

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + \sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{3x + \sqrt{x} + 2})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(3\sqrt{x} + 4)}{4(\sqrt{x} - 1)} = \frac{7}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $y = [\sqrt{x}]$ در نقاطی که $\sqrt{x}$ مقدار صحیح به خود بگیرد، ناپیوسته است که در بازه $(1, 2.5)$ این نقاط $x = 4$ ، $x = 9$ و $x = 16$ هستند. تابع f فقط در $x = 9$ و $x = 16$ ناپیوسته است. یعنی در $x = 4$ پیوسته است و این زمانی رخ می‌دهد که $x = 4$ ریشه عبارت $x - 3a$ باشد.

$$\Rightarrow 4 - 3a = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{|2 + a| + 4}{2 + 3} = \frac{|a + 2| + 4}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{|a + 2| + 8}{2 + 6} = \frac{|a + 2| + 8}{8}$$

باید حد چپ و راست در $x = 2$ برابر باشند. فرض می‌کنیم $|a + 2| = u$ پس:

$$\frac{u + 4}{5} = \frac{u + 8}{8} \Rightarrow 8u + 32 = 5u + 40$$

$$\Rightarrow 3u = 8 \Rightarrow u = \frac{8}{3} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2 = \frac{8}{3} \\ a_2 + 2 = -\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow a_1 + a_2 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = -4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به مقادیر حاصل حد در گزینه‌ها و همچنین اینکه مقدار عبارت مخرج کسر موردنظر به ازای

$x = 1$ صفر است، نتیجه می‌گیریم که حد موردنظر، مبهم $\frac{0}{0}$ است، یعنی مقدار عبارت صورت نیز به ازای $x = 1$ باید صفر

$$\Rightarrow \sqrt{f(1)} - 2 = 0 \Rightarrow f(1) = 4 \Rightarrow (1, 4) \in f$$

باشد.

پس تابع خطی f از نقاط $(-1, 2)$ و $(1, 4)$ می‌گذرد.

$$\text{شیب خط: } m = \frac{4 - 2}{1 - (-1)} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y - 2 = 1(x + 1) \Rightarrow f(x) = x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} \quad \text{حال حاصل حد را می‌یابیم:}$$

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج عبارت صورت داریم:

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} \right) \left(\frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x^2 - 1)(\sqrt{x+3} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x + 1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در نقطه‌ی $x = 1$ x مخرج باید صفر باشد.

$$x^2 - mx + 4 = 0 \Rightarrow 1 - m + 4 = 0 \Rightarrow m = 5$$

حال از هوییتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{1}{\sqrt{x+3}}}{2x - 5} = \frac{2 - \frac{1}{4}}{-3} = \frac{-7}{12} = \frac{7}{a} \Rightarrow a = -12 \Rightarrow a + m = -7$$

۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از قاعده هوییتال استفاده می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\pi(1 + \tan^2 \pi x)}{1 + \frac{-2}{\sqrt{-2x}}} = \frac{\pi}{1 - \frac{1}{2}} = 2\pi$$

۷

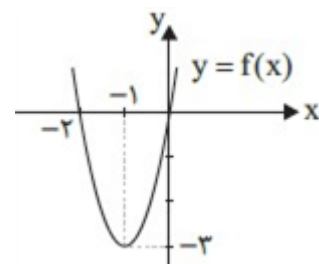
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{f(x)}{x^2 - 4}$ در صورتی موجود است که -2 ریشه‌ی صورت هم باشد، پس معادله‌ی سهمی را می‌توانیم بنویسیم:

$$f(x) = ax(x + 2) \xrightarrow{(-1, -3) \in f} -3 = a(-1)(1) \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = 3x(x + 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{3x(x + 2)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{3x(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x}{x - 2} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$



۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با فرض $k \in \mathbb{Z}$ داریم:

$$f(x) = -(x - 2)^2 + k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} [-3(x - 2)^2] + 3k = -1 + 3k$$

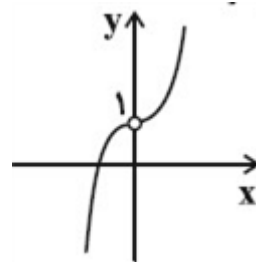
$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x)] + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 11 \Rightarrow -1 + 3k + k = 11 \Rightarrow k = 3$$

۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع f بدون در نظر گرفتن $f(0) = m$ به صورت زیر می‌شود:

روشن است که با نزدیک شدن مقدار x به $x = 0$ (از دو طرف)، مقدار $f(x)$ به عدد ۱ نزدیک می‌شود. لذا مقدار تابع در نقطه‌ی $x = 0$ ، هر چه باشد، تأثیری در موجود بودن حد تابع $f(x)$ در این نقطه ندارد. در نتیجه $f(0) = m$ ، هر مقدار دلخواهی را می‌تواند اختیار کند.



۱۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع f در $x = 1$ حد دارد. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \sqrt[3]{1-1} = 0 \Rightarrow$

دقت کنید که اگر فرجه‌ی رادیکال، عددی زوج بود، آن‌گاه باید وجود حد راست و چپ بررسی می‌شد.

۱۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Rightarrow \frac{2a+2}{4-2} = \frac{2a+2}{4-1} \Rightarrow a = -1$$

$$f(1) = \frac{a+2}{2-1} = 1$$

۱۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n-2 < 1 < 2n+3 \Rightarrow \begin{cases} n-2 < 1 \Rightarrow n < 3 \\ 1 < 2n+3 \Rightarrow 2n > -2 \Rightarrow n > -1 \end{cases} \Rightarrow -1 < n < 3$$

۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x} = 1+a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} bx + 11 = b + 11$$

$$f(1) = 3$$

شرط پیوستگی:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow \begin{cases} 1+a=3 \Rightarrow a=2 \\ b+11=3 \Rightarrow b=-8 \end{cases} \Rightarrow a+b=2-8=-6$$

۱۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 2x + a = 2 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} bx - 11 = b - 11$$

$$f(1) = 7$$

شرط پیوستگی:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow \begin{cases} 2+a=7 \Rightarrow a=5 \\ b-11=7 \Rightarrow b=18 \end{cases} \Rightarrow 2a+b=10+18=28$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} x^2 + ax = 9 + 3a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} bx - 3 = 3b - 3$$

$$f(3) = 6$$

شرط پیوستگی:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \Rightarrow \begin{cases} 9 + 3a = 6 \Rightarrow 3a = -3 \Rightarrow a = -1 \\ 3b - 3 = 6 \Rightarrow 3b = 9 \Rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1 + 3 = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x} + a = \frac{1}{2} + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x^2 + 5 = 12 + 5 = 17$$

$$f(2) = 12 + 5 = 17$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Rightarrow \frac{1}{2} + a = 17 \Rightarrow a = 16.5$$

شرط پیوستگی:

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} [x] = [5^-] = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x+3)(2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}})}{4 - 2 - \sqrt{3 - x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x+3)(2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}})(2 + \sqrt{3 - x})}{(4 - 3 + x)} = (1)(4)(4) = 16 \end{aligned}$$

روش دوم: از هویپیتال استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{HOP} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x + 5}{\frac{1}{2\sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}}} &= \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x^2 + x}; & x \neq 0 \\ a; & x = 0 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد، تنها کافی است شرایط

پیوستگی این تابع را در نقطه‌ی $x = 0$ برقرار کنیم. برای این منظور حد تابع را با مقدار آن در $x = 0$ برابر قرار می دهیم. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 + x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cancel{x}}{\cancel{x} + x} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Rightarrow a = 2 \\ f(0) &= a \end{aligned}$$

دقت کنیم تابع f در بقیه‌ی نقاط قطعاً پیوسته می باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون $f(0)$ تعریف نشده است. پس این تابع از چپ و راست ناپیوسته است. ۲۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۱)

با رسم سه میانه‌ی مثلث، این مثلث به ۶ مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌شود، مساحت مثلث AOC، $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث ABC است. کافی است مساحت مثلث ABC را به کمک قضیه‌ی هرون به دست آوریم.

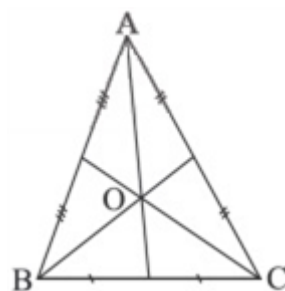
$$P = \frac{5 + 6 + 9}{2} = 10$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{10(10-5)(10-6)(10-9)}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \sqrt{10 \times 5 \times 4 \times 1} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow S_{\triangle AOC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{10\sqrt{2}}{3}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲)

به کمک قضیه‌ی استوارت در مثلث ABC ابتدا طول ضلع AB را به دست می‌آوریم.

$$AB^2 \times DC + BC^2 \times AD = BD^2 \times AC + AD \times DC \times AC$$

$$\Rightarrow AB^2 \times 3 + 49 \times 1 = 25 \times 4 + 1 \times 3 \times 4$$

$$\Rightarrow 3AB^2 = 63 \Rightarrow AB^2 = 21 \Rightarrow AB = \sqrt{21}$$

بنابراین:

$$ABD \text{ محیط مثلث} = AB + BD + AD = \sqrt{21} + 5 + 1 = \sqrt{21} + 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۳)

با استفاده از داده‌ی سؤال فرض کنیم در مثلث ABC داشته باشیم $AB = 9$ و $AC = 5$. در این صورت داریم:

$$\text{محیط} = 21 \Rightarrow AB + AC + BC = 21 \Rightarrow 9 + 5 + BC = 21 \Rightarrow BC = 7$$

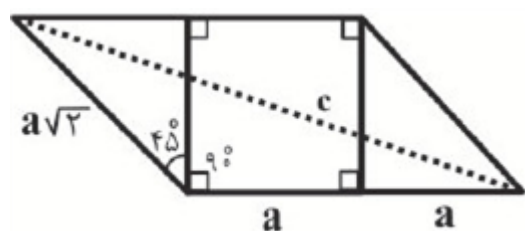
از آنجا که $AB = 9$ بزرگ‌ترین ضلع است پس زاویه‌ی مقابل آن یعنی زاویه‌ی [خطای پردازش ریاضی] بزرگ‌ترین زاویه است. اکنون با استفاده از قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$[خطای پردازش ریاضی] \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC)\cos(\angle B)$$

$$[خطای پردازش ریاضی]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به معلومات مسئله شکل زیر را رسم کرده و با کمک قضیه‌ی کسینوس‌ها طول قطر بزرگ

متوازی‌الاضلاع را محاسبه می‌کنیم:

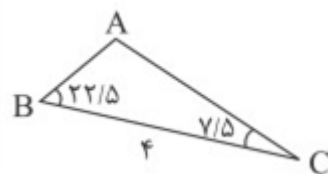


$$c^2 = 2a^2 + 2a^2 - 2(a\sqrt{2})(2a)(\cos 135^\circ) = 10a^2$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{10}a$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه سینوس ها می نویسیم:

۲۵

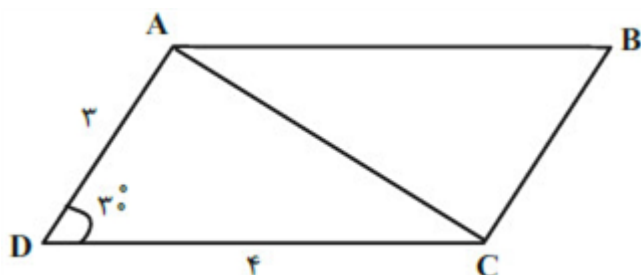


[خطای پردازش ریاضی]

[خطای پردازش ریاضی]

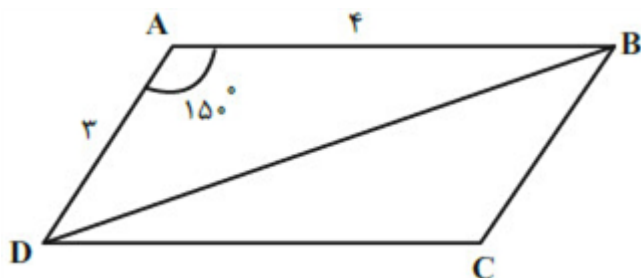
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قضیه کسینوس ها در مثلث ADC داریم:

۲۶



[خطای پردازش ریاضی]

به طور مشابه طبق قضیه کسینوس ها در مثلث ABD داریم:



[خطای پردازش ریاضی]

بنابراین مجموع مربعات طول دو قطر برابر است با:

$$AC^2 + BD^2 = 25 - 12\sqrt{3} + 25 + 12\sqrt{3} = 50$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بزرگ ترین ارتفاع بر کوچک ترین ضلع وارد می شود، پس اندازه ی ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۵ را باید

۲۷

پیدا کنیم.

ابتدا مساحت مثلث را به کمک رابطه ی هرون به دست می آوریم.

$$P = \frac{9 + 6 + 5}{2} = 10$$

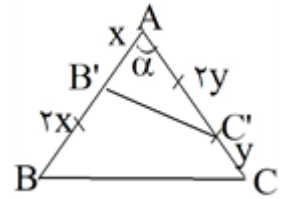
$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{10(10-9)(10-6)(10-5)} \\ = \sqrt{10 \times 1 \times 4 \times 5} = \sqrt{10 \times 10 \times 2} = 10\sqrt{2}$$

$$a = 5 \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \times 10\sqrt{2}}{5} = 4\sqrt{2}$$

۲۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب طول دو ضلع مجاور در سینوس زاویه ی بین آن‌ها، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \frac{\frac{1}{2}(3x)(3y) \sin \alpha}{\frac{1}{2}x(2y) \sin \alpha} = \frac{9}{2}$$



۲۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

[خطای پردازش ریاضی]

۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹

داده‌ها را به ترتیب می‌نویسیم:

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانگین دو داده پنجم و ششم میانه است.

$$\text{میانه} = \frac{15 + 16}{2} = 15.5$$

۳۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در آمارگیری اگر به دقت زیاد نیاز داشته باشیم، استفاده از روش مشاهده مناسب نیست.

۳۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

[خطای پردازش ریاضی] بازه اطمینان ۹۵ درصدی

[خطای پردازش ریاضی] طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی

$$\sum a_i$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. میانگین پنج عدد طبیعی متوالی برابر با عدد وسط است. از طرفی عبارت $\frac{\sum a_i}{5}$ همان میانگین اعداد a_1

تا a_5 است که برابر عدد وسط آن‌ها یعنی a_3 می‌شود و در نتیجه داریم:

$$a_3 - a_1 = 2$$

۳۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{میانگین جامعه : پارامتر} = \frac{1 + 3 + 3 + 6 + 6 + 6 + 7 + 9 + 9 + 10}{10} = 6$$

$$\text{میانگین نمونه : آماره} = \frac{6 + 6 + 6 + 10}{4} = 7$$

$$7 - 6 = 1$$

۳۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضریب تغییرات داده‌های ۵۰ و ۴۰ و ۳۰ و ۲۰ و ۱۰ را به دست می‌آوریم:

[خطای پردازش ریاضی]

$$\sigma^2 = \frac{(-20)^2 + (-10)^2 + 0^2 + 10^2 + 20^2}{5} = \frac{1000}{5} = 200 \Rightarrow \sigma = 10\sqrt{2}$$

[خطای پردازش ریاضی]

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد داده‌ها ۲۱ تاست پس ۵ داده در سمت راست، ۵ داده در سمت چپ و ۱۱ داده در درون جعبه

قرار می‌گیرند که اولین آن‌ها ۴۵ و آخرین آن‌ها ۶۰ بوده و میانگین آن‌ها $\frac{582}{11}$ است. چون میانه‌ی داده‌ها (یازدهمین داده) ۵۲

است، پس:
$$\frac{582}{11} - 52 = \frac{10}{11} \approx 0.9$$
 اختلاف میانه از میانگین

≈

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون هریک از داده‌های آماری اولیه، سه برابر شده و با عدد ۲ جمع شده‌اند تا داده‌های آماری جدید به

دست آمده است، سپس واریانس داده‌های جدید، ۹ برابر واریانس داده‌های اولیه خواهد بود (اگر داده‌های آماری اولیه، a برابر شده و b جمع شوند، واریانس داده‌های جدید، a^2 برابر واریانس داده‌های اولیه خواهد بود) پس داریم:

$$\sigma_y^2 = (\sqrt{5})^2 = 20 \Rightarrow \sigma_y^2 = 9 \times \sigma_x^2 = 9 \times 20 = 180$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از آن جایی که می‌خواهیم در نمونه‌گیری طبقه‌ای از هر پایه، متناسب با تعداد دانش‌آموزان آن پایه

نمونه‌گیری کنیم باید از ۱۱۲ نفر به تعداد $112 \times \frac{840}{840 + 336 + 392}$ نفر را انتخاب کنیم.

$$\frac{840}{1568} \times 112 = \frac{56 \times 15}{56 \times 28} \times 112 = 15 \times 4 = 60$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

یکسان می‌باشد. [خطای پردازش ریاضی]

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به آنکه:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -3$$

اگر نمودار f را یک واحد به بالا انتقال دهیم آنگاه حد چپ و حد راست دو عدد قرینه خواهند شد و آنگاه $y = |f(x) + 1|$ تابعی پیوسته خواهد شد پس $y = 2 - |1 + f(x)|$ تابعی پیوسته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(-2) = \left[\frac{1}{4} \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \left[\frac{x^2 - 8}{3} \right] = [0^-] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \left[\frac{x^2 - 8}{4} \right] = [0^+] = 0$$

پس فقط پیوستگی چپ دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر محدوده‌ای که تغییرات شار، خطی باشد، نیروی محرکه القایی متوسط در هر بازه‌ای در طول این

خط، یکسان است. با توجه به نمودار داده شده در سؤال، برای محاسبه نیروی محرکه القایی در لحظه t' ، کافی است نیروی محرکه متوسط در قسمتی از بازه زمانی $t = 4s$ تا $t = 16s$ محاسبه شود. چون شار در لحظه‌ای $t = 4s$ و $t = 16s$ مشخص است، در همین بازه ولتاژ را حساب می‌کنیم.

$$\varepsilon_{t'} = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -1 \times \frac{-2 - 2}{12} \right| = \frac{1}{3} V$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملوله برابر است با:

$$B = \frac{\mu \cdot NI}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 2}{4 \times 10^{-1}} = 4\pi \times 10^{-4} \text{ T}$$

شار مغناطیسی عبوری از سیملوله برابر است با:

$$\Phi = BA \cos \theta = 4\pi \times 10^{-4} \times \pi \times 10^{-2} \times 1 = 4 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا شار مغناطیسی بیشینه را به دست می‌آوریم، سپس با استفاده از رابطه شار و جریان در مولد جریان متناوب داریم:

$$\phi = \phi_m \cos \frac{\pi}{T} t \sin \theta + \cos \theta = 1 \rightarrow \left(\frac{\phi}{\phi_m} \right)^2 + \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 = 1$$

$$I = I_m \sin \frac{\pi}{T} t$$

$$\phi_m = AB \xrightarrow[\substack{\pi=3, R=4 \text{ cm}=0.04 \text{ m} \\ B=0.5 \text{ T}}]{\substack{\pi=3, R=4 \text{ cm}=0.04 \text{ m} \\ B=0.5 \text{ T}}} \phi_m = 3 \times 0.04 \times 0.5 = 6 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

$$\left(\frac{\phi}{\phi_m} \right)^2 + \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 = 1 \rightarrow \left(\frac{0.06}{0.06} \right)^2 + \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 = \frac{0.06}{0.06} \Rightarrow \frac{I}{I_m} = \frac{0.06}{0.06} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد الف و پ نادرست‌اند. بررسی عبارت‌ها:

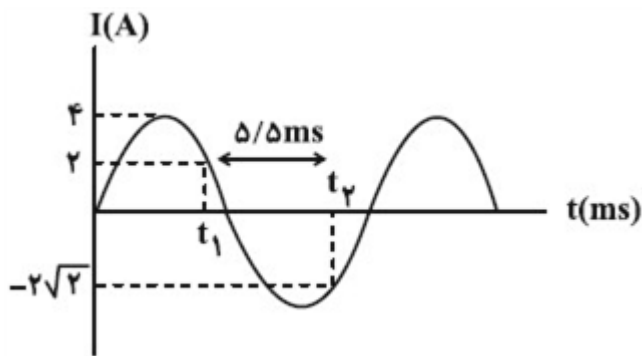
الف) در یک مولد جریان متناوب در لحظه‌ای که شار عبوری از قاب بیشینه است، سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویه بین نیم خط عمود بر سطح قاب و میدان، صفر درجه است و در نتیجه جریان القایی صفر است ($\sin 0 = 0$).
ب) درست است.

پ) افزایش یا کاهش ولتاژ ac بسیار آسان‌تر از dc است.

ت) درست است؛ زیرا در لحظه موردنظر داریم:

$$\frac{\pi}{T} t = 30^\circ \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_m \sin \left(\frac{\pi}{T} t \right) = \varepsilon_m \sin 30^\circ = \frac{\varepsilon_m}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل و با توجه به رابطه جریان متناوب بر حسب زمان داریم:



$$I = I_m \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)$$

$$I = 2A \quad t = t_1 \rightarrow 2 = 4 \sin\left(\frac{\pi}{T}t_1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{12}T \quad (1)$$

$$I = -2\sqrt{2}A \quad t = t_2 \rightarrow -2\sqrt{2} = 4 \sin\left(\frac{\pi}{T}t_2\right) \Rightarrow \frac{\pi}{T}t_2 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{3}{4}T \quad (2)$$

$$t_2 - t_1 = \Delta/5ms \rightarrow \frac{3}{4}T - \frac{1}{12}T = \frac{11}{12}T \Rightarrow \frac{11}{12}T = \frac{11}{24} \Rightarrow T = 12ms$$

بنابراین جریان عبوری از القاگر در لحظه $t = 8ms$ برابر است با:

$$I = 4 \sin\left(\frac{\pi}{12}(8)\right) = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -2\sqrt{3}A$$

و در نهایت با استفاده از رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{L=0.4H, I=-2\sqrt{3}A} U = \left(\frac{1}{2}\right)(4 \times 10^{-1})(12) = 24J$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار ابتدا دوره را به دست می آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{80} s$$

در گام بعدی معادله‌ی جریان متناوب را نوشته و جریان را در لحظه‌ی خواسته شده به دست می آوریم:

$$I = I_m \sin \frac{\pi}{T} t \Rightarrow I 2\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{\frac{1}{80}} \times \frac{1}{320}\right)$$

$$\Rightarrow I = 2\sqrt{2} \sin\left(2\pi \times \frac{400}{320}\right) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2A$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Phi = BA \cos \theta \Rightarrow \Phi = (4 \times 10^{-2})(9 \times 10^{-2})(1) = 36 \times 10^{-4} Wb = 3/6 \times 10^{-3} Wb$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد پ و ت درست است. بررسی موارد نادرست:

الف) یکی از مزیت‌های مهم توزیع توان الکتریکی ac بر dc آن است که افزایش و کاهش ولتاژ ac بسیار آسان‌تر از dc است.

ب) در انتهای مسیر انتقال برق، مبدل‌های کاهنده، ولتاژ را کاهش می‌دهند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. میدان مغناطیسی خارجی عبوری از سیم‌لوله‌های ۱ و ۲ به طرف چپ می‌باشد. با حرکت آهنربا به

سمت راست، میدان مغناطیسی عبوری از سیم‌لوله ۱ کاهش و سیم‌لوله ۲ افزایش می‌یابد، در نتیجه باعث تغییر شار مغناطیسی در

سیم‌لوله‌ها می‌گردد. برای جلوگیری از تغییر شار مغناطیسی، باید میدان مغناطیسی القایی عبوری از سیم‌لوله ۱ هم‌جهت با میدان

مغناطیسی خارجی [خطای پردازش ریاضی] و در سیم‌لوله ۲ در خلاف جهت آن باشد. بنابراین، با توجه به جهت میدان‌های

مغناطیسی القایی، جهت جریان القایی در سیم‌لوله ۱ از B به A و در سیم‌لوله ۲ از C به D باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبور جریان I از القاگر، باعث ایجاد میدان مغناطیسی B روی محور آن می‌شود که از رابطه مقابل به

$$B = \frac{\mu_0 I N}{L} \quad \text{دست می‌آید:}$$

$$I = \frac{BL}{\mu_0 N} \quad (۱) \quad \text{بنابراین با داشتن میدان مغناطیسی، جریان عبوری قابل محاسبه است:}$$

انرژی ذخیره شده در القاگر برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L = \frac{\mu_0 AN^2}{L}} U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2}{L} I^2 \xrightarrow{(۱)} U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2}{L} \left(\frac{BL}{\mu_0 N} \right)^2$$

$$= \frac{B^2 LA}{2\mu_0} \quad B = 0.1 \text{ T}, L = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$$

$$A = \pi r^2, r = 4 \text{ mm} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}, \pi \simeq 3$$

$$U = \frac{(0.1)^2 (3 \times 10^{-2}) (3) \times (4 \times 10^{-3})^2}{2 \times 12.57 \times 10^{-6}} = 6 \times 10^{-3} \text{ J} = 6 \text{ mJ}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در بازه t_2 تا t_3 بزرگی جریان در حال افزایش است. در این بازه القاگر در حال ذخیره کردن انرژی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حلقه‌ی (۱) موازی سیم حامل جریان حرکت کرده و فاصله‌ی آن از سیم تغییر نمی‌کند، بنابراین شار مغناطیسی عبوری از آن ثابت بوده و نیروی محرکه‌ای در آن القا نمی‌شود. ($\mathcal{E}_1 = 0$).

حلقه‌های (۲) و (۳) از سیم حامل جریان دور می‌شوند و شار مغناطیسی گذرنده از آن‌ها تغییر می‌کند، بنابراین نیروی محرکه‌ای در آن‌ها القا می‌شود. با توجه به این که تندی حلقه (۳)، بیشتر از تندی حلقه‌ی (۲) است، بنابراین آهنگ تغییر شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌ی (۳)، بیشتر از حلقه‌ی (۲) بوده و نیروی محرکه‌ی القاشده در آن بزرگ‌تر از نیروی محرکه‌ی القاشده در حلقه‌ی (۲) است ($\mathcal{E}_3 > \mathcal{E}_2$).

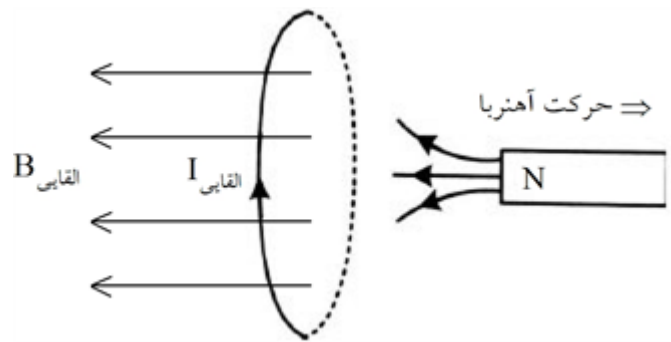
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق رابطه‌ی $\Phi = BA \cos \theta$ شار مغناطیسی عبوری از هر پیچه به اندازه‌ی میدان، مساحت حلقه‌های پیچه و متمم زاویه‌ی میان سطح پیچه و خطوط میدان مغناطیسی بستگی دارد و به تعداد حلقه‌های پیچه و مدت زمان حضور پیچه در میدان مغناطیسی بستگی ندارد. بنابراین عبارت‌های «ج» و «د» در اندازه‌ی شار مغناطیسی عبوری از پیچه بی‌تأثیرند.

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

$$I_m = 5 \text{ A} \rightarrow I = 5 \sin\left(100\pi\left(\frac{3}{400}\right)\right) = 5 \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ A} \Rightarrow t = \frac{3}{400} \text{ s}$$

$$T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۵



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۶

در مبدل‌ها داریم:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} |V_{1\max} = 10V| \frac{10}{20} = \frac{40}{20} \Rightarrow V_{2\max} = 5V$$

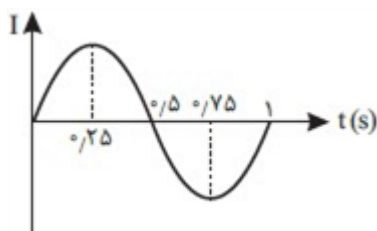
توان مصرفی برابر است با:

$$P = \frac{V^2}{R} = 25W$$

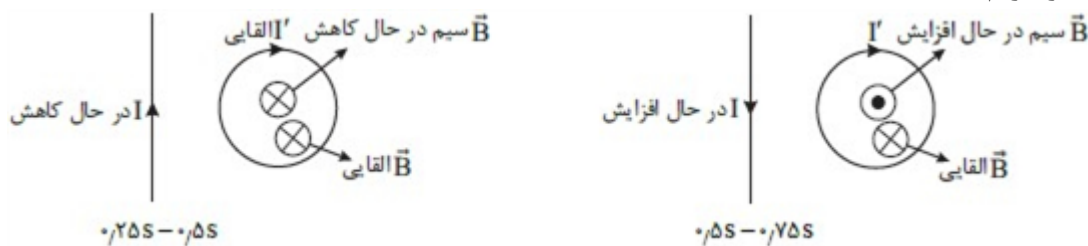
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۷

ابتدا نمودار جریان بر حسب زمان را رسم می‌کنیم.

$$\frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 1s$$



با توجه به شکل‌ها و قانون لنز داریم:



بنابراین در بازه‌ی ۰/۲۵s تا ۰/۷۵s جریان القایی در حلقه‌ی رسانا ساعتگرد است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۸

[خطای پردازش ریاضی]

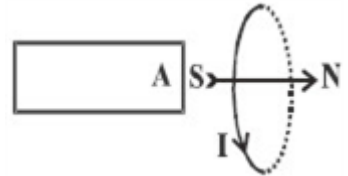
بار الکتریکی القایی جاری شده به زمان تغییر شار بستگی ندارد.

$$\Delta q = \frac{\Delta \phi}{R} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{R} = \frac{0.1 - (-0.3)}{20} = \frac{0.4}{20} = 0.02C = 20mC$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. انرژی در لحظه‌ای که جریان گذرنده از سیملوله 6 A است، 54 میلی ژول است. داریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 54 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times L \times 6^2 \Rightarrow L = 0.003\text{ H} = 3\text{ mH}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر قاعده دست راست، اگر انگشت شست دست راست را در جریان جریان القایی حلقه قرار دهیم، جهت خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی درون حلقه را نشان می‌دهد که از قطب S آن وارد حلقه می‌شود؛ بنابراین سمت چپ حلقه قطب S می‌باشد و بنابر قانون لنز می‌توان نتیجه گرفت که اگر A قطب N باشد، آهنربا در حال دور شدن از حلقه و اگر A قطب S باشد، آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هنگام ورود حلقه رسانا به میدان مغناطیسی، میدان درون سو در حال افزایش است، پس طبق قانون لنز، جهت جریان القایی باید به نحوی باشد که با تغییر شار مغناطیسی (افزایش آن) مخالفت کند. در نتیجه در هنگام ورود جریانی پادساعتگرد در حلقه القا می‌شود.



با همین استدلال، هنگام خروج حلقه از میدان مغناطیسی درون سو، چون اندازه شار مغناطیسی در حال کاهش است، لذا جریانی ساعتگرد در حلقه القا می‌گردد تا از کاهش شار جلوگیری کند.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ولتاژ دو سر لامپ را که همان ولتاژ ثانویه می‌باشد، به دست می‌آوریم:

$$V_2 = P_{\text{لامپ}} \times R_{\text{لامپ}} = 120 \times 30 = 3600 \Rightarrow V_2 = 60\text{ V}$$

حال نسبت تعداد دور ثانویه می‌باشد را برحسب تعداد دور اولیه آن به دست می‌آوریم:

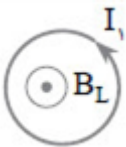
$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با حرکت شاخه‌ی رئوستا به طرف چپ، جریان I کاهش می‌یابد. بنابراین طبق قانون لنز، چون میدان مغناطیسی در حلقه رسانا کاهش می‌یابد، جریان القایی باید به نحوی باشد که میدان مغناطیسی ایجاد کند یعنی

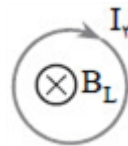


پادساعتگرد است.



۶۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در هنگام ورود شار زیاد می شود B القایی (B_L) خلاف جهت B باشد.

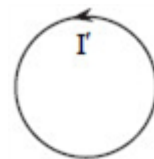
در هنگامی که داخل میدان است شار ثابت است. $I_2 = 0$ خواهد شد. در هنگام خروج، شار کم می شود و B القایی (B_L) هم جهت



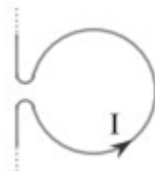
B است.

بنابراین گزینه ی ۱ تنها درست است.

۶۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با کاهش مساحت حلقه، میدان برون سو کاهش می یابد بنابراین طبق قانون لنز، جهت جریان القایی باید بتواند با کاهش میدان برون سو مخالف کند یعنی باید میدان برون سو القاء کند.



۶۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به دلیل اینکه جریان پادساعتگرد در پیچه کاهش می یابد، میدان برون سو در حال کاهش است.



۶۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه ها:

گزینه ی ۱: میدان ناشی از سیم در حلقه درون سو است. با افزایش جریان شار درون سو افزایش می یابد و جریان القایی باید پادساعت گرد باشد که میدان برون سو در حلقه ایجاد کند.

گزینه ی ۲: میدان ناشی از سیم در حلقه برون سو است و در حال کاهش است. پس جریان در حلقه باید پادساعت گرد باشد تا کاهش میدان را جبران کند.

گزینه ی ۳: با توجه به جهت حرکت حلقه تغییر شار نداریم و جریان القایی ایجاد نمی شود.

گزینه ی ۴: با دور شدن حلقه شاره درون سوی حاصل از سیم در حلقه کاهش می یابد و باید میدان القایی درون سو باشد، پس جریان در حلقه باید ساعت گرد باشد.

۶۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با کاهش جریان عبوری از القاگر آرمانی، انرژی از آن آزاد می شود.

۷۰ گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$I = \frac{N}{R} \left| \frac{d\phi}{dt} \right| \Rightarrow I = \frac{NA}{R} \left| \frac{dB}{dt} \right| \Rightarrow 10^{-2} = \frac{500 \times 25 \times 10^{-4}}{10} \times \left| \frac{dB}{dt} \right| \Rightarrow \left| \frac{dB}{dt} \right| = \frac{4}{500} = \frac{8}{1000} \text{ T/s} = 8 \text{ mT/s}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در حالت اول، مقاومت معادل مدار برابر $R_{eq} = 20\Omega$ است و جریان گذرنده از سیملوله برابر

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{25} \text{ است.}$$

$$R'_{eq} = \frac{10}{2} + 10 = 15\Omega$$

در حالت دوم و با بستن کلید، جریان مدار برابر می‌شود با:

$$I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{\varepsilon}{20}$$

نیمی از جریان شاخه بالایی و نیمی از شاخه سیملوله می‌گذرد، بنابراین جریان عبوری از سیملوله در حالت دوم برابر

$$I_2 = \frac{I'}{2} = \frac{\varepsilon}{40} \text{ می‌شود.}$$

برای مقایسه انرژی سیملوله در دو حالت می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{4} = \left(\frac{\frac{\varepsilon}{40}}{\frac{\varepsilon}{25}}\right)^2 = \left(\frac{25}{40}\right)^2 = \frac{25}{64}$$

$$\Rightarrow U_2 = 4 \times \frac{25}{64} = \frac{25}{16} \text{ mJ}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر مساحت حلقه کوچک‌تر افزایش یابد، شار مغناطیسی عبوری از آن افزایش می‌یابد، بنابراین طبق

قانون لنز، میدان القایی در حلقه کوچک‌تر باید در خلاف جهت میدان حاصل از حلقه بزرگ‌تر در مرکز حلقه کوچک‌تر باشد، پس میدان القایی در حلقه کوچک‌تر باید درون سو باشد، پس طبق قاعده دست راست، جریان القایی در حلقه کوچک‌تر، ساعتگرد است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times L \times 16 \Rightarrow L = 25 \times 10^{-4} \text{ H}$$

با توجه به رابطه ضریب القاوری داریم:

$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{l} \Rightarrow N^2 = \frac{LL}{\mu_0 A} = \frac{25 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^{-1}}{12 \times 10^{-7} \times 32 \times 10^{-4}} \Rightarrow N^2 = \frac{25}{64} \times 10^6 \Rightarrow N = 625$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 0.48 = \frac{1}{2} \times L \times 16 \Rightarrow L = 0.06 \text{ H} = 60 \text{ mH}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ثانیه سوم، یعنی بازه زمانی $t = 2\text{ s}$ تا $t = 3\text{ s}$ ، بنابراین تغییرات شار مغناطیسی عبوری از حلقه در این

$$\begin{cases} \Phi_2 = 4(2) - 2 = 6 \text{ Wb} \\ \Phi_3 = 4(3) - 2 = 10 \text{ Wb} \end{cases} \Rightarrow \Delta\Phi = 10 - 6 = 4 \text{ Wb}$$

بازه زمانی برابر است با:

$$q = \frac{N\Delta\Phi}{R} = \frac{1 \times 4}{2} = 2 \text{ C}$$

بنابراین بار القایی متوسط در حلقه برابر است با:

ا) درست. فرمول مولکولی ویتامین آ به صورت $C_{20}H_{30}O$ می باشد.

ب) درست. ویتامین آ ناقطبی بوده و در آب نامحلول است.

پ) درست. به ازای هر پیوند دوگانه کربن - کربن، برای سیر شدن یک مول H_2 لازم است.

ت) نادرست. خوردن بیش از حد ویتامین آ برای بدن مضر است. زیرا این ویتامین در آب محلول نبوده و از طریق ادرار دفع نمی شود.

ث) درست. در ویتامین ث ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی و در ویتامین آ پنج پیوند دوگانه وجود دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برم (Br_2) ترکیب محسوب نمی شود!

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. میان مولکول های الکل ها و نیز میان مولکول های اسیدهای آلی به دلیل داشتن پیوند $O-H$ در ساختار

آنها، پیوند هیدروژنی تشکیل می شود. اما میان مولکول های استرها پیوند هیدروژنی تشکیل نمی شود. تشکیل پیوند هیدروژنی میان مولکول های الکل و اسیدها، دلیلی بر بالاتر بودن نقطه جوش آنهاست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به جز عبارت دوم و پنجم، بقیه عبارتها درست‌اند.

نکته: برای محاسبه تعداد اتم‌های هیدروژن و تعداد پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$(2n + 2) = \text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب با } n \text{ اتم کربن}$$

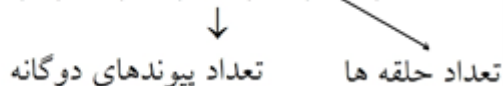
$$(\times \text{تعداد اتم‌های نیتروژن}) + (\text{تعداد حلقه‌ها} \times 2) - (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوندهای دوگانه} \times 2) -$$

تعداد پیوندهای اشتراکی (کووالانسی) در یک ترکیب آلی:

$$= \frac{(3 \times \text{تعداد اتم های N}) + (2 \times \text{تعداد اتم های O}) + (1 \times \text{تعداد اتم های H}) + (4 \times \text{تعداد اتم های C})}{2}$$

شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار این ترکیب آلی، برابر ۱۶ و شمار اتم‌های اکسیژن آن، برابر ۵ است. حال برای تعیین فرمول مولکولی آن، شمار اتم‌های هیدروژن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

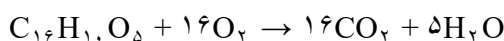
$$H \text{ شمار اتم های } = (2(16) + 2) - (2 \times 9) - (2 \times 3) = 10$$



بنابراین فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $C_{16}H_{10}O_5$ است.

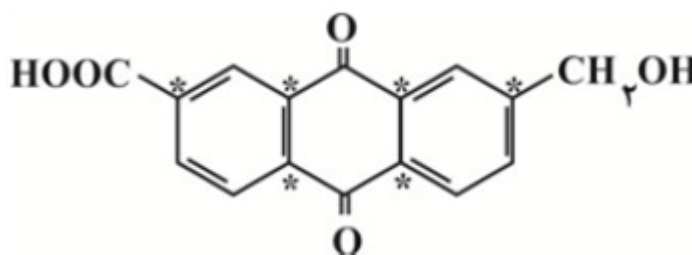
حال عبارتها را با هم بررسی کنیم:

عبارت اول: با توجه به فرمول مولکولی این ترکیب، معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل آن به صورت زیر است:



با توجه به این که ضرایب استوکیومتری دو ماده CO_2 و O_2 در معادله موازنه شده این واکنش یکسان است، سرعت متوسط تولید یا مصرف آنها برابر است.

عبارت دوم: در این ساختار آلی، ۶ اتم کربن وجود دارند که عدد اکسایش آنها برابر صفر است که با (*) در ساختار زیر مشخص شده‌اند. اما شمار اتم‌های اکسیژن در این ترکیب، برابر ۵ است.



عبارت سوم: در ساختار این ترکیب آلی، شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن ($C - C$) برابر ۱۲ است.

شمار کل پیوندهای اشتراکی: $3n$

شمار پیوندهای $C - H$: $2n$

شمار پیوندهای $C = C$: ۱

شمار پیوندهای $C - C$: $n - 2$

در نتیجه شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار هگزن برابر ۴ است.

عبارت چهارم: در ساختار این ترکیب آلی، ۱۰ اتم H وجود دارد که از بین این اتم‌های هیدروژن، ۲ اتم هیدروژن به اکسیژن اتصال داشته و مابقی هیدروژن‌ها، به کربن متصل‌اند. بنابراین در ساختار این ماده، ۸ پیوند $C - H$ وجود دارد.

شمار پیوندهای اشتراکی: $3n + 1$

آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}): شمار پیوندهای $C - H$: $2n + 2$

شمار پیوندهای $C - C$: $n - 1$

بنابراین در ساختار پروپان نیز ۸ پیوند $C - H$ وجود دارد.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{82} gC_{16}H_{10}O_5 \times \frac{1 \text{ mol } C_{16}H_{10}O_5}{282 gC_{16}H_{10}O_5} \times \frac{8 \text{ mol پیوند } C-H}{1 \text{ mol } C_{16}H_{10}O_5} = 0.08 \text{ mol پیوند } C-H$$

$$0.44 gC_7H_8 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_8}{94 gC_7H_8} \times \frac{8 \text{ mol پیوند } C-H}{1 \text{ mol } C_7H_8} = 0.08 \text{ mol پیوند } C-H$$

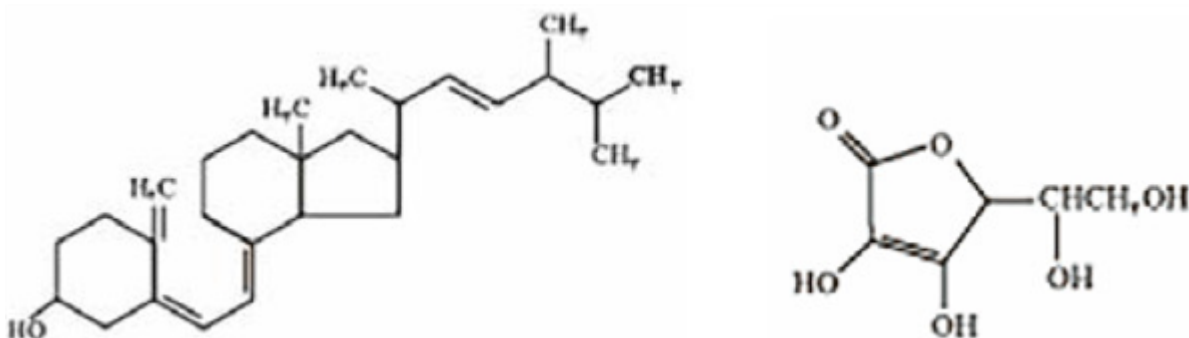
عبارت پنجم: گروه عاملی موجود در تره (گروه عاملی اتری) در این مولکول وجود ندارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط مورد سوم نادرست است. شکل داده شده مربوط به ساختار ویتامین «دی» است.

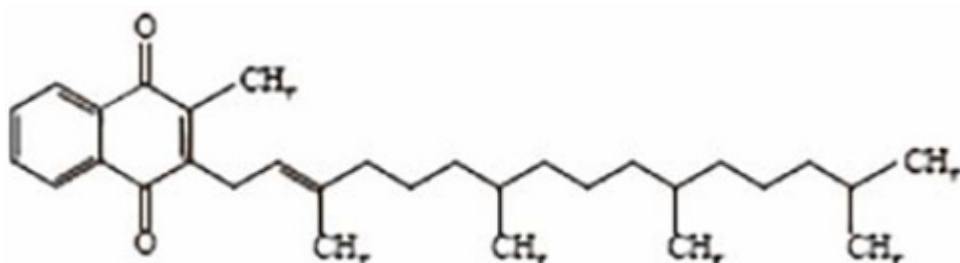
بررسی همه موارد:

مورد اول: تعداد کربن‌های ویتامین «دی» از ویتامین «آ» بیشتر است؛ بنابراین خصلت چربی‌دوستی آن از ویتامین «آ» بیشتر است یا به عبارت دیگر، خصلت آب‌دوستی آن از ویتامین «آ» کمتر است.

مورد دوم: با توجه به شکل‌های زیر، صحیح است.



مورد سوم: دقت کنید که فقط ویتامین «کا» دارای حلقه بنزنی است.



مورد چهارم: هر دو دارای پیوندهای دوگانه (سیر نشده) و گروه عاملی هیدروکسیل (الکلی) هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

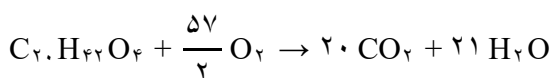


$$48\text{g CH}_3\text{OH} \times \frac{80\text{g عملی}}{100\text{g نظری}} \times \frac{1\text{mol CH}_3\text{OH}}{32\text{g CH}_3\text{OH}} \times \frac{1\text{mol CH}_3\text{C}_2\text{H}_5\text{O}_2}{1\text{mol CH}_3\text{OH}} \times \frac{74\text{g C}_2\text{H}_6\text{O}_2}{1\text{mol C}_2\text{H}_6\text{O}_2} = 88.8\text{g C}_2\text{H}_6\text{O}_2 = 0.888\text{kg C}_2\text{H}_6\text{O}_2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

مورد اول: درست، فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{20}\text{H}_{42}\text{O}_4$ بوده و دارای ۵۵ جفت الکترون پیوندی است.

مورد دوم: نادرست

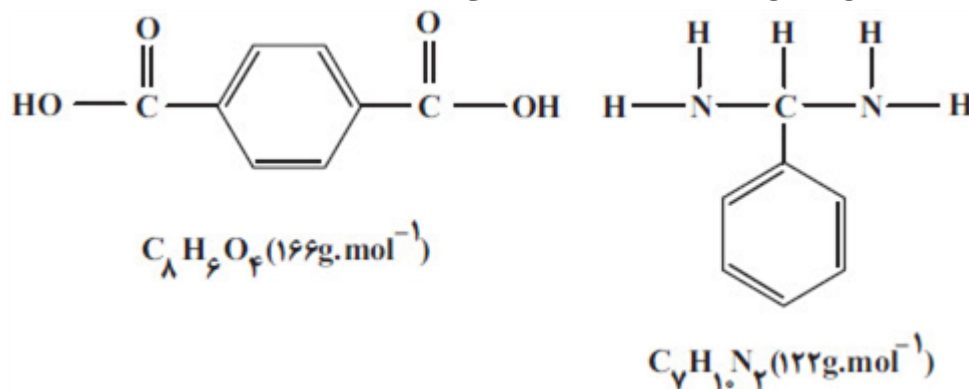


مورد سوم: درست، دارای گروه عاملی کربوکسیل $\left(\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{OH} \end{array}\right)$ است و می‌تواند در واکنش با یک الکل تک عاملی، استر تولید کند.

مورد چهارم: درست

مورد پنجم: درست، دارای ۲۲ اتم هیدروژن است که فقط یکی از آن‌ها به O متصل است، مابقی اتم‌های هیدروژن به C متصل شده‌اند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مونومرهای سازنده پلی آمید موردنظر به صورت زیر هستند:



عبارت اول: نادرست است. ($18 \neq 19$)

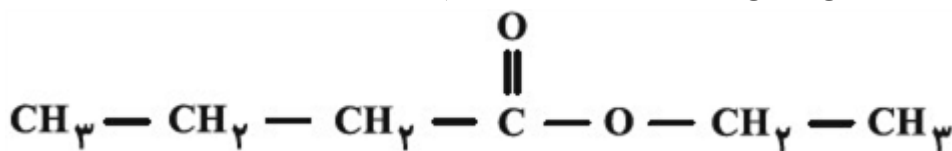
عبارت دوم: درست است. دی آمین و دی اسید سازنده آن با مولکول های خود و نیز با مولکول های آب پیوند هیدروژنی برقرار می کنند.
عبارت سوم: نادرست است. در هر واحد سازنده این پلی آمید ۶ پیوند دوگانه کربن - کربن وجود دارد و برای سیر شدن یک مول از این ترکیب به $18000 \text{ mol} = 3000 \times 6$ برم (Br_2) نیاز است.
عبارت چهارم: درست است. اختلاف جرم مولی دی آمین و دی اسید سازنده آن برابر ۴۴ گرم بر مول است که معادل جرم مولی پروپان (C_3H_8) است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت های اول، دوم و پنجم درست اند. بررسی عبارت های نادرست:

عبارت سوم: با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در کربوکسیلیک اسیدها، قطبیت مولکول همانند انحلال پذیری آنها در آب کاهش و انحلال پذیری در چربی افزایش می یابد.

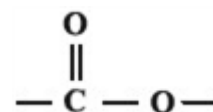
عبارت چهارم: فورمیک اسید (متانوئیک اسید) نخستین عضو خانواده اسیدهای یک عاملی است که بر اثر گزش مورچه وارد بدن می شود، بنابراین در طبیعت نیز یافت می شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ساختار عامل بو و طعم آناناس که همان اتیل بوتانات است به صورت زیر می باشد:



بررسی سایر گزینه ها:

(۱) منشأ بوی شکوفه ها گروه عاملی استری است و در ساختار گروه عاملی استری، ۳ اتم وجود دارد.



(۳) هر استر تک عاملی، یک گروه عاملی استر دارد و در ساختار گروه عاملی استر، تنها یک اتم C حتماً به ۲ اتم اکسیژن متصل است.
(۴) پلی استرها در ساختار خود اتم های C، H و O دارند. بنابراین از سوختن آنها، اکسیدهای نیتروژن حاصل نمی شوند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ساده ترین آمین، متیل آمین CH_3NH_2 و ساده ترین کربوکسیلیک اسید، فورمیک اسید $HCOOH$ می باشد.

۸۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۱: مواد زیست‌تخریب‌پذیر به مولکول‌های ساده و کوچک تبدیل می‌شوند و نشاسته مولکول کوچکی نمی‌باشد.
گزینه ۲: تغییر محسوسی در رنگ لباس ایجاد نمی‌شود.
گزینه ۳: آهنگ تجزیه پلی‌استرها و پلی‌آمیدها به ساختار مونومرهای سازنده بستگی دارد.

۸۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۱: سلولز یک پلیمر طبیعی است.
گزینه ۲: شمار مولکول‌های گلوکز در ساختار سلولز و نشاسته متفاوت بوده و در نتیجه فرمول مولکولی یکسانی ندارند و ایزومر یکدیگر نیستند.
گزینه ۴: میزان تولید الیاف پنبه‌ای بیشتر از الیاف پشمی است.

۸۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد دوم و چهارم نادرست هستند. بررسی موارد نادرست:

- مورد دوم: تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و نمی‌توان برای پلیمرها فرمول مولکولی و جرم مولی دقیقی تعیین کرد.
مورد چهارم: هر ترکیب آلی که در ساختار خود پیوند $(C=C)$ داشته باشد، می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.

۹۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

- برای تهیه پلی‌لاکتیک اسید، ابتدا نشاسته‌ای موجود در فراورده‌های کشاورزی را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و سپس واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب، پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند.

۹۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

- A پلی‌اتن سبک B پلی‌اتن سنگین است. مولکول B برخلاف مولکول A کدر بوده و استحکام بیشتری دارد. اما چگالی هر دو مولکول از آب کمتر بوده و در نتیجه روی آب شناور باقی می‌مانند.

۹۲

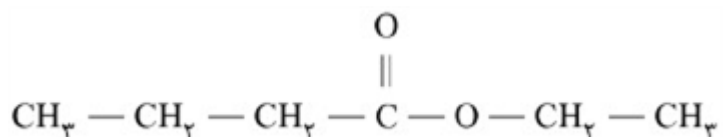
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

- گزینه ۱: ویتامین‌های A و K و D محلول در چربی و ویتامین C محلول در آب است.
گزینه ۲: گروه‌های عاملی موجود در ویتامین‌ها:
ویتامین A ← گروه عاملی هیدروکسیل
ویتامین C ← گروه عاملی هیدروکسیل و استری
ویتامین D ← گروه عاملی هیدروکسیل
ویتامین K ← گروه عاملی کتونی (کربونیل)
گزینه ۳: همه این ویتامین‌ها به جز ویتامین D دارای حلقه‌ای با حداقل یک پیوند دوگانه هستند.
گزینه ۴: ویتامین A در هویج وجود دارد و به دلیل ناقطبی بودن به خوبی در چربی حل می‌شود.

۹۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بو و طعم خوش آناناس به دلیل وجود اتیل بوتانوات در آن است.

ساختار اتیل بوتانوات به صورت زیر است:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

کلسترول، سلولز و روغن زیتون از سه عنصر C، H و O تشکیل شده‌اند.

پلی‌استیرن یک هیدروکربن است.

پلی‌وینیل کلرید از سه عنصر C، H و Cl تشکیل شده است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ظروف یک‌بار مصرف از پلی‌استیرن $\{C_8H_8\}_n$ ، بطری شیر و درب بطری آب معدنی از پلی‌اتن

$\{C_2H_4\}_n$ ساخته می‌شود. از سوختن کامل مونومرهای C_8H_8 و C_2H_4 فقط گازهای گلخانه‌ای CO_2 و H_2O تولید

می‌شود.

محافظ کف اتو از تفلون $\{C_2F_4\}_n$ ساخته می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

الف) بوی ماهی به دلیل وجود متیل آمین و برخی آمین‌های دیگر است.

ب) کولار از فولاد هم‌جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

پ) گروه عاملی آمیدی به صورت $\left[\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{N}- \\ | \end{array} \right]$ است.

ت) ساده‌ترین آمین، متیل آمین است که در آن اتم نیتروژن ۶۰٪ از الکترون‌های ظرفیت خود را با سایر اتم‌ها به اشتراک

می‌گذارند.
$$\text{H}-\ddot{\text{N}}-\text{CH}_3 \Rightarrow \frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه موارد درست هستند.

این استر از اسید ۴ کربنه $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{COOH}$ و الکل دو کربنه $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ ساخته شده است.



مورد اول: نام این استر اتیل بوتانوات است.

مورد دوم: فرمول مولکولی استر، $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_2$ و نسبت شمار اتم‌های H به C برابر ۲ است.

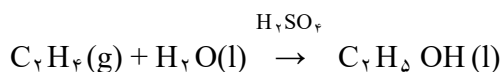
مورد سوم: $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_2 = 88 \text{ g. mol}^{-1}$ } اختلاف جرم $= 88 - 46 = 42 \text{ g. mol}^{-1}$

$\text{C}_2\text{H}_4\text{O} = 44 \text{ g. mol}^{-1}$: الکل

مورد چهارم: اسید، ۴ کربنه و الکل، ۲ کربنه هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(آ) درست - دومین عضو الکل‌ها، ترکیب اتانول (C_2H_5OH) است که می‌توان آن را طی واکنش زیر تهیه کرد:



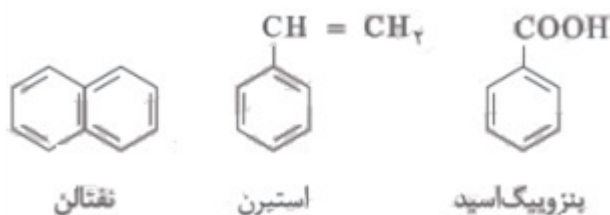
اتانول آب اتن

(ب) نادرست - این اسید، ترکیب CH_3COOH یا اتانویک اسید (استیک اسید یا سرکه) است.

(پ) درست - مزه ترش میوه‌هایی مانند ریواس و تمشک و ... به دلیل وجود ترکیباتی است که به کربوکسیلیک اسیدها یا اسیدهای

آلی معروفند و دارای گروه عاملی کربوکسیل $\left(\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{O}-\text{H} \end{array} \right)$ در ساختار مولکول خود هستند.

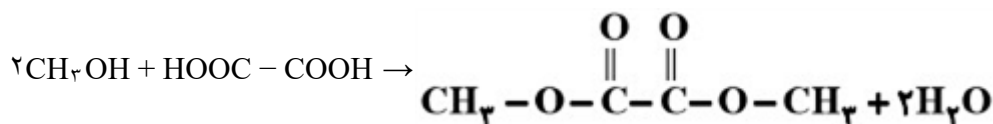
(ت) نادرست - نفتالن و استیرن هیدروکربن و دارای حلقه‌ی بنزنی هستند ولی بنزویک اسید به دلیل وجود گروه عاملی کربوکسیل، عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است و ترکیب آلی اکسیژن‌دار است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرمول نخستین عضو خانواده‌ی آمین‌ها، CH_3NH_2 ، و فرمول دومین عضو خانواده‌ی آمیدها CH_3CONH_2 است.

تفاوت جرم مولی این دو ترکیب به اندازه‌ی جرم یک مول اتم اکسیژن و یک مول اتم کربن و برابر ۲۸ گرم است.

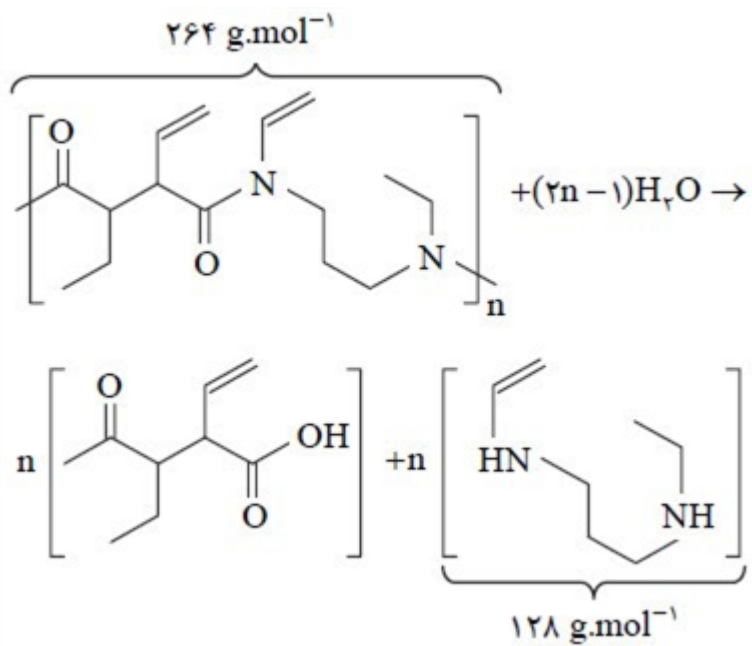
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله‌ی موازنه شده به صورت زیر است که از واکنش ۲ مولکول متانول، با یک دی‌اسید، دی‌استر به دست می‌آید.



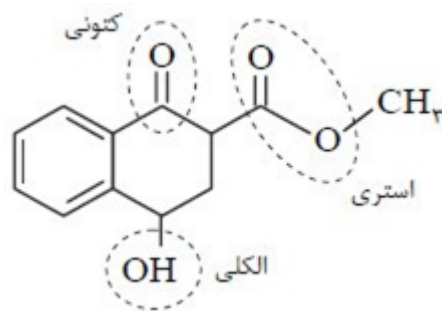
$$?g \text{ استر} = 2 \text{ mol } CH_3OH \times \frac{1 \text{ mol استر}}{2 \text{ mol } CH_3OH} \times \frac{118g \text{ دی استر}}{1 \text{ mol استر}} \times \frac{85}{100} = 100.3g \text{ دی استر}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پلاستیک‌های سبز پلیمرهایی هستند که بر پایه‌ی مواد گیاهی مانند نشاسته تهیه می‌شوند. به همین علت در ساختار آن‌ها اکسیژن نیز یافت می‌شود. این پلاستیک‌ها، مانند اتانول زیست تخریب‌پذیرند.

1.2)



$$\frac{\Delta_1}{1 \times n(264)} \times \frac{\Delta_2}{100} = \frac{x}{n \times 128} \Rightarrow x = 1212g$$



1.3)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آن که مولکولی بتواند پلی آمید تشکیل دهد می بایست یا دی آمین، یا دی اسید و یا آمینواسید (یک آمین و یک اسید) داشته باشد.

۱۰۵) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پیوند C - O استری شکسته می‌شود.

