac{\sqrt{26}}{12}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جملات دنباله‌ی هندسی را $a, 2a, 4a$ فرض می‌کنیم داریم: ۱۳

$$\underbrace{a, 2a, 12, 4a}_{\text{جملات متوالی دنباله حسابی}} \Rightarrow 12 = \frac{2a + 4a}{2} = 3a \Rightarrow a = 4 \Rightarrow 4, 8, 12, 16 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ d = 4 \end{cases}$$

جملات متوالی دنباله حسابی

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{10} = 10 [2a_1 + 19d] = 10 [2 \times 4 + 19 \times 4] = 840$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴
 $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ مجموع n جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی

صورت کسر داده شده یک دنباله‌ی هندسی با ۱۲ جمله با جمله‌ی اول ۱ و قدرنسبت $(-t)$ و مخرج آن یک دنباله‌ی هندسی با ۴ جمله با جمله‌ی اول ۱ و قدرنسبت $(-t^2)$ است. بنابراین:

$$S_{12} = \frac{1((-t)^{12} - 1)}{-t - 1} = \frac{t^{12} - 1}{-t - 1}$$

$$S_4 = \frac{1((-t^2)^4 - 1)}{-t^2 - 1} = \frac{t^{12} - 1}{-t^2 - 1} \Rightarrow \frac{\frac{t^{12}-1}{-t-1}}{\frac{t^{12}-1}{-t^2-1}} \Rightarrow \frac{-t^2-1}{-t-1} = \frac{-(t^2+1)}{-(t+1)} = \frac{t^2+1}{t+1} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{(t+1)(t^2-t+1)}{(t+1)} = 7 \Rightarrow t^2-t+1 = 7 \Rightarrow t^2-t-6 = 0$$

$$\Rightarrow (t-3)(t+2) = 0 \Rightarrow t = 3, t = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید نقطه‌ی $(1, 4)$ ، وسط نقاط $(3, -2)$ و (α, β) باشد:

$$\begin{cases} 1 = \frac{\alpha+3}{2} \Rightarrow \alpha + 3 = 2 \Rightarrow \alpha = -1 \\ 4 = \frac{\beta+(-2)}{2} \Rightarrow \beta - 2 = 8 \Rightarrow \beta = 10 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 10 + (-1) = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر نقطه‌ی M را وسط AC و m_1 را شیب ضلع AC و m_2 را شیب ضلع BC بنامیم، معادلات ارتفاع و عمودمنصف موردنظر به صورت زیر به دست می‌آیند و از تقاطع آن‌ها نقطه‌ی D به دست می‌آید.

$$M(3, 0)$$

$$m_1 = \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = -5 \\ M(3, 0) \end{cases} \Rightarrow y = -5x + 15 \text{ معادله‌ی عمودمنصف}$$

$$m_2 = -\frac{1}{11} \Rightarrow \begin{cases} m_2 = 11 \\ A(-2, -1) \end{cases} \Rightarrow y = 11x + 21 \text{ معادله‌ی ارتفاع}$$

نقطه‌ی D به مختصات (x_D, y_D) محل تقاطع دو خط فوق است، پس:

$$-5x_D + 15 = 11x_D + 21 \Rightarrow x_D = -\frac{3}{8} \Rightarrow y_D = \frac{135}{8} \Rightarrow x_D + y_D = \frac{132}{8} = 16/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d برابر

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \text{ است؛ پس مجموع سه جمله‌ی اول برابر ۲ و مجموع شش جمله‌ی اول برابر ۲۸ است؛ پس:}$$

$$\begin{cases} S_3 = 2 \\ S_6 = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}(2a_1 + 2d) = 2 \\ \frac{6}{2}(2a_1 + 5d) = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 2d = \frac{4}{3} \\ 2a_1 + 5d = \frac{28}{3} \end{cases} \Rightarrow 3d = 8 \Rightarrow d = \frac{8}{3}, a_1 = -2$$

$$a_8 = a_1 + 7d = -2 + \frac{56}{3} = \frac{50}{3} \text{ بنابراین:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4 \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = 4 \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\frac{1}{4}} = 4 \Rightarrow \alpha + \beta = 2 \\ \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = 2 \end{cases}$$

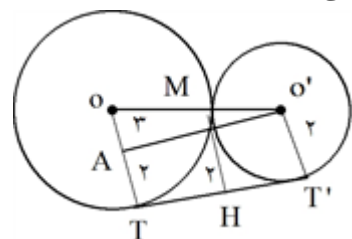
بنابراین $f(2)$ را می‌خواهیم که برابر -2 می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} x^2 - 3x = t &\Rightarrow t^2 + 2t - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = -5 \\ \Rightarrow x^2 - 3x = 3 &\Rightarrow x^2 - 3x - 3 = 0 \Rightarrow \text{حاصل ضرب} = -3 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در شکل دو دایره $C(O', 5)$ و $C'(O', 2)$ در نقطه‌ی M مماس خارج‌اند و TT' مماس مشترک خارجی آنها است. از O' عمود $O'A$ را بر شعاع OT رسم می‌کنیم داریم:

$$\begin{aligned} OO'A : OA \parallel MB &\Rightarrow \frac{MB}{OA} = \frac{O'M}{O'O} \Rightarrow \frac{MB}{2} = \frac{5}{7} \Rightarrow MB = \frac{5}{2} \\ \Rightarrow MH = MB + BH &= \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2} \end{aligned}$$



متساوی الاضلاع $\triangle AOC \Rightarrow OA = OC = AC = R$

پس $\widehat{O}_1 = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ و به طریق مشابه $\widehat{O}'_1 = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

می‌دانیم مساحت مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

از طرفی $\widehat{A}_3 = 180^\circ - (\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2) = 60^\circ$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times R \times R \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 \quad (1)$$

$$S_1 = S_{AOC} - S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} R^2 \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \quad (2)$$

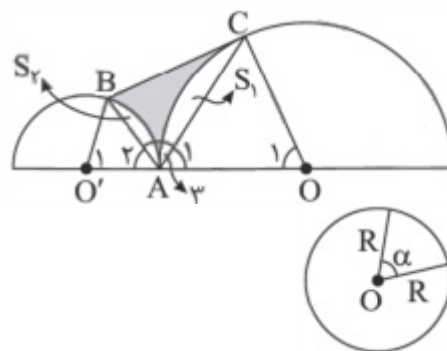
$$S_2 = S_{AO'B} - S_{\triangle AO'B} = \frac{1}{2} R^2 \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \quad (3)$$

از رابطه‌های (۱)، (۲) و (۳) مساحت رنگ‌شده به دست می‌آید.

$$S_{\text{رنگ شده}} = S_{ABC} - (S_1 + S_2) = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 - \left(\frac{1}{2} R^2 \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 + \frac{1}{2} R^2 \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 - \left(\frac{\pi}{3} R^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 \right) = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 - \frac{\pi}{3} R^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$$

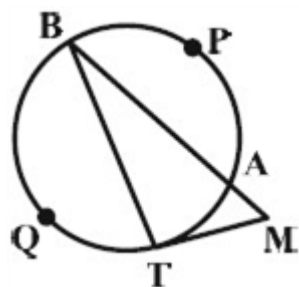
دقت! مساحت قطاع به شعاع R و زاویه α (رادیان) برابر است با: $\frac{1}{2}R^2\alpha$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنید $\widehat{AT} = x$ و $\widehat{BQT} = y$ باشد. در این صورت $\widehat{APB} = 2x$ است و داریم:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{BQT} - \widehat{AT}}{2} \Rightarrow 30^\circ = \frac{y - x}{2} \Rightarrow y - x = 60^\circ \Rightarrow y = x + 60^\circ \quad (1)$$

$$x + 2x + y = 360^\circ \xrightarrow{(1)} 3x + x + 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow 4x = 300^\circ$$



$$\Rightarrow x = 75^\circ$$

$$\widehat{B} = \frac{\widehat{AT}}{2} = \frac{75^\circ}{2} = 37.5^\circ$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، فاصله مراکز دو دایره‌ی محاطی داخلی و خارجی در یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر مجموع شعاع‌های دو دایره‌ی محاطی داخلی و خارجی است:

$$\begin{array}{c} OO' = r + r_{BC} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ OH \quad O'H \end{array}$$

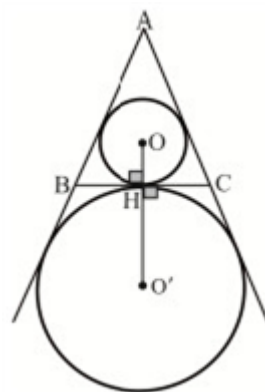
$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (6)^2 = 9\sqrt{3}$$

$$P = \frac{3 \times 6}{2} = 9$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3}$$

$$r_{BC} = \frac{S}{P - BC} = \frac{9\sqrt{3}}{9 - 6} = 3\sqrt{3}$$

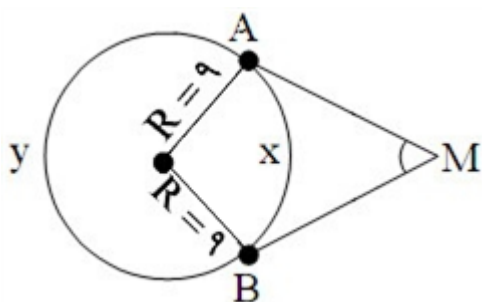
$$OO' = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر شعاع دایره‌ی محاطی داخلی را با r ، شعاع دایره‌ی محاطی خارجی نظیر قاعده را با r_a و شعاع دایره‌ی محاطی خارجی نظیر ساق‌ها را با r_b و r_c نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \xrightarrow{r_b=r_c} \frac{1}{\frac{15}{2}} + \frac{2}{r_b} = \frac{1}{\frac{10}{3}} \Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{3}{10} - \frac{2}{15} = \frac{9-4}{30} = \frac{5}{30} \Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{1}{6} \Rightarrow r_b = 12$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



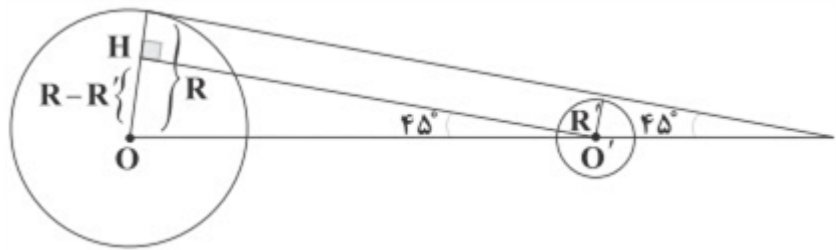
$$\widehat{M} = \frac{y-x}{2} \Rightarrow 80^\circ = \frac{y-x}{2} \Rightarrow \begin{cases} y-x = 160^\circ \\ 360^\circ = \text{محیط دایره} \Rightarrow y+x = 360^\circ \end{cases}$$

$$y = 260^\circ, x = \widehat{AB} = 100^\circ$$

$$\widehat{AB} \text{ کمان} = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi R$$

$$\xrightarrow{\alpha=x=100^\circ} \widehat{AB} \text{ کمان} = \frac{100}{360} \cdot 2\pi(9) = \frac{10}{36} \times 2 \times 3 \times 9 = 15$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶



در مثلث OO'H داریم: (با فرض $R > R'$)

$$\sin 45^\circ = \frac{R - R'}{OO'} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{15 - 5/5}{OO'} \Rightarrow OO' = 19 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون M وسط CD است در نتیجه: ۲۷

$$CM = MD = a$$

طبق روابط طولی در دایره داریم:

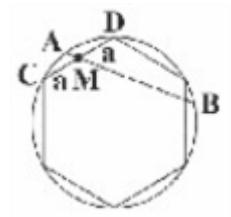
$$AM \times MB = CM \times MD = a^2 \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم:

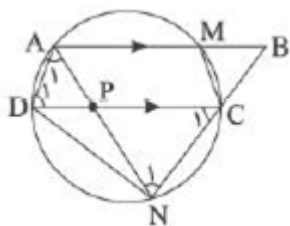
$$\left. \begin{array}{l} AM = 2 \\ AB = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow BM = AB - AM = 10 - 2 = 8 \text{ cm}$$

$$\xrightarrow{(1)} AM \times MB = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$\text{محیط شش ضلعی منتظم} = 6 \times 2a = 6 \times 2 \times 4 = 48$$



گزینه (۱):



$$\left. \begin{aligned} \widehat{N}_1 &= \frac{1}{2} \widehat{AC} \\ \widehat{D}_1 &= \frac{1}{2} \widehat{AC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{D}_1, \quad \left. \begin{aligned} \widehat{B} &= \widehat{N}_1 \Rightarrow \triangle ABN \\ ABCD : \text{متوازی الاضلاع} &\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{D}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{N}_1 \Rightarrow \triangle ABN$$

گزینه (۲):

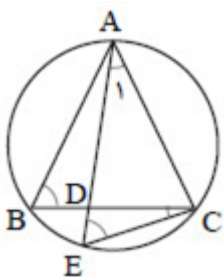
$$\left. \begin{aligned} \widehat{A}_1 &= \widehat{C}_1 = \frac{1}{2} \widehat{ND} \\ AB \parallel CD &\Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{D}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{D}_1 \Rightarrow \triangle ADP \text{ متساوی الساقین}$$

گزینه (۴):

$$\left. \begin{aligned} AM \parallel CD &\Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{MC} \Rightarrow AD = MC \\ ABCD : \text{متوازی الاضلاع} &\Rightarrow AD = BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow MC = BC \Rightarrow \triangle BMC \text{ متساوی الساقین}$$

متساوی الساقین بودن مثلث CDN قابل اثبات نیست و با مثال نقض رد می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث متساوی الساقین است پس $\widehat{B} = \widehat{C}$. در ضمن دو زاویه‌ی B و E محاطی روبه‌رو به کمان AC هستند پس مساوی‌اند. بنابراین:



$$\left. \begin{aligned} \widehat{A}_1 &= \widehat{A}_1 \\ \widehat{E} &= \widehat{C} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ADC \sim \triangle AEC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AE} \Rightarrow AD \times AE = AC^2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\forall x \in \mathbb{R}; \sim \left(\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1 \right) \equiv \forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$$

اما این گزاره نادرست است. مثلاً به ازای $x = 2$ تساوی برقرار است.

گزاره $\left(\exists y \in \mathbb{R}; \frac{1 - y^2}{y} = 0 \right)$ درست است. چون $y = \frac{1}{y}$ وجود دارد که حاصل کسر صفر شود. پس نقیض آن نادرست است.

گزاره $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + x + 3 \geq 0$ درست است. چون به ازای هر عدد حقیقی همواره حاصل $x^2 + x + 3$ بزرگ‌تر یا مساوی صفر است. پس نقیض آن نادرست است.

$$\exists y \in \mathbb{R}; \sim ((y^2 + 1 = 0) \wedge (y^2 \geq 0)) \equiv \exists y \in \mathbb{R}; (y^2 + 1 \neq 0) \vee (y^2 < 0)$$

درست است چون مثلاً عدد $y = -1$ وجود دارد که $y^2 + 1 \neq 0$. پس این گزاره درست است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۱

$$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \vee [q \wedge \sim(p \wedge q)] \equiv [p \wedge (\sim p \vee q)] \vee [q \wedge (\sim p \vee \sim q)]$$

$$\equiv [(p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)] \vee [(q \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim q)] \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q) \equiv (p \vee \sim p) \wedge q \equiv T \wedge q \equiv q$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_F \qquad \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_F$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا: ۳۲

$$(A - B) - C = (A \cap B') \cap C' = A \cap (B' \cap C') = A \cap (B \cup C)' = A - (B \cup C)$$

گزینه ۱ درست است؛ زیرا:

$$A - (B - C) = A \cap (B \cap C')' = A \cap (B' \cup C) = (A \cap B') \cup (A \cap C)$$

$$= (A - B) \cup (A \cap C)$$

گزینه ۲ درست است؛ زیرا:

$$(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) \cap (A' \cup C')$$

$$= [(A \cap B) \cap A'] \cup [(A \cap B) \cap C'] = [B \cap (A \cap A')] \cup [A \cap (B \cap C')]$$

$$= [B \cap \emptyset] \cup [A \cap (B - C)] = \emptyset \cup (A \cap (B - C)) = A \cap (B - C)$$

گزینه ۴ درست است؛ زیرا:

$$A - (A - B) = A \cap (A \cap B')' = A \cap (A' \cup B) = \underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} \cup (A \cap B) = A \cap B$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۳

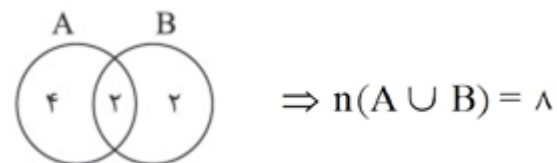
$$2^{k+1} = \text{تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه } k+1 \text{ عضوی}$$

$$2^{k-1} - 1 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه } k-1 \text{ عضوی}$$

$$\Rightarrow 2^{k+1} = 49 + 2^{k-1} - 1 \Rightarrow 2^{k+1} - 2^{k-1} = 48$$

$$\Rightarrow 2^{k-1}(2^2 - 1) = 48 \Rightarrow 2^{k-1} = \frac{48}{3} = 16$$

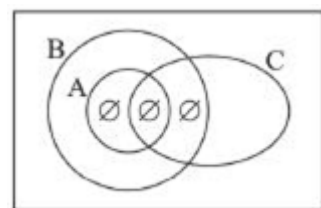
$$\Rightarrow k-1 = 4 \Rightarrow k = 5$$



$$n(A) = 6$$

$$n(B) = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴



$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ A \cup C \subseteq B' \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cap (A \cup C) \subseteq B \cap B' \Rightarrow A \subseteq \emptyset \xrightarrow{\emptyset \subseteq A} A = \emptyset$$

$$A_1 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A_2 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A_3 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \{4, 5, 6, 7\} \Rightarrow 4 \text{ عضو دارد.}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۳۶

$$(B - A')' = (B \cap A)' \stackrel{B \subseteq A}{=} (B)' \quad (1)$$

$$(B - (A' - B))' = (B - (A' \cap B'))' = (B - (A \cup B))' \quad (2)$$

$$= (B \cap (A \cup B))' = (B)'$$

$$B \subseteq A \Rightarrow A' \subseteq B' \Rightarrow A' \cup B' = B' \quad (3)$$

$$B - (B' \cap A') = B - (B \cup A)' = B \cap (A \cup B) = B \quad (4)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۷

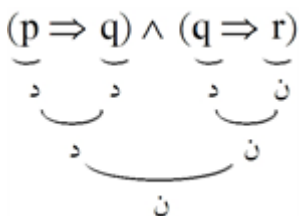
گزاره‌های «الف» و «ب» هر دو درست است.

در گزاره «ج»، $(p \wedge \sim p)$ همواره نادرست و $(q \vee \sim q)$ همواره درست است، پس ارزش کل گزاره همواره درست است.

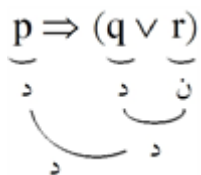
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۸

با توجه به گزاره $(p \wedge q \Rightarrow r)$ ، این گزاره فقط زمانی نادرست است که p و q هر دو درست و r نادرست باشد. این حالت را برای گزینه‌ها در نظر می‌گیریم.

گزینه (۱): توجه کنید که این گزاره وقتی p درست و q نادرست و r دلخواه باشد نیز نادرست است، پس هم‌ارز گزاره صورت سؤال نیست.



گزینه (۳): وقتی p و q درست و r نادرست باشد، این گزاره ارزش درست دارد، پس هم‌ارز گزاره صورت سؤال نیست.



گزینه (۴): این گزاره به ازای p درست و q نادرست و r درست، ارزش نادرست دارد.

$$p \Rightarrow (q \wedge r)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q \equiv [(\sim p \vee q) \wedge p] \Rightarrow q \equiv (p \wedge q) \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee q \equiv T$$

$$r \Rightarrow (r \vee p) \equiv \sim r \vee r \vee p \equiv T \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow q \equiv T \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$T \quad \text{گزینه ۳:}$$

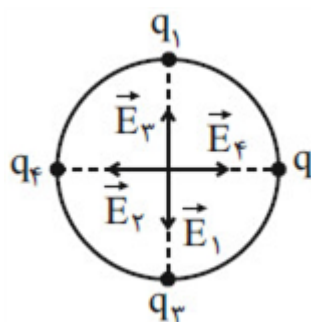
پس همه‌ی گزاره‌ها ارزش درستی دارند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مفهوم سؤال این است که دو تابع وارون یکدیگرند.

$$y = \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \Rightarrow \frac{1}{y} = 1 + \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{y} - 1 = \frac{1-y}{y} \Rightarrow x = \left(\frac{1-y}{y} \right)^2$$

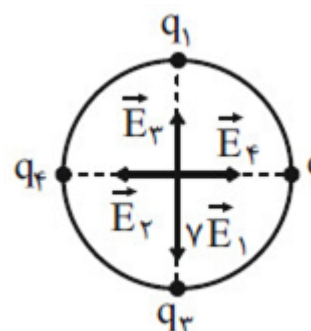
$$\Rightarrow g(x) = \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 \Rightarrow g\left(\frac{1}{y}\right) = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در حالتی که در شکل مشخص شده است، میدان الکتریکی در مرکز دایره صفر است چون بارها مشابه می‌باشند و فاصله بارها از مرکز نیز یکسان است. اندازه هر کدام از میدان‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:



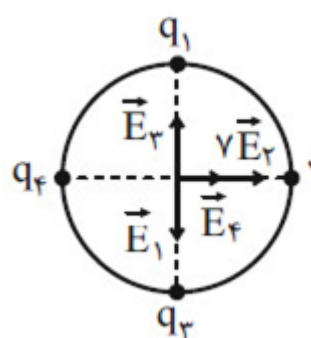
$$E = E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{k|q|}{d^2}$$

اگر بار q_1 ، برابر شود، میدان برآیند در مرکز دایره E می‌شود، چون $\vec{E}_3$ خلاف جهت $\vec{E}_1$ است.



$$\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 \Rightarrow |E'| = 2 \times \frac{k|q|}{d^2}$$

اما اگر بار q_2 ، برابر شود، میدان برآیند در مرکز دایره E می‌شود چون $\vec{E}_4$ هم جهت $\vec{E}_2$ است.



$$\vec{E}'' = \vec{E}_2 + \vec{E}_4 \Rightarrow |E''| = 2 \times \frac{k|q|}{d^2}$$

دو بردار $\vec{E}'$ و $\vec{E}''$ بر هم عمودند و اندازه برآیند آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_T = \sqrt{E'^2 + E''^2} = \sqrt{\left(2 \times \frac{k|q|}{d^2} \right)^2 + \left(2 \times \frac{k|q|}{d^2} \right)^2} = 2 \times \frac{k|q|}{d^2} = \frac{4k|q|}{d^2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختمانی خازن داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

از طرفی می‌دانیم اگر ابعاد جسمی $\frac{1}{3}$ برابر شود، مساحت مقطع صفحات آن $\frac{1}{9}$ برابر می‌شود، لذا داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{9} \times \frac{\frac{1}{9}}{1} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{27}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \frac{6}{1}$$

در حالت دوم، ظرفیت خازن فقط با تغییر دی‌الکتریک بین صفحات تغییر کرده است:

در حالت دوم که خازن از باتری جدا شده است، بار ذخیره شده ثابت است و با استفاده از رابطه $Q = CV$ داریم:

$$Q_2 = Q_1 \Rightarrow C_2 V_2 = C_1 V_1 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{V_1}{V_2} = 6 \Rightarrow V_2 = \frac{1}{6} V_1$$

و چون در قسمت اول سؤال خازن به باتری وصل بود، اختلاف پتانسیل صفحات آن ثابت بود:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{1}{6} V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{6}$$

حال با استفاده از رابطه $V = Ed$ می‌توان نوشت:

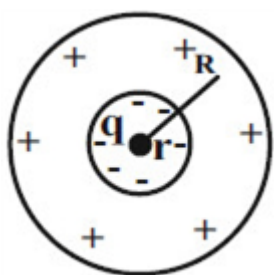
$$\begin{cases} V_2 = E_2 d_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{E_2}{E_1} \times \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{E_2}{E_1} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} \\ V_1 = E_1 d_1 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بین دو صفحه با حرکت در جهت خطوط میدان، همواره پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد ولی در مورد

کره رسانا باید گفت که سطح یک رسانای منزوی همواره یک سطح هم‌پتانسیل می‌باشد. (میدان درون کره $E = 0$ در نتیجه $\Delta V = 0$).

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زمانی که باری در مرکز یک پوسته کروی قرار می‌گیرد، اندازه بار القا شده در پوسته داخلی و خارجی آن

یکسان است. با استفاده از تعریف چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:



$$R = 3r$$

$$\frac{\sigma_{\text{داخلی}}}{\sigma_{\text{خارجی}}} = \frac{\frac{|Q|}{4\pi R^2}}{\frac{Q}{4\pi R^2}} = \frac{R^2}{r^2} = \frac{(3r)^2}{r^2} = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با قرار گرفتن یک رسانای منزوی خنثی در داخل میدان الکتریکی خارجی، اولاً میدان خالص داخل

رسانا صفر شده و ثانیاً خطوط میدان بر سطح رسانا عمود می‌شوند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی، تنها گزینه ۲ می‌تواند خطوط میدان الکتریکی حاصل از دو بار

ذکر شده را درست نشان دهد.

نکته: خطوط میدان الکتریکی همیشه از بار مثبت، خارج و به بار منفی، وارد می‌شوند.

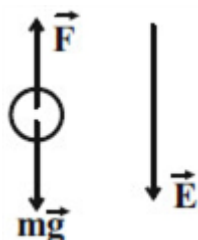
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با حرکت در راستای عمود بر خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند، اما با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:

$$V_A > (V_C = V_B) \Rightarrow \begin{cases} V_A - V_C = 16V \\ \text{یا} \\ V_A - V_B = 16V \end{cases}$$

از طرفی در یک میدان الکتریکی یکنواخت، داریم:

$$V_A - V_B = V_A - V_C = Ed = Ed_{AB} \cos 37^\circ \Rightarrow 16 = E \times \frac{10}{100} \times \frac{8}{10} \Rightarrow E = 200 \frac{N}{C}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون ذره معلق مانده است، پس بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر ذره برابر با وزن ذره است، بنابراین می‌توان نوشت:

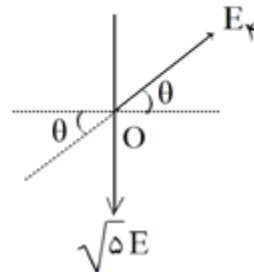
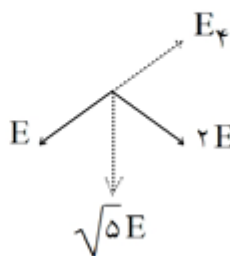
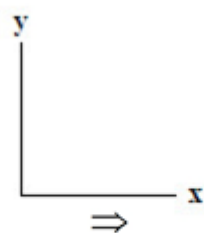
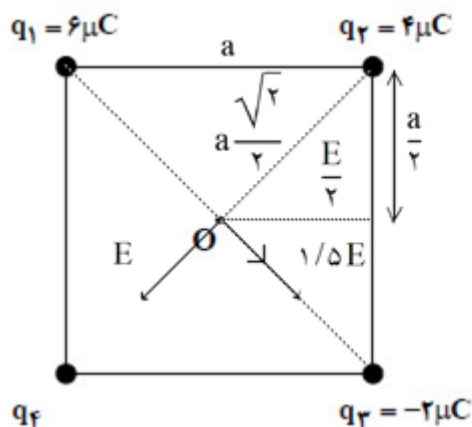


$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F = mg \Rightarrow |q| E = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{|q|}$$

$$\Rightarrow E = \frac{0.5 \times 10^{-3} \times 10}{10 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

نیروی الکتریکی وارد بر ذره با بار الکتریکی منفی، در خلاف جهت خط‌های میدان الکتریکی است. بنابراین برای اینکه نیروی رو به بالای $\vec{F}$ به ذره وارد شود، باید جهت خط‌های میدان الکتریکی رو به پایین باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



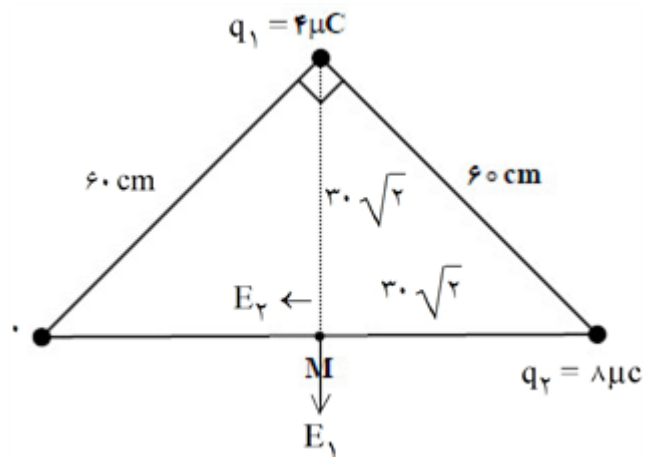
$$E \propto \frac{q}{r^2} \xrightarrow{\text{فرض ثابت}} E_r = E$$

$$E_r \sin \theta = \sqrt{5}E \Rightarrow q_r > 0$$

$$\frac{2kq_r}{a^2} \times \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{5} \times \frac{2k(4)}{a^2} \Rightarrow q_r \simeq 12$$

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(0.3\sqrt{2})^2} = 2 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{(0.3\sqrt{2})^2} = 4 \times 10^5 \frac{N}{C}$$



$$E_m = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 2\sqrt{5} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه جهت میدان الکتریکی به طرف پایین است، ذره منفی تمایل به حرکت به سمت بالا دارد (یعنی نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر آن وارد می‌شود به سمت بالا است). از طرفی نیروی وزن نیز از طرف زمین به ذره باردار و به سمت پایین وارد می‌شود. پس ابتدا برآیند بین نیروها را محاسبه و جهت حرکت ذره را مشخص می‌کنیم:

$$F_E = E \cdot q = 4 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6} = 12 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$F = mg = 3000 \times 10^{-6} \times 10 = 3 \times 10^{-2} \text{ N}$$

باید به kg تبدیل شود

ذره به طرف بالا حرکت می‌کند. $F_E > mg$

$$F_T = F_E - mg = 12 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-2} = 9 \times 10^{-2} \text{ N}$$

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم: $\Delta K = W_t = Fd \cdot \cos \theta$ (در اینجا F_T با جابه‌جایی هم‌جهت است، پس

$$\Delta K = F_T \cdot d \quad (\cos 0 = 1)$$

$$K_2 - K_1 = F_T \cdot d$$

صفر

$$\frac{1}{2}mv^2 = 9 \times 10^{-2} \times 15 \times 10^{-2}$$

$$\frac{1}{2} \times 3000 \times 10^{-6} \times v^2 = 9 \times 10^{-2} \times 15 \times 10^{-2} \Rightarrow 15 \times 10^{-4} v^2 = 15 \times 9 \times 10^{-4}$$

$$v^2 = 9 \Rightarrow v = 3 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطه $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ، فاصله ذرات باردار q_1 ، q_2 و q_3 را از مبدأ مختصات به دست می‌آوریم:

$$r_1 = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5 \text{ cm}, r_2 = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10 \text{ cm}$$

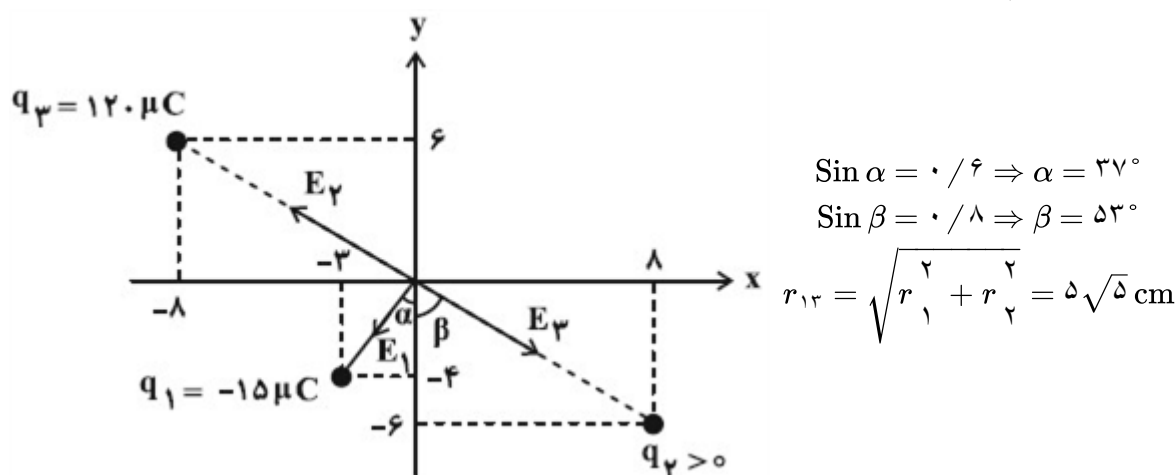
$$r_3 = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = 10 \text{ cm}$$

پس با توجه به رابطه میدان الکتریکی ذره باردار می‌توان نوشت:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{(9 \times 10^9)(15 \times 10^{-6})}{25 \times 10^{-4}} = 5/4 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2} = \frac{(9 \times 10^9)(12 \times 10^{-6})}{10^{-2}} = 10/8 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

همچنین مطابق با شکل زیر داریم:



اگر برابند میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_2 و q_3 را با $E_{2,3}$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$E_O = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2} \quad \begin{matrix} E_O = 9 \times 10^7 \frac{N}{C} \\ E_1 = 5/4 \times 10^7 \frac{N}{C} \end{matrix} \Rightarrow 9 \times 10^7 = \sqrt{(5/4 \times 10^7)^2 + E_{2,3}^2}$$

$$\Rightarrow E_{2,3} = 7/2 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 برابر با $E_2 = 3/6 \times 10^7 \frac{N}{C}$ است. پس:

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 3/6 \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 |q_2|}{10^{-2}} \Rightarrow |q_2| = 40 \mu C$$

و در نهایت با استفاده از رابطه قانون کولن، اندازه نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار q_1 و q_2 را به صورت زیر به دست

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow F = \frac{(9 \times 10^9)(15 \times 10^{-6})(40 \times 10^{-6})}{125 \times 10^{-4}} = 432 N$$

می‌آوریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، با ثابت ماندن ظرفیت خازن و افزایش ولتاژ، انرژی ذخیره شده در

خازن افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{1}{2} CV_2^2 - \frac{1}{2} CV_1^2 = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) \xrightarrow[V_2 = \frac{5}{3} V_1, \Delta U = +8 \mu J]{C = 16 \mu F = 16 \times 10^{-6} F}$$

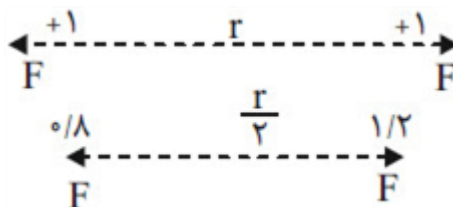
$$8 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-6} \left(\frac{25}{9} V_1^2 - V_1^2 \right) \Rightarrow 1 = \frac{16 V_1^2}{9} \Rightarrow 1 = \frac{4}{9} V_1^2 \Rightarrow V_1 = \frac{3}{4} V$$

حال با توجه به رابطه $Q = CV$ خواهیم داشت:

$$Q = CV \xrightarrow{C \text{ ثابت است}} \Delta Q = C \Delta V \xrightarrow[C = 16 \mu F, V_1 = \frac{3}{4} V]{\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{5}{3} V_1 - V_1 = \frac{2}{3} V_1}$$

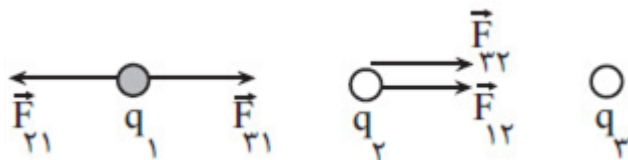
$$\Delta Q = 16 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \Rightarrow \Delta Q = 8 \mu C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بارها را $1 \mu C$ در نظر می‌گیریم.



$$\frac{F'}{F} = \frac{1/2}{1} \times \frac{1/8}{1} \times \left(\frac{r}{r/2} \right)^2 = 1/2 \times 1/8 \times 4 = 3/8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نیروهای وارد بر هر بار را رسم می‌کنیم:



$$F_{T1} = |F_{12} - F_{23}| = \left| \frac{k(q_1)(q_2)}{r_1^2} - \frac{k(q_2)(q_3)}{r_2^2} \right| \Rightarrow F_{T1} = \frac{3}{2} \frac{kq_1^2}{r_1^2}$$

$$F_{T2} = |F_{12} + F_{23}| = \frac{k(q_1)(q_2)}{r_1^2} + \frac{k(q_2)(q_3)}{r_2^2} \Rightarrow F_{T2} = 6 \frac{kq_1^2}{r_1^2}$$

$$\frac{F_{T1}}{F_{T2}} = \frac{\frac{3}{2} \frac{kq_1^2}{r_1^2}}{6 \frac{kq_1^2}{r_1^2}} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{2}{1} = 1 \times 1 \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r'}{r} \right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{r'}{r} = 2$$

$$\Rightarrow r' = 2 \text{ cm} \Rightarrow r' - r = 1 \text{ cm}$$

۵۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون ذره با بار الکتریکی منفی را در میدان الکتریکی رها کرده‌ایم، بنابراین در خلاف جهت خط‌های میدان شروع به حرکت می‌کند و از پتانسیل الکتریکی کمتر به پتانسیل الکتریکی بیشتر می‌رود. بنابراین $V_B > V_A$ است و چون $|V_A| > |V_B|$ است، بنابراین $V_A = -11V$ می‌باشد. با استفاده از تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و قانون پایستگی انرژی، می‌توان نوشت:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{\Delta U = -\Delta K} V_B - V_A = \frac{-\Delta K}{q} \Rightarrow V_B - (-11) = \frac{-((12 \times 10^{-5}) - (0))}{-6 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B + 11 = 20 \Rightarrow V_B = +9V$$

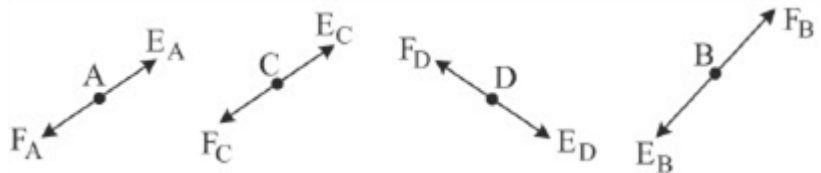
۵۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه خطوط میدان الکتریکی به بار q_A وارد می‌شوند، بنابراین بار الکتریکی موجود در نقطه A منفی است. از طرفی خطوط میدان الکتریکی از بار q_B خارج می‌شوند، در نتیجه بار الکتریکی موجود در نقطه B مثبت است.

۵۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نیروی وارده بر بار منفی همواره خلاف جهت میدان الکتریکی در آن نقطه است. میدان در هر نقطه بر خط میدان مماس است:



نیروی وارد بر بار $-q$ در نقطه D به سمت شمال غربی است.

۶۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق فرض بار جسم از $+2\mu C$ به $-6\mu C$ می‌رسد و این یعنی بار $-8\mu C$ به جسم داده شده است.

$$q = -n \cdot e \Rightarrow -8 \times 10^{-6} = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

۶۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$V_2 = V_1 + \frac{20}{100} V_1 = \frac{120}{100} V_1 = \frac{6}{5} V_1$$

$$u = \frac{1}{2} C V^2 \Rightarrow u_2 = \frac{36}{25} u_1$$

ثابت $\left(\frac{6}{5}\right)^2$

$$\text{فرض} \Rightarrow u_1 + 88 = \frac{36}{25} u_1 \Rightarrow \frac{1}{25} u_1 = 88 \Rightarrow u_1 = 88 \times 25 = 2200 \mu J$$

$$u = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow q^2 = u \times 2C = 2200 \times 2 \times 4 \Rightarrow q = 40 \mu C$$

۶۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به رابطه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی داریم:

$$\Delta U = q \Delta V \xrightarrow{\Delta V = V_2 - V_1, V_2 = -600V, V_1 = -200V, q = -5 \mu C = -5 \times 10^{-6} C}$$

$$\Delta U = -5 \times 10^{-6} (-600 - (-200)) = 2 \times 10^{-3} J = 2 mJ$$

بنابراین، انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی ۲ میلی‌ژول افزایش می‌یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۳

با قرار گرفتن بار $+q$ در مرکز پوسته در سطح داخلی پوسته بار منفی جمع شده و بارهای مثبت در دورترین مکان، نسبت به بار $+q$ در سطح خارجی پوسته تجمع می کنند. با وصل کلید، بار مثبت در سطح خارجی پوسته خنثی می شود، اما بارهای منفی که تحت تأثیر بار $+q$ است، باقی می ماند.

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{4} C_1 V^2 & \text{در حالت اول} \\ U_2 = \frac{1}{4} C_2 V^2 & \text{در حالت دوم} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون ولتاژ ثابت است: ۶۴

$$\begin{cases} C_2 = \frac{1}{4} C_1 \\ K_2 = \frac{1}{4} K_1 \end{cases} \quad \text{اما می دانیم: چون}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \underbrace{\frac{C_2}{C_1}}_{\frac{1}{4}} \times \underbrace{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2}_1 = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر ۲۵ درصد از بار q را کم کنیم بار باقی مانده $\frac{3}{4}q$ خواهد شد. با توجه به رابطه ی میدان الکتریکی ۶۵

حاصل از یک ذره ی باردار داریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E'}{e} = \frac{|q'|}{|q|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{e \times 10^3} = \frac{\frac{3}{4}|q|}{|q|} \times \left(\frac{12}{9}\right)^2 \Rightarrow E' = 8 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید مشخص کنیم که با وارد کردن دی الکتریک بین صفحه های خازن، ظرفیت آن چند برابر می شود. چون A و d ثابت اند، با استفاده از رابطه ی زیر داریم: ۶۶

$$C = \kappa \epsilon \cdot \frac{A}{d} \xrightarrow{A_1=A_2, d_1=d_2} \frac{C_1}{C_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \xrightarrow{\kappa_1=1, \kappa_2=4} \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{4}$$

از طرفی دیگر، چون خازن را از مولد جدا نموده ایم، بار الکتریکی آن ثابت می ماند. بنابراین با استفاده از رابطه ی $U = \frac{Q}{C}$ و با

توجه به این که با افزایش ظرفیت خازن، انرژی آن کاهش می یابد، به صورت زیر U_1 را می یابیم:

$$U = \frac{Q}{C} \xrightarrow{Q_1=Q_2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{U_2=(U_1-300)\mu J, \frac{C_1}{C_2}=\frac{1}{4}}$$

$$\frac{U_1 - 300}{U_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4U_1 - 1200 = U_1 \Rightarrow 3U_1 = 1200 \Rightarrow U_1 = 400 \mu J$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی، داریم:

$$\Delta K = W_t \xrightarrow{W_t = W_{mg} + W_E} W_{mg} + W_E = 0 - K,$$

$$\Delta K = K_f - K_i, K_i = 0.$$

$$W_{mg} = mgd, W_E = -|q|Ed \xrightarrow{} mgd - |q|Ed = -\frac{1}{2}mv^2,$$

$$K_f = \frac{1}{2}mv^2,$$

$$m = 20g = 0.02 \text{ kg}, g = 10 \frac{N}{kg}, v_f = 1 \frac{m}{s}$$

$$q = 0.6 \mu C = 6 \times 10^{-7} C, E = 5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$0.02 \times 10 \times d - 6 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^5 \times d = -\frac{1}{2} \times 0.02 \times 1^2 \Rightarrow d = \frac{0.01}{(0.3 - 0.2)} = 0.1 m = 10 \text{ cm}$$

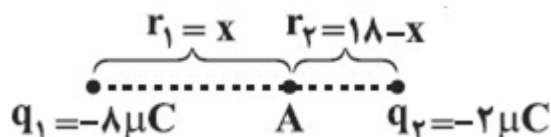
$$C = \epsilon \cdot K \frac{A}{d}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1/76 \times 10^{-12} = 8/8 \times 10^{-12} \times 1 \times \frac{A}{5 \times 10^{-2}} \Rightarrow 8/8 \times 10^{-15} = 8/8 \times 10^{-12} \times A$$

$$\Rightarrow A = \frac{8/8 \times 10^{-15}}{8/8 \times 10^{-12}} = 10^{-3} m^2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که دو بار الکتریکی q_1 و q_2 هم‌نام هستند، نقطه‌ی A بین آن‌ها و نزدیک‌تر به باری که



اندازه‌ی آن کوچک‌تر است (q_2) قرار دارد:

چون $E_A = 0$ است، بزرگی میدان‌های الکتریکی ناشی از دو بار الکتریکی در نقطه A با هم برابر و در خلاف جهت هم می‌باشد. بنابراین:

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \Rightarrow k \frac{q_1}{r_1^2} = k \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{8}{x^2} = \frac{2}{(18-x)^2} \Rightarrow \frac{x^2}{(18-x)^2} = 4 \Rightarrow \frac{x}{18-x} = 2$$

$$\Rightarrow 36 - 2x = x \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

در نتیجه باید میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 در فاصله ۱۲ سانتی‌متری از آن‌را به دست آوریم که با توجه به مثبت بودن بار الکتریکی، میدان از آن خارج شده و در نقطه موردنظر به سمت چپ و خلاف جهت محور x ها ($-i$) است:

$$|\vec{E}_2| = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{24 \times 10^{-6}}{(12 \times 10^{-2})^2} = 1/5 \times 10^7 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E} = -1/5 \times 10^7 \vec{i}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چگالی سطحی بار الکتریکی در کره از رابطه‌ی $\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$ به دست می‌آید. با توجه به اطلاعات سؤال،

چگالی سطحی بار کره‌ی A ، هفت برابر کره‌ی B است، بنابراین:

$$\sigma_A = 7\sigma_B \Rightarrow \frac{|Q_A|}{4\pi r_A^2} = 7 \frac{|Q_B|}{4\pi r_B^2} \xrightarrow{r_A=r_B} |Q_A| = 7|Q_B|$$

بنابراین بار اولیه‌ی کره B را q و بار اولیه‌ی کره‌ی A را $7q$ در نظر می‌گیریم.

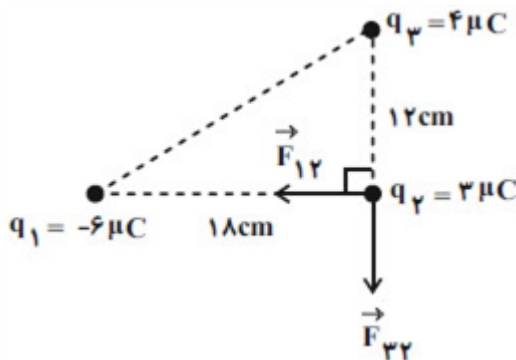
پس از تماس و به خاطر مشابه بودن کره‌ها، بار نهایی هر کدام از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$Q'_A = Q'_B = \frac{Q_A + Q_B}{2} = \frac{7q + q}{2} = 4q$$

در ادامه به کمک فرمول چگالی سطحی بار، تغییرات آن را برای دو کره‌ی A و B محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{\sigma'_A}{\sigma_A} = \frac{Q'_A}{Q_A} = \frac{4q}{7q} = \frac{4}{7} \\ \frac{\sigma'_B}{\sigma_B} = \frac{Q'_B}{Q_B} = \frac{4q}{q} = 4 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا جهت نیروهای وارد بر بار q_2 را می‌یابیم:



$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

$$\frac{|q_1| = 6 \mu C = 6 \times 10^{-6} C, |q_2| = 3 \mu C = 3 \times 10^{-6} C}{r_{12} = 18 \text{ cm} = 18 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

$$F_{12} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(18 \times 10^{-2})^2} = 5 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{12} = -5 \vec{i} \text{ (N)}$$

$$F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \quad \frac{|q_2| = 3 \mu C = 3 \times 10^{-6} C, |q_3| = 4 \mu C = 4 \times 10^{-6} C}{r_{23} = 12 \text{ cm} = 12 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

$$F_{23} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(12 \times 10^{-2})^2} = 7.5 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{23} = -7.5 \vec{j} \text{ (N)}$$

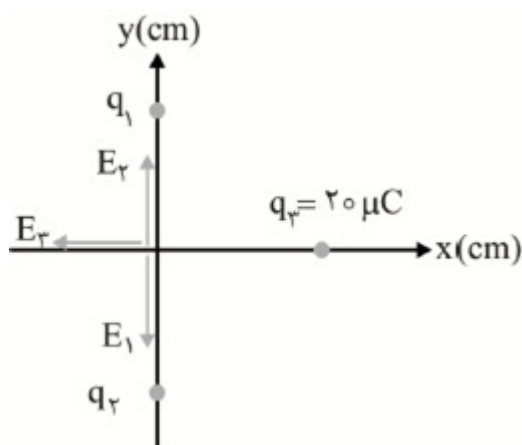
$$\vec{F}_{T,2} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} = -5 \vec{i} - 7.5 \vec{j} \text{ (N)}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون بارهای $q_1 = q_2 = 10 \mu C$ هم نام هستند میدان های آنها در مبدأ هم اندازه و مخالف جهت هم

$$E_2 - E_1 = 0$$

هستند و اثر هم دیگر را خنثی می کنند.

تنها میدان باقی مانده میدان q_3 در جهت منفی محور x ها است که:



$$E_3 = k \frac{q_3}{r_3^2} \Rightarrow E_3 = 9 \times 10^9 \frac{20 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2}$$

$$E_3 = \frac{180 \times 10^3}{900 \times 10^{-4}} = \frac{180 \times 10^3}{90 \times 10^{-2}} = 20 \times 10^5$$

$$= 2 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ به دست می آید. با توجه به نمودار می توان

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{q_2^2}{2} \times \frac{C_1}{C_2}}{\frac{q_1^2}{2}} \Rightarrow \frac{18}{2} = \left(\frac{q + 10}{q} \right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{q + 10}{q} \Rightarrow q = 5 \mu C$$

نوشت:

اگر بار خازن q باشد، انرژی ذخیره شده در آن $2 \mu J$ خواهد بود، پس:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C_1} \Rightarrow 2 \times 10^{-6} = \frac{(5 \times 10^{-6})^2}{2C} \Rightarrow C = \frac{25}{4} \mu F$$

برای انرژی ذخیره شده $8 \mu J$ داریم:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \Rightarrow 8 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times \frac{25}{4} \times 10^{-6} \times V^2 \Rightarrow V^2 = \frac{64}{25} \Rightarrow V = 1/6 V$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با انتقال الکترون (بار منفی) از صفحه مثبت به صفحه منفی یک خازن، بار ذخیره شده در خازن افزایش

می یابد و بنابراین انرژی ذخیره شده در خازن نیز افزایش می یابد.

$$\Delta q = ne = 10^{+14} \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/6 \times 10^{-5} = 16 \mu C$$

$$U_2 - U_1 = \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow 20 \times 10^{-6} = \frac{1}{2 \times 10 \times 10^{-6}} \left(q_2^2 - q_1^2 \right) \Rightarrow 4 \times 10^{-10}$$

$$= \left((q_1 + 16 \times 10^{-6})^2 - q_1^2 \right) \Rightarrow 4 \times 10^{-10} = (q_1 + 16 \times 10^{-6} - q_1)(q_1 + 16 \times 10^{-6} + q_1)$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-10} = 16 \times 10^{-6} (2q_1 + 16 \times 10^{-6}) \Rightarrow 25 \times 10^{-6} = 2q_1 + 16 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow 2q_1 = 9 \times 10^{-6} \Rightarrow q_1 = 4/5 \mu C$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حالت جدایی باتری بار خازن (q) ثابت است. ۷۵

$$E = \frac{V}{d} = \frac{\frac{q}{c}}{\frac{k\varepsilon \cdot A}{c}} = \frac{q}{k\varepsilon \cdot A}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{1} = 3$$

$$U = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{k_1}{k_2} \times \frac{d_2}{d_1} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{3}{1}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌های نادرست: ۷۶

(۱) بستر اقیانوس‌ها، منبع غنی از منابع فلزی گوناگون است که انسان‌ها به تازگی آن را کشف کرده‌اند.

(۲) غلظت برخی گونه‌های فلزی موجود در بستر اقیانوس‌ها نسبت به ذخایر زمینی بیشتر است.

(۴) در بستر اقیانوس‌ها، ستون‌های سولفیدی وجود دارند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۷۷

(۱) چهاردهمین عنصر دسته p عنصر ژرمانیم (Ge ۳۲) است که یک شبه‌فلز است و مانند عنصر پایین‌تر از خود (قلع (Sn ، ۵۰)) که فلز است سطحی درخشان دارد.

(۲) پنجمین عنصر از گروه ۱۴ جدول تناوبی، عنصر سرب (Pb ۸۲) است و چهارمین عنصر از دوره سوم جدول تناوبی، سیلیسیم (Si ۱۴) است. رسانایی الکتریکی فلزات بیشتر از شبه‌فلزات است.

(۳) عناصر Ti ۲۲ و Ge ۳۲ در لایه‌های ظرفیت خود شمار الکترون برابری دارند.

تمایل به دادن الکترون $\Rightarrow$ فلز $3d^1 4s^2$ Ti ۲۲

تمایل به اشتراک الکترون $\Rightarrow$ شبه فلز $3d^1 4s^2 4p^2$ Ge ۳۲

(۴) دو عنصر کلر و آرگون از هشت عنصر دوره سوم جدول تناوبی در دمای اتاق گازی شکل هستند (۲۵٪) و چهار عنصر سدیم، منیزیم، آلومینیم و سیلیسیم سطحی درخشان دارند (۵۰٪).

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه واکنش I به طور طبیعی انجام می‌شود می‌توان دریافت فلز X از فلز Fe واکنش‌پذیرتر ۷۸

است و چون فلز X به طور طبیعی با Na_2O (واکنش II) واکنش نمی‌دهد، فلز Na از فلز X واکنش‌پذیرتر است. بررسی گزینه‌ها: (۱) درست

(۲) درست. زیرا Na نسبت به X واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

(۳) درست. مقایسه واکنش‌پذیری به صورت $X < Na < K$ است، در نتیجه واکنش‌پذیری فلز X از پتاسیم کمتر است.

(۴) نادرست. با توجه به واکنش $Y + FeO \rightarrow \dots$ می‌توان دریافت مقایسه واکنش‌پذیری به صورت $Y > Fe$ است؛ اما چون مقایسه میان واکنش‌پذیری عناصر X و Y مشخص نیست، نمی‌توان درباره انجام‌پذیر بودن یا نبودن واکنش $Y + XO \rightarrow \dots$ اظهار نظر کرد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. واکنش‌های A ، C و D به طور طبیعی انجام می‌شوند. ۷۹

۸۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

(۱) درست

(۲) نادرست. گرما دادن مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، گاهی باعث بهبود خواص می‌شود.

(۳) نادرست. مواد معدنی، بیشترین مقادیر استخراج شده از زمین را دارا هستند.

(۴) نادرست. برای ساخت ظروف چینی، از خاک چینی استفاده می‌شود.

(۵) نادرست. جرم مواد در کره زمین تقریباً ثابت است.

۸۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست است. A در دوره سوم جای داشته و یون پایدار آن به صورت A^{3+} است. بنابراین A همان Al $_{13}$ بوده و B، C و D به ترتیب Si $_{14}$ ، P $_{15}$ و S $_{16}$ می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: C همان فسفر (P $_{15}$) است که دگرشکل سفید آن را در آزمایشگاه زیر آب نگه می‌دارند.

عبارت دوم: در بین عنصر A (Al $_{13}$) و عنصری که در دوره چهارم و گروه شانزدهم جای دارد، (Se $_{34}$) ۲۰ عنصر وجود دارد.

توجه: برای به دست آوردن تعداد عناصر موجود بین دو عنصر A و B که به ترتیب دارای عدد اتمی a و b هستند، از رابطه زیر

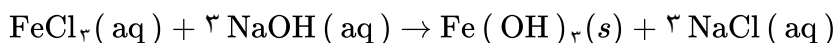
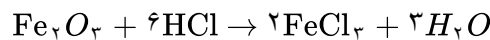
استفاده می‌شود: $|b - a| - 1 = \text{تعداد عناصر موجود بین A و B}$

عبارت سوم: عنصر B سیلیسیم (Si $_{14}$) می‌باشد که یک شبه‌فلز است و همان Ge $_{32}$ رسانایی الکتریکی اندکی دارد. اما این دو شبه‌فلز در اثر ضربه خرد می‌شوند.

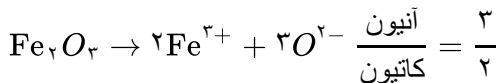
عبارت چهارم: عنصر A (Al $_{13}$) با Ga $_{31}$ هم‌گروه است و گاز نجیب هم‌دوره با Ar $_{18}$ می‌باشد.

۸۲

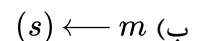
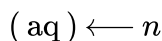
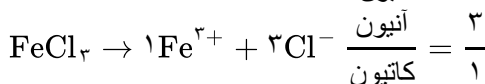
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



همه موارد نادرست است. بررسی موارد:



(الف)



$$\frac{\text{مجموع ضرایب (I)}}{\text{مجموع ضرایب (II)}} = \frac{12}{8} = 1.5$$

(پ)

$$?g = 1g\text{Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1\text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160g\text{Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2\text{ mol Fe}}{1\text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56g\text{Fe}}{1\text{ mol Fe}} = 0.7g\text{Fe}$$

(ت)

۸۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. واژه‌های کمتری و ناپایدارتر نادرست بوده و باید به واژه‌های بیشتری و پایدارتر تبدیل شوند.

عبارت اول درست است. آرایش داده شده می‌تواند مربوط به کاتیون‌هایی مثل Ca^{2+} و Sc^{3+} ، آنیونی مثل Cl^{-} و اتم خنثی Ar باشد.

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا نخستین عنصر دسته p دارای عدد اتمی ۵ است. عنصر Sn ۵۰ یک فلز است و رسانایی الکتریکی بیشتری نسبت به Ge ۳۲ دارد.

عبارت سوم درست است. عناصر Na ۱۱ و Mg ۱۲ فاقد الکترون زیرلایه $3p$ در دوره سوم هستند و این دو عنصر دارای شعاع اتمی و خصلت فلزی بیشتری نسبت به S ۱۶ هستند.

عبارت چهارم درست است. زیرا عنصر Li ۳ بیشترین شعاع اتمی در دوره دوم و Cl ۱۷ بیشترین خصلت نافلزی در دوره سوم را دارد.

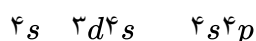
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پس عناصر گروه ۱۸ که فعالیت شیمیایی ندارند، عناصر گروه ۱۷ جدول تناوبی با دو عنصر گازی بیشترین تعداد عنصر گازی در میان جدول را به خود اختصاص می‌دهند. نخستین عنصر جامد نافلز در گروه ۱۷، همان ید (I) است، پس عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

- عنصر A ۳۲ در گروه ۱۴ و دوره چهارم قرار دارد. ید (I) در گروه ۱۷ و دوره پنجم قرار دارد.
- در دوره پنجم عنصر قلع (Sn ۵۰) فلز بوده و ید (I) نافلز است، پس عناصر با عدد اتمی ۵۱ و ۵۲ می‌بایست شبه‌فلز باشند.
- تنها Xe ۵۴ دارای عدد اتمی بزرگ‌تر از ید بوده که گازی است، پس این عبارت نیز درست است.
- نخستین عنصر فلزی گروه ۱۴، قلع (Sn ۵۰) از دوره پنجم است، اما آخرین عنصر فلزی دوره چهارم (گالیم Ga ۳۱) در دوره چهارم قرار دارد، پس این عبارت نادرست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در هر گروه از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد چون تعداد لایه‌ها افزایش می‌یابد. در هر دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد، چون تعداد لایه‌ها ثابت است و جاذبه هسته قوی‌تر و شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

- | | |
|--|---|
| ۱) $r_{\text{Na}} > r_{\text{Cl}}$ هم دوره ✓ | ۲) $r_k > r_{\text{Cd}}$ هم دوره × |
| ۳) $r_{\text{Li}} > r_{\text{Be}}$ هم دوره × | ۴) $r_{\text{Se}} > r_{\text{S}}$ هم گروه × |

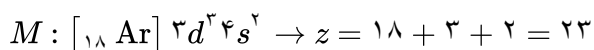
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. لایه ظرفیت اتم عنصری از دوره چهارم به سه حالت می تواند باشد:



با توجه به مجموع n و l الکترون ها که برابر ۲۳ است. لایه ظرفیت می تواند به صورت $3d^4s$ یا $4s^4p$ باشد. اگر لایه ظرفیت را به صورت $3d^x4s^y$ فرض کنیم y می تواند ۱ یا ۲ باشد:

$$\begin{array}{cc} 3d^x & 4s^y \\ \downarrow & \downarrow \\ n+l=5 & n+l=4 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} y=1 \rightarrow 3d^x4s^1 : 5x+4(1)=23 \Rightarrow x=\frac{19}{5} \times \\ y=2 \rightarrow 3d^x4s^2 : 5x+4(2)=23 \Rightarrow x=3 \checkmark \end{array} \right.$$

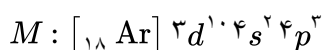
بنابراین لایه ظرفیت اتم M می تواند به صورت $3d^34s^2$ باشد، پس $z=23$ خواهد شد.



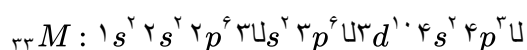
اگر لایه ظرفیت را به صورت $4s^x4p^y$ فرض کنیم، x حتماً برابر ۲ است.

$$\begin{array}{ccc} 4s^2 & 4p^y \Rightarrow 4(2) + 5y = 23 & 5y = 15 \Rightarrow y = 3 \\ \downarrow & \downarrow & \\ n+l=4 & n+l=5 & \end{array}$$

پس عدد اتمی M می تواند ۳۳ هم باشد.

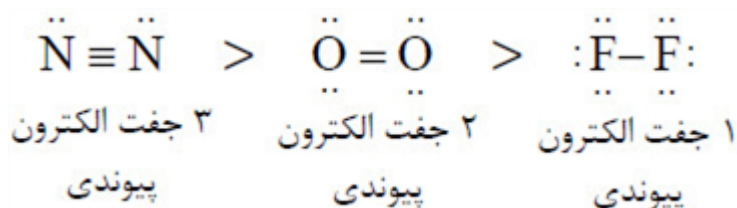


$$z = 18 + 10 + 2 + 3 = 33$$



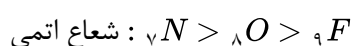
این عنصر حداکثر ۱۵ الکترون با $l=1$ می تواند داشته باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



الف) درست است.

ب) درست است. در یک دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می یابد.



ج) نادرست است؛ زیرا خصلت نافلزی این سه عنصر به شکل زیر مقایسه می شود:



د) نادرست است؛ زیرا نقطه جوش H_2O از هر دو ترکیب NH_3 و HF بیشتر است؛ زیرا شمار پیوندهای هیدروژنی که

مولکول های آب ایجاد می کند، بیشتر است. $H_2O > HF > NH_3$: نقطه جوش

ه) درست است؛ در یک دوره از چپ به راست واکنش پذیری نافلزات بیشتر می شود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا B همان Si و یک شبه فلز است، پس خواص فیزیکی آن مشابه A (Mg) و خواص شیمیایی آن مشابه C، (P) است. بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) درست است؛ زیرا عنصر C فسفر است که به دلیل واکنش پذیری بالا با اکسیژن هوا؛ آن را زیر آب نگهداری می‌کنند. عنصر بعد از آن در جدول، گوگرد است که آخرین عنصر جامد دوره سوم است.
- (۲) درست است؛ زیرا عنصر E فلوئور است که با جذب یک الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب نئون می‌رسد. در این گاز نجیب، سه زیرلایه $1s$ ، $2s$ و $2p$ ، با الکترون پر شده‌اند.
- (۴) درست است. B در گروه ۱۴ قرار دارد که در آن فقط یک نافلز یعنی کربن قرار دارد. از طرفی در دوره سوم جدول دوره‌ای سه فلز (سدیم، منیزیم و آلومینیوم) داریم، پس تعداد نافلزات در گروه ۱۴ دو تا کمتر از تعداد فلزات دوره سوم است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

زیرا در فلزها، با افزایش شعاع اتمی، واکنش پذیری افزایش می‌یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به جز عنصر با عدد اتمی ۲۸، سایر عنصرها آرایش الکترونی $3d^1$ دارند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، FeO با سدیم واکنش می‌دهد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): درست، در هر گروه از جدول دوره‌ای با حرکت از پایین به بالا، شعاع اتمی کاهش می‌یابد و جاذبه هسته بر الکترون‌های ظرفیتی افزایش می‌یابد.
- گزینه (۲): نادرست، آخرین عنصر هر تناوب یک گاز نجیب است که دارای آرایش الکترونی پایدار بوده و کم‌ترین واکنش پذیری را در بین عناصر این تناوب دارد.
- گزینه (۳): نادرست، هر چه شعاع اتمی فلزی بیش‌تر باشد، توانایی آن برای از دست دادن الکترون و تشکیل کاتیون بیش‌تر است.
- گزینه (۴): نادرست، تغییرات شعاع اتمی در یک گروه بیش‌تر از تغییرات آن در یک دوره است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های ب و ت درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت الف: عنصرهای جدول دوره‌ای براساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها یعنی عدد اتمی Z چیده شده‌اند.

عبارت پ: با گسترش دانش تجربی، شیمی‌دان‌ها دریافته‌اند که گرما دادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر و گاهی بهبود خواص می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عنصر Z (Cl) بر خلاف عنصر X (Ge) قادر به رسانش گرما نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۱: یکی از آلوتروپ‌های عنصر Y (فسفر) همان فسفر سفید است که بسیار واکنش پذیر بوده و برای جلوگیری از واکنش آن با اکسیژن هوا زیر آب نگهداری می‌شود.
- گزینه ۲: در دوره‌ی قبلی عنصر X (Ge) فقط یک شبه فلز به نام سیلیسیم قرار دارد.
- گزینه ۳: عنصر Q (کربن) در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود ۴ الکترون جفت نشده و عنصر E (گوگرد) در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود دو الکترون جفت نشده دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، در یک گروه، از بالا به پایین، شعاع افزایش می‌یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۷

(۱) خصلت فلزی افزایش (↑)

(۲) در گروه‌های نافلزی واکنش‌پذیری نیز افزایش می‌یابد. (↑)

(۳) درست

(۴) واکنش‌پذیری همواره افزایش نمی‌یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گروه‌های ۱۵ و ۱۶ می‌تواند باشد: ۹۸

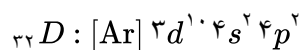
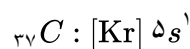
(الف) درست (As ۳۳)

(پ) نادرست. نمی‌تواند در گروه ۱۴ باشد.

(ت) درست (Po ۸۴)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هالوژن‌ها با افزایش شعاع اتمی، فعالیت شیمیایی کاهش می‌یابد. ۹۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۰



(۱) درست است؛ زیرا عنصر C گروه اول و B عنصر واسطه است در نتیجه فعالیت شیمیایی عنصر C بیشتر است و در ترکیب قرار می‌گیرد و B از ترکیب خارج می‌شود.

(۲) درست است؛ زیرا عنصر D شبه‌فلز است. (Ge) و خواص شیمیایی شبیه به نافلزات دارد، بنابراین الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(۳) درست است؛ زیرا عنصر A اولین عنصر واسطه است. (Sc) که در ترکیباتش به صورت Sc^{3+} است؛ به آرایش گاز نجیب Ar می‌رسد.

(۴) نادرست است؛ زیرا عنصر C در گروه اول جدول و بسیار فعال است و ترکیباتش محلول است. کلوخه‌های اعماق اقیانوس‌ها اغلب از عناصر واسطه هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: ۱۰۱

$${}_{24}\text{Cr} : [\text{Ar}] 3d^5 4s^1 \begin{cases} 4s \rightarrow n + l = 4 \\ 3d \rightarrow n + l = 5 \end{cases} \Rightarrow 4 + 25 = 29$$

$$\frac{29}{6} = 4 \frac{5}{6}$$

و در گروه ۱۶، شش الکترون ظرفیتی وجود دارد. بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد سوم و پنجم نادرست است. ۱۰۲



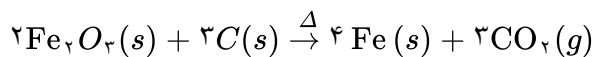
عنصر X همان برم است که در گروه ۱۷ و دوره‌ی چهارم جدول قرار دارد و حالت فیزیکی آن برخلاف عناصر هم‌دوره و هم‌گروهش مایع است.

بررسی مورد سوم: بزرگ‌ترین شعاع در هر دوره مربوط به عنصر گروه اول است.

بررسی مورد پنجم: بیش‌ترین واکنش‌پذیری در گروه ۱۷ مربوط به فلوئور است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۳

استخراج آهن از Fe_2O_3 با کمک کربن اقتصادی تر است چون فلز سدیم گران قیمت است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۴

آرایش لایه آخر اتم فلزهای قلیایی ns^1 است ولی n از ۲ شروع می شود چون هیدروژن در بالای این گروه فلز نیست. از طرف دیگر با بزرگ شدن n ، شعاع اتم فلز قلیایی بیش تر می شود و فعالیت شیمیایی آن نیز بیش تر می شود. همه فلزهای قلیایی در واکنش با سایر اتم ها به کاتیون با یک بار مثبت تبدیل می شوند (M^+).

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۵

منظور از $l = 1$ همان زیرلایه p می باشد. از آن جا که گنجایش هر زیرلایه p برابر ۶ الکترون است، می توان گفت عنصر مورد نظر دارای یک زیرلایه p با دو الکترون یعنی $2p^2$ است، بنابراین آرایش الکترونی X به صورت $2s^2 2p^2$ [He] است که همان C یا کربن می باشد.

بررسی گزینه ها:

گزینه (۱): درست، کربن نافلزی با خاصیت رسانایی الکتریکی بالا می باشد. کربن تعلق به گروه ۱۴ است که دو شبه فلز Si و Ge حضور دارند.

گزینه (۲): نادرست، کربن در دوره دوم و گروه ۱۴ قرار دارد، نسبت شماره گروه به شماره دوره، ۷ بوده که با تعداد پروتون های آن (یعنی ۶) برابر نیست.

گزینه (۳): درست، کربن تنها نافلزی است که قادر به گرفتن الکترون و تشکیل آنیون نیست و تنها الکترون به اشتراک می گذارد.

گزینه (۴): درست، کربن سطحی تیره دارد، اما بقیه عناصر هم گروه آن (سیلیسیم، ژرمانیم، قلع، سرب)، سطحی براق و صیقلی دارد.

