

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱

$$a_n = \{21, 29, 37, 45, \dots\}$$

$$b_n = \{-11, -5, 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, \dots\}$$

در دو دنباله فوق عدد ۳۷ مشترک است. پس جملات مشترک این دو دنباله تشکیل دنباله حسابی با جمله اول ۳۷ و قدر نسبت

$$\{37, 61, 85, \dots\} = 24n + 13$$

ک.م.م ۸ و ۶ که برابر ۲۴ است می‌دهد.

بررسی اعداد سه رقمی در این دنباله:

$$100 \leq 24n + 13 \leq 999 \Rightarrow 87 \leq 24n \leq 986 \Rightarrow \frac{87}{24} \leq n \leq \frac{986}{24} \Rightarrow 3/625 \leq n \leq 41/08$$

پس اعداد ۴ تا ۴۱ قابل قبول است، یعنی ۳۸ جمله.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲

$$f(x) = 6x^2 - (abx - 2ax^2 + 2b - 4x) - b \Rightarrow f(x) = \underbrace{(6+2a)}_4 x^2 + \underbrace{(4-ab)}_4 x - 2b - b$$

$$\Rightarrow a = -3, 4 + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{4}{2} \Rightarrow f(x) = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه P روی دایره مثلثاتی است. پس اگر زاویه $\widehat{POx}$ برابر θ باشد، $2m = \sin \theta$ و

$$m - 1 = \cos \theta$$

می‌دانیم $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ پس:

$$(m-1)^2 + (2m)^2 = 1 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 + 4m^2 = 1 \Rightarrow 5m^2 - 2m = 0 \Rightarrow m(5m-2) = 0$$

$$m \neq 0 \Rightarrow m = \frac{2}{5} \Rightarrow P\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

$$m_{OP} = \frac{\frac{4}{5} - 0}{-\frac{3}{5} - 0} = -\frac{4}{3}$$

از مرکز دایره (O) به نقطه P وصل می‌کنیم و داریم:

می‌دانیم خط مماس بر دایره در نقطه مماس بر شعاع دایره عمود است و دو خط عمود بر هم دارای شیب‌های قرینه و معکوس

$$m_L = \frac{3}{4} \quad \text{هستند. پس:}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تعداد فرزندان فرد است، پس یا تعداد دخترها بیشتر است و یا تعداد پسرها (تعداد آنها نمی‌تواند

برابر باشد). چون این دو احتمال با هم برابر هستند، پس شانس هر کدام برابر با $\frac{1}{2}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنید A: پیشامد پسر بودن B: پیشامد داشتن پدر و مادر شاغل

$$P(A) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶

$$\left. \begin{aligned} a_1 = (a, r)^2 &\Rightarrow \cancel{a} = a, \cancel{r}^2 \Rightarrow a, r^2 = 1 \\ a, r^2 &= 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\cancel{a} \cancel{r}^2}{\cancel{a} \cancel{r}^2} = \frac{5}{1} \Rightarrow r = 5 \Rightarrow a, = \frac{1}{25}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر حروف نقطه‌دار را با N و بی‌نقطه را با B نمایش دهیم، حرف «ی» باید نقطه‌دار باشد تا بتوان یک در میان نوشت. پس تعداد نقطه‌دارها باید ۳ و بی‌نقطه‌ها ۴ باشد و نمایش حروف به صورت زیر خواهد بود.

B N B N B N B

که تعداد کل حالت‌های آن برابر:

$$\frac{4!}{2!2!} \times \frac{3!}{2!} = 6 \times 3 = 18$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. محدودیت برای رقم صدگان و هزارگان وجود دارد: ۸

الف) هزارگان $\{4, 5, 6\}$

صدگان $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

عددی که در هزارگان قرار بگیرد، نمی‌تواند در صدگان باشد، بنابراین برای صدگان ۶ حالت وجود دارد. حال داریم:

$$3 \times 6 \times 5 \times 4 = 360$$

ب) هزارگان $\{3\}$

صدگان $\{5, 6\}$

$$1 \times 2 \times 5 \times 4 = 40$$

در این حالت داریم:

پس در مجموع ۴۰۰ حالت داریم.

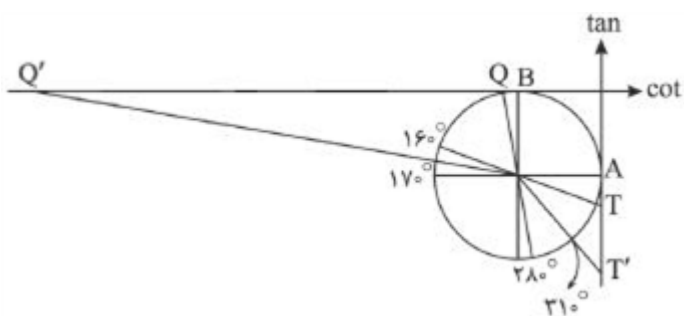
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حالت‌هایی که مجموع اعداد کمتر از ۸ است را نمی‌خواهیم: ۹

$$n(S) = \binom{5}{3}$$

$$A' = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}\} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{\binom{5}{3}} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از فاکتورگیری و سپس با استفاده از مکعب دوجمله‌ای، داریم: ۱۰

$$x^4y + 6x^3y^2 + 12x^2y^3 + 8xy^4 = xy(x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3) = xy(x+2y)^3$$



با دقت در دایره مثلثاتی مشخص می شود که:

$$\operatorname{tg} 16^{\circ} = AT$$

$$\operatorname{Cotg} 28^{\circ} = BQ$$

$$\operatorname{tg} 31^{\circ} = AT'$$

$$\operatorname{Cotg} 17^{\circ} = BQ'$$

توجه شود که همه مقادیر فوق منفی هستند و بنابراین $\operatorname{Cotg} 17^{\circ}$ از سایرین کوچک تر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. رأس دو تابع بر هم واقع است یعنی باید مختصات هر دو رأس را برابر هم قرار دهیم:

$$y = (2x - 1)^2 - 3 = 4x^2 - 4x - 2$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_s = \frac{-(-4)}{2(4)} = \frac{1}{2} \Rightarrow y_s = 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right) - 2 = -3$$

حال x_s و y_s به دست آمده، در معادله $y = \frac{-x^2}{2} + bx + c$ صدق می کند:

$$x_s = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-b}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow -3 = \frac{-\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + c \Rightarrow c = \frac{-25}{8}$$

$$b + c = \frac{1}{2} - \frac{25}{8} = \frac{4 - 25}{8} = \frac{-21}{8}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شیب خط برابر ۱- است پس: ۱۳

$$\tan \theta = -1 \Rightarrow \theta = 135^{\circ}$$

$$\cot \theta + \sqrt{2} \sin \theta = \cot (135^{\circ}) + \sqrt{2} \sin (135^{\circ}) = -1 + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -1 + 1 = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴

برای این که عدد مورد نظر مضرب ۵ بشود، ابتدا یکی از ۵ ها را در جایگاه یکان قرار می دهیم. حال می خواهیم عددی شش رقمی با ارقام ۵، ۴، ۴، ۷، ۷، ۷ بنویسیم، داریم:

$$\frac{7!}{2! \times 3! \times 2!} = 60$$

تکرار ۴ ها ۷ تکرار ۷ ها ۵ تکرار ۵ ها

۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را می‌گویند که در این سؤال برابر کل جمعیت روستا (۵۰۰ نفر) می‌باشد.
 نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب می‌شود. تعداد اعضای نمونه حجم نمونه را بیان می‌کند بنابراین تعداد اعضای نمونه برابر ۱۲۵ می‌باشد چون که $\frac{1}{4}$ کل اعضای جامعه جهت تشخیص بیماری کرونا مورد آزمایش قرار گرفته است.
 متغیر: ویژگی از اعضای جامعه که مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرد.

۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$t_{r_{n+1}} = 2^{r_{n+1}} \Rightarrow \begin{cases} n=1: t_1 = 2^1 \\ n=3: t_3 = 2^8 \end{cases} \xrightarrow{\text{واسطه هندسی}} \sqrt{2^1 \times 2^8} = 2^5 = 32$$

۱۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گام دوم یعنی طرح و برنامه‌ریزی سعی می‌کنیم اطلاعات توصیفی (کیفی) را تا حد امکان به اطلاعات کمی (عددی) تبدیل کنیم.

۱۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آن که حداقل یک نفر از هر تیم ورزشی انتخاب شده باشد، باید دو حالت زیر را در نظر گرفت:

$$\binom{5}{1} \binom{4}{2} = 5 \times 6 = 30$$

الف) یک فوتبالیست و دو والیبالیست:

یا

$$\binom{5}{2} \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40$$

ب) دو فوتبالیست و یک والیبالیست:

$$30 + 40 = 70$$

طبق اصل جمع تعداد کل حالات برابر است با:

$$\begin{cases} \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2} = 6 \\ \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10 \end{cases}$$

محاسبات:

۱۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای حل معادله به روش مربع کامل مراحل زیر را طی می‌کنیم:

$$2x^2 + 4x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{بردن عدد ثابت به طرف راست تساوی}}$$

$$2x^2 + 4x = 3 \xrightarrow{\text{طرفین معادله را به ضریب } x^2 \text{ تقسیم می‌کنیم}} \frac{2x^2}{2} + \frac{4x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{اضافه کردن مربع نصف ضریب } x \text{ به طرفین معادله}}$$

$$x^2 + 2x + \left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = \frac{3}{2} + \left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{طرف چپ معادله را با استفاده از اتحاد}} (x+1)^2 = \frac{5}{2}$$

مربع دو جمله ای ساده می‌کنیم

پس برای حل نهایی باید از عدد $\frac{5}{2}$ در طرف راست جذر بگیریم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمایش جبری تابع خطی f به صورت $f(x) = ax + b$ می‌باشد.

$$\begin{aligned} f(x) = ax + b &\Rightarrow f(x-3) = a(x-3) + b \text{ و } f(x+2) = a(x+2) + b \\ \Rightarrow f(x-3) + f(x+2) &= ax - 3a + b + ax + 2a + b = 2x + 7 \Rightarrow 2ax + (-a + 2b) \\ &= 2x + 7 \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ -a + 2b = 7 \Rightarrow -1 + 2b = 7 \Rightarrow b = 4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x + 4 \Rightarrow f(-1) = 3 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بازه‌ی نمایش داده شده، به صورت $(-1, 3]$ است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) (-2, 3] - (-3, -1) = [-1, 3]$$

$$۲) (-1, 5) \cap [-2, 3] = (-1, 3]$$

$$۳) [-1, 1] \cap (1, 4) = \emptyset$$

$$۴) [-1, 4] - \{-1, 4\} = (-1, 4)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} \div \cos \theta = \frac{\frac{\cos \theta}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\cos \theta}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} = \frac{1 - (-2)}{1 + (-2)} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$۲^5 = 32 \text{ : کل حالات}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$۳۰ = ۳۲ - ۲ = \text{حالات نامطلوب} - \text{کل حالات} = \text{جواب مسئله}$$



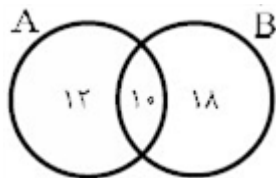
همه‌ی جایزه‌ها یا دست نفر اول باشد یا دست دوم

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta + \operatorname{Cotg} \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = 4 \\ \Rightarrow \sin \theta \cos \theta &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

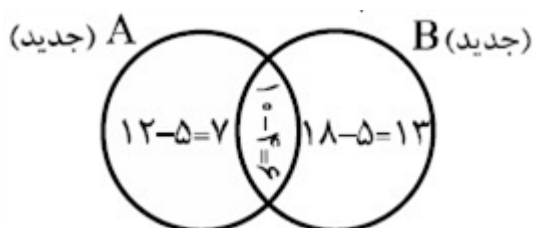
$$\begin{aligned} A &= |\sin \theta - \cos \theta| \Rightarrow A^2 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta = 1 - 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1 - 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند و $(A \cup B)$ دارای ۴۰ عضو



است. پس $(A \cap B)$ دارای $10 = (40 - 12 - 18)$ عضو است.

حال اگر از هر کدام از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو کم شود چون از $A \cap B$ ، ۴ عضو کم شده، پس از هریک از مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ باید ۵ عضو کم شود.



$$\Rightarrow n(A \cup B) \text{ جدید} = 7 + 6 + 13 = 26$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۶)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شرایط اعداد ۴ و ۶ مثل هم است و یکی بر دیگری ارجحیتی ندارد. بنابراین احتمال ۴ قبل از ۶ آمدن با احتمال ۶ قبل از ۴ آمدن کاملاً یکسان بوده و هر کدام برابر $\frac{1}{2}$ است. (۲۷)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $a_{10} + a_{11} = 2(10) + 3 + 2(20) + 3 = 66$ (۲۸)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای یافتن قدرنسبت باید جمله اول و دوم را حساب کنیم و جمله دوم را منهای جمله اول کنیم.
$$\begin{cases} a_1 = 4 + 1 = 5 \\ a_2 = 4(2) + 1 = 9 \end{cases} \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow a_1 + \frac{d}{2} = 5 + \frac{4}{2} = 5 + 2 = 7$$
 (۲۹)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ d = 7 - 5 = 2 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 5 + (n - 1)(2) \Rightarrow a_n = 2n + 3$$
 (۳۰)

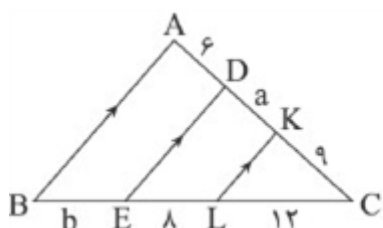
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۱)

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel Dx \\ \text{مورب } Bx \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = 40 \Rightarrow x = 360 - 40 = 320$$

$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel Bx \\ \text{مورب } Dx \end{array} \right\} \Rightarrow y = \alpha \Rightarrow y = 40$$

$$x - y = 320 - 40 = 280$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۲)



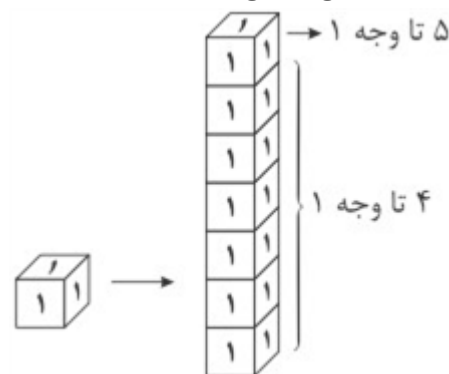
$$\triangle DEC : KL \parallel DE \Rightarrow \frac{CK}{KD} = \frac{CL}{LE}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{a} = \frac{12}{8} \Rightarrow a = 6$$

$$\triangle ABC : AB \parallel DE \Rightarrow \frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB} \Rightarrow \frac{15}{6} = \frac{20}{b} \Rightarrow b = 8$$

$$b - a = 8 - 6 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۳)



$$\Rightarrow \text{مجموع ۱ها} = 5 \times 1 + 4 \times 4 \times 1 = 5 + 16 = 21$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$۱) \triangle ABC : ES \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CE}{EA} = \frac{CS}{SB}$$

$$۲) \triangle BCD : FS \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DF}{FB} = \frac{CS}{SB}$$

$$\xrightarrow{۲, ۱} \frac{CE}{EA} = \frac{DF}{FB} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{BF}{FD} \Rightarrow \frac{۴}{x + \frac{۱}{۴}} = \frac{۳}{x - \frac{۱}{۴}} \Rightarrow ۴ \left(x - \frac{۱}{۴} \right) = ۳ \left(x + \frac{۱}{۴} \right)$$

$$\Rightarrow ۴x - ۱ = ۳x + ۱ \Rightarrow x = ۲$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$\frac{y-۳}{z} = \frac{\overbrace{۲z+۱}^{(۱)}}{\underbrace{۱۲-z}_{(۲)}} = \frac{۱}{۲}$$

$$(۱) \Rightarrow ۱۲ - z = ۲(۲z + ۱) \Rightarrow ۱۲ - z = ۴z + ۲ \Rightarrow ۵z = ۱۰ \Rightarrow z = ۲$$

$$(۲) \Rightarrow \frac{y-۳}{z} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{z=۲} \frac{y-۳}{۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y-۳ = ۱ \Rightarrow y = ۴$$

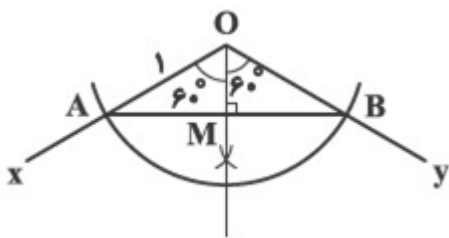
x واسطه هندسی y و z است، پس:

$$x^۲ = yz = ۴ \times ۲ \xrightarrow{x>۰} x = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر چنین صفحه‌ای وجود داشته باشد، چون $d_۱$ و $d_۲$ بر آن عمودند و دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی‌اند، پس $d_۱ \parallel d_۲$ می‌گردد که چنین نیست. ۳۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به روش رسم نیمساز و شکل زیر باید $R > \frac{AB}{۲}$ باشد، پس حداقل مقدار a برابر ۳۷

$$\frac{AB}{۲} = AM \text{ است. داریم:}$$



$$\triangle OAM : \sin ۶۰^\circ = \frac{AM}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AM}{۱} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر وجه بالایی مکعب مستطیل را به صورت زیر دسته‌بندی کنیم، واضح است که همه‌ی مکعب‌های ۳۸

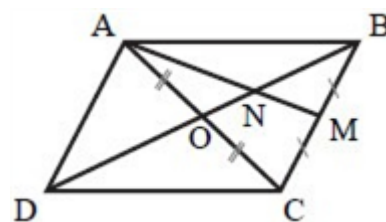
خانه‌های b و مکعب‌های زیر آن‌ها یعنی $۶ \times ۳ = ۱۸$ مکعب باید حذف شوند. بنابراین کم‌ترین مقدار برابر $m = ۱۸$ است.

از طرفی حداقل تعداد مکعب‌های لازم در شکل برابر ۱۰ است (تعداد خانه‌های a در نمای بالا)، بنابراین حداکثر می‌توان

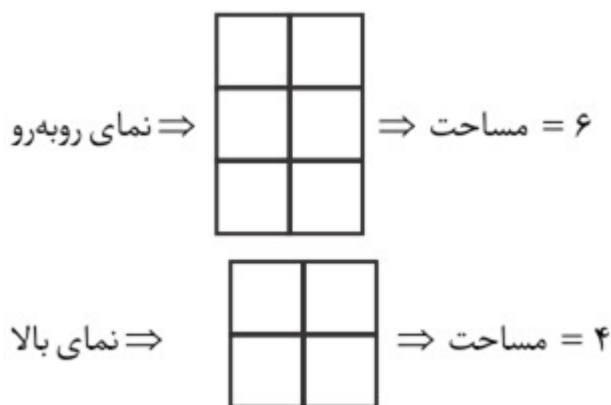
$M - ۴۸ - ۱۰ = ۳۸$ مکعب را از شکل حذف نمود. در نتیجه $۲۰ = ۳۸ - ۱۸ = M - m$ است.

$a_۱$	$b_۱$	$b_۲$	$b_۳$
$a_۲$	$a_۳$	$b_۴$	$b_۵$
$a_۴$	$a_۵$	$a_۶$	$b_۶$
$a_۷$	$a_۸$	$a_۹$	$a_{۱۰}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قطر AC را رسم می‌کنیم تا BD را در O قطع کند. چون در متوازی‌الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند. پس در مثلث ABC نقطه‌ی N نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها است. بنابراین مساحت مثلث BMN مساوی $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ABC است. در ضمن مساحت مثلث ABC مساوی $\frac{1}{4}$ مساحت متوازی‌الاضلاع است. در نتیجه مساحت مثلث BMN مساوی $\frac{1}{12}$ مساحت متوازی‌الاضلاع است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمای روبه‌رو و نمای بالای شکل داده شده به‌صورت زیر است.



پس نسبت مساحت‌ها برابر $\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = 1.5$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1=P_2} \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \xrightarrow{V_1>V_2} T_1 > T_2 \Rightarrow U_1 > U_2 \Rightarrow \Delta U < 0$$

انرژی درونی کاهش می‌یابد.

$$\Delta U < 0, V_1 > V_2 \xrightarrow{\text{فرایند تراکمی است}} W > 0$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q + W < 0 \xrightarrow{W>0} Q < 0$$

و طبق قانون اول ترمودینامیک گرما از دست می‌دهد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \cdot \frac{\text{mg} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^2} = \frac{2 \times 10^{-3} \times \overbrace{10^{-3}^{\text{kg}} \times 10^{-2}^{\text{m}^2}}^{(10^{-3})^2}}{(10^{-3})^2} = \left(\frac{\text{kgm}^2}{(\text{ks})^2} \right) = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{(\text{ks})^2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از قانون اول ترمودینامیک استفاده می‌کنیم. دقت کنید چون $T_C = 900\text{ K}$ و $T_A = 300\text{ K}$ است،

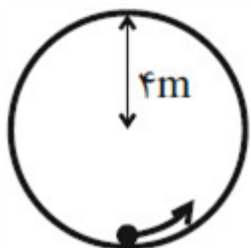
$$\frac{U_C}{U_A} = \frac{900}{300} \Rightarrow \frac{U_C}{200} = 3 \Rightarrow U_C = 600\text{ J}$$

می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 600 - 200 = Q_{ABC} + W_{AB} + W_{BC} \xrightarrow{W_{BC}=0, W_{AB}=-nR\Delta T}$$

$$400 = Q_{ABC} - \frac{1}{\gamma} \times 8 \times (450 - 300) \Rightarrow Q_{ABC} = 1000\text{ J}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$r = 4\text{ m} \Rightarrow d = 8\text{ m}$$

$$c = d\pi \Rightarrow c = 8 \times 3 = 24\text{ m}$$

$$\frac{c}{\gamma} = 12\text{ m}$$

توپ باید نصف محیط حلقه c را طی کند تا به بالاترین نقطه آن برسد.

$$12\text{ m} \Rightarrow -12\text{ J} = W_f$$

به ازای هر متر حرکت ۱ ژول انرژی تلف می‌شود، پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (\cancel{K_2} + U_2) - (K_1 + \cancel{U_1}) = W_f \\ U_2 = mgh_2, K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ U_2 - K_1 = W_f \end{array} \right.$$

چون حداقل سرعت خواسته شده کفایت سرعت در بالاترین نقطه را صفر بگیریم:

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times v_1^2 - 12 = 2 \times 10 \times 8 \Rightarrow v_1^2 = 172 \Rightarrow v_1 = \sqrt{172} = 2\sqrt{43} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

با توجه به تعریف انرژی جنبشی داریم:

براساس این رابطه، انرژی جنبشی با جرم و مجذور تندی جسم رابطه‌ی مستقیم دارد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \\ m_2 = \frac{1}{\gamma} m_1 \\ K_2 = K_1 - \frac{15/5}{100} K_1 = 0.845 K_1 \end{array} \right. \Rightarrow 0.845 = \frac{1}{\gamma} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 = 1/69 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 1/3$$

$$\Rightarrow v_2 = 1/3 v_1 \Rightarrow v_2 = v_1 + 0.3 v_1$$

بنابراین تندی جسم باید ۳۰ درصد افزایش یابد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با دریافت 163 kJ گرما، دمای جسم بالا می‌رود و سپس نیمی از آن ذوب می‌شود. با دریافت 45 kJ

گرمای دیگر و رسیدن کل گرمای دریافت شده به 208 kJ ، نیمه دیگر این ماده، یعنی 500 گرم آن هم ذوب می‌شود، بنابراین

$$Q = mL_F \Rightarrow 45 = 0.5 L_F \Rightarrow L_F = 90 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

می‌توان نوشت:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$Q_H = Q_{ab} + Q_{bc}$$

کار ماشین برابر با مساحت داخل چرخه است و داریم:

$$W_{abca} = -S = -10 \times 4 \times 10^2 = -4000 \text{ J}$$

بازده ماشین را حساب می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{4000}{10000} = 0.4 = 40\%$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۸

$$\Delta\theta = 40 - (-10) = 50^\circ \text{C}$$

$$\Delta t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$$

$$Q = R_a \times P \times \Delta t \Rightarrow mc\Delta\theta \Rightarrow mc\Delta\theta = R_a \times P \times \Delta t \Rightarrow 1/2 \times c \times 50 = 0.8 \times 1000 \times 300$$

$$c = \frac{800 \times 300}{50} = 800 \times 5 = 4000 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۹

$$[U] = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}, [F] = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}, [t] = \text{s}$$

$$U = \frac{1}{2} F \cdot t \cdot C \Rightarrow \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \times \text{s} \times [C] \Rightarrow [C] = \frac{m}{s}$$

بنابراین کمیت C از جنس سرعت است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دمای گاز را در حالت دوم با حالت اول مقایسه می‌کنیم: ۵۰

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow[n_2 = \frac{1}{2} n_1, V_2 = V_1]{P_2 = 4 \text{ atm}, P_1 = 1/5 \text{ atm}} \frac{4}{n_1 \times T_1} = \frac{1/5}{\frac{1}{2} n_1 \times T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4}$$

می‌دانیم انرژی درونی گاز بستگی به دمای گاز و تعداد ذرات گاز دارد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

حال درصد تغییر انرژی درونی گاز را به دست می‌آوریم:

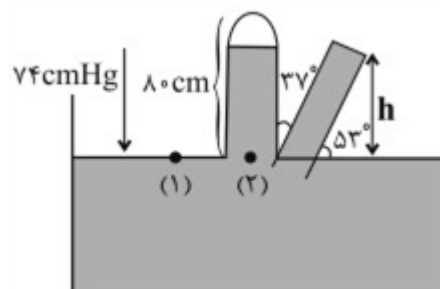
$$\text{درصد تغییر انرژی درونی} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{8} U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = -62.5\%$$

بنابراین انرژی درونی گاز ۶۲/۵ درصد کاهش می‌یابد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در حالت اول، فشار جیوهی بالا آمده در لوله، برابر با فشار هوا است.

$$P_1 = P_2 = P_3 = 74 \text{ cmHg}$$

مطابق شکل زیر لوله را 37° نسبت به راستای قائم منحرف می‌کنیم و ارتفاع قائم (h) را به دست می‌آوریم.



$$\sin 53^\circ = \frac{h}{8} \Rightarrow h = 8 \times \frac{4}{5} = 6.4 \text{ cm}$$

$$P_{\text{ته لوله}} = P_3 - P_2 = 74 - 64 = 10 \text{ cmHg}$$

فشاری که بر ته لوله وارد می‌شود، برابر است با:

اندازه‌ی نیرویی که بر ته لوله وارد می‌شود، از رابطه‌ی $A \cdot P_{\text{ته لوله}} = F_{\text{ته لوله}}$ به دست می‌آید:

$$F_{\text{ته لوله}} = P_{\text{ته لوله}} \cdot A = \rho g h \cdot A = 13600 \times 10 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-4} = 2/72 \text{ N}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها عبارت د درست است. بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه‌ی قوت دانش فیزیک است.

(ب) بور با ارائه‌ی مدل سیاره‌ای در اصلاح نظریه‌های اتمی نقش داشته است.

(ج) پدیده‌های مانند افتادن برگ درخت، آذرخش و تشکیل رنگین‌کمان ممکن است برای ما عادی شده باشند، ولی بررسی و تحلیل آن‌ها در فیزیک معمولاً با پیچیدگی‌هایی همراه است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. افزایش فشار در یک قسمت از مایع، طبق اصل پاسکال، به همه جای آن انتقال پیدا می‌کند.

افزایش فشار نقطه‌ی A به اندازه‌ی ۳ cmHg، نشان می‌دهد که سطح جیوه در لوله‌ی سمت چپ به اندازه‌ی ۳ cm بالا رفته است. به طور

متناظر، سطح جیوه در لوله‌ی سمت راست باید پایین رفته باشد که مقدار آن (x_2) برابر است با:

$$A_1 x_1 = A_2 x_2 \Rightarrow \text{ثابت} = \text{جابه‌جا شده}$$

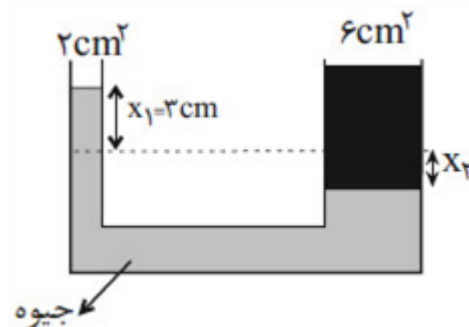
$$\Rightarrow 2 \times 3 = 6 \times x_2 \Rightarrow x_2 = 1 \text{ cm}$$

پس اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف، $3 + 1 = 4 \text{ cm}$ است و داریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = 13/5 \times 4 = 54 \frac{g}{\text{cm}^2}$$

حالا برای محاسبه‌ی جرم مایع افزوده شده در سمت راست داریم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} A_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = (\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}) A_{\text{مایع}} = 54 \times 6 = 324 g$$

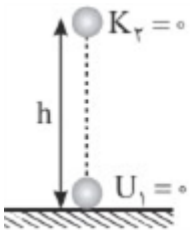


۵۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بال‌های هواپیما طوری طراحی می‌شوند که تندی هوا در بالای بال نسبت به زیر آن افزایش یابد و این افزایش تندی هوا سبب می‌شود در بالای بال فشار هوا کاهش یابد و اختلاف فشار هوا در بالا و پایین بال، سبب بالا رفتن هواپیما می‌شود.

۵۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:



$$E_2 - E_1 = W_f$$

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow U_2 - K_1 = W_f$$

کار نیروی اتلافی برابر 10 J - است:

$$mgh_2 - \frac{1}{2}mv^2 = -10 \Rightarrow 10h_2 - 50 = -10 \Rightarrow 10h_2 = 40 \Rightarrow h_2 = 4 \text{ m}$$

۵۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
اگر فشار آب P و فشار هوا را P_0 فرض کنیم داریم:

$$F = (P + P_0)A \Rightarrow 3 \times 10^6 = (P + 10^5) \times 20$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^6 = 20P + 2 \times 10^6 \Rightarrow 10^6 = 20P$$

$$\Rightarrow P = \frac{10^6}{20} = \frac{5 \times 10^6}{100} = 5 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$P = \rho gh \Rightarrow h = \frac{P}{\rho g}$$

$$h = \frac{5 \times 10^4}{10^3 \times 10} = 5 \text{ m}$$

۵۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت وسیله‌های اندازه‌گیری رقمی، یک واحد از آخرین رقمی است که آن وسیله می‌خواند. پس دقت کولیس برقی برابر است با:

$$\text{دقت} = 0.01 \text{ mm} = 0.01 \text{ cm}$$

دقت وسیله‌های مدرج، کوچکترین مقداری است که آن وسیله اندازه می‌گیرد. بنابراین برای خط کش داریم:

$$\text{دقت} = \frac{1 \text{ cm}}{5} = 0.2 \text{ cm}$$

۵۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط مورد د نادرست است؛ زیرا نیروی شناوری وارد بر جسم برابر با وزن حجم شاره جابه‌جا شده توسط جسم است نه وزن جسم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم. ابتدا با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم را در نقاط B و C محاسبه می کنیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + \cancel{K_A} = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + 0 = mgh_B + K_B$$

$$\Rightarrow K_B = mg(h_A - h_B) = 2 \times 10 \times 3 / 15 = 4 J$$

$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow mgh_A + 0 = mgh_C + K_C$$

$$\Rightarrow K_C = mg(h_A - h_B) = 2 \times 10 \times 2 / 1 = 4 J$$

بنابراین درصد تغییرات انرژی جنبشی برابر است با:

$$\left(\frac{K_C}{K_B} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{4}{4} - 1 \right) \times 100 = 0\%$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم مایع بیرون ریخته شده را محاسبه می کنیم.

$$V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{60}{4} = 15 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ظاهری کره}} = 15 \text{ cm}^3$$

حجم ظاهری کره با حجم مایع بیرون ریخته شده از ظرف برابر است.

حالا حجم فلز به کار رفته در کره را از رابطه ی چگالی محاسبه می کنیم.

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{100}{8} = 12.5 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری کره}} - V_{\text{فلز}} = 15 - 12.5 = 2.5 \text{ cm}^3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه ها:

$$۱) 0.12 \text{ mm}^3 \times \left(\frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} \right)^3 \times \left(\frac{1 \text{ nm}}{10^{-9} \text{ m}} \right)^3 = 1200 \times 10^{14} \text{ nm}^3 (\times)$$

$$۲) 0.3 \times 10^6 \text{ pm}^3 \times \left(\frac{10^{-12} \text{ m}}{1 \text{ pm}} \right)^3 \times \left(\frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} \right)^3 = 3 \times 10^{-9} \mu\text{m}^3 (\times)$$

$$۳) 6400 \text{ nA} \times \left(\frac{10^{-9} \text{ A}}{1 \text{ nA}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ mA}}{10^{-3} \text{ A}} \right) = 0.0064 \text{ mA} (\checkmark)$$

$$۴) 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left(\frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 500 \frac{\text{cm}}{\text{s}} (\times)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حجم استوانه ی توخالی از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$V = \pi (R_2^2 - R_1^2) L \quad (I)$$

با استفاده از رابطه ی چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{(I)} m = \rho \pi (R_2^2 - R_1^2) L \quad (II)$$

برای استوانه ی دوم داریم:

$$m' = \rho V' = \rho \times \pi [(3R_2)^2 - (3R_1)^2] 2L = 18 \rho \pi (R_2^2 - R_1^2) L \xrightarrow{(II)} m' = 18m$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در ساحل دریا و در روز، جریان هوا از دریا به ساحل است و در شب، جریان هوا از ساحل به دریا است. این اتفاق به دلیل پدیده ی همرفت طبیعی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_1 = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m}{V_A + V_B} = \frac{m}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

آلیاژ ۱:

$$\frac{m_A = m_B = \frac{m}{2}}{\rho_A = 10 \frac{g}{cm^3}, \rho_B = 18 \frac{g}{cm^3}} \rightarrow \rho_1 = \frac{m}{\frac{m}{10} + \frac{m}{18}} = \frac{m}{\frac{m}{20} + \frac{m}{36}} = \frac{m}{\frac{56m}{180}} = \frac{90}{56} \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_2 = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

آلیاژ ۲:

$$\frac{V_A = \frac{1}{4} V_{\text{کل}}, V_B = \frac{3}{4} V_{\text{کل}}}{\rho_A = 10 \frac{g}{cm^3}, \rho_B = 18 \frac{g}{cm^3}} \rightarrow \rho = \frac{10 \times \frac{1}{4} V_{\text{کل}} + 18 \times \frac{3}{4} V_{\text{کل}}}{\frac{1}{4} V_{\text{کل}} + \frac{3}{4} V_{\text{کل}}} = 16 \frac{g}{cm^3}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{90}{56}}{16} = \frac{90}{56 \times 16} = \frac{45}{56}$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دو مکعب، توپر همگن و هم جنس هستند، چگالی آن‌ها یکسان است و داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2} \xrightarrow{\rho_1 = \rho_2} 1 = \frac{27}{8} \times \left(\frac{a-1}{a} \right)^3$$

دقت کنید از آن‌جا که نسبت جرم $\frac{m_2}{m_1}$ برابر $\frac{27}{8}$ شده است، نتیجه می‌گیریم که لزوماً باید $V_2 > V_1$ باشد، به همین دلیل حجم

جسم اول را برابر $V_1 = (a-1)^3$ و حجم جسم دوم را برابر $V_2 = a^3$ در نظر گرفتیم.

حال از رابطه‌ی نهایی ریشه‌ی سوم می‌گیریم:

$$\frac{8}{27} = \left(\frac{a-1}{a} \right)^3 = \frac{2^3}{3^3} \Rightarrow \frac{a-1}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 3 \text{ cm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هرگاه آونگ به طول L از نقطه‌ای رها شود، بزرگی سرعت آن در هر لحظه از رابطه‌ی

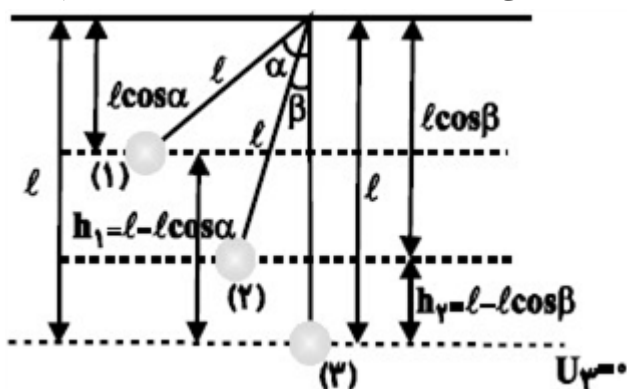
$$v = \sqrt{2gL (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}$$

به دست می‌آید که θ_1 و θ_2 زاویه‌های انحراف آونگ از امتداد قائم در دو حالت می‌باشد،

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{\cos \theta_C - \cos \theta_A}{\cos \theta_B - \cos \theta_A}} \xrightarrow{\theta_C = 37^\circ, \theta_A = 90^\circ, \theta_B = 53^\circ} \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{0/8 - 0}{0/6 - 0}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از مقاومت هوا صرف نظر شده است، پس انرژی مکانیکی گلوله در مسیر پایسته است. بنابراین داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2gh_1 - 2gh_2 = 2g(h_1 - h_2)$$

$$\begin{cases} h_1 = L - L \cos \alpha \\ h_2 = L - L \cos \beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2g(L - L \cos \alpha - L + L \cos \beta) \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gL(\cos \beta - \cos \alpha)}$$

بنابراین اگر گلوله‌ای را به اندازه‌ی زاویه‌ی α از وضع تعادل خارج کرده و رها کنیم، تندی آن در هر لحظه که با خط قائم، زاویه‌ی β بسازد، از رابطی بالا به دست می‌آید.

$$1 \Rightarrow 3: \begin{cases} \alpha = 53^\circ \\ \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow v_3 = v = \sqrt{2gL(\cos 0 - \cos 53^\circ)} \Rightarrow v = \sqrt{2 \times 10 \times L \times 0.6}$$

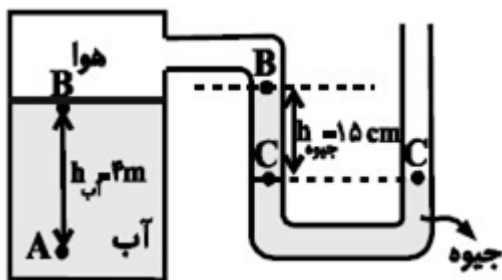
$$\Rightarrow v = \sqrt{12L}$$

$$1 \Rightarrow 2: \begin{cases} \alpha = 53^\circ \\ \beta = ? \\ v_2 = \frac{\sqrt{12}}{2}v \end{cases} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gL(\cos \beta - \cos 53^\circ)} \Rightarrow \frac{\sqrt{12}}{2} \times \sqrt{12L}$$

$$= \sqrt{2L} = \sqrt{2 \times L(\cos \beta - 0.6)} \Rightarrow 4L = 2 \times L(\cos \beta - 0.6) \Rightarrow \cos \beta = 0.6 + 0.6 = 1.2$$

$$\Rightarrow \beta = 37^\circ$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نقاط هم‌فشار را انتخاب می‌کنیم:



$$P_C = P_0 \quad (1)$$

$$P_B = P_C - P_{\text{جیوه}} \quad (2)$$

$$P_A = P_B + P_{\text{آب}} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{1,2,3} P_A = P_0 - P_{\text{جیوه}} + P_{\text{آب}}$$

با جای گذاری داریم:

$$P_A = P_0 - \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} \Rightarrow P_A = 10^5 - 13600 \times 10 \times \frac{15}{100} + 10^3 \times 10 \times 40$$

$$\Rightarrow P_A = 10^3 \left(100 - 136 \times \frac{15}{100} + 40 \right) = 119/6 \times 10^3 \text{ Pa} \Rightarrow P_A = 119/6 \text{ kPa}$$

$$W = Pt = 1000 \times 60 = 60000 \text{ J}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$K = \frac{Q}{W} \Rightarrow \Delta = \frac{Q_L}{60000} \Rightarrow Q_L = 300000 \text{ J} \Rightarrow |Q_H| = Q_c + W = 360000 \text{ J} = 360 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow Q_H = -360 \text{ kJ}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر چه درصد بیش‌تری از جسم درون آب باشد چگالی آن جسم بیش‌تر است. پس:

$$\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با افزایش دمای صفحه، هم شعاع هر دو دایره و هم فاصله AB زیاد می‌شود (رد گزینه‌های ۱ و ۲) ولی

$$\Delta L_{AB} = L_{AB} \alpha \Delta \theta$$

این فاصله AB با توجه به رابطه زیر زیاد می‌شود:

در این رابطه آلفا ضریب انبساط خطی است ولی در صورت سوال ضریب انبساط سطحی داده شده است که می‌دانیم این ضریب دو برابر ضریب انبساط خطی است پس داریم:

$$\Delta L_{AB} = L_{AB} \alpha \Delta \theta = 50 \times \left(\frac{3/6 \times 10^{-5}}{2} \right) \times 200 = 0.18 \text{ cm} = 1.8 \text{ mm} \rightarrow AB_2 = 500 + 1.8 = 501.8 \text{ mm}$$

اگر این تغییرات را به اشتباه ۲ برابر کنیم حاصل ۳/۶ میلی‌متر شده و پاسخ گزینه ۴ می‌شود.

$$Q = k \frac{At \Delta T}{L}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. بنا به رابطه‌ی $P = \frac{nRT}{V}$ ، نمودار $P - V$ در فرآیند هم‌دم، یک نمودار هموگرافیک است. از طرفی چون در متن سوال نمودار تراکم هم‌دم خواسته شده است، پس گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار می‌توان گفت: به دو جسم A و B (با جرم‌های یکسان) به اندازه‌ی ۲۰ ژول گرما داده‌ایم. دمای جسم A، 20°C و دمای جسم B، 40°C افزایش یافته است.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = 1 \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{20}{40} \Rightarrow 1 = \frac{c_A}{c_B} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow \rho_A \left(\frac{4}{3} \pi r_A^3 \right) = \rho_B \left(\frac{4}{3} \pi r_B^3 \right) \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^3 = 8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. انرژی همانند ماده در نگاه ماکروسکوپی پیوسته و در نگاه میکروسکوپی گسسته یا کوانتومی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت‌های دوم، سوم، چهارم و پنجم درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در میان هشت عنصر فراوان سیاره زمین، اکسیژن و گوگرد از عنصرهای نافلزی موجود در سیاره زمین هستند.

عبارت دوم: در هر دو سیاره عنصرهای گوگرد و اکسیژن وجود دارد.

عبارت سوم: سیاره مشتری بزرگتر از سیاره زمین بوده و عمدتاً از گاز تشکیل شده است.

عبارت چهارم: تفاوت درصد فراوانی عنصرهای هیدروژن و هلیوم در سیاره مشتری بیش‌تر از تفاوت درصد فراوانی عنصرهای آهن و اکسیژن در سیاره زمین است.

عبارت پنجم: اکسیژن دومین عنصر فراوان در سیاره زمین بوده و هلیوم نیز دومین عنصر فراوان در سیاره مشتری است.

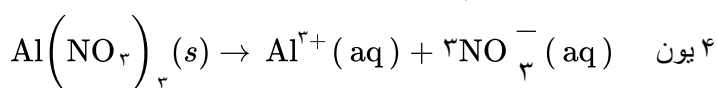
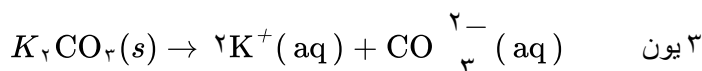
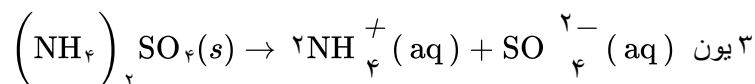
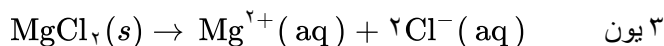
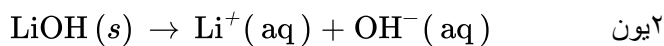
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها مورد ت درست است. دلیل نادرستی سایر موارد:

مورد الف: نور خورشید پس از عبور از منشور گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها شامل بی‌نهایت طول موج را ایجاد می‌کند.

مورد ب: با استفاده از دستگاه طیف‌سنج (نه طیف‌سنج جرمی) می‌توان به اطلاعات ارزشمندی درباره پرتوهای گسیل شده از مواد گوناگون دست یافت.

مورد پ: چشم انسان تنها می‌تواند گستره محدودی از نور را ببیند که به این گستره، گستره مرئی گفته می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. غلظت مولار ۱۰۰ گرم محلول با غلظت مولار ۱ لیتر محلول یا هر مقدار دیگری از محلول برابر است لذا ما غلظت مولار را برای محلول در شرایطی حساب می‌کنیم که مقدار آب ۱۰۰ گرم است:

$$\text{جرم محلول} = 100 + 25 = 125 \text{ g}$$

$$\text{حجم محلول} = 125 \text{ g} \times \frac{1 \text{ ml}}{1.01 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ ml}} = \frac{5}{44} \text{ L}$$

$$\text{مواد حل‌شونده} = 25 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{400 \text{ g}} = \frac{1}{16} \text{ mol}$$

$$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{1}{16} \text{ mol}}{\frac{5}{44} \text{ L}} = 0.55 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

راه دوم: برای محاسبه‌ی مولاریته‌ی محلول با داشتن درصد جرمی (a)، چگالی (d) و جرم مولی (M_W) می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{مولاریته} = \frac{10 \times a \times d}{M_W}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{مقدار گاز NO حل شده} = 1/5 \times \frac{2}{100} = 0.03 \text{ g}$$

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow m = V \cdot d = 5 \text{ L} \times \frac{100 \text{ ml}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ ml}} = 5 \times 10^3 \text{ g}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0.03}{5 \times 10^3} \times 10^6 = 6$$

راه حل دوم: در محلول‌های ppm می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد.

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی گرم حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{0.03 \text{ g} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}}}{5 \text{ L}} = \frac{30}{5} = 6$$

$$g\text{HBr} = 20 \text{ mL} \times \frac{1/5 g \text{ محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{30 g \text{ HBr}}{100 g \text{ محلول}} = 9 g \text{ HBr}$$

$$\text{جرم محلول نهایی} = 2000 + 20 \times 1/5 = 2030 g$$

$$\text{ppm} = \frac{9}{2030} \times 10^6 \approx 4433$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد اول، دوم و پنجم نادرست‌اند. بررسی موارد نادرست:

مورد اول: به اسیدی که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند، اسید تک‌پروتون‌دار می‌گویند.
مورد دوم: به فرآیندی که در آن یک ترکیب مولکولی (نه یونی) در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل شود، یونش می‌گویند.
مورد پنجم: در محلول ۰/۲ مولار، نیتریک‌اسید، مولکول‌های یونیده نشده وجود ندارد، بنابراین $[\text{HNO}_3] = 0$ است. از طرفی غلظت یون‌های هیدرونیوم و نیترات برابر ۰/۲ مول بر لیتر است:

$$[\text{HNO}_3] + [\text{NO}_3^-] + [\text{H}_3\text{O}^+] = 0 + 0/2 + 0/2 = 0/4 \text{ molL}^{-1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۴

مدل اتمی بور فقط طیف نشری هیدروژن و ذرات تک‌الکترون را توجیه می‌کند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نیاز روزانه بدن هر فرد به یون پتاسیم، دو برابر یون سدیم است. ۸۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها عبارت پ درست است. بررسی عبارت‌ها: ۸۷

الف) به واکنش سوختن کربن توجه کنید: $C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ در این واکنش دو واکنش‌دهنده و یک فراورده داریم.
ب) در واکنش‌های شیمیایی، اتم‌ها از بین نمی‌روند و به وجود نمی‌آیند، اما مولکول‌ها از بین می‌روند و مولکول‌های جدیدی را به وجود می‌آورند.

پ) طبق قانون پایستگی جرم شمار اتم‌های واکنش‌دهنده با شمار اتم‌های فراورده‌ها برابر است.

ت) با دقت به واکنش سوختن کربن متوجه می‌شوید که مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و مجموع ضرایب فراورده‌ها با هم برابر نیست.

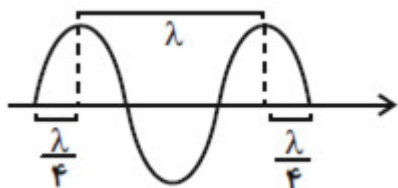
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گاز اکسیژن در هواکره به طور عمده به صورت مولکول‌های دو اتمی O_2 وجود دارد. ۸۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق داده‌های سؤال عنصرهای A، X و D به ترتیب همان ^{17}Cl ، ^{14}Si و ^{11}Na هستند. ۸۹

ترکیب حاصل از Si و Cl یک ترکیب مولکولی (SiCl_4) است.

ترکیب حاصل از Cl و Na، یک ترکیب یونی (NaCl) است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طول موج (λ) هر پرتوی الکترومغناطیس برابر فاصله‌ی میان دو قله یا دو دره متوالی می‌باشد. ۹۰



$$\lambda + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} = 780$$

$$\frac{2\lambda}{2} = 780 \Rightarrow \lambda = 520 \text{ nm}$$

طول موج ۵۲۰ نانومتر در محدوده طیف مرئی قرار دارد و با چشم غیرمسلح قابل مشاهده است.

۹۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: مقدار اوزون در لایه‌ی استراتوسفر با توجه به برگشت‌پذیر بودن واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن ثابت است.
گزینه ۲: فراوان‌ترین ترکیب موجود در هوای پاک و خشک کربن دی‌اکسید است که مدل فضاپرن آن با اوزون متفاوت است.



گزینه ۳: گاز اوزون واکنش‌پذیرتر و ناپایدارتر از گاز اکسیژن است، به همین دلیل در لایه‌ی تروپوسفر آلاینده‌ای سمی می‌باشد.

۹۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:
بسیاری از واکنش‌های شیمیایی مانند فرسایش سنگ و صخره، زنگ زدن، فساد مواد غذایی و ... که پیوسته پیرامون ما رخ می‌دهند، به دلیل تمایل زیاد اکسیژن برای انجام واکنش است.
هواپیماها با خود اتاقکی از گاز اکسیژن حمل می‌کنند.

۹۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: رنگ شعله لیتیم قرمز است و نسبت به رنگ شعله‌ی مس که سبز رنگ است طول موج بلندتری دارد.
گزینه ۲: درست است.

گزینه ۳: لامپ‌های نئون سرخ‌فام و لامپ‌های حاوی گاز سدیم زردرنگ است. طول موج رنگ قرمز بیش‌تر از زرد است.
گزینه ۴: میزان شکست و انرژی موج رابطه مستقیم دارد. نور بنفش انرژی بیش‌تری دارد پس میزان شکست آن بیش‌تر است.

۹۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فراوانی ^{235}U در مخلوط طبیعی در حدود ۰/۷ درصد است.

۹۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به شکل ۱۷ کتاب درسی شیمی دهم (فصل ۱) مراجعه کنید.

۹۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) از بازگردانی هفت قوطی فولادی انرژی لازم برای روشن نگه داشتن یک لامپ ۶۰ واتی به مدت ۲۵ ساعت تأمین می‌شود.
ب) سبب کاهش سرعت گرمایش جهانی شده و گونه‌های زیستی کمتری را از بین می‌برد.
د) آهنگ مصرف و استخراج فلز آهن با آهنگ برگشت آن به طبیعت یکسان نیست، چون سرعت مصرف و در پی آن استخراج خیلی بیشتر از سرعت بازگشت فلزها به طبیعت است. از طرفی بازگشت اغلب فلزها به طبیعت به گونه‌ای است که قابل استفاده‌ی مجدد برای بشر نخواهد بود و به صورت غیریکنواخت در طبیعت پخش شده‌اند.

۹۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مرگ ستاره با یک انفجار بزرگ همراه است و سبب می‌شود عنصرهای تشکیل شده در آن در فضا پراکنده شود.
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): درست، یکی از دو عنصر مشترک در بین ۸ عنصر نسبتاً فراوان در زمین و مشتری اکسیژن است که درصد فراوانی آن در زمین از مشتری بیش‌تر است.

گزینه (۳): درست، یعنی همان دو عنصر هیدروژن و هلیوم

گزینه (۴): درست

$$a^3 = (2\text{cm})^3 = 8\text{cm}^3$$

$$? \text{ atom Cu} = 8\text{cm}^3 \times \frac{8/96 \text{ g Cu}}{1\text{cm}^3} \times \frac{1\text{mol Cu}}{64\text{g Cu}}$$

$$\times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ atom Cu}}{1\text{mol Cu}} = 6/74 \times 10^{23} \text{ atom Cu}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۹۹

گزینه ۱: پرتو D مربوط به رنگ بنفش است که بیش‌ترین انرژی و کم‌ترین طول موج را میان رنگ‌های رنگین کمان دارد.
گزینه ۲: پرتو A به رنگ سرخ بوده که هم‌رنگ با رنگ شعله‌ی فلز لیتیم (سبک‌ترین عنصر دوره‌ی دوم جدول تناوبی) می‌باشد.
گزینه ۳: پرتو C، آبی رنگ است. انتقال الکترون از $n = 5$ به $n = 2$ سبب پدید آمدن این رنگ در طیف نشری خطی اتم هیدروژن می‌شود.
گزینه ۴: میزان انحراف B (سبز) از انحراف D (بنفش) کم‌تر و از انحراف A (سرخ) بیش‌تر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طیف نشری خطی هیدروژن و لیتیم در ناحیه‌ی مرئی دارای چهار خط می‌باشد. اما طیف نشری خطی هلیوم دارای ۶ خط می‌باشد. ۱۰۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۱

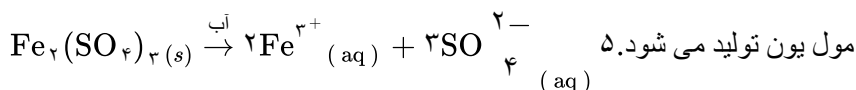
$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \rightarrow 15/6 = \frac{\text{جرم حل شونده}}{100\text{g}} \times 10^6 \rightarrow \text{جرم حل شونده} = 1/56 \times 10^{-3} \text{ gAg}_2\text{SO}_4$$

اکنون باید جرم نقره سولفات را تبدیل به مول نماییم.

$$M(\text{Ag}_2\text{SO}_4) = 2(108) + 32 + 4(16) = 312 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

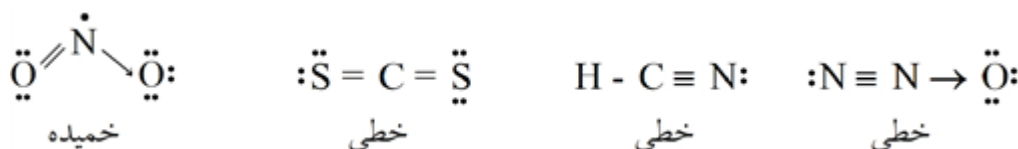
$$? \text{ molAg}_2\text{SO}_4 = 1/56 \times 10^{-3} \cancel{\text{g}} \times \frac{1\text{mol}}{312\cancel{\text{g}}} = 5 \times 10^{-6} \text{ molAg}_2\text{SO}_4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۲



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در نام‌گذاری ترکیبات فلزات واسطه حتماً باید ظرفیت آن‌ها را ذکر کنیم زیرا این عناصر معمولاً دارای ظرفیت‌های متفاوت می‌باشد. نام درست گزینه ۲، آهن (III) اکسید می‌باشد. ۱۰۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۴



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اتم C با از دست‌دادن دو الکترون و اتم B با گرفتن دو الکترون به آرایش گاز نجیب Ar می‌رسند. ۱۰۵

