

۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کمان α در ناحیه دوم و مقدار کسینوس آن منفی است، پس:

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$$

$$A = \cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha) = -\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{3}$$

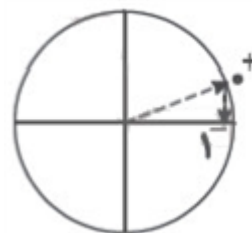
۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \sin 200^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 290^\circ = \cos(360^\circ - 70^\circ) = \cos 70^\circ = \sin 20^\circ \\ \sin 160^\circ = \sin(180^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ \\ \cos 70^\circ = \sin 20^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{-2\sin 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ + 2\sin 20^\circ} = -\frac{1}{3}$$

۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} ([\cos x] + [\cos^2 x] + \dots + [\cos^{10} x]) = [1^-] + [1^-] + \dots + [1^-] = 0$$

۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به قائم الزاویه بودن مثلث $\triangle ABC$ ، زوایای B و C متمم یکدیگرند، لذا داریم:

$$\begin{cases} \sin B = \cos C & \tan B = \cot C \\ \cos B = \sin C & \cot B = \tan C \end{cases}$$

$$\frac{\sin^2 B + \cos^2 B + 2 \sin^2 B \cos^2 B}{\tan^2 B - \tan^2 B + 4 \tan^2 B \cot^2 B} = \frac{(\sin^2 B + \cos^2 B)^2}{0 + 4} = \frac{1}{4}$$

۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

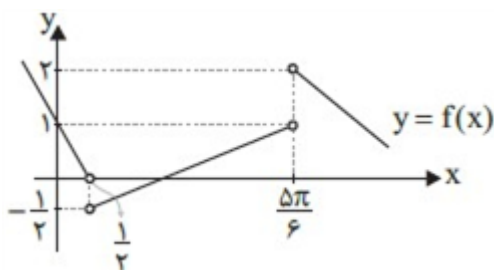
$$|2x + a| < b \Rightarrow -b < 2x + a < b \Rightarrow \frac{-b-a}{2} < x < \frac{b-a}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b-a}{2} = 5 \\ \frac{-b-a}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-a = 10 \\ -b-a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow 2a - b = -17$$

۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

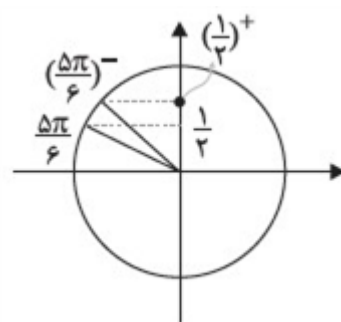
زاویه ۳ رادیان در ناحیه دوم و زاویه ۴ رادیان در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار دارد، پس کسینوس ۳ رادیان، منفی و سینوس ۴ رادیان نیز منفی است.



سؤال اینجاست که وقتی $x \rightarrow \left(\frac{5\pi}{6}\right)^-$ آنگاه مقدار $\sin x$ چقدر است؟

مطابق شکل $\sin x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+$ میل می کند. پس:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{5\pi}{6}\right)^-} f(\sin x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} f(x) \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} -\frac{1}{2}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنید $DC = x$ پس $\tan \alpha = \frac{AB}{30+x} = \frac{1}{4}$ در نتیجه $AB = \frac{30+x}{4}$

$$\tan^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{1}{16}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{1}{15} = \frac{\frac{30+x}{4}}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{15} = \frac{30+x}{120} \Rightarrow x = 34$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{3} = 2\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos \frac{5\pi}{3} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \\ \frac{11\pi}{3} = \frac{12\pi - \pi}{3} = 4\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \sin\left(\frac{11\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{4\pi}{3} = 2\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$A = \cos \frac{\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{4}\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{5}\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{6}\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{7}\pi}{\sqrt{}}$$

$$\frac{\pi}{\sqrt{}} + \frac{\sqrt{6}\pi}{\sqrt{}} = \pi \Rightarrow \cos \frac{\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{6}\pi}{\sqrt{}} = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{}} + \frac{\sqrt{5}\pi}{\sqrt{}} = \pi \Rightarrow \cos \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{5}\pi}{\sqrt{}} = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{}} + \frac{\sqrt{4}\pi}{\sqrt{}} = \pi \Rightarrow \cos \frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{}} + \cos \frac{\sqrt{4}\pi}{\sqrt{}} = 0$$

$$A = 0 + 0 + 0 + (-1) = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$\cot x - \tan x = \sqrt{2} \cot \sqrt{2}x = \sqrt{2} \Rightarrow \cot \sqrt{2}x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \tan \sqrt{2}x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \sqrt{2}\alpha = \frac{\sqrt{2} \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \text{ می‌دانیم}$$

$$\sin \sqrt{2}x = \frac{\sqrt{2} \tan \sqrt{2}x}{1 + \tan^2 \sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)}{1 + \frac{2}{9}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{\frac{11}{9}} = \frac{12}{11}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از $\sin \alpha = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ و $\cos \sqrt{2}\alpha = 1 - \sqrt{2} \sin \sqrt{2}\alpha$ داریم: ۱۲

$$\sin 16^\circ = \cos (90^\circ - 16^\circ) = \cos 74^\circ = \cos (2 \times 37^\circ)$$

$$= 1 - \sqrt{2} \sin 37^\circ = 1 - \sqrt{2} \times (0/6)^\circ = 1 - \sqrt{2} \times 0/36 = 0/28$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\text{Rad}}{\pi} \Rightarrow \frac{150^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{150}{180} \pi = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 150^\circ = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$l = r\theta \Rightarrow 16\pi = r \times \frac{5\pi}{6} \Rightarrow r = \frac{16}{\frac{5}{6}} = \frac{16 \times 6}{5} = \frac{96}{5} \Rightarrow r = 19.2 \text{ متر}$$

$$\sin \frac{79\pi}{6} = \sin \left(\frac{78\pi}{6} + \frac{\pi}{6} \right) = \sin \left(13\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

برای این که حاصل صفر باشد باید $\cos \theta = \frac{1}{2}$. از طرفی $\cos \theta$ در ربع اول یا چهارم مثبت است، پس θ باید زاویه‌ای در یکی از این دو ربع باشد.

$$\frac{107\pi}{6} = \frac{108\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = 18\pi - \frac{\pi}{6} \quad \text{ربع چهارم}$$

$$\frac{32\pi}{3} = \frac{33\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 11\pi - \frac{\pi}{3} \quad \text{ربع دوم}$$

$$\frac{53\pi}{3} = \frac{54\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 18\pi - \frac{\pi}{3} \quad \text{ربع چهارم}$$

$$\frac{61\pi}{6} = 10\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{ربع اول}$$

نسبت‌ها را محاسبه کنیم:

$$\cos \frac{107\pi}{6} = \cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{53\pi}{3} = \cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

راه حل اول:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \xrightarrow{\cos \alpha > 0} \cos \alpha = \frac{3}{5} \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(\frac{3}{5} \right) \left(-\frac{4}{5} \right) = -\frac{24}{25}$$

راه حل دوم: می‌توانیم با استفاده از فرمول مثلثاتی $\sin^2 \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ ، حاصل $\sin^2 \alpha$ را بیابیم:

$$\sin^2 \alpha = \frac{2 \left(-\frac{4}{3} \right)}{1 + \frac{16}{9}} = \frac{-\frac{8}{3}}{\frac{25}{9}} = -\frac{24}{25}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که تابع f در کل R دارای حد باشد، دو حالت زیر می‌تواند رخ دهد:

حالت اول: مخرج کسر فاقد ریشه‌ی حقیقی باشد:

$$\Delta = a^2 - 4(3)(9) < 0 \Rightarrow a^2 - 108 < 0 \Rightarrow a^2 < 108$$

$$\Rightarrow -\sqrt{108} < a < \sqrt{108} \xrightarrow{\text{مقادیر صحیح } a} -10 \leq a \leq 10$$

حالت دوم: مخرج کسر دارای دو ریشه باشد ولی ریشه‌های آن، همان ریشه‌های صورت کسر باشند، که در این صورت مخرج کسر، مضربی از صورت کسر خواهد بود. یعنی خواهیم داشت:

$$3x^2 + ax + 9 = k(x^2 - 4x + 3)$$

$$\Rightarrow 3\left(x^2 + \frac{a}{3}x + 3\right) = k(x^2 - 4x + 3)$$

برای برقراری تساوی بالا باید $\frac{a}{3} = -4$ و $k = 3$ باشد یعنی داریم:

$$a = -12, k = 3$$

پس a جمعاً ۲۲ مقدار می‌تواند اختیار کند، زیرا اگر $-10 \leq a \leq 10$ باشد، شامل ۲۱ مقدار صحیح برای a و یک مقدار هم

$a = -12$ خواهد بود.

$$\text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است.} \quad \text{tg } \frac{5\pi}{6} = \text{tg} \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\text{tg } \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{گزینه ۳ پاسخ صحیح است.} \quad \text{Sin} \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) = \text{Cos } \theta$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نسبت مثلثاتی خواسته شده را ساده نموده و به کمک فرمول نسبت‌های مثلثاتی زوایای مرکب جواب را می‌یابیم.

$$\text{Sin} \left(\frac{13\pi}{4} + \alpha \right) = \text{Sin} \left(3\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha \right) = -\text{Sin} \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = -\text{Sin} \frac{\pi}{4} \text{Cos } \alpha - \text{Sin } \alpha \text{Cos } \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2} (\text{Cos } \alpha + \text{Sin } \alpha) \xrightarrow{\text{Sin } \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \text{Cos } \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}} \frac{-\sqrt{2}}{2} \times \left(\frac{1}{5\sqrt{2}} + \frac{2}{5\sqrt{2}} \right)$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{5\sqrt{2}} \right) = -\frac{3}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = a + b \text{Cos} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Rightarrow y = a + b \text{Sin } x$$

چون به ازای $x > 0$ ، شروع صعودی است پس $b > 0$

$$y_{\max} = a + b = 3$$

$$f \left(-\frac{5\pi}{6} \right) = 0 \Rightarrow a + b \text{Sin} \left(-\frac{5\pi}{6} \right) = 0 \Rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow b = 2a \Rightarrow a + 2a = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 1 + 2 \text{Sin } x \Rightarrow f \left(\frac{\pi}{6} \right) = 1 + 2 \left(\frac{1}{2} \right) = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۱)

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} \Rightarrow \cos(\widehat{B} + \widehat{C}) = \cos(180^\circ - \widehat{A}) = -\cos \widehat{A}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{A} = \frac{1}{2}$$

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \widehat{A} = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 28$$

طبق قضیه میانه‌ها در این مثلث داریم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 36 + 16 = 2m_a^2 + 14 \Rightarrow 2m_a^2 = 38 \Rightarrow m_a^2 = 19 \Rightarrow m_a = \sqrt{19}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم: (۲۲)

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 4^2 \times 5 + 6^2 \times 3 = AD^2 \times 8 + 3 \times 5 \times 8 \Rightarrow 80 + 108 = 8AD^2 + 120 \Rightarrow 8AD^2 = 68$$

$$\Rightarrow AD^2 = \frac{17}{2} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۳)

با رسم قطر AC چهارضلعی ABCD به دو مثلث ABC و ADC تقسیم می‌شود.

$$\triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AC = 10$$

اکنون مساحت هر دو مثلث ABC و ADC را پیدا می‌کنیم.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (6)(8) = 24$$

$$S_{\triangle ADC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$P = \frac{5+7+10}{2} = 11$$

$$\xrightarrow{\quad} S_{\triangle ADC} = \sqrt{11(11-5)(11-7)(11-10)}$$

$$= \sqrt{11 \times 6 \times 4 \times 1} = 2\sqrt{66}$$

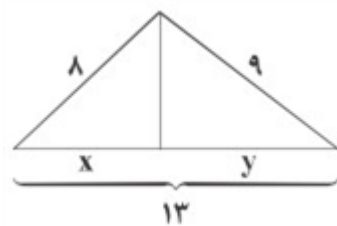
بنابراین:

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ABC} = 24 + 2\sqrt{66}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{9} \Rightarrow x = \frac{8}{9}y$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق قضیه نیمسازها داریم:

۲۴



$$x + y = 13$$

از طرفی می‌دانیم:

پس داریم:

$$\frac{8}{9}y + y = 13 \Rightarrow \frac{17}{9}y = 13 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{117}{17} \\ x = \frac{104}{17} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم شعاع دایره‌ی محاطی برابر است با:

۲۵

$$r = \frac{s}{P}$$

برای محاسبه مساحت از رابطه‌ی هرون استفاده می‌کنیم.

$$P = \frac{14 + 12 + 6}{2} = 16$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$S = \sqrt{16(16-6)(16-12)(16-14)} = 16\sqrt{5}$$

بنابراین:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{16\sqrt{5}}{16} = \sqrt{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق قضیه میانه‌ها داریم:

۲۶

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

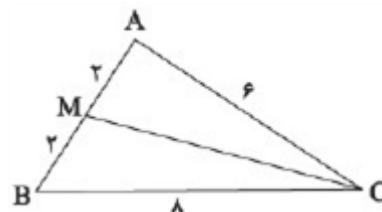
$$\Rightarrow 25 + 36 = 2AM^2 + \frac{100}{2} \Rightarrow 2AM^2 = 11 \Rightarrow AM = \sqrt{\frac{11}{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۷)

بلندترین میانه‌ی مثلث، میانه‌ای است که بر کوچکترین ضلع مثلث وارد می‌شود. با توجه به شکل، باید طول میانه‌ی CM را به دست آوریم. به کمک قضیه‌ی میانه‌ها در مثلث، داریم:

$$CM^2 = \frac{1}{4} \left(AC^2 + BC^2 - \frac{AB^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow CM^2 = \frac{1}{4} \left(6^2 + 8^2 - \frac{10^2}{2} \right) \Rightarrow CM^2 = \frac{1}{4} \times 92 \Rightarrow CM = \sqrt{23}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق قضیه‌ی نیمساز داریم: (۲۸)

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BP}{PD} \\ \hat{BCP} = \hat{PCD} \Rightarrow \frac{BC}{CD} = \frac{BP}{PD} \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{3}{CD} \Rightarrow CD = 5$$

با نوشتن قضیه‌ی کسینوس‌ها در مثلث BCD داریم:

$$BD^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos 120^\circ \Rightarrow BD^2 = 49 \Rightarrow BD = 7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قطر AC را رسم می‌کنیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ADC می‌نویسیم: (۲۹)

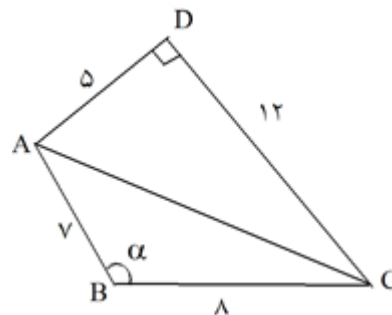
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow AC = 13$$

حال با استفاده از قضیه‌ی کسینوس‌ها در مثلث ABC می‌توان نوشت:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 AB \times BC \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 13^2 = 7^2 + 8^2 - 2(7)(8) \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

بنابراین $\alpha = 120^\circ$ در نتیجه $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (۳۰)

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A \rightarrow 16 = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 \times \sin A \rightarrow \sin A = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos A = \frac{3}{5}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \rightarrow a^2 = 64 + 25 - 2(8)(5) \left(\frac{3}{5} \right) = 41 \rightarrow a = \sqrt{41}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه موارد صحیح هستند و در آمار استنباطی از روی آمارهای مختلف سعی بر تخمین پارامتر جامعه است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر چهار گزاره فوق درست می‌باشند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نوع نمونه‌گیری طبقه‌ای است، چون از هر کدام از دو طبقه، نمونه‌ای انتخاب گردیده است. از طرفی طبق قانون احتمال کل برای احتمال انتخاب هر عضو جامعه داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{10}{50} + \frac{1}{2} \times \frac{10}{50} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر بازه‌ی اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت $[a, b]$ باشد، مرکز این بازه برابر با میانگین نمونه یعنی $\frac{a+b}{2}$ و طول آن برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

$$\bar{x} = \frac{24/6 + 30/2}{2} = 27/4$$

$$b - a = \frac{4 \times 11/2}{\sqrt{n}} \Rightarrow 5/6 = \frac{44/8}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 8 \Rightarrow n = 64$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نفر اول هر کلاس برحسب ترتیب حروف الفبا، فرد مشخصی است، پس نمونه‌گیری انجام شده غیراحتمالی است. دقت کنید که با توجه به نابرابر بودن تعداد دانش‌آموزان در کلاس‌ها، نمونه‌گیری نمی‌تواند سامانمند باشد. همچنین در نمونه‌گیری طبقه‌ای، از هر طبقه یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌شود که در این نمونه‌گیری، این موضوع رعایت نشده است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد کل نمونه‌های ۴ تایی برابر است با: $\binom{6}{4} = 15$

نمونه‌های ۴ عضوی با میانگین $2/5$ را هم مشخص می‌کنیم:

$\{1, 4, 3, 2\}, \{2, 3, 5, 0\}, \{5, 4, 1, 0\}$

تعداد آنها ۳ تا است و احتمال مشاهده نمونه‌های ۴ عضوی با میانگین $2/5$ برابر است با $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میانگین اعداد صحیح از ۰ تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{0 + 1 + 2 + \dots + N}{N + 1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N + 1} = \frac{N}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 11}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

از طرفی میانگین نمونه انتخابی برابر است با:

$$\mu = \bar{x} \Rightarrow \frac{N}{2} = 6 \Rightarrow N = 12$$

بنابراین داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که از بین ۲۴۰ عدد، ۲۰ عدد انتخاب شده است، پس اعداد به گروه‌های ۱۲ تایی

$$\left(\frac{240}{20} = 12\right) \text{ تقسیم شده‌اند. از طرفی } 115 = 9 \times 12 + 7 \text{ است، بنابراین شماره } n \text{ امین مورد انتخابی از رابطه}$$

$$7 + 12(n - 1) \text{ به دست می‌آید و در نتیجه داریم:}$$

$$43 = 7 + 12(4 - 1) = 36 + 7 = 43 \text{ چهارمین عدد انتخابی}$$

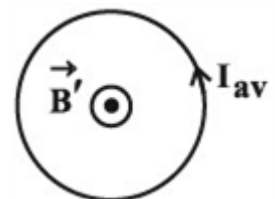
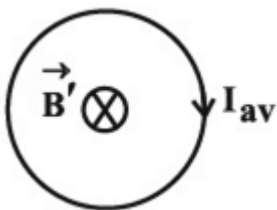
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میانه‌ی نمونه‌ای ۲ عضوی همان میانگین آن نمونه‌ی ۲ عضوی است. از طرفی چون اعداد دنباله‌ی حسابی تشکیل می‌دهند، میانگین و میانه‌ی آن‌ها برابر است. در نتیجه سؤال مانند این است که چند نمونه‌ی دو عضوی میانگین جامعه را درست برآورده می‌کنند. با توجه به نکات گفته شده داریم:

$$N = \frac{89 - 11}{6} + 1 = 14$$

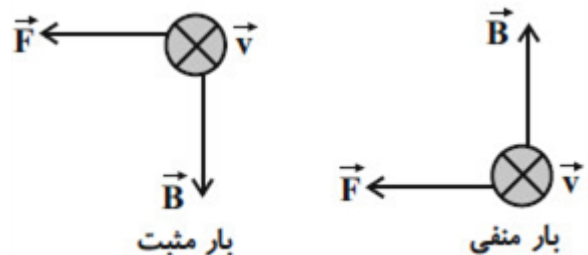
$$\frac{N}{2} = \frac{14}{2} = 7 \Rightarrow P = \frac{7}{\binom{14}{2}} = \frac{7}{\frac{14 \times 13}{2}} = \frac{1}{13}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هنگام ورود حلقه به میدان، شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال افزایش است. در نتیجه با توجه به رابطه $\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ نیروی محرکه القایی و با توجه به رابطه $I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R}$ جریان القایی در آن تولید می‌شود. طبق قانون لنز، این جریان در جهتی است که می‌خواهد با عامل تغییر شار مخالفت کند. پس جریان القایی، یک میدان مغناطیسی برون سو در حلقه ایجاد می‌کند و باید این جریان پادساعتگرد باشد.

اما هنگام خروج حلقه از میدان، شار مغناطیسی در حال کاهش است و جریان القایی، طبق قانون لنز باید یک میدان مغناطیسی درون سو ایجاد کند تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند. پس جریان ساعتگرد می‌شود.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت چپ است. طبق قاعده دست راست، اگر بار ذره منفی باشد، جهت میدان مغناطیسی رو به بالا و اگر بار ذره مثبت باشد، جهت میدان مغناطیسی رو به پایین خواهد بود.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همواره نیروی خالص مغناطیسی وارد بر مسیرهای بسته درون میدان مغناطیسی، که از آن‌ها جریان الکتریکی می‌گذرد، برابر با صفر است.

قسمت‌های AB و CD چون موازی با خط‌های میدان مغناطیسی هستند، نیرویی بر آنان وارد نمی‌شود، در نتیجه اندازه نیرویی که بر قسمت DA وارد می‌شود با اندازه نیرویی که به قسمت BC وارد می‌شود، هم‌اندازه اما در خلاف جهت است.

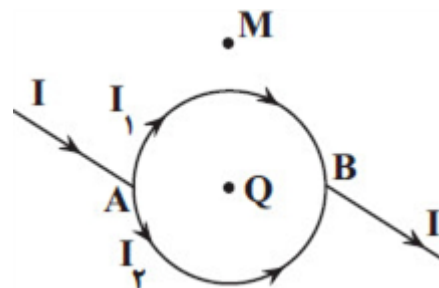
$$F_{DA} = F_{BC} = IL_{DA} B \sin \theta = 2 \times 3 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} \times 1 \Rightarrow F_{BC} = 3 \times 10^{-2} N$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از قانون دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان را به دست می‌آوریم:

نقطه M: عمده‌تاً حاصل از $I_1 \leftarrow B_M \odot$

نقطه N: عمده‌تاً حاصل از $I_2 \leftarrow B_N \otimes$

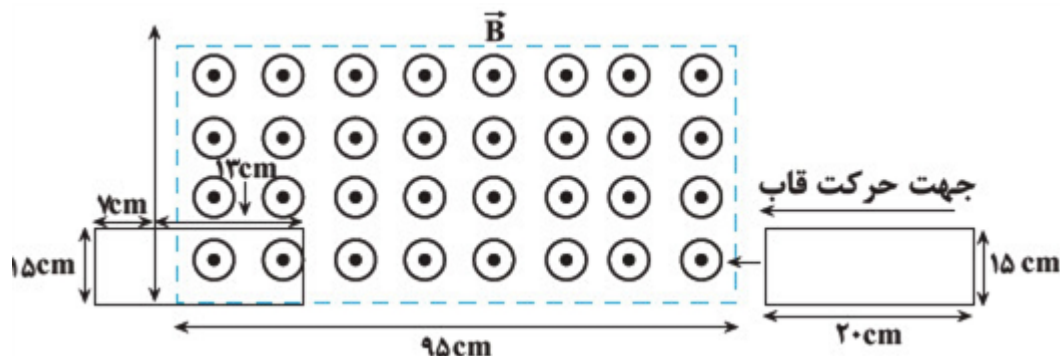
در نقطه Q میدان حاصل جمع میدان درون‌سوی حاصل از I_1 و میدان برون‌سوی حاصل از I_2 است و چون $I_1 = I_2$ و فاصله مرکز دایره از دو جریان یکسان است، این دو میدان یکدیگر را خنثی می‌کنند. پس میدان در Q برابر صفر خواهد بود.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت جابه‌جایی قاب را در مدت 6 s می‌یابیم:

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow[v=17 \frac{\text{cm}}{\text{s}}]{\Delta t=6\text{ s}} \Delta x = 17 \times 6 = 102 \text{ cm}$$

با توجه به اندازه جابه‌جایی قاب رسانا، موقعیت آن بعد از 6 s مطابق شکل زیر است:



اکنون طبق رابطه تغییر شار مغناطیسی می‌توان گفت:

$$A_2 = 15 \times 17 = 255 \text{ cm}^2 = 255 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Delta \phi = B(\Delta A) \cos \theta = B(A_2 - A_1) \cos \theta \xrightarrow[A_1=0, \theta=0, \cos(0^\circ)=1]{B=200 \text{ G}=200 \times 10^{-4} \text{ T}}$$

$$\Delta \phi = 200 \times 10^{-4} (255 \times 10^{-4} - 0) \times \cos 0^\circ = 5.1 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

در آخر با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \xrightarrow[N=1]{\Delta t=6\text{ s}} \varepsilon_{av} = -1 \times \frac{5.1 \times 10^{-5}}{6} = -8.5 \times 10^{-6} \text{ V}$$

$$\xrightarrow{v=17 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \varepsilon_{av} = -8.5 \times 10^{-6} \times 17 \mu\text{V} = |\varepsilon_{av}| = 144.5 \mu\text{V}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مساحت قاب فلزی را به دست می‌آوریم:

$$A = 10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

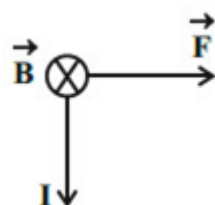
نکته: اگر زاویه بین سطح قاب و خطوط میدان مغناطیسی داده شود، زاویه θ متمم آن است. در اینجا چون سطح قاب با خطوط میدان زاویه 30° درجه می‌سازد پس $\theta = 60^\circ$ است. اکنون رابطه بار الکتریکی شارش شده از رسانا را با قانون القای فاراده ترکیب می‌کنیم. توجه کنید که بازه زمانی تغییر شار، در اینجا بی‌تأثیر است.

$$\left. \begin{aligned} \Delta q &= I \Delta t \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R}} \Delta q = \frac{\varepsilon}{R} \Delta t \\ \varepsilon &= -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta q = -\frac{NA \cos \theta}{R} \times \Delta B$$

$$\xrightarrow[N=1, A=10^{-2} \text{ m}^2, \theta=60^\circ, R=2\Omega]{\Delta B=B_2-B_1=-0.2-0.4=-0.6 \text{ T}} \Delta q = \frac{-1 \times 10^{-2} \times \cos 60^\circ}{2} \times \left(-\frac{6}{100} \right)$$

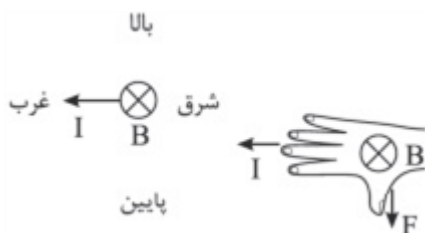
$$\Rightarrow \Delta q = \frac{10^{-2}}{2} \times \frac{6}{100} = \frac{6}{2} \times 10^{-4} \text{ C} = \frac{3}{1} \mu\text{C} = 3 \mu\text{C}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون دست راست، گزینه ی «۴» جواب صحیح خواهد بود.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

میدان مغناطیسی زمین به سمت شمال (درونسو) است. ابتدا جهت های گفته شده در سؤال را در نقشه ساده ای مطابق شکل کشیده و با توجه به قاعده ی دست راست جهت نیرو را به دست می آوریم:



بنابراین جهت نیروی F به سمت پایین است:

$$F = I l B \sin \alpha \Rightarrow F = 16 \times 15 \times 0.4 \times 10^{-3} = 9.6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط مورد پ درست است. موارد را به ترتیب بررسی می کنیم:

در شکل های الف و ب) آهنربا دور می شود در نتیجه میدان و شار عبوری از حلقه کاهش می یابد، پس جهت جریان القایی باید طوری باشد که با دور شدن آهنربا مخالفت کند.

پس در مورد الف باید جهت جریان رو به بالا و در مورد ب باید جهت عبوری از مقاومت R به سمت چپ باشد.

پ) حلقه با دور شدن از سیم در میدان ضعیف تری قرار می گیرد و شار عبوری از آن کاهش می یابد پس طبق قانون لنز باید جهت میدان حاصل از سیم و حلقه در مرکز آن یکی باشد یعنی میدان القایی حلقه درون سو و جهت جریان القایی ساعتگرد است.

ت) در این مورد نیز طبق قانون لنز و با توجه به اینکه آهنربا به حلقه نزدیک می شود و میدان عبوری از حلقه افزایش می یابد برای اینکه با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند جهت جریان القایی باید به صورت پادساعتگرد رسم شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 8 \times 10^{-4} \times 10^6}{157 \times 10^{-3}} = 6/4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت های «ب»، «ج» و «د» صحیح هستند و تنها عبارت «الف» نادرست است، زیرا منشأ خاصیت

مغناطیسی اتم علاوه بر چرخیدن الکترون به دور هسته، چرخیدن الکترون به دور خودش نیز هست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک رابطه‌ی بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله، جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$B = \mu \cdot \frac{N}{l} I \xrightarrow[l=4 \times 10^{-1} \text{ m}]{B=4 \times 10^{-2} \text{ T}, N=400} 4/8 \times 10^{-2} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{4 \times 10^2}{4 \times 10^{-1}} \times I$$

$$\Rightarrow 4/8 \times 10^{-2} = 12 \times 10^{-7} \times 10^2 \times I \Rightarrow I = \frac{4/8 \times 10^{-2}}{12 \times 10^{-5}} = 4 \text{ A}$$

به کمک رابطه‌ی $I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r}$ نیروی محرکه‌ی باتری را به دست می‌آوریم:

دقت کنید: چون توان مفید باتری بیشینه است، بنابراین $R_{\text{eq}} = r$ می‌باشد.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} \xrightarrow{R_{\text{eq}}=r=3\Omega} 4 = \frac{\varepsilon}{3+3} \Rightarrow \varepsilon = 24 \text{ V}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه ذره‌ی ما پروتون است از قاعده‌ی دست راست استفاده می‌کنیم.

چهار انگشت در جهت V

خم شدن انگشتان جهت B

انگشت شصت جهت F

با بررسی سؤال هر دو مورد داده شده درونسو هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. میدان حاصل از سیملوله‌ی بدون هسته برابر است با:

$$B_{\text{بدون هسته}} = \frac{\mu \cdot NI}{L} \Rightarrow B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 250 \times 0/4}{0/1} = 12 \times 10^{-4} \text{ T} = 12 \text{ G}$$

$$B > 12 \text{ G}$$

سیملوله‌ای که دارای هسته‌ی آهنی باشد، میدان قوی‌تری خواهد داشت:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\vec{L} = (-4 - 3)\vec{i} + (2 - (-5))\vec{j} = -7\vec{i} + 7\vec{j} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{7}{-7} = -1$$

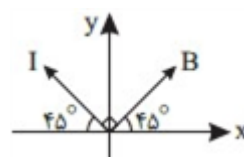
$$L = \sqrt{(-7)^2 + 7^2} = 7\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{14}\vec{i} + \frac{1}{14}\vec{j} \Rightarrow \tan \beta = \frac{1/14}{1/14} = 1 \text{ و } B = \sqrt{\left(\frac{1}{14}\right)^2 + \left(\frac{1}{14}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{14} \text{ T}$$

$$\tan \alpha \times \tan \beta = -1$$

راستای سیم بر راستای میدان مغناطیسی عمود است.

$$F = BIL \sin \alpha \Rightarrow F = \frac{\sqrt{2}}{14} \times 4 \times 7\sqrt{2} \sin 90^\circ = 4 \text{ N}$$



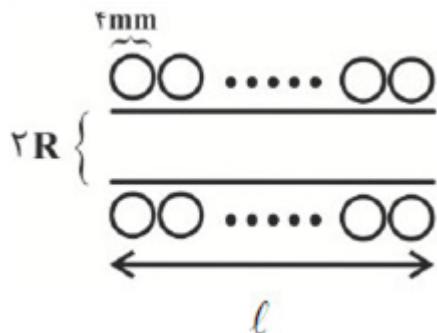
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شعاع حلقه‌های سیملوله برابر است با:

$$A = \pi R^2 \Rightarrow 4\pi \times 10^{-4} = \pi R^2 \Rightarrow R = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

طول سیم برابر با تعداد حلقه‌ها ضرب در محیط هر حلقه است:

$$L = N \times 2\pi R \Rightarrow 12 = N \times 2\pi \times 2 \times 10^{-2} \Rightarrow N = \frac{300}{\pi}$$

طول سیملوله برابر است با قطر سیم سازنده آن ضرب در تعداد حلقه‌ها:



$$L = N \times 2r$$

$$L = \mu \cdot \frac{AN^2}{N \times 2r} = \mu \cdot \frac{AN}{2r}$$

حال با توجه به رابطه ضریب القاوری یک القاگر، داریم:

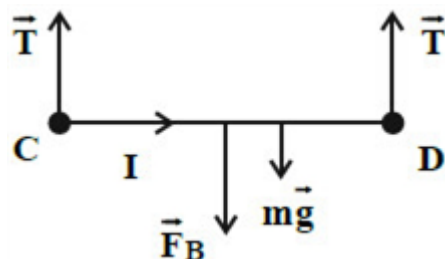
$$\Rightarrow L = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{4\pi \times 10^{-4} \times \frac{300}{\pi}}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow L = 1/2\pi \times 10^{-5} \text{ H} = 1/2\pi \times 10^{-2} \text{ mH}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نحوه قرارگیری باتری در مدار، جهت جریان در سیم از C به D می‌باشد و طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم از طرف میدان مغناطیسی به سمت پایین است. نیروهای وارد بر سیم در شکل مقابل رسم شده‌اند:

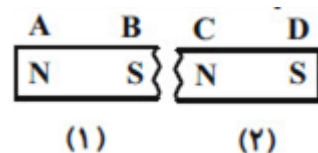
چون سیم در حال تعادل است، جمع جبری نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است. داریم:

$$2T - mg - F_B = 0 \Rightarrow 2T = mg + ILB \Rightarrow 2T = 80 \times 10^{-3} \times 10 + 1 \times 1 \times 4 \times 10^{-3} \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow T = 0.6 \text{ N}$$



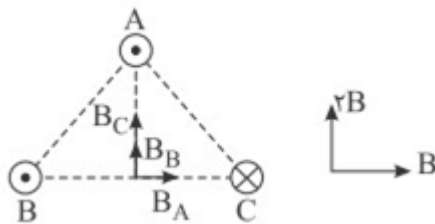
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که با شکستن آهنربا، قطعات شکسته هم به صورت یک آهنربا، با دو قطب N و S خواهند بود.



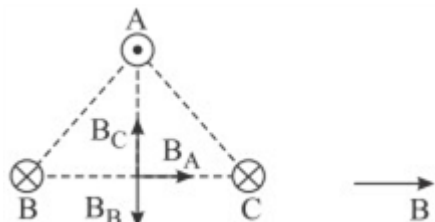
حال اگر آهنربای ۱ را توسط نخ آویزان کنیم، قطب N آن (A) به سمت شمال جغرافیایی و قطب S آن (B) به سمت جنوب جغرافیایی قرار می‌گیرد. به طریق مشابه، اگر آهنربای ۲ را آویزان کنیم، قطب N آن (C) به سمت شمال جغرافیایی و قطب S آن (D) به سمت جنوب جغرافیایی قرار می‌گیرد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

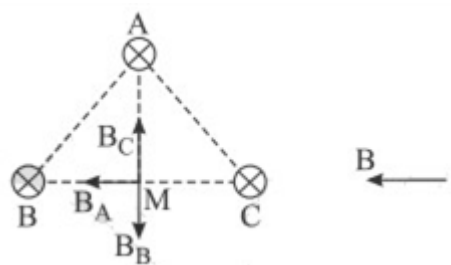
گزینه‌ی (۱): با توجه به قاعده‌ی دست راست داریم:



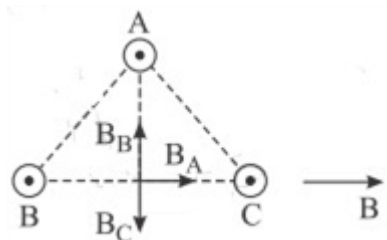
گزینه‌ی (۲):



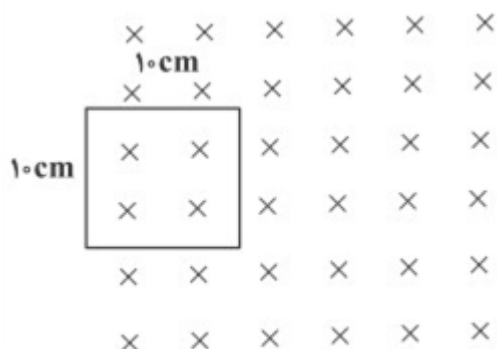
گزینه‌ی (۳):



گزینه‌ی (۴):



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل زیر و با استفاده از قانون فاراده داریم:



$$|\bar{\epsilon}| = Bvl$$

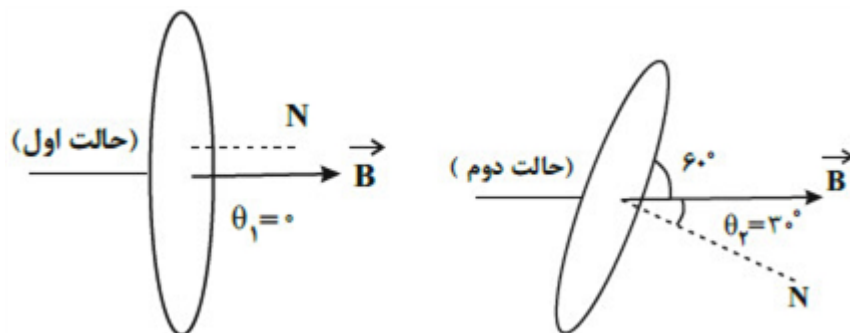
$$\Rightarrow |\bar{\epsilon}| = 0.5 \times 2 \times 10^{-2} \times 0.1 \Rightarrow |\bar{\epsilon}| = 10^{-3} \text{ V} \Rightarrow |\bar{\epsilon}| = 1 \text{ mV}$$

$$|\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \frac{\Delta \Phi}{\Delta T} = 10^{-3} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای محاسبه جریان القایی متوسط ایجاد شده در حلقه باید از رابطه‌ی $\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R}$ استفاده کنیم.

بنابراین، ابتدا نیروی محرکه القایی متوسط را می‌یابیم. به همین منظور با استفاده از رابطه‌ی $\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ و با توجه به این که در این سؤال $\Delta\Phi = BA (\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$ است، به صورت زیر نیروی محرکه القایی متوسط را پیدا می‌کنیم. دقت کنید در حالت اول $\theta_1 = 0^\circ$ و در حالت دوم $\theta_2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ است. (θ) ، زاویه بین خطوط میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه است.



$$\Delta\Phi = BA (\cos\theta_2 - \cos\theta_1) \xrightarrow{B=0.1T, A=2m^2, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 0^\circ = 1}$$

$$\Delta\Phi = 0.1 \times 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) \Rightarrow \Delta\Phi = -0.06 \text{ Wb}$$

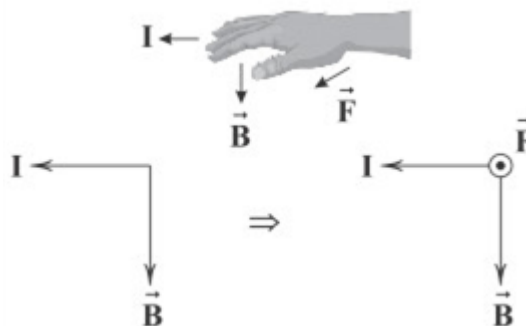
$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{-0.06}{0.5} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = 0.12 \text{ V}$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \xrightarrow{R=12\Omega} \bar{I} = \frac{0.12}{12} = 0.01 \text{ A} \xrightarrow{A=1000 \text{ mA}} \bar{I} = 10 \text{ mA}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به آن که جریان سیم در راستای بردار $\vec{i}$ است، مؤلفه‌ی $\vec{i}$ میدان مغناطیسی اهمیتی ندارد و فقط مؤلفه‌ی $\vec{j}$ میدان باعث وارد شدن نیرو به سیم می‌شود.

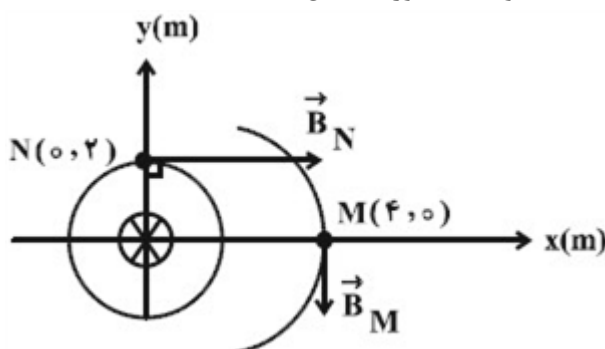
$$\begin{cases} |B_y| = 0.12 \text{ T} \\ I = 5 \text{ A} \Rightarrow F = |B_y| Il = 0.12 \times 5 \times 1 = 0.6 \text{ N} \\ l = 1 \text{ m} \end{cases}$$

در مورد جهت نیرو هم با استفاده از قاعده‌ی دست راست داریم:



۶۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. خطوط میدان اطراف سیم راست و طویل حامل جریان، به صورت دایره‌هایی هم‌مرکز با مرکزیت سیم می‌باشد. راستای میدان در هر نقطه بر دایره مماس است و جهت آن با قاعده‌ی دست راست تعیین می‌شود. اگر انگشت شست دست راست در جهت جریان قرار گیرد، چرخش چهار انگشت، جهت میدان را نشان می‌دهد. هر چه از سیم دور شویم، اندازه‌ی میدان کوچک‌تر می‌شود. پس سیم حامل جریان درون سو است و باید در مبدأ مختصات بر صفحه عمود باشد تا میدان حاصل از آن در نقاط M و N به صورت مقابل باشد.



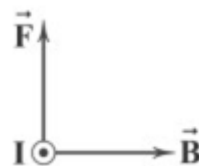
۶۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با بستن کلید K جریان گذرنده از سیم AB از A به B است. با توجه به جهت میدان مغناطیسی آهنربا و با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم AB ($\vec{F}$) به سمت بالا است. طبق قانون سوم نیوتون، سیم به آهنربا نیروی واکنش ($F' = -F$) را به پایین وارد کرده و باعث می‌شود، عدد ترازو افزایش یابد:

$$F = IlB \sin \alpha \Rightarrow F = 2 \times 0.4 \times 2/5 \times \sin 90^\circ = 2 \text{ N}$$

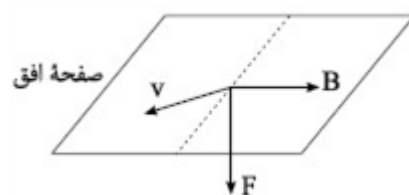
بنابراین:

$$\text{عدد جدید ترازو} = F' + W_{\text{آهنربا}} \Rightarrow \text{عدد جدید ترازو} = 2 + 5 = 7 \text{ N}$$



۶۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قاعده‌ی دست راست چهار انگشت در جهت v و کف دست جهت B قرار داده می‌شود تا شست دست راست جهت F را نشان دهد. توجه داشته باشد، چون بار ذره منفی است، باید جهت نیروی به دست آمده را برعکس کرد.



۶۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مسیر حرکت ذره با افق زاویه 30° می‌سازد در حالی که بر میدان مغناطیسی عمود است.

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow F = qvB \sin 90^\circ = ma$$

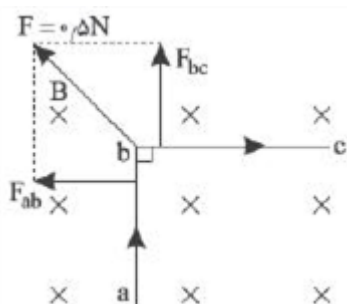
$$\Rightarrow 2 \times 10^{-5} \times 7500 \times 0.1 = 5 \times 10^{-4} \times a \Rightarrow a = \frac{1500 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow a = 30 \frac{m}{s^2}$$

۶۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نیروی F همواره بر v و B عمود است.

برای این که نیروی خالص در ربع دوم صفحه XY باشد باید F_{ab} به طرف چپ، F_{bc} رو به بالا باشد، بنابراین جریان از a به b به c است.



نیروی خالص برآیند این دو نیرو است.

$$F^x = F_{ab}^x + F_{bc}^x \quad (1)$$

$$\begin{cases} F_{ab} = IL_{ab}B \\ F_{bc} = IL_{bc}B \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{ab}}{F_{bc}} = \frac{L_{ab}}{L_{bc}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} F_{ab} = 0.3N \\ F_{bc} = 0.4N \end{cases}$$

$$F_{ab} = IL_{ab}B \Rightarrow \frac{0.3}{10} = I \times \frac{12}{100} \times \frac{1}{4} \Rightarrow I = 10A$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تغییر شار مغناطیسی گذرنده از پیچیه مسطح برابر است با:

$$\Delta\Phi = A \cos\theta \Delta B \Rightarrow \Delta\Phi = \pi R^2 \times \cos 0^\circ \times (0.5 - 0.3)$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = 3 \times (0.1)^2 \times 1 \times 0.2 = 6 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در مدت 0.3 ثانیه برابر است با:

$$|\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow |\bar{\epsilon}| = \left| -50 \times \frac{6 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-1}} \right| = 10$$

برای محاسبه‌ی جریان القایی متوسط در این پیچیه می‌توان نوشت:

$$\bar{I} = \frac{|\bar{\epsilon}|}{R} \Rightarrow \bar{I} = \frac{10}{4} = 2.5A$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 4\pi \times 10^{-7} \sqrt{\left(\frac{20}{5 \times 10^{-7}}\right)^2 + \left(\frac{18}{6 \times 10^{-8}}\right)^2}$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \sqrt{100^2 + 300^2} = 4\pi \times 10^{-7} T = 2\pi G$$

۷۱) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا از قانون القای فارادی شروع می‌کنیم:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta (BA \cos \theta)}{\Delta t} = -NA \cos \theta = \frac{\Delta B}{\Delta t} = -1 \times \pi r^2 \times \cos \theta \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$= -3 \times 0.1^2 \times \frac{\Delta B}{\Delta t} = -0.03 \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

عبارت $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در $0/1$ ثانیه‌ی اول برابر $+5$ در $\frac{+0.5}{0.1}$ ثانیه میانی برابر صفر و در $0/1$ ثانیه نهایی برابر

$$\varepsilon = \begin{cases} -0.03 \times +5 = -0.15 & \text{در } 0/1 \text{ ثانیه اول} \\ -0.03 \times 0 = 0 & \text{در } 0/1 \text{ ثانیه دوم} \\ -0.03 \times -5 = +0.15 & \text{در } 0/1 \text{ ثانیه آخر} \end{cases}$$

$-5 = -\frac{0.5}{0.1}$ است. پس:

۷۲) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق قانون سوم نیوتن همان مقدار نیرو به سیم ۱ وارد می‌شود و چون جریان‌ها هم‌جهت است نیروی

جاذبه داریم و سیم ۱ به سمت راست کشیده می‌شود.

۷۳) گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$F = qvB \sin \theta \Rightarrow 9/6 \times 10^{-14} = 1/6 \times 10^{-19} \times v \times 3 \times 10^{-2} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow v = 6 \times 10^5 \frac{m}{s} = 6 \times 10^5 \frac{km}{s}$$

۷۴) گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$I = \frac{N}{R} \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{100} \times 100 \pi \sin 100 \pi t$$

$I_{\max} = \pi$

۷۵) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$B = 2\pi \times 10^{-7} \frac{NI}{R} \rightarrow 2/4 \times 10^{-3} = 2 \times 3/14 \times 10^{-7} \times \frac{40 \times I}{3/14 \times 10^{-2}} \rightarrow I = 2A$$

۷۶) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) نشان‌دهنده اثر سطح تماس می‌باشد.

ت) نشان‌دهنده اثر ماهیت واکنش‌دهنده می‌باشد.

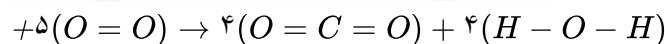
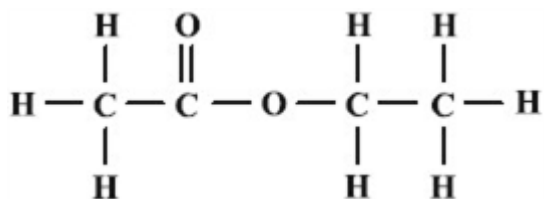
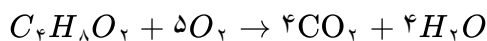
۷۷) گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ذره‌های سازنده‌ی یک ماده در سه حالت فیزیکی یکسان بوده و پیوسته در جنب‌وجوش هستند. اما

میزان جنبش‌های نامنظم ذره‌ها در حالت گاز شدیدتر از مایع و آن هم شدیدتر از حالت جامد است.

۷۸) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. این مونومرها به ترتیب سیانواتن، پروپن و تترافلوئورواتن می‌باشند. از پلی‌سیانواتن در تهیه پتو، از

پلی پروپن در تهیه سرنگ و از پلی تترافلوئورواتن (تفلون) در تهیه نخ دندان، پوشش کف اتو و ظروف نجسب استفاده می‌شود.

(۱) در مرحله اول ΔH واکنش سوختن را حساب می‌کنیم:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [^4\Delta H_{C-H} + ^2\Delta H_{C-C} + ^2\Delta H_{C-O} + ^5\Delta H_{O=O}] - [^4\Delta H_{C=O} + ^8\Delta H_{O-H}]$$

$$= [(8 \times 415) + (2 \times 348) + (2 \times 357) + (5 \times 495)] - [(4 \times 799) + (8 \times 463)]$$

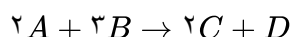
$$= 7205 - 9297 = -2092 \text{ kJ}$$

(۲) درصد خلوص اتیل استات P را به دست می‌آوریم، از ۱۰۰ کم می‌کنیم تا درصد ناخالصی به دست بیاید:

$$18 / ^4g C_4H_8O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_8O_2}{88g C_4H_8O_2} \times \frac{2092 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_4H_8O_2} \times \frac{P}{100} = 418 / ^4 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow P \simeq 95 / ^2\% \Rightarrow 100 - P = 4 / ^8\% \text{ درصد ناخالصی}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه داده شده، معادله موازنه شده واکنش را محاسبه می‌کنیم:



حال با توجه به داده‌های صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_D = 0 / ^6 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \text{ : مقدار مول D تولید شده}$$

$$\Rightarrow \Delta n(D) = 0 / ^6 \times 0 / ^5 \times 5 = 1 / ^5 \text{ mol}$$

$$\text{مقدار مول مصرف شده از واکنش‌دهنده‌ها : } 1 / ^5 \text{ mol } D \times \frac{5 \text{ mol } (A, B)}{1 \text{ mol } D} = 7 / ^5 \text{ mol } (A, B)$$

$$\text{مقدار مول C تولید شده : } 1 / ^5 \text{ mol } D \times \frac{2 \text{ mol } C}{1 \text{ mol } D} = 2 \text{ mol } C$$

$$\Rightarrow \text{مقدار مول نهایی گازها : } 9 / ^5 - 7 / ^5 + 1 / ^5 + 3 = 6 / ^5 \text{ mol}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پیشرفت دانش و فناوری موجب شده است که تولید فراورده‌های کشاورزی و دامی افزایش یابد و غذا به

روش صنعتی تولید شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

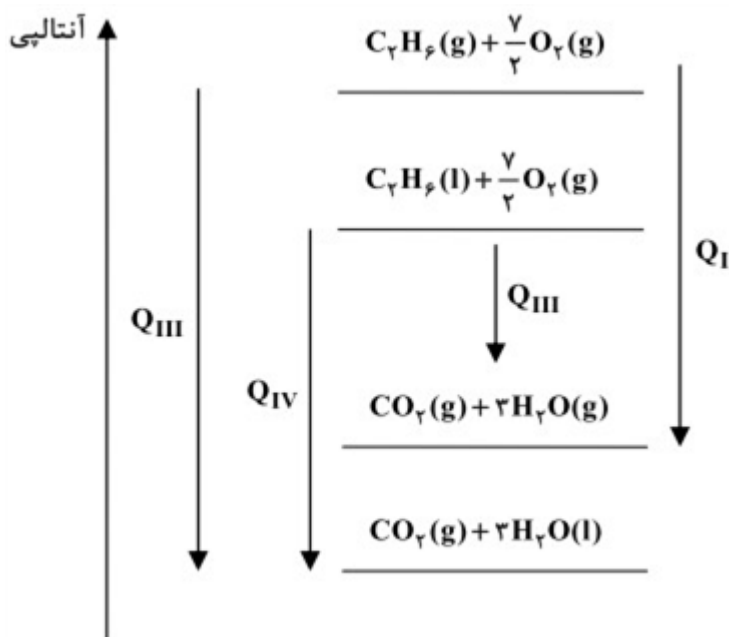
عبارت اول نادرست است. دما معیاری برای توصیف میانگین تندی ذرات اجسام است هر چه دما بیشتر باشد میانگین انرژی جنبشی بیشتر است.

عبارت دوم نادرست است. دما کمیتی که میزان گرمی و سردی مواد را نشان می‌دهد. پس ظرف A گرم‌تر است.

عبارت سوم نادرست است. انرژی گرمایی با دو عامل دما و مقدار ماده رابطه مستقیم دارد. با وجود این که دمای ظرف A اندکی از ظرف B بیشتر است، اما چون مقدار ماده ظرف B خیلی بیشتر از ظرف A است (۲۰ برابر) بنابراین در مجموع انرژی گرمایی ظرف B بیشتر از ظرف A است.

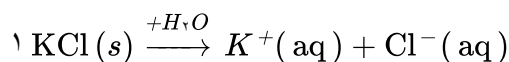
عبارت چهارم درست است. اختلاط محتویات دو ظرف باعث کاهش دمای محتویات ظرف A و رسیدن به دمای تعادل می‌شود که باعث می‌شود، میانگین تندی مولکول‌ها کاهش یابد.

با توجه به نمودار، اختلاف سطح انرژی $C_2H_6(g)$ و $C_2H_6(l)$ کمتر از اختلاف سطح انرژی $H_2O(g)$ و $H_2O(l)$ است، چون نیروهای جاذبه‌ی بین مولکولی آب (پیوند هیدروژنی) قوی‌تر از نیروهای جاذبه وان‌دروالسی میان مولکول‌های C_2H_6 است. پس $Q_{IV} > Q_I$ خواهد بود.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ماده جامد حل شده در آب KCl است که منجر به تولید یون K^+ در آب می‌شود.

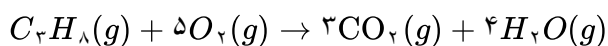
$$\text{ppm}_{K^+} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 390 = \frac{m_{K^+}}{100 \times 10} \times 10^6 \Rightarrow m_{K^+} = 39g$$



$$? \text{ mol } O_2 = 39g K^+ \times \frac{1 \text{ mol } K^+}{39g K^+} \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } K^+} = 1/5 \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta [O_2]}{\Delta t} = \frac{\frac{1/5}{5}}{150s \times \frac{1 \text{ min}}{60s}} = \frac{0/6}{5} = 0/12 \frac{\text{mol}}{L \cdot \text{min}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



مقدار مول باقی مانده پروپان را محاسبه می‌کنیم.

$$33g C_7H_8 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_8}{98g C_7H_8} = 0.337 \text{ mol } C_7H_8 \text{ (باقی مانده)}$$

$$3/5 - 0.337 = 0.274 \text{ mol } C_7H_8 \text{ (مصرف‌کننده)}$$

$$\bar{R}_{C_7H_8} = \frac{0.274 \text{ mol}}{10s} = 0.0274 \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

$$? \text{ mol } H_2O = 0.274 \text{ mol } C_7H_8 \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_7H_8} = 1.096 \text{ mol } H_2O$$

$$\bar{R}_{H_2O} = \frac{1.096 \text{ mol}}{10s} = 0.1096 \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

$$0.337 = \frac{0.337 \text{ mol}}{x} \Rightarrow x \approx 0.337s$$

محاسبه زمان سوختن باقی مانده پروپان:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد آ و پ صحیح هستند. بررسی موارد:

$$\Delta H = (391 \times 2) - (391 \times 3) = -391 \text{ kJ}$$

مورد آ:

مورد ب: ابتدا ΔH واکنش زیر را به دست می‌آوریم و در نهایت آن را در $\frac{3}{4}$ ضرب می‌کنیم:



$$\Delta H = (472 \times 4) - (472 \times 2) = 944 \text{ kJ} \Rightarrow \frac{3}{4} CF_4(g) \rightarrow \frac{3}{4} CF_2(g) + \frac{3}{2} F(g)$$

$$\Delta H = 944 \times \frac{3}{4} = 708 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = [945 + (2 \times 436)] - [163 - (4 \times 391)] = 90 \text{ kJ} \quad \text{مورد پ:}$$

$$\Delta H = [(4 \times 415) + (2 \times 495)] - [(2 \times 799) + (4 \times 463)] = -800 \text{ kJ} \quad \text{مورد ت:}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

مورد دوم: می‌تواند گرماگیر هم باشد.

مورد سوم: می‌تواند گرماده هم باشد.

مورد چهارم: وقتی پیوندی شکسته می‌شود، گرماگیر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

الف) نقطه جوش بالاتر $C_4H_8O_2$

ب) $C_4H_8O_2$

ت) $C_4H_8O_2$

پ) $C_4H_8O_2$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۹

ΔH واکنش: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ برابر -92kJ می باشد. با توجه به قانون هس، ΔH واکنش:

$N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g)$ برابر $+91\text{kJ}$ می باشد پس می توان نوشت:

$$?kJ = 680\text{gNH}_3 \times \frac{1\text{molNH}_3}{17\text{gNH}_3} \times \frac{92\text{kJ}}{2\text{molNH}_3} = 1840\text{kJ}$$

$$?gN_2H_4 = 1840\text{kJ} \times \frac{1\text{molN}_2H_4}{91\text{kJ}} \times \frac{32\text{gN}_2H_4}{1\text{molN}_2H_4} \approx 647\text{gN}_2H_4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یک نمونه ماده با مقدار آن در دما و فشار معین توصیف می شود. در نتیجه باید فشار نیز باید ذکر گردد، به عنوان نمونه ۲۰۰ گرم اتانول در دما و فشار اتاق، یک نمونه ماده محسوب می شود. ۹۰

واکنش: $2O_3 \rightarrow 3O_2$ گرماگیر است و در نتیجه اوزون نسبت به اکسیژن سطح انرژی بیشتر و پایداری کمتری دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت (آ) و (ت) نادرست هستند. بررسی عبارت های نادرست: ۹۱

(آ) تمامی فلزات به یک اندازه و به یک شدت واکنش نمی دهند.

(ت) نگه دارنده ها در مواد غذایی باعث کاهش سرعت واکنش می شوند و کاتالیزورها باعث افزایش سرعت واکنش می شوند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۲

گزینه ۱: انفجار واکنش بسیار سریعی است.

گزینه ۲: رسوب سفیدرنگ نقره کلرید، سریع تشکیل می شود.

گزینه ۴: واکنش تجزیه سلولز کاغذ بسیار کند است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت های اول و دوم درست هستند. بررسی عبارت های نادرست: ۹۳

عبارت سوم: برای تولید یک مول گاز اوزون از گاز اکسیژن، آنتالپی به اندازه 143kJ افزایش می یابد؛ بنابراین محتوای انرژی اوزون از اکسیژن بالاتر و در نتیجه ناپایدارتر از اکسیژن است.

عبارت چهارم: داد و ستد انرژی در واکنش ها به طور عمده به شکل گرما ظاهر می شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت های پ و ت درست هستند. بررسی عبارت های نادرست: ۹۴

عبارت آ: با توجه به تفاوت سطح انرژی، نمودار ۲ مربوط به گوارش و سوخت و ساز شیر است. در این نمودار C همان شیر با دمای 37°C و D فراورده ها هستند.

عبارت ب: با توجه به تفاوت سطح انرژی، نمودار ۱ مربوط به هم شدن شیر داغ با بدن است. در این نمودار A شیر داغ و B شیر با دمای 37°C است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انرژی گرمایی یک نمونه ماده، کمیتی است که هم به دما و هم به جرم ماده بستگی دارد. ۹۵

بررسی گزینه ۳: روغن و چربی از جمله ترکیب های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر چه سطح انرژی واکنش دهنده ها بالاتر و هر چه سطح انرژی فراورده ها پایین تر باشد، مقدار گرمای آزاد شده بیشتر است. ۹۶

از آن جا که سطح انرژی $O_2(g)$ بالاتر از $O_2(l)$ و سطح انرژی $H_2O(l)$ پایین تر از $H_2O(g)$ است، در واکنش گزینه ی (۲) گرمای بیشتری آزاد می شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۷

- درست
- درست

- درست - پلیمرها درشت مولکول هستند و در ساختار خود وارد تکرارشونده دارند.
- نادرست - خواص فیزیکی و شیمیایی درشت مولکول‌های مختلف متفاوت است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به جز عبارت آخر، سایر عبارات‌ها درست هستند. ۹۸
«داغی یا خنکی نوشیدنی» و «سردی یا گرمی هوا» نشانه‌ای از تفاوت میان دمای آن‌ها است.

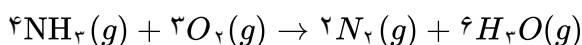
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۹

- بوی بادام به علت وجود بنزالدهید است. در دارچین نیز یک آلدئید آروماتیک وجود دارد.
- بوی میخک به علت وجود ۲ - هپتانول می‌باشد که یک کتون است. در زردچوبه نیز یک کتون وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چهره‌ی آشکار ردپای غذا این است که حدود ۳۰ درصد غذایی که در جهان فراهم می‌شود به مصرف نمی‌رسد و به زباله تبدیل می‌شود. این در حالی است که آمارها نشان می‌دهد که به ازای هر هفت نفر در جهان، یک نفر گرسنه است. چهره‌ی پنهان این ردپا شامل همه‌ی منابعی است که در تهیه‌ی غذا، از آغاز تا سر سفره، سهم داشته‌اند و چهره‌ی پنهان دیگر این ردپا، تولید گازهای گلخانه‌ای به ویژه کربن دی‌اکسید است. ۱۰۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در انفجار مقدار کمی از ماده‌ی منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌کند. ۱۰۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی واکنش هدف به صورت زیر است: ۱۰۲



برای رسیدن به این واکنش، باید ضرایب واکنش (I) را در ۲ ضرب، ضرایب واکنش (II) را در ۳ ضرب، واکنش (III) را معکوس و ضرایب آن را در ۶ ضرب کنیم.

سپس هر سه واکنش را با هم جمع کنیم. ΔH واکنش هدف برابر خواهد بود با:

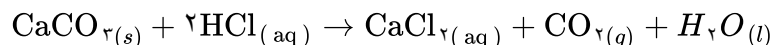
$$\Delta H = 2\Delta H_I + 3\Delta H_{II} - 6\Delta H_{III}$$

$$= 2(-867) + 3(-490) + (-6(-324)) = (-1734) + (-1470) + (1944) = -1260 \text{ kJ}$$

ΔH به دست آمده مربوط به سوختن ۴ مول آمونیاک است. در صورتی که یک مول آمونیاک در واکنش سوختن شرکت کند،

$$\text{گرمای آزاد شده برابر } 315 = \frac{1260}{4} \text{ کیلوژول خواهد بود.}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۳



از آنجایی که تنها فرآورده‌های گازی CO_2 است و از ظرف واکنش خارج می‌شود پس کاهش جرم در واقع مقدار CO_2 تولید شده در یک بازه‌ی زمانی را مشخص می‌کند.

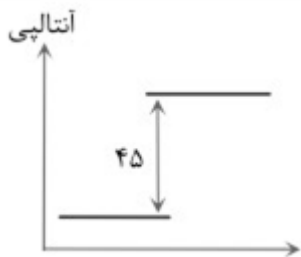
$$\Delta n = 99/846 - 99/780 = 0/066 \text{ gCO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ gCO}_2} = 0/0015 \text{ mol CO}_2$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{0/0015}{20 - 10} = 0/00015 \rightarrow \frac{R_{\text{CO}_2}}{1} = \frac{R_{\text{HCl}}}{2}$$

$$\Rightarrow R_{\text{HCl}} = 3/0 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{s}} = 3 \times 36/5 \times 10^{-4} = 0/011 = 1/1 \times 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

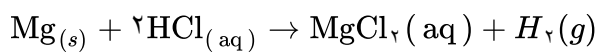
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۴

$$\Delta H = [N_2 + O_2] - [2(NO)] = 225 + 120 - 300 = +45$$



واکنش گرماگیر است پس شکل آن به صورت روبه‌رو است.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۵



$$24 \text{ gr Mg} \times \frac{92.5 J}{48 \text{ gr Mg}} = 46.250 J = 46.25 / 1000 \text{ kJ}$$

