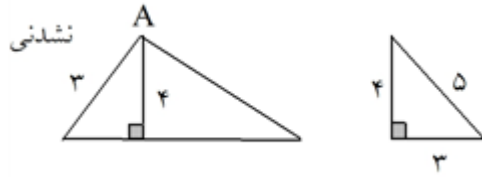


(گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع به طول ۴ الزاما به ضلع به طول ۳ وارد شود زیرا اگر ضلع به طول ۳ و ارتفاع به طول ۴ هم‌راس باشند آن‌وقت طول خط قائم بیشتر از خط مایل است که این امر نشدنی است:

بنابراین ارتفاع به طول ۴ باید به ضلع به طول ۳ وارد شود که در این حالت نیز ارتفاع در واقع همان ضلع سوم است و یک مثلث



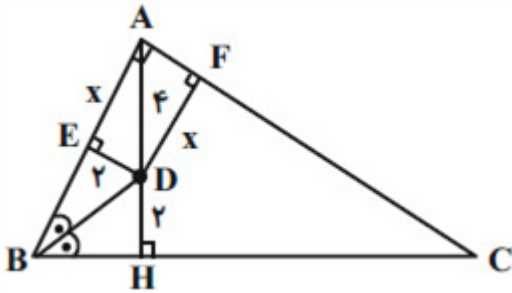
قائم الزاویه با اضلاع ۳ و ۴ و ۵ داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون زاویه ی بین دو قطر متوازی الاضلاع معلوم نیست پس با داشتن دو قطر بی شمار متوازی الاضلاع قابل رسم است.

(گزینه ۴ پاسخ صحیح است.)

هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. پس $DH = DE = ۲$.

چهارضلعی AEDF مستطیل است، زیرا سه زاویه قائمه است. پس $AE = DF = x$ و بنابر قضیه فیثاغورس داریم:



$$\begin{aligned} \mathbf{AD}^\intercal &= \mathbf{DE}^\intercal + \mathbf{AE}^\intercal \Rightarrow \mathfrak{r}^\intercal = \mathfrak{y}^\intercal + x^\intercal \\ &\Rightarrow x^\intercal = \mathfrak{y}^\intercal \Rightarrow x = \mathfrak{y} \sqrt{\mathfrak{r}} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از آنجا که دو مثلث قابل انطباق نیستند، بنابراین به دو حالت زیر می‌تواند با هم مشابه باشند:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{r}{\frac{1}{4}} = \frac{a}{\frac{1}{3}} = \frac{b}{\frac{1}{5}} \\ \frac{r}{\frac{1}{5}} = \frac{a}{\frac{1}{3}} = \frac{b}{\frac{1}{4}} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow \text{محيط} = 3 + \frac{9}{4} + \frac{15}{4} = \frac{36}{4} = 9 \\ a = \frac{9}{5}, b = \frac{12}{5} \Rightarrow \text{محيط} = 3 + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5} \end{array} \right.$$

پس بیشترین مقدار محیط ۹ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به فرض سؤال و شکل:

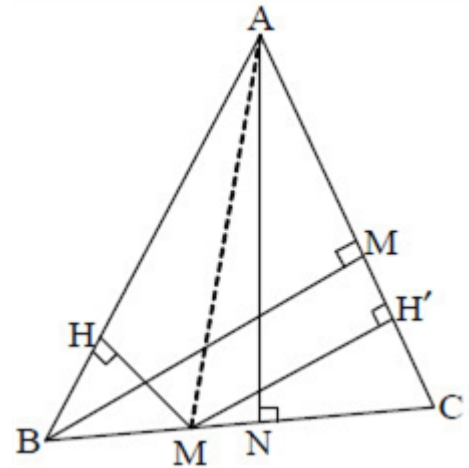
$$MH = ۱, MH' = ۲$$

$$AB = AC = ۴$$

با وصل کردن A به M:

$$S_{\triangle AMB} + S_{\triangle AMC} = S_{\triangle ABC}$$

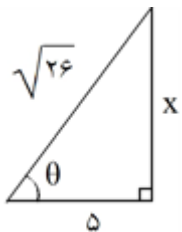
$$\frac{۴ \times ۱}{۲} + \frac{۴ \times ۲}{۲} = S_{\triangle ABC} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = ۶$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = ۲۵ + ۴۹ \Rightarrow AC^2 = ۷۴ \Rightarrow AC = \sqrt{۷۴}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{۷}{\sqrt{۷۴}}$$



$$x^2 + ۵^2 = (\sqrt{۷۴})^2 \Rightarrow x^2 = ۱ \Rightarrow x = ۱$$

$$\cot \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{۵}{۱} = ۵$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(۲) = ۲^۲ - ۱ = ۳ \Rightarrow f(۲) + f(-۲) = ۳ - ۹ = -۶$$

$$f(-۲) = ۴(-۲) - ۱ = -۹$$

$$c(۵, ۲) = \frac{۵!}{۳! \times ۲!} = \frac{۵ \times ۴ \times \cancel{۳!}}{\cancel{۳!} \times ۲} = ۱۰$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۴}{\sqrt{۵}-۱} \times \frac{\sqrt{۵}+۱}{\sqrt{۵}+۱} = \frac{\cancel{۴}(\sqrt{۵}+۱)}{\cancel{۴}} = \sqrt{۵}+۱$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-n \in W = \{۰, ۱, ۲, ۳, \dots\} \Rightarrow n \in \{۰, -۱, -۲, -۳, \dots\}$$

$$X = \{n \mid -n \in W\} = \{۰, -۱, -۲, -۳, \dots\} = Z - \{۱, ۲, ۳, \dots\} = Z - N$$

۱۲) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آن که عدد از ۲۰۰۰ بزرگ‌تر و از ۴۰۰۰ کوچک‌تر باشد، باید رقم هزارگان آن ۲ یا ۳ باشد. چون تکرار ارقام مجاز نیست، برای رقم صدگان ۵ حالت، رقم دهگاه ۴ حالت و رقم یکان ۳ حالت داریم. طبق اصل ضرب، تعداد عددهای

۳ یا ۲



$$2 \times 5 \times 4 \times 3 = 120$$

موردنظر برابر است با:

۱۳) گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر B مجموعه‌ای نامتناهی باشد آنگاه A می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

۱۴) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. یک رابطه از مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B وقتی تابع است که متناظر با هر عضو از مجموعه‌ی A دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی B را بتوان نظیر کرد.

۱۵) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در نمایش زوج مرتبی تابع نباید مؤلفه اول تکراری وجود داشته باشد، بنابراین اگر مؤلفه اول تکراری بود باید مؤلفه دوم آن زوج مرتب هم برابر باشند تا عضوهای تکراری در مجموعه یک‌بار نوشته شوند.

$$(\mathfrak{z}, 1), (5, b) \Rightarrow b = 1$$

$$(2, a + b), (2, 5) \Rightarrow a + b = 5, b = 1 \Rightarrow a = 4$$

$$a + b = 4 + 1 = 5$$

۱۶) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$18, \underbrace{\dots\dots\dots}_{10 \text{ تا}}, 62$$

هرگاه بین دو عدد a و b تعداد m واسطه‌ی حسابی درج کنیم خواهیم داشت:

$$d = \frac{b - a}{m + 1}$$

$$\Rightarrow d = \frac{62 - 18}{10 + 1} = \frac{44}{11} = 4 \quad \text{پس:}$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 18 + 8(4) = 18 + 32 = 50$$

۱۷) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|3x - 2| < 5 \Rightarrow -5 < 3x - 2 < 5 \xrightarrow{+2} -3 < 3x < 7$$

$$\xrightarrow{\div 3} -1 < x < \frac{7}{3} \Rightarrow (a, b) = \left(-1, \frac{7}{3}\right) \Rightarrow a \times b = -1 \times \frac{7}{3} = -\frac{7}{3}$$

۱۸) گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف تابع، باید مقدار تابع به ازای $x = 1$ در هر دو ضابطه برابر باشد.

$$2 - a = b + 3 \Rightarrow a + b = -1$$

بنابراین:

$$f(0) = 2 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & x \leq 1 \\ x + 3, & x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow f(3) = 6$$

۱۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا تمام حالت‌هایی که می‌توان کلمه‌ای ۴ حرفی بسازیم را محاسبه می‌کنیم:

$$۸۷ \times ۷۷ \times ۶۷ \times ۵۷ = ۱۶۸۰$$

حال اگر بخواهیم کلمه‌ای بسازیم که شامل حروف صدادار نباشد، یعنی باید از حروف nstbc استفاده کنیم:

$$۵۷ \times ۴۷ \times ۳۷ \times ۲۷ = ۱۲۰$$

تعداد کلمات فاقد حروف صدادار ۱۲۰

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۲۰}{۱۶۸۰} = \frac{۱}{۱۴}$$

بنابراین:

۲۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گزینه ۱ درست است، زیرا از تمام مدارس، دانش‌آموز انتخاب شده است، در صورتی که در گزینه ۲ فقط از یک منطقه، در گزینه ۳ فقط از مدارس تیزهوشان و در گزینه ۴ فقط از دانش‌آموزان برتر انتخاب شده است.

۲۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دستمزد کارگر در هر هفته، مقدار ثابتی اضافه می‌شود، پس دستمزد وی در هفته‌های متوالی، تشکیل یک دنباله حسابی با جمله اول $t_1 = ۷۵۰$ و قدرنسبت $d = ۲۵$ می‌دهد:

$$t_n = ۷۵۰ + (n - 1)(۲۵) \Rightarrow ۲۰۰۰ = ۷۵۰ + (n - 1) \times ۲۵ \Rightarrow n - 1 = \frac{۲۰۰۰ - ۷۵۰}{۲۵} = ۵۰ \Rightarrow n = ۵۱$$

پس کارگر در پایان هفته ۵۱م به دستمزد ۲۰۰۰ واحد می‌رسد.

۲۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. صورت و مخرج را بر $\sin x$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{۳ \cotg x - ۱}{\cotg x + ۱} = \frac{۳(۴) - ۱}{۴ + ۱} = \frac{۱۱}{۵} = ۲/۲$$

۲۳

$$\begin{pmatrix} ۵ \\ ۳ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ۵ \\ ۰ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ۵ \\ ۲ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ۵ \\ ۱ \end{pmatrix} = ۱۰ + ۵۰ = ۶۰ \text{ یا } \frac{\begin{pmatrix} ۱۰ \\ ۳ \end{pmatrix}}{۲} = ۶۰$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۱}{۲}(\vee)(\delta) \sin A - \frac{۱}{۲} \times \vee \times ۴ \sin A = \frac{\vee}{۴} \Rightarrow \sin A = \frac{۱}{۲} \Rightarrow A = ۳۰^\circ$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

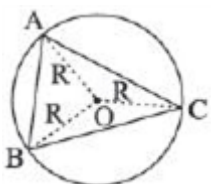
۲۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. میزان بارندگی بر حسب سانتی‌متر، متغیر کمی پیوسته، نوع بارندگی (باران، برف و تگرگ) متغیر کیفی اسمی و شدت بارندگی (کم، متوسط و زیاد) متغیر کیفی ترتیبی است.

۲۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مطابق شکل، مرکز دایره از رئوس مثلث به یک فاصله است، پس روی عمودمنصف اضلاع مثلث قرار دارد.

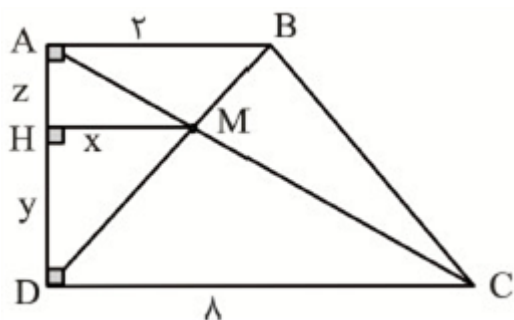


$R = OA = OB \Rightarrow AB$ روی عمودمنصف

$R = OB = OC \Rightarrow BC$ روی عمودمنصف

$R = OA = OC \Rightarrow AC$ روی عمودمنصف

پس مرکز دایره، محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها می‌باشد.



$$\triangle BAD : MH \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{x}{2} = \frac{y}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل صورت در مخرج}} \frac{x}{2-x} = \frac{y}{z} \quad (1)$$

$$\triangle DAC : MH \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{x}{1} = \frac{z}{z+y} \xrightarrow{\text{تفضیل صورت در مخرج}} \frac{x}{1-x} = \frac{z}{y}$$

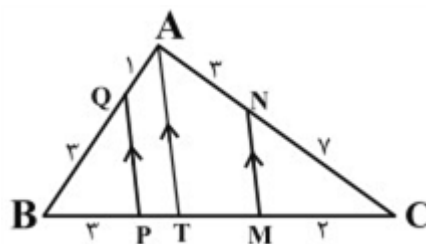
$$\Rightarrow \frac{1-x}{x} = \frac{y}{z} \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{x}{2-x} = \frac{1-x}{x} \Rightarrow \cancel{x} = 1-x + \cancel{x} \Rightarrow x = 1/2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مساحت مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a ، برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است. بنابراین: ۲۸

$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2 = \sqrt{3}, S_{\square} = 4 \Rightarrow S = 4S_{\Delta} + S_{\square} = 4\sqrt{3} + 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. پاره خط AT را موازی MN و PQ رسم می کنیم، داریم: ۲۹



$$\triangle ATC \text{ در } : \frac{CN}{NA} = \frac{CM}{MT} \Rightarrow \frac{3}{3} = \frac{2}{MT} \Rightarrow MT = \frac{6}{3}$$

$$\triangle ATB \text{ در } : \frac{BQ}{QA} = \frac{BP}{PT} \Rightarrow \frac{3}{3} = \frac{3}{PT} \Rightarrow PT = 1$$

$$MP = MT + PT = \frac{6}{3} + 1 = \frac{13}{3}$$

۳۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنا بر فرض‌های سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت:

با توجه به تمرین کتاب درسی هندسه دهم $AP = PQ = QC$ است. می‌دانیم میانه، هر مثلث را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند. پس:

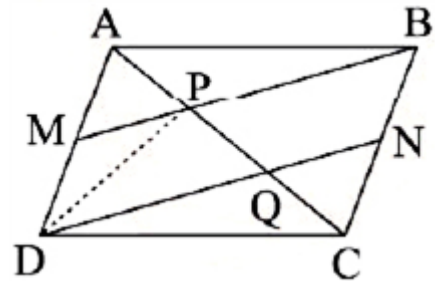
$$S_{\triangle ADP} = S_{\triangle DPQ} = S_{\triangle DQC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ADC} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD} \right) \\ = \frac{1}{6} S_{ABCD} \quad (۱)$$

از طرف دیگر MP میانه در مثلث $\triangle ADP$ است. پس:

$$S_{\triangle AMP} = S_{\triangle DMP} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADP} \xrightarrow{(۱)} S_{\triangle DMP} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} S_{ABCD} \right) = \frac{1}{12} S_{ABCD} \quad (۲)$$

بنابراین:

$$S_{MPQD} = S_{\triangle DMP} + S_{\triangle DPQ} \xrightarrow{(۲), (۱)} S_{MPQD} = \frac{1}{12} S_{ABCD} + \frac{1}{6} S_{ABCD} \\ = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} (۴۸) = ۱۲ \text{ cm}^2$$



۳۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر A و B افرادی که به ترتیب در فوتبال و شنا ثبت‌نام کرده‌اند باشد، داریم:

$$n(M) = ۲۸, n(A - B) = ۱۵, n(A \cap B) = ۵, n(A' \cap B') = ۶ \Rightarrow n(A \cup B) = ۲۸ - ۶ = ۲۲ \\ = ۵ + ۱۵ + n(B \cap A') \Rightarrow n(B \cap A') = ۲ \Rightarrow n(A \cup B') = ۲۸ - ۲ = ۲۶$$

۳۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به این که $۳ - ۲\sqrt{۲} = (\sqrt{۲} - ۱)^۲$ و $۳ + ۲\sqrt{۲} = (\sqrt{۲} + ۱)^۲$ داریم:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{۳-۲\sqrt{۲}}{۳+۲\sqrt{۲}}} - ۳} = \frac{1}{\frac{\sqrt{۳-۲\sqrt{۲}}}{\sqrt{۳+۲\sqrt{۲}}} - ۳} = \frac{1}{\frac{\sqrt{(\sqrt{۲}-۱)^۲}}{\sqrt{(\sqrt{۲}+۱)^۲}} - ۳} \\ = \frac{1}{\frac{\sqrt{۲}-۱}{\sqrt{۲}+۱} - ۳} = \frac{1}{\frac{\sqrt{۲}-۱-۳\sqrt{۲}-۳}{\sqrt{۲}+۱}} = \frac{\sqrt{۲}+۱}{-۲\sqrt{۲}-۴} = \frac{\sqrt{۲}+۱}{-۲(\sqrt{۲}+۲)}$$

سپس مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{۲}+۱}{-۲(\sqrt{۲}+۲)} \times \frac{\sqrt{۲}-۲}{\sqrt{۲}-۲} = \frac{۲-۲\sqrt{۲}+\sqrt{۲}-۲}{-۲(۲-۴)} = \frac{-\sqrt{۲}}{۴}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۳

$$\frac{1-3x}{|1+|2x||} > 1 \Rightarrow \frac{1-3x}{1+|2x|} > 1 \Rightarrow 1-3x > 1+|2x| \Rightarrow -3x > |2x|$$

حالا حالت بندی می کنیم:

$$(1) x \geq 0 \Rightarrow -3x > 2x \Rightarrow 5x < 0 \Rightarrow x < 0 \times$$

$$(2) x < 0 \Rightarrow -3x > -2x \Rightarrow x < 0 \checkmark$$

پس مجموعه جواب نامعادله به صورت $(-\infty, 0)$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$\begin{cases} m > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Rightarrow m^2 - 4m < 0 \Rightarrow 0 < m < 4$$

$$C(n, 3) = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$P(n, 2) = \frac{n!}{(n-2)!} = n(n-1) \Rightarrow C(n, 3) - P(n, 2) = n(n-1) \left[\frac{n-2}{6} - 1 \right] = \frac{1}{6}n(n-1)(n-8)$$

واضح است که $n \geq 9$ است. همین $n = 9$ را امتحان می کنیم می بینیم که حاصل ۱۲ است، پس $n = 9$ است.

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه های ۵ عضوی} = \binom{9}{5} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4! \times 5!} = 9 \times 14 = 126$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۶

اگر $A \cap B = x$ فرض شود:

پژوهش: A

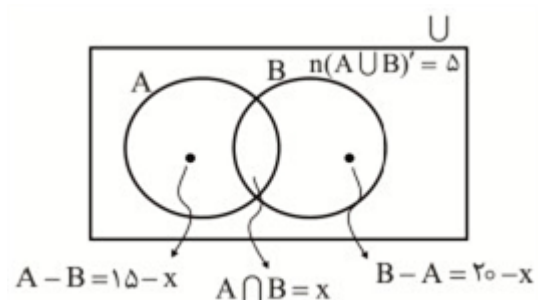
ورزش: B

$$n(U) = n(A \cup B) + n(A \cup B)'$$

$$35 = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) + 5$$

$$35 = (15 - x) + x + (20 - x) + 5 \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

$$n(A - B) = 15 - x = 15 - 5 = 10 = \text{تعداد افرادی که فقط عضو گروه پژوهش هستند.}$$



عرض مستطیل x و طول مستطیل y

$$\Rightarrow y = 2x + 3 \quad s = xy \Rightarrow x(2x + 3) = 65$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x = 65 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 65 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 520}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} 5 \\ -\frac{13}{2} \end{cases} \text{ غ. ق. ق.}$$

$$\text{محیط} = 2(x + y) = 2(x + 2x + 3) = 6x + 6 = 6(5) + 6 = 36$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از بین اعداد داده شده، اعداد ۳، ۶، ۹ بر ۳ بخش پذیر هستند. بنابراین داریم:

هر دو رقم مضرب ۳



هر سه رقم، غیر مضرب ۳

$$\text{جواب نهایی} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 720$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$A = \sin^2 x + \sin x + 3 = \sin^2 x + \sin x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 3 \Rightarrow A = \left(\sin x + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{11}{4}$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{+\frac{1}{4}} -\frac{3}{4} \leq \sin x + \frac{1}{4} \leq \frac{5}{4}$$

$$2 \Rightarrow 0 \leq \left(\sin x + \frac{1}{4} \right)^2 \leq \frac{9}{4} \xrightarrow{+\frac{11}{4}} \frac{11}{4} \leq A \leq 5 \Rightarrow 5 - \frac{11}{4} = \frac{9}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آنکه اختلاف Max و Min برابر ۷ باشد، حالت‌های زیر را برای دو عضو ابتدا و انتها داریم:

$$\{1, \dots, 8\}, \{2, \dots, 9\}, \{3, \dots, 10\}, \{4, \dots, 11\}, \dots, \{13, \dots, 20\}$$

یعنی ۱۳ حالت مختلف که از بین اینها در مجموعه‌های $\{1, \dots, 8\}, \{2, \dots, 9\}, \{3, \dots, 10\}$ جای خالی می‌تواند ۴ باشد

که تعداد آن ۳ حالت است و در مجموعه $\{4, \dots, 11\}$ هم عدد ۴ هست که جای خالی می‌تواند یکی از اعضای

$\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ باشد، پس تعداد کل حالات $3 + 6 = 9$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} + P. = \left(\frac{mg}{A} \right)_{\text{آب}} + \left(\frac{mg}{A} \right)_{\text{جیوه}} + P.$$

$$\Rightarrow P_{\text{کل}} = \left(\frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} \right) + \left(\frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} \right) + (76 \times 1360) = 108800 \text{ Pa}$$

نکته: اگر چگالی جیوه $\frac{g}{\text{cm}^3}$ و $10 \frac{N}{\text{kg}}$ باشد، آن‌گاه برای تبدیل cmHg به Pa کافی است که مقدار cmHg را در

عدد ۱۳۶۰ ضرب کنیم که این کار را در این سوال برای $P.$ انجام دادیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در معادله حالت نوع گاز اهمیت ندارد و فقط تعداد مول‌ها مهم است:

$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{6}{2} = 3 \text{ mol}, n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{112}{28} = 4 \text{ mol}$$

$$n_t = 4 + 3 = 7 \text{ mol}$$

$$PV = nRT \Rightarrow P \times \cancel{V} \times 10^{-3} = \cancel{V} \times \cancel{R} \times 300 \Rightarrow P = \frac{1200}{10^{-3}} = 12 \times 10^5 \text{ pa} = 12 \text{ atm}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا اختلاف دما را بر حسب درجه فارنهایت به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = F_2 - F_1 \Rightarrow \Delta F = 131 - 50 = 81^\circ F$$

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 81 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 45^\circ C$$

اختلاف دما بر حسب سلسیوس خواهد شد. حال نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1 (1 + \alpha \Delta \theta)}{V_1} = 1 + 2 \times 10^{-3} \times 45 = 1/0.9$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تغییر حجم ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta V_{\text{ظرف}} = 1000 \times (6 \times 10^{-6}) (-50) = -0.3 \text{ cm}^3$$

تغییر حجم مایع را حساب می‌کنیم:

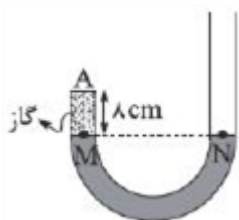
$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta V_{\text{مایع}} = 1000 \times (8 \times 10^{-6}) (-50) = -0.4 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم خالی ظرف برابر است با:

$$|\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}}| = |-0.4 - (-0.3)| = +0.1 \text{ cm}^3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

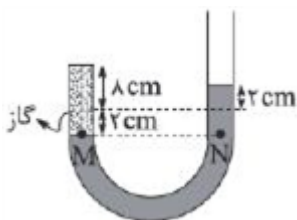
ابتدا فشار و حجم گاز را قبل از افزایش دمای گاز تعیین می‌کنیم.



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 = 76 \text{ cm Hg}$$

$$V = Ah = 8A$$

پس از تغییر دما، سطح جیوه در شاخه سمت راست ۲ cm بالا رفته است، بنابراین سطح جیوه در شاخه سمت چپ ۲ cm پایین آمده است. با توجه به این تغییرات در شکل زیر داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + 4 = 80 \text{ cm Hg}$$

$$V = Ah_2 = A(8 + 2) = 10A$$

$$T_2 = T_1 + 90$$

با توجه به رابطه $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{76 \times 8A}{T_1} = \frac{80 \times 10A}{T_1 + 90}$$

$$\Rightarrow 100 T_1 = 76 T_1 + 76 \times 90 \Rightarrow 24 T_1 = 76 \times 90$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{76 \times 90}{24} = 285 K \Rightarrow \theta_1 = 285 - 273 = 12^\circ C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. پیستون ثابت می ماند و ارتفاع آب ۲۰ cm کم می شود. پس ارتفاع گاز ۲۰ cm افزایش می یابد.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \left(P_1 + \frac{m_1 g}{A} \right) \left(\cancel{1.5} \times A \right) = \left(P_1 + \frac{m_2 g}{A} \right) \left(\cancel{1.5} \times \cancel{A} \right)$$

$$\left(1.5 + \frac{20 \times 10}{20 \times 10^{-4}} \right) (4) = \left(1.5 + \frac{10 m_2}{20 \times 10^{-4}} \right) (5)$$

$$8 \times 10^5 = 5 \times 10^5 + \frac{50 m_2}{20 \times 10^{-4}} \Rightarrow \frac{5}{2} \times 10^4 m_2 = 3 \times 10^5 \Rightarrow m_2 = 12 \text{ kg} \Rightarrow \Delta m = 1 \text{ kg}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$W = F \cdot \cos \theta \quad 0 \leq \theta < 90^\circ$$

$$\cos \theta > 0 \Rightarrow W > 0$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow W = 0$$

$$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \Rightarrow \cos \theta < 0 \Rightarrow W < 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا افزایش فشار ناشی از وزنه را محاسبه می کنیم. داریم:

$$\Delta P = \frac{mg}{A_1} \xrightarrow{m=3 \text{ kg}, A_1=4 \text{ cm}^2=4 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \Delta P = \frac{3 \times 10}{4 \times 10^{-4}} \Rightarrow \Delta P = 7.5 \times 10^4 \text{ Pa}$$

دقت کنید که طبق اصل پاسکال، میزان افزایش فشار در تمام نقاط مایع یکسان است، یعنی این افزایش فشار بدون هیچ کم و کاستی به کف ظرف منتقل می شود. بنابراین افزایش نیرو به ته ظرف برابر است با:

$$\Delta F = A_2 \cdot \Delta P \xrightarrow{A_2=20 \text{ cm}^2=20 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \Delta P=7.5 \times 10^4 \text{ Pa}} \Delta F = 20 \times 10^{-4} \times 7.5 \times 10^4 = 150 \text{ N}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از تندی اولیه و انرژی جنبشی، جرم اتومبیل را محاسبه می کنیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 200 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times m \times 400 \Rightarrow 200 \times 10^3 = 200 m \Rightarrow m = 1000 \text{ kg}$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{m=1000 \text{ kg}, v_1=20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2=-40 \frac{\text{m}}{\text{s}}} W_t = \frac{1}{2} \times 1000 ((-40)^2 - 20^2) = 6 \times 10^5 \text{ J}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قضیه کار - انرژی جنبشی را برای هر دو حالت می نویسیم:

۵۰

حالت (۱) را F_1 برابر می کنیم:

$$W_{F_1} = F_1 \times d \times \cos 37^\circ = F_1 \times 8 \times 0.8 = 25/6 F_1$$

$$W_{F_2} = F_2 \times d \times \cos 0^\circ = 20 \times 8 \times 1 = 160 J$$

$$W_{f_k} = f_k \times d \times \cos 180^\circ = 8 \times 8 \times (-1) = -64 J$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow 25/6 F_1 + 160 - 64 = \frac{1}{2} m \left((5V_1)^2 - V_1^2 \right) \Rightarrow 25/6 F_1 + 96 = 12 m V_1^2$$

$$\Rightarrow 5/6 F_1 + 24 = 3 m V_1^2 \quad (I)$$

حالت (۲) را F_1 برابر می کنیم:

$$W_{F_1} = F_1 \times d \times \cos 37^\circ = F_1 \times 10 \times 0.8 = 40 F_1$$

$$W_{F_2} = F_2 \times d \times \cos 0^\circ = 20 \times 10 \times 1 = 200 J$$

$$W_{f_k} = f_k \times d \times \cos 180^\circ = 8 \times 10 \times (-1) = -80 J$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow 40 F_1 + 200 - 80 = \frac{1}{2} m \left((5V_1)^2 - V_1^2 \right) \Rightarrow 40 F_1 + 120 = \frac{35}{2} m V_1^2$$

$$\Rightarrow 8 F_1 + 24 = \frac{7}{2} m V_1^2 \quad (II)$$

$$\begin{aligned} (-V) \quad & \begin{cases} 5/6 F + 24 = 3m \times 4 \\ 8F + 24 = \frac{7}{2} m \times 4 \end{cases} \Rightarrow 3/2 F = 24 \Rightarrow F = 16 N \\ (+) \quad & -44/8 F + 48 F - 24 = 0 \end{aligned}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^2 = 2500 J = 2/5 \times 10^3 = 2/5 KJ$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

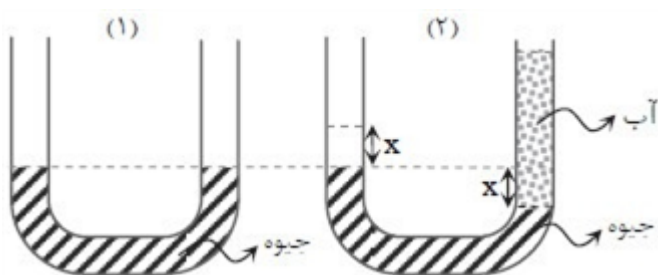
$$\Delta K = K_2 - K_1 = 0 - 2/5 = -2/5 kJ \Rightarrow |\Delta K| = 2/5 kJ$$

نکته ی درسی: اصل پایستگی انرژی که نشان می دهد انرژی جنبشی به صورت گرما و افزایش انرژی درونی ظاهر گردیده است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل می بینیم که جیوه در شاخه ی سمت راست به اندازه ی X پایین می رود و در شاخه ی سمت

۵۲

چپ به اندازه ی X بالا می آید و:



$$\begin{aligned} \rho_{\text{جیوه}} g(2x) &= \rho_{\text{آب}} g \times 34 \\ \Rightarrow 13600 \times 2x &= 1000 \times 34 \Rightarrow x = 1/25 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$L_A = L_B = L_0 = 2m$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵۳

$\alpha_B > \alpha_A$ است، در نتیجه تغییر طول B از A بیش تر است.

$$L_B' - L_A' = \Delta L_B - \Delta L_A = L_0 \alpha_B \Delta \theta - L_0 \alpha_A \Delta \theta = L_0 \Delta \theta (\alpha_B - \alpha_A)$$

$$\Rightarrow 0.8 \times 10^{-2} = 2 \Delta \theta (20 \times 10^{-6} - 12 \times 10^{-6}) \Rightarrow \Delta \theta = \frac{8 \times 10^{-6}}{2 \times 8 \times 10^{-6}} = 50^\circ C$$

$$\frac{c_2}{c_1} = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گرمای ویژه به جنس جسم بستگی دارد و تغییر نمی‌کند. ۵۴

$$mc = \frac{m_1 c_2}{m_1 c_1} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۵

$2250m = 250 \times 10^3 \times 10^3 \times 9 \times 10^{-6} = 2250m$
از آن جایی که موج این مسیر مستقیم را رفته و برگشته، پس عمق این نقطه نصف این مقدار است:

$$\text{عمق} = \frac{2250}{2} = 1125 = 1/125 \times 10^3 m$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه $W = Fd \cos \theta$ و با داشتن W و θ ، حاصلضرب Fd را می‌یابیم: ۵۶

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow[\theta=53^\circ]{W=36J} 36 = Fd \cos 53^\circ \xrightarrow{\cos 53^\circ = 0/6}$$

$$36 = Fd \times 0/6 \Rightarrow Fd = 60J$$

بیشینه کار انجام شده توسط نیروی ثابت $\vec{F}$ در جابه‌جایی ثابت $\vec{d}$ در حالتی است که نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت باشند. یعنی $\theta = 0$ باشد. بنابراین بیشینه کار انجام شده برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow[\theta=0]{F=60J} W_{\max} = 60 \times \cos(0) \xrightarrow{\cos(0)=1} W_{\max} = 60J$$

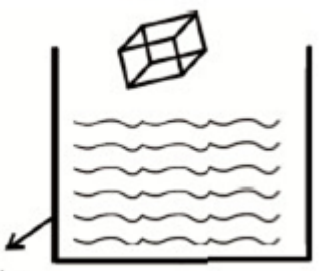
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار ۵۷

می‌خواند، بنابراین:

$$\frac{\text{دقت اندازه‌گیری ترازوی A}}{\text{دقت اندازه‌گیری ترازوی B}} = \frac{0/01}{0/001} = 10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گرمای گرفته جسم سرد = گرمای از دست داده جسم گرم ۵۸

قطعه مس



$$Q_1 = Q_2$$

$$m_{\text{آب}} C_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) = m_{\text{مس}} C_{\text{مس}} (\theta_{\text{مس}} - \theta_e)$$

$$2 \times 4200 (\theta_e - 30) = 0/8 \times 400 (200 - \theta_e)$$

$$8400 \theta_e - 252000 = 64000 - 320 \theta_e$$

ظرف عایق

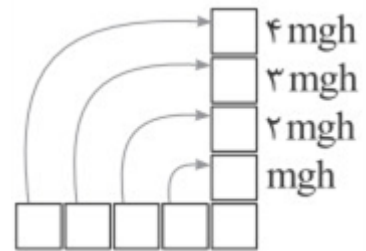
$$8720 \theta_e = 316000 \Rightarrow \theta_e = \frac{316000}{8720} \cong 36/2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۹

$$\Delta U = mgh + 2mgh + 2mgh + 4mgh = 10 \times 2 \times 10 \times \frac{2}{10} = 40 \text{ J}$$

$$\Delta U = \frac{n(n-1)}{2} mgh = \frac{5(5-1)}{2} \times 2 \times 10 \times \frac{2}{10} = 40 \text{ J}$$

فرمول تستی : $\Delta U = \frac{n(n-1)}{2} mgh = \frac{5(5-1)}{2} \times 2 \times 10 \times \frac{2}{10} = 40 \text{ J}$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۰

$$W = (F_1 \cos \theta + F_2) d \Rightarrow 9000 = \left(200 \times \frac{1}{2} + F_2 \right) \times 60$$

$$9000 = 6000 + 60 F_2 \Rightarrow F_2 = \frac{9000 - 6000}{60} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ N}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تغییرات طول دو میله نسبت به افزایش دما یکسان است، در نتیجه: ۶۱

$$\Delta L_A = \Delta L_B \Rightarrow \alpha_A L_A \Delta T = \alpha_B L_B \Delta T$$

$$\Rightarrow \alpha_A L_A = \alpha_B L_B \Rightarrow \alpha_A \times 30 = \alpha_B \times 40 \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{40}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{4}{3}$$

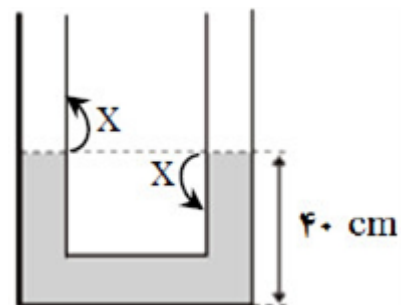
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون سطح مقطع لوله در دو طرف برابر است، اگر در شاخه سمت راست روغن بریزیم، همان اندازه که ۶۲

در سمت راست آب پایین می‌رود، در طرف چپ نیز بالا رفته و اختلاف سطح آب در دو طرف $2x$ خواهد شد. فشار هوا در دو طرف

$$\overset{\text{آب}}{\rho_1} \cdot \overset{\text{روغن}}{g} \cdot h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \text{تبادل فشار}$$

به یک اندازه تأثیر گذاشته و در رابطه تعادل فشار بی‌اثر است.

$$1 \times 2x = 0.8 \times 15 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6 \text{ cm}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۳

$$m = 80g = \frac{8}{100} \text{ kg}$$

$$k = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 9 = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} \times v^2 \Rightarrow 9 = \frac{4}{100} \times v^2 \Rightarrow v^2 = 9 \times \frac{100}{4} = 225$$

$$v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{\times \frac{3600}{1000}} v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

۶۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مقدار بالا یا پایین آمدن مایع داخل لوله موئین، به طول لوله و مقدار فرو رفتن لوله در داخل مایع، بستگی ندارد.

۶۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P = \rho \cdot g \cdot h = 13/6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9/81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 76 \times 10^{-2} = 101396/16 = 1/0.139616 \times 10^5$$

$$= 1 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \text{ atm}$$

$$760000 \text{ nm} = 760000 \times 10^{-9} \text{ cm} = 76 \text{ cmHg} = 1 \text{ atm}$$

۶۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط ج درست است.

الف: با کاهش قطر لوله موئین فقط ارتفاع مایعی مثل آب که دگرچسبی بیشتری تا هم چسبی دارد، افزایش می یابد، ولی ارتفاع مایعی مثل جیوه که هم چسبی آن بر دگرچسبی غلبه می کند، کاهش می یابد.
ب: شیشه و قیر هر دو جامد بی شکل هستند.
ج: کاملاً درست است.

د: تغییر فشار هوا به میزان نه چندان زیاد، تأثیری بر اثر موئینگی ندارد و ارتفاع مایع درون لوله موئین را تغییر نمی دهد.

۶۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در جمع یا تفریق دو کمیت، کمیت ها باید هم جنس باشند اما در ضرب و تقسیم هم جنس بودن کمیت ها مهم نیست. بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: $\text{Pa} = \frac{N}{\text{m}^2} \Leftarrow$ هر دو یکای فشار و یکسان هستند و عبارت مشخص شده قابل محاسبه است.

گزینه ۲: ضرب و تقسیم کمیت ها را می توان انجام داد و نیازی به یکسان بودن یکاها نیست.

گزینه ۳: L یکای حجم و cm یکای طول با هم جمع شده اند که این عبارت قابل محاسبه نمی باشد.

گزینه ۴: $\frac{J}{s}$ و W هر دو یکای توان هستند و این عبارت قابل محاسبه است.

۶۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دمای گاز را در حالت دوم با حالت اول مقایسه می کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{P_1 = 4 \text{ atm}, P_2 = 1/5 \text{ atm}, n_2 = \frac{1}{4} n_1, V_1 = V_2} \frac{4}{n_1 \times T_1} = \frac{1/5}{\frac{1}{4} n_1 \times T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4}$$

می دانیم انرژی درونی گاز بستگی به دمای گاز و تعداد ذرات گاز دارد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

حال درصد تغییر انرژی درونی گاز را به دست می آوریم:

$$\text{درصد تغییر انرژی درونی} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{8} U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = -62/5\%$$

بنابراین انرژی درونی گاز ۶۲/۵ درصد کاهش می یابد.

۶۹

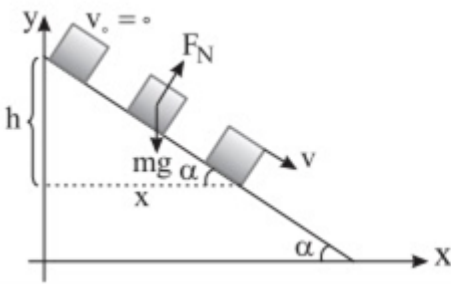
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$Q_{\text{net}} = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow 0/5 \times 4200 \times (25 - 20) + 0/2 \times 450 \times (25 - 50) + 0/2 \times c(25 - 52/5) = 0$$

$$10500 - 2250 - 5/5 c = 0 \Rightarrow c = 1500 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۰



$$\begin{aligned} W_t &= \Delta K \\ W_{mg} + W_{F_N} &= K - 0 \\ mgh + 0 &= K \\ \tan \alpha &= \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \tan \alpha \\ mgx \tan \alpha &= K \end{aligned}$$

بنابراین رابطه‌ی انرژی جنبشی با مکان (x) یک رابطه‌ی خطی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$\begin{cases} V = \frac{54}{3/6} = 18 \frac{m}{s} \\ k = 3.6 \text{ kJ} = 3600 \text{ J} \\ m = ? \end{cases}$$

$$k = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow m = \frac{2k}{V^2}$$

$$m = \frac{2 \times 3600}{225} = \frac{7200}{225} \Rightarrow m = 32 \text{ kg} \Rightarrow m = 2/72 \text{ ton}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۲

$$\left. \begin{aligned} V_A &= \frac{1}{6}V_{\text{آلیز}} \\ V_B &= \frac{2}{6}V_{\text{آلیز}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_B = 2V_A, \rho = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{6V_A + 2(2V_A)}{V_A + 2V_A} = 3/75 \frac{g}{cm^3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ریختن نمک در آب، نقطه انجماد آن را پایین می‌برد. (نادرستی گزینه ب)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت اندازه‌گیری هر یک از این دستگاه‌ها برابر با یک واحد از آخرین رقم آنها است. مقادیر داده شده را بر حسب متر نوشته و سپس دقت آنها را به دست می‌آوریم. دقت کنید، $k = 10^3$ کیلو، $m = 10^{-3}$ میلی و $\mu = 10^{-6}$ میکرو است.

$$\begin{aligned} A : 3/5617 \text{ km} &= 3561.7 \text{ m} \Rightarrow A \text{ دقت} = 0.1 \text{ m} \\ B &= 3749 \text{ mm} = 3.749 \text{ m} \Rightarrow B \text{ دقت} = 0.001 \text{ m} \\ C &= 5/7 \times 10^5 \mu\text{m} = 0.57 \text{ m} \Rightarrow C \text{ دقت} = 0.01 \text{ m} \end{aligned}$$

وسیله‌ای که کوچک‌ترین دقت اندازه‌گیری را دارد، دقیق‌ترین وسیله است. بنابراین دقیق‌ترین دستگاه، B است. اکنون نسبت

$$\frac{A \text{ دقت}}{B \text{ دقت}} = \frac{0.1}{0.001} = \frac{0.1}{0.1} = 1$$

خواسته شده را به دست می‌آوریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نیروی وارد بر هر دو و جابه‌جایی هر دو یکسان است. بنابراین کار کل روی دو قایق برابر بوده و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{t_1} = W_{t_2} \Rightarrow \Delta K_1 = \Delta K_2 \Rightarrow K_1 = K_2$$

۷۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، انرژی الکترون‌ها در اتم با افزایش فاصله از هسته، افزایش می‌یابد.

۷۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۷۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۷۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ترتیب صحیح انرژی و ترتیب صحیح طول موج پرتوهای الکترومغناطیس بدین شکل است:
انرژی پرتوها:

امواج رادیویی > ریزموج‌ها > پرتوهای فروسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس > پرتوهای گاما
طول موج پرتوها:

امواج رادیویی < ریزموج‌ها < پرتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس < پرتوهای گاما

۸۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تمام عبارت‌های پیشنهادشده درست هستند.



۸۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه موارد نادرست هستند. دلیل نادرستی موارد:

(الف) کره زمین را می‌توان سامانه‌ای در نظر گرفت که شامل چهار بخش هواکره، آب‌کره، سنگ‌کره و زیست‌کره است.

(ب) بیشترین یون‌های حل شده در آب دریا، یون‌های Na^+ و Cl^- هستند.

(پ) فعالیت‌های آتشفشانی، گازهای گوناگون و مواد شیمیایی جامد به صورت گرد و غبار وارد هواکره می‌کنند.

(ت) بیشتر آب‌های روی زمین شور می‌باشد و نمی‌توان از آن در کشاورزی و مصارف صنعتی استفاده کرد.

(ث) یکی از فراورده‌های واکنش سدیم کلرید با نقره نیترات، ترکیب یونی نامحلول نقره کلرید بوده که در آن یون کلرید (آنیون) به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

۸۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در یک بادکنک فشار هوای درون آن با فشار محیط همواره برابر است در غیر این صورت بادکنک

می‌ترکد. با افزایش دما حجم هوای درون بادکنک افزایش می‌یابد.

۸۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا امکان تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آن وجود دارد و به عنوان حلال در صنعت و

آزمایشگاه به کار می‌رود.

۸۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ترکیب اکسیژن با سلولز کاغذ و چوب باعث پوسیده شدن آنها می‌شود، همچنین باعث زنگ زدن آهن و فساد مواد غذایی می‌شود.

۸۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

الف) درست: با توجه به پاراگراف دوم صفحه‌ی ۵ کتاب درسی

ب) نادرست: ایزوتوپ پرتوزا و ناپایدار (نه پایدار)

پ) نادرست: عدد اتمی تکنسیم ۴۳ است.

ت) نادرست: با توجه به پایین صفحه‌ی ۷ کتاب درسی

۸۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گزینه‌های (۳) و (۴) مردود است، زیرا آرایش کوانتومی خواسته شده است، در آرایش الکترونی زیرلایه‌ها

با ضرب یکسان کنار هم باید باشند. (رد گزینه‌ی ۲)

۸۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از میان ۱۱۸ عنصر شناخته شده، ۹۲ عنصر به صورت طبیعی یافت می‌شوند، اما این به معنای طبیعی

بودن عناصر با عدد اتمی ۱ تا ۹۲ نیست. برای مثال تمام تکنسیم موجود در جهان به طور مصنوعی ساخته می‌شود اما عدد اتمی

این عنصر برابر با ۴۳ است. بررسی برخی گزینه‌ها:

گزینه ۲: فسفر (P_{15}) و آرسنیک (As_{33}) هر دو در گروه ۱۵ جدول تناوبی جای دارند و رادیوایزوتوپی از فسفر در ایران ساخته می‌شود.

گزینه ۳: عنصر منیزیم دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی و عنصر لیتیم دارای ۲ ایزوتوپ طبیعی است.

۸۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد (الف) و (پ) درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) طول موج قرمز به دلیل داشتن انرژی کمتر نسبت به سایر طول موج‌های ناحیه مرئی، کمترین شکست را در منشور دارد.

ت) نور زرد لامپ‌های آزادراه‌ها و خیابان‌ها به دلیل وجود بخار سدیم در آنها است.

۸۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، این عنصر دارای عدد اتمی ۳۳ بوده و آرایش الکترونی اتم آن به صورت

$(1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 4p^2)$: As_{33} است؛ و نسبت شمار زیرلایه‌های اشغال شده از الکترون به شمار الکترون‌های

ظرفیتی آن، $\frac{8}{5}$ است.

۹۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱: مطالعه نوع و مقدار عناصر سازنده سیاره‌ها یکی از راه‌های درک چگونگی تشکیل عناصر است.

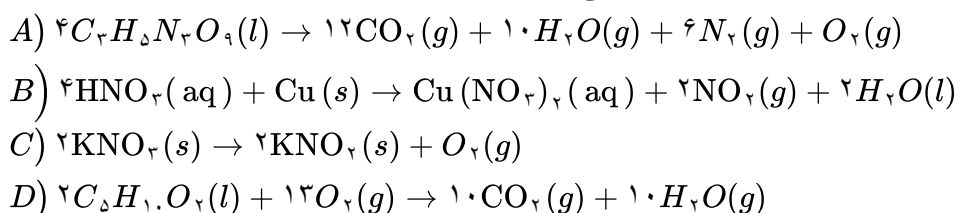
گزینه ۲: در بین عناصر فراوان سیاره مشتری گازهای نجیب هلیوم، نئون و آرگون مشاهده می‌شود؛ در حالی که در بین عناصر

فراوان سیاره زمین هیچ گاز نجیبی یافت نمی‌شود.

گزینه ۳: تشکیل سحابی‌ها نیازمند کاهش دما است و نه افزایش!

گزینه ۴: در واکنش‌های هسته‌ای از هیدروژن ابتدا هلیوم سپس نافلزات و فلزات سبک مانند کربن و لیتیم و در نهایت فلزات سنگین شکل گرفتند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله واکنش‌ها پس از موازنه به صورت زیر می‌باشد:



مجموع ضرایب در واکنش‌های A، B، C و D به ترتیب برابر است با: ۳۳، ۱۰، ۵ و ۳۵

$$\frac{\text{مجموع ضرایب B}}{\text{مجموع ضرایب C}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\text{مجموع ضرایب A} - \text{مجموع ضرایب D} = 33 - 35 = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فلزات با از دست دادن الکترون به آرایش گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسند. در حالی که نافلزات با دریافت الکترون به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فاصله بین دو قله یا دو دره را طول موج می‌گویند.



چون طول موج پرتو B کوچک‌تر از طول موج پرتو A است انرژی آن بیشتر است و هنگام تابش به جسم دمای جسم را بیشتر افزایش می‌دهد.

اگر پرتو A نور قرمز باشد پرتو B می‌تواند نور آبی، نیلی و بنفش باشد، چون این پرتوها طول موج کمتری دارند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های ب و پ نادرست‌اند. بررسی برخی عبارت‌ها:

الف) ایزوتوپ‌های $^{24}_{12}\text{Mg}$ و $^{35}_{17}\text{Cl}$ سبک‌ترین، فراوان‌ترین و پایدارترین ایزوتوپ‌های این دو عنصراند.

ب) نماد نوترون به صورت 1_0n است.

پ) به دلیل نیم‌عمر اندک تکنسیم، ذخیره‌سازی آن ممکن نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در لایه تروپوسفر با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دما و فشار هوا کره کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فراوان‌ترین ترکیب هوای پاک و خشک گاز CO_2 است.

(۳) نقطه جوش O_2 از گازهای Ar و N_2 بیشتر است و به همین دلیل زودتر مایع شده و دیرتر به حالت گازی تبدیل می‌شود.

همچنین به دلیل نزدیک بودن نقطه جوش O_2 به Ar ، تهیه گاز اکسیژن به صورت خالص دشوار است.

(۴) از گاز نیتروژن (N_2) برای این منظور استفاده می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون حجم و دما و فشار یکسان است بنابراین با توجه به اصل آووگادرو مقدار مول گازی همه‌ی گازها

یکسان است و این قاعده بستگی به نوع گاز ندارد.

$$2\text{KClO}_{3(s)} \rightarrow 2\text{KCl}_{(s)} + 3\text{O}_{2(g)}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{300}{3 \times 22400} \rightarrow x \approx 0.009 \text{ mol}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مورد های اول و سوم صحیح هستند. ۹۸

$$g = 1000 g H_2O \times \frac{36 g NaCl}{100 g H_2O} = 360 g NaCl$$

$$416 - 360 = 56 g NaCl \text{ حل نشده}$$

$$g = 56 g NaCl \times \frac{100 g H_2O}{36 g NaCl} = 155/5$$

$$\frac{155/5}{1000} \times 100 = 15/5\%$$

$$\frac{56}{416} \times 100 = 13/5\% \quad \text{مورد سوم}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۹

(آ) هر چه طول موج پرتویی بیش تر باشد، زاویه انحراف آن پس از عبور از منشور کم تر است.

(ب) رنگ شعله مس II نیترات با مس II کلرید یکسان است.

(پ) پرتویی که طول موج بلندتر دارد، انرژی کمتری با خود حمل می کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

$$M^{+} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} e = p - 4 \\ n - e = 22 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} N - p + 4 = 22 \\ N - p = 18 \\ N - p = 18 \\ N + p = 118 \end{array}$$

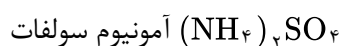
$$2N = 136 \Rightarrow N = 68 \Rightarrow p = 50 \Rightarrow \text{Sn} \rightarrow \text{گروه ۱۴ تناوب ۵}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق داده های سؤال عنصرهای A، X و D به ترتیب همان Cl، Si و Na هستند. ۱۰۱

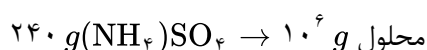
ترکیب حاصل از Cl و Si یک ترکیب مولکولی (SiCl_۴) است.

ترکیب حاصل از Cl و Na، یک ترکیب یونی (NaCl) است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۲

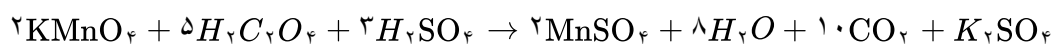


$$\text{ppm} = 0.24 \times 10^4 = 240 \text{ ppm}$$

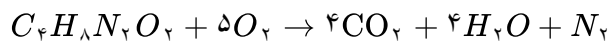


$$? g \text{ NH}_4^+ = 240 g \times \frac{1 \text{ mool}}{132 g} \times \frac{2 \text{ mol NH}_4^+}{1} \times \frac{18 g}{1 \text{ mol}} = 65/45$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: ۱۰۳



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۰۴)



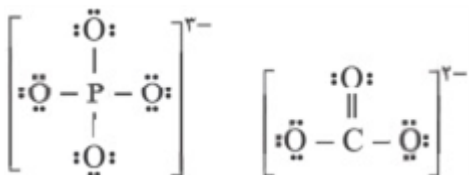
$116 \text{ g } C_4H_8N_2O_2$	$5 \times 22/4 \times \frac{100}{21} \text{ L هوا}$	$\Rightarrow x = 92 \text{ L}$
$20 \text{ g } C_4H_8N_2O_2$	x	

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرمول شیمیایی آمونیوم کربنات به صورت $(NH_4)_2CO_3$ و فرمول شیمیایی پتاسیم فسفات به

صورت K_3PO_4 است. مدل فضاپرکن یون NH_4^+ و PO_4^{3-} مشابه است. بررسی گزینه‌های نادرست:

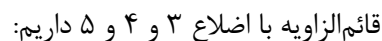
(۱) در هر واحد فرمولی $(NH_4)_2CO_3$ ، ۳ یون و در هر واحد فرمولی K_3PO_4 ، ۴ یون وجود دارد.

(۳) ساختار لوویس آنیون‌ها به صورت زیر است:



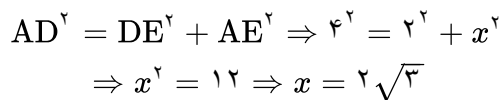
(۴) نسبت شمار آنیون به کاتیون در $(NH_4)_2CO_3$ برابر $\frac{1}{3}$ و در K_3PO_4 برابر $\frac{1}{3}$ است.

بنابراین ارتفاع به طول 4 باید به ضلع به طول 3 وارد شود که در این حالت نیز ارتفاع در واقع همان ضلع سوم است و یک مثلث



۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چهار ضلعی AEDF مستطیل است، زیرا سه زاویه قائمه است. پس $AE = DF = x$ و بنابر قضیه فیثاغورس داریم:


$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{r}{4} = \frac{a}{3} = \frac{b}{5} \\ \frac{r}{5} = \frac{a}{3} = \frac{b}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow \text{محيط} = 3 + \frac{9}{4} + \frac{15}{4} = \frac{36}{4} = 9 \\ a = \frac{9}{5}, b = \frac{12}{5} \Rightarrow \text{محيط} = 3 + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5} \end{array} \right.$$

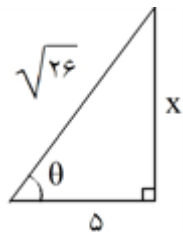
پس بیشترین مقدار محیط ۹ است.

$$AB = AC = 4$$

با وصل کردن A به M:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 25 + 49 \Rightarrow AC^2 = 74 \Rightarrow AC = \sqrt{74}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{7}{\sqrt{74}}$$



$$x^2 + 5^2 = (\sqrt{26})^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\operatorname{Cotg} \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{5}{1} = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷

$$\begin{aligned} f(2) &= 2^2 - 1 = 3 \\ f(-2) &= 4(-2) - 1 = -9 \end{aligned} \Rightarrow f(2) + f(-2) = 3 - 9 = -6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$e(5, 2) = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!} \times 2} = 10$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹