

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جمله اول دنباله $a_1 \geq 100$ و قدرنسبت $d \geq 1$ است. جمله بیستم دنباله هم نباید از ۱۵۰ بزرگتر

باشد. $a_{20} = a_1 + 19d \leq 150$

برای d ، دو مقدار ۱ و ۲ قابل قبول است که برای هر دو مقدار، تعداد دنباله‌ها را حساب می‌کنیم.

(الف) $d = 1 \Rightarrow a_1 + 19d \leq 150 \xrightarrow{a_1 \geq 100} 100 \leq a_1 \leq 131$

پس برای $d = 1$ ، به تعداد $131 - 100 + 1 = 32$ دنباله متفاوت پیدا می‌شود.

(ب) $d = 2 \Rightarrow a_1 + 38 \leq 150 \xrightarrow{a_1 \geq 100} 100 \leq a_1 \leq 112$

برای $d = 2$ ، به تعداد $112 - 100 + 1 = 13$ دنباله متفاوت پیدا می‌شود. پس در نهایت $13 + 32 = 45$ دنباله متفاوت وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = \frac{7}{4} a_1 \Rightarrow a_1 (1 + q + q^2) = \frac{7}{4} a_1 \Rightarrow q^2 + q + 1 = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow 4q^2 + 4q + 4 = 7 \Rightarrow 4q^2 + 4q - 3 = 0 \Rightarrow (2q - 1)(2q + 3) = 0$$

$$\Rightarrow q = \begin{cases} \frac{1}{2} \text{ ق ق} \\ -\frac{3}{2} \text{ (جملات مثبت هستند) غ ق} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همان‌طور که می‌دانید در مثلث قائم‌الزاویه، نسبت ضلع مقابل به ضلع مجاور، برابر با تانژانت می‌شود.

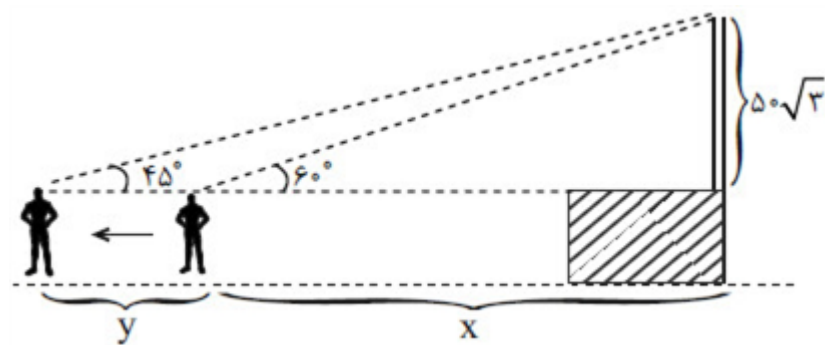
پس داریم:

$$\tan \hat{C} = \frac{y}{x} = \frac{8}{15} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 15 \end{cases} \xrightarrow{r^2 = x^2 + y^2} r = 17 \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{y}{r} = \frac{8}{17}$$

چون AH را از ما خواسته باید از سینوس استفاده کنیم:

$$\sin \hat{C} = \frac{AH}{AC} = \frac{AH}{51} = \frac{8}{17} \Rightarrow AH = 8 \times 3 = 24$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\tan 60^\circ = \frac{50\sqrt{3}}{x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{50\sqrt{3}}{x} \Rightarrow x = \frac{50\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 50$$

$$\tan 45^\circ = \frac{50\sqrt{3}}{50 + y} \Rightarrow 50\sqrt{3} = 50 + y \Rightarrow y = 50(\sqrt{3} - 1)$$

تنیس والیبال

$$n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 70$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵

دقیقا یکی از این دو ورزش

$$40 + 50 - 2x = 70 \Rightarrow -2x = 70 - 90$$

$$-2x = -20$$

$$x = 10$$

نه والیبال نه تنیس

$$\rightarrow n(A' \cap B') = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) = 150 - 40 - 50 + 10 = 70$$

$$A' \cap B = B \cap A' = B - A$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶

$$n(B - A) = n(A \cup B) - n(A) = 27 - 13 = 14$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون تفاضل هر ۲ جمله متوالی برابر با ۳ است، پس قدرنسبت دنباله (d) برابر ۳ است. ۷

$$p = \frac{a_4 - a_3}{a_3 a_4} + \frac{a_5 - a_4}{a_4 a_5} + \frac{a_6 - a_5}{a_5 a_6} + \dots + \frac{a_{11} - a_{10}}{a_{10} a_{11}}$$

$$\Rightarrow p = \left(\frac{a_4}{a_3 a_4} - \frac{a_3}{a_3 a_4} \right) + \left(\frac{a_5}{a_4 a_5} - \frac{a_4}{a_4 a_5} \right) + \left(\frac{a_6}{a_5 a_6} - \frac{a_5}{a_5 a_6} \right) + \dots + \left(\frac{a_{11}}{a_{10} a_{11}} - \frac{a_{10}}{a_{10} a_{11}} \right)$$

$$\Rightarrow p = \left(\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} \right) + \left(\frac{1}{a_4} - \frac{1}{a_5} \right) + \left(\frac{1}{a_5} - \frac{1}{a_6} \right) + \dots + \left(\frac{1}{a_{10}} - \frac{1}{a_{11}} \right)$$

تمامی جملات به جز $\frac{1}{a_3}$ و $-\frac{1}{a_{11}}$ ساده می‌شوند:

$$\Rightarrow p = \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_{11}} = \frac{1}{a_1 + 2d} - \frac{1}{a_1 + 10d} = \frac{1}{-1 + 6} - \frac{1}{-1 + 30} = \frac{1}{5} - \frac{1}{29} = \frac{29 - 5}{145} = \frac{24}{145}$$

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R}, 4x - 1 \leq 5x < \frac{2x+1}{3} \right\}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$\begin{cases} 4x - 1 \leq 5x \Rightarrow -1 \leq x \\ 5x < \frac{2x+1}{3} \Rightarrow 15x < 2x+1 \Rightarrow x < \frac{1}{13} \end{cases}$$

$$A = \left[-1, \frac{1}{13} \right) \xrightarrow{\text{متمم}} A' = (-\infty, -1) \cup \left[\frac{1}{13}, +\infty \right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که برای سه جمله متوالی a, b, c دنباله هندسی شرط واسطه هندسی $b^2 = ac$ برقرار است ۹

$$(x+2)^2 = (2x-1)(2x+4)$$

؛ بنابراین داریم:

با ساده کردن دو طرف معادله و به کمک روش دلتا داریم:

$$(x+2)^2 = (2x-1)(2x+4) \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 4x^2 + 8x - 2x - 4 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 4 - 4(3)(-8) = 4 + 96 = 100$$

$$x = \frac{-2 \pm 10}{6} \Rightarrow x = -2, x = \frac{4}{3}$$

با قرار دادن $x = -2$ در سه جمله داده شده، دنباله به صورت $0, 0, -5$ است، اما چون دنباله از جمله دوم به بعد صفر است،

طبق فرض سؤال، این حالت رخ نمی‌دهد. در نتیجه $x = \frac{4}{3}$ ریشه معادله است و اعضای دنباله به صورت $\frac{5}{3}, \frac{10}{3}, \frac{20}{3}$ هستند. در

نتیجه حاصل ضرب دو جمله اول برابر $\frac{5}{3} \times \frac{10}{3} = \frac{50}{9}$ است.

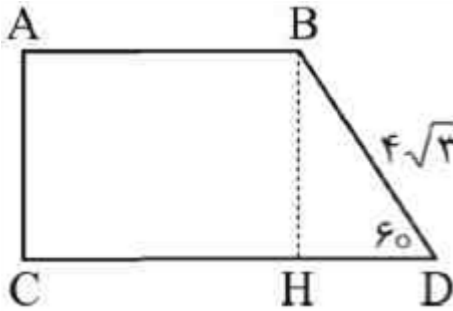
$$\frac{3}{2} = \frac{9}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, \frac{15}{6}$$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{-\frac{8}{6}}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$a = -\frac{7}{6}, b = -\frac{15}{6} \Rightarrow a - b = -\frac{7}{6} - \left(-\frac{15}{6}\right) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با رسم ارتفاع BH و استفاده از روابط مثلثاتی داریم: ۱۱



$$\sin \widehat{D} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{4\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

چون خط BH موازی AC است، داریم $AC = BH = 6$.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$+1^3, \left(-\frac{1}{2}\right)^3, \left(+\frac{1}{3}\right)^3, \dots \Rightarrow a_9 = \left(+\frac{1}{9}\right)^3 = \frac{1}{9^3} = \frac{1}{729}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دنباله a_n دنباله درجه دوم است و کوچک‌ترین جمله آن به ازای $n = 8/75$ باید باشد، اما ۱۳

چون در دنباله مقدار n شماره جمله و عدد طبیعی است، بنابراین $n = 9$ یا $n = 8$ را باید در نظر بگیریم:

$$\left. \begin{array}{l} n = 8 \Rightarrow a_8 = -135 \\ n = 9 \Rightarrow a_9 = -136 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Min}(a_n) = -136$$

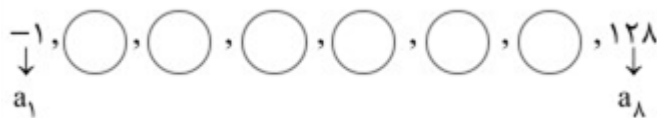
در دنباله بازگشتی:

$$b_1 = 1, b_2 = 1 + 2, b_3 = 1 + 2 + 3, \dots, b_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$b_{40} = \frac{40(41)}{2} = 820$$

$$b_{40} + a_n \text{ کوچک ترین جمله با } a_n = -136 + 820 = 684$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴



$$a_8 = a_1 r^7 \Rightarrow r^7 = \frac{128}{-1} = -128 = (-2)^7 \Rightarrow r = -2$$

$$\Rightarrow \text{کوچک‌ترین واسطه} = -64 \Rightarrow 2, -4, 8, -16, 32, -64$$

$$\frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle AHC}} = \frac{\frac{1}{4}AH \times BH}{\frac{1}{4}AH \times AC \times \sin 60^\circ} = \frac{\frac{1}{4}AH \times \sqrt{3}}{\frac{1}{4}AH \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $(B - C) \cup A$ متناهی است، بنابراین مجموعه‌های A و $B - C$ هر دو متناهی هستند. از متناهی بودن $B - A$ ، چون A متناهی است می‌توان نتیجه گرفت که B نیز متناهی است. توجه کنید از این که B و $B - C$ هر دو متناهی هستند نمی‌توان نتیجه گرفت که C قطعاً متناهی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مساحت مثلث ایجادشده در هر مربع، $\frac{1}{8}$ مساحت آن مربع است و هر بار مساحت مربع‌ها نصف می‌شود، بنابراین داریم:

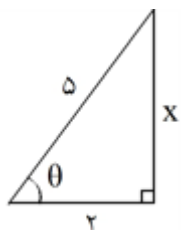
$$S = \text{مساحت مربع} = 1$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{8}S = \frac{1}{8} \times 1 = \frac{1}{8} \\ a_2 &= \frac{1}{8} \left(\frac{1}{4}S \right) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} \\ a_3 &= \frac{1}{8} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{4}S \right) \right) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ a_4 &= \frac{1}{8} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{4}S \right) \right) \right) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \end{aligned}$$

بنابراین با یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت $q = \frac{1}{4}$ مواجه‌ایم:

$$a_{10} = a_1 q^9 = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{4} \right)^9 = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4^9} = \frac{1}{4^{12}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸



$$5^2 = x^2 + 2^2 \Rightarrow 25 = x^2 + 4 \Rightarrow x = \sqrt{21}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است تنها ϕ هم‌عضو و هم زیرمجموعه A می‌باشد و بقیه گزینه‌ها تنها زیرمجموعه A هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ساده می‌کنیم:

$$C \cup A' \cup B' = C \cup (A \cap B)'$$

حالا متمم می‌گیریم:

$$(C \cup (A' \cap B'))' = C' \cap (A \cap B) = (A \cap B) - C$$

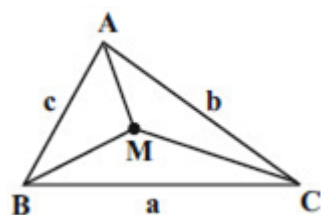
بنابراین گزینه ۴ درست است. اما:

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$$

پس گزینه ۲ پاسخ سؤال است، زیرا:

$$(A - C) \cup (B - C) = (A \cap C') \cup (B \cap C') = (A \cup B) \cap C' = (A \cup B) - C$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر M نقطه‌ای دلخواه درون مثلث ABC باشد، آنگاه مجموع فواصل نقطه M از سه رأس مثلث، عددی بین محیط و نصف محیط مثلث ABC است، یعنی:



$$\frac{a+b+c}{2} < MA + MB + MC < a + b + c$$

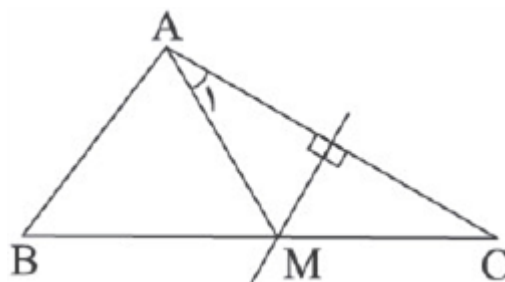
با توجه به نکته فوق و فرض مسأله داریم:

$$ABC \text{ محیط مثلث} = 3 + (3 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = 8 \Rightarrow 4 < MA + MB + MC < 8$$

با توجه به گزینه‌ها، تنها عدد $4\sqrt{2}$ در بازه (4, 8) قرار دارد که می‌تواند مورد قبول باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل زیر را خواهیم داشت. داریم:

$$\triangle ABC : AC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow \widehat{ABC} > \widehat{ACB}$$



پس گزینه ۱ درست است.

$$M \text{ روی عمود منصف } AC \Rightarrow MC = MA \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} \xrightarrow{\hat{B} > \hat{C}} \hat{B} > \hat{A}_1 \Rightarrow \widehat{ABC} > \widehat{MAC}$$

پس گزینه ۳ درست است.

از طرف دیگر زاویه $\widehat{AMC}$ زاویه خارجی مثلث $\triangle ABM$ است. پس:

$$\widehat{AMC} > \hat{B} \xrightarrow{\hat{B} > \hat{C}} \widehat{AMC} > \hat{C} \Rightarrow AC > AM$$

پس گزینه ۲ هم درست است.

بنابراین گزینه ۴ نادرست است. در واقع با داده‌های سؤال بین AB و AM رابطه مشخصی وجود ندارد.

$$AC' = AB$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضلع AC را از طرف A تا نقطه C' به اندازه BA امتداد می‌دهیم.

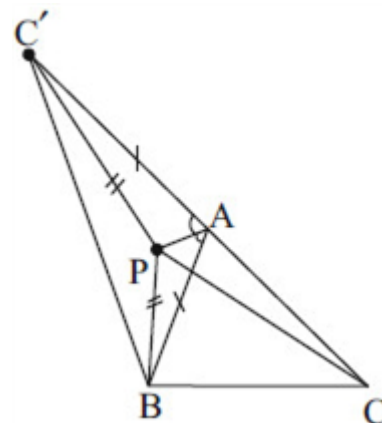
در مثلث متساوی‌الساقین BAC' نیمساز زاویه C'AB همان عمودمنصف ضلع BC' است، یعنی:

$$PB = PC' \quad (۱)$$

$$\triangle PC'C : PC + PC' > CC' \xrightarrow{(۱)} PC + PB > CC'$$

$$\Rightarrow PC + PB > AC + AC' \Rightarrow PC + PB > AC + AB$$

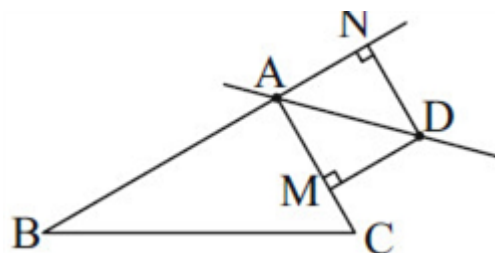
$$\Rightarrow PC - AC > AB - PB$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بر روی امتداد AB رو به بیرون مثلث ABC نقطه N را چنان انتخاب می‌کنیم که AN = AM

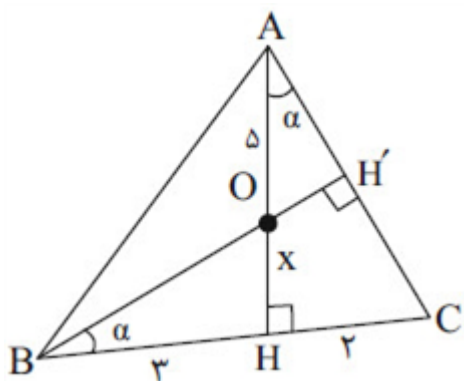
باشد. در این صورت با توجه به اینکه AD > AM = AN و نیز چون $\widehat{C} > \widehat{B}$ پس AB > AC پس

AD + AB > AM + AC است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ارتفاع BH' را رسم می‌کنیم که می‌دانیم از نقطه O می‌گذرد. در دو مثلث قائم‌الزاویه $\triangle AHC$ و

$\triangle BH'C$ داریم:



$$\triangle AHC : \widehat{HAC} + \widehat{C} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{CBH'} = \alpha$$

$$\triangle BH'C : \widehat{CBH'} + \widehat{C} + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\triangle BHO : \tan \alpha = \frac{OH}{BH} = \frac{x}{3}$$

$$\triangle AHC : \tan \alpha = \frac{HC}{AH} = \frac{2}{x+5}$$

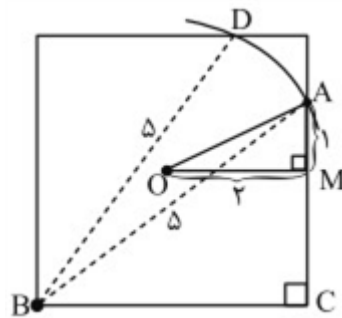
$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{2}{x+5} \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = -6 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$AH = AO + x = 5 + 1 = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به مرکز رأس B و به شعاع ۵ واحد کمانی رسم می‌کنیم. نقاط محل برخورد کمان با مربع را A و D و

می‌نامیم. حال طول OA را می‌خواهیم (نقطه O مرکز مربع است). طبق رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث ABC، $AC = 3$ خواهد

بود. با توجه به اینکه $MC = 2$ می‌باشد، $AM = 1$ می‌شود. همچنین طبق رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث OAM، $OA = \sqrt{5}$ خواهد بود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. AH ارتفاع و نیمساز مثلث ABE است؛ پس مثلث ABE متساوی الساقین است و چون AH

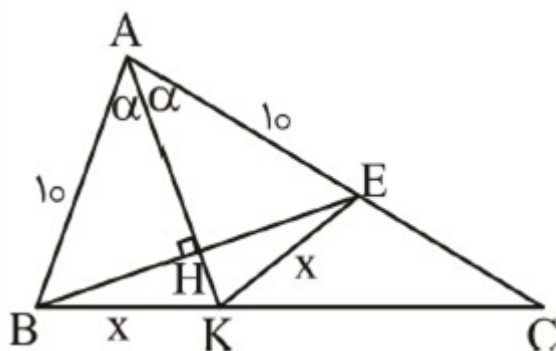
عمود منصف این مثلث متساوی الساقین است، K روی عمود منصف BE قرار می گیرد.

$$AB = AE = 10 \Rightarrow BH = HE = 5/5$$

$$\triangle BKE : KB = KE = x \xrightarrow{\text{نابرابری مثلث}}$$

$$0 < 11 < 2x \xrightarrow{+11} 22 < \underbrace{2x + 11}_{\text{محیط مثلث}}$$

بنابراین عدد ۲۳ می تواند محیط مثلث باشد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\triangle ABC : AB = AC \Rightarrow \hat{ACB} = \hat{ABC} = \hat{ABE} + \hat{EBC}$$

$$\begin{cases} AC = AE \text{ اضلاع مربع} \\ AC = AB \text{ ساق های مثلث} \end{cases} \Rightarrow AB = AE \Rightarrow \hat{ABE} = \hat{AEB} \quad (1)$$

$$\triangle ABE : \hat{ABE} + \hat{BAC} + \hat{CAE} + \hat{AEB} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{BAC} + 90^\circ + 2\hat{AEB} = 180^\circ \Rightarrow \hat{BAC} = 90^\circ - 2\hat{AEB} \quad (2)$$

$$\triangle ABC : \hat{BAC} = 180^\circ - 2\hat{ABC} \Rightarrow \hat{BAC} = 180^\circ - 2(\hat{ABE} + \hat{EBC})$$

$$\xrightarrow{(2)} 90^\circ - 2\hat{AEB} = 180^\circ - 2\hat{ABE} - 2\hat{EBC}$$

$$\xrightarrow{(1)} 90^\circ = 2\hat{EBC} \Rightarrow \hat{EBC} = 45^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر مثلث، هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک تر و از قدر مطلق تفاضل دو ضلع دیگر، بزرگ تر

$$\triangle ACD : |7 - 4| < AC < 7 + 4 \Rightarrow 3 < AC < 11 \quad (1)$$

است:

$$\triangle ABC : |9 - 5| < AC < 9 + 5 \Rightarrow 4 < AC < 14 \quad (2)$$

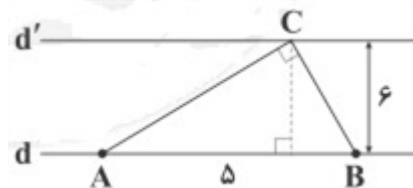
$$4 < AC < 11 \xrightarrow{AC = \text{عدد صحیح}} AC = 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

۱، ۲ اشتراک

برای اندازه AC، شش عدد صحیح موجود است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. همه‌ی نقاط به فاصله‌ی ۶ واحد از d روی خطی مانند d' موازی d و به فاصله‌ی ۶ واحد قرار دارند.

حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:



۱) $\widehat{C} = 90^\circ$

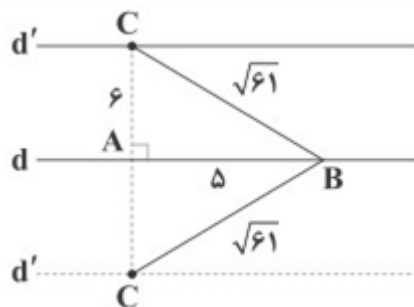
$$2S_{\triangle ABC} = 6 \times 5 = AC \times AB \Rightarrow AC \times BC = 30 \Rightarrow AC \times BC = \begin{cases} 1 \times 30 \\ 2 \times 15 \\ 3 \times 10 \\ 5 \times 6 \end{cases}$$

باید $AC < 5$ و $BC < 5$ باشد که چنین چیزی امکان‌پذیر نیست.

۲) $\widehat{B} = 90^\circ$ یا $\widehat{A} = 90^\circ$

با فرض $\widehat{A} = 90^\circ$ داریم:

۲ مثلث می‌توان یافت $BC = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61} \Rightarrow$



با $\widehat{B} = 90^\circ$ هم ۲ مثلث دیگر یافت می‌شود، پس مجموعاً ۴ مثلث می‌توان رسم کرد.

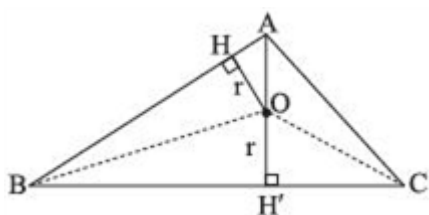
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نقطه O ، نقطه برخورد نیمسازهای داخلی مثلث است و فاصله این نقطه از هر سه ضلع یکسان است.

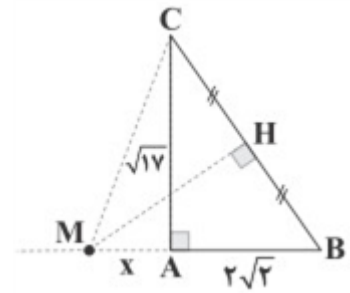
$$OH = OH' = r$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} \times r \times 6 = 9 \Rightarrow r = \frac{18}{6} = 3$$

$$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OH' \cdot BC = \frac{1}{2} \times r \times 8 = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به داده‌های تست، شکل زیر را رسم می‌کنیم:



نقطه‌ی M روی عمودمنصف پاره‌خط BC قرار دارد، پس از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است، یعنی:

$$MC = MB = x + 2\sqrt{2}$$

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی MAC داریم:

$$MC^2 = MA^2 + AC^2 \Rightarrow (x + 2\sqrt{2})^2 = x^2 + (\sqrt{17})^2$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} + 4\sqrt{2}x + 8 = \cancel{x^2} + 17 \Rightarrow 4\sqrt{2}x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4\sqrt{2}} \Rightarrow MA = \frac{9}{4\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{8}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دایره‌ای به مرکز A و شعاع $3x - 5$ و دایره‌ای به مرکز B و شعاع $2x - 4$ رسم می‌کنیم. محل تلاقی

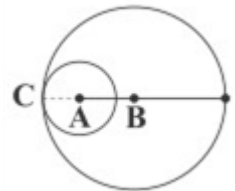
دو دایره، جواب مسئله است.

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود تنها نقطه‌ی C در شرایط مسئله صدق می‌کند.

نقطه‌ی C در شرایط مسئله صدق می‌کند.

$$(4 - 2x) - (5 - 3x) = x - 1$$

گزینه‌ی (۱) درست است.



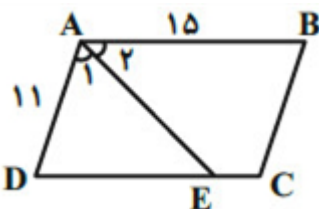
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{E} = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث DAE متساوی‌الساقین است. زیرا:

$$DE = DA = 11 \Rightarrow EC = DC - DE = 15 - 11 = 4$$

بنابراین:

در نتیجه:



$$\begin{aligned} \text{محیط } ABCE - \text{محیط } DAE &= AB + CE - DE \\ &= 15 + 4 - 11 = 8 \end{aligned}$$

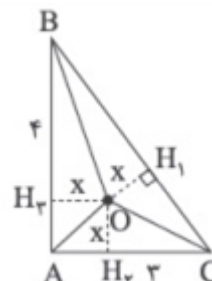
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی برخورد نیمسازهای مثلث از سه ضلع آن به یک فاصله است. پس:

$$OH_1 = OH_2 = OH_3 = x$$

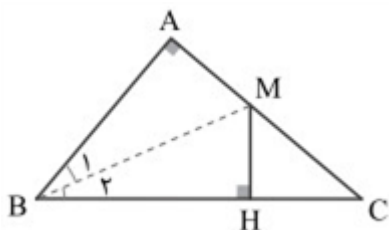
$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OAB}$$

$$\frac{3 \times 4}{2} = \frac{x \times 5}{2} + \frac{x \times 3}{2} + \frac{x \times 4}{2}$$

$$\rightarrow 12 = 12x \Rightarrow x = 1$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $AM = MH$ پس M روی نیمساز زاویه‌ی $\widehat{B}$ قرار دارد:

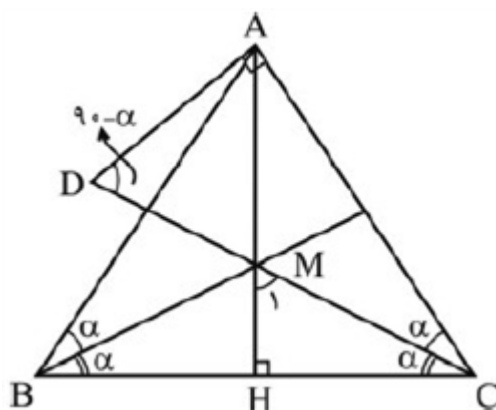


$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{B} = 50^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{B}_1 = 25^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} = 65^\circ$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر زوایای داخلی B و C را 2α در نظر بگیریم در مثلث ADC زاویه‌ی D برابر $(90 - \alpha)$ می‌شود، در

مثلث MCH نیز از آنجا که در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع و نیمساز وارد بر قاعده بر هم منطبق‌اند زاویه‌ی $\widehat{M}_1 = 90 - \alpha$ و

زاویه‌ی $\widehat{AMD}$ نیز $(90 - \alpha)$ خواهد شد، پس در مثلث ADM ، $\widehat{D} = \widehat{M} = 90 - \alpha$ و از آنجا نتیجه می‌گیریم $AD = AM$.

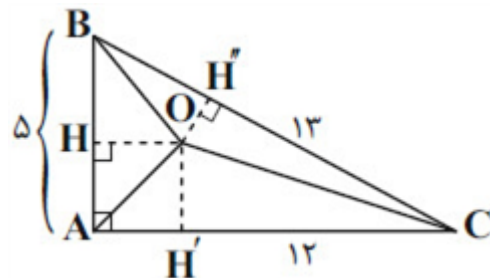


نکته: نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم‌رس‌اند و نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.
طول اضلاع مثلث ABC در قضیه فیثاغورس صدق می‌کند، پس این مثلث قائم‌الزاویه است. از طرفی نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی مثلث ABC از سه ضلع این مثلث به یک فاصله است، پس داریم:

$$S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC} = S_{\triangle ABC} \Rightarrow \frac{1}{2}OH \times AB + \frac{1}{2}OH' \times AC + \frac{1}{2}OH'' \times BC$$

$$= \frac{1}{2}AB \times AC \xrightarrow{OH=OH'=OH''} \frac{1}{2}OH(AB + AC + BC) = \frac{1}{2}AB \times AC$$

$$\Rightarrow OH \times (5 + 12 + 13) = 5 \times 12 \Rightarrow OH = \frac{60}{30} = 2$$

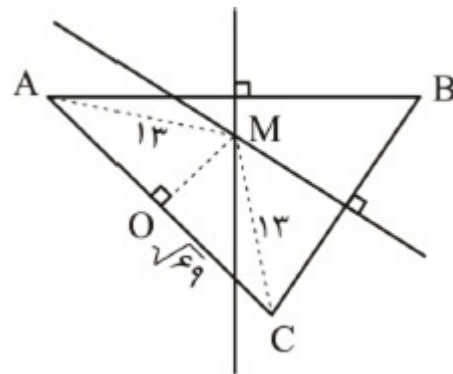


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله است بنابراین $MC = MA = 13$. با توجه به شکل، مثلث MOC قائم‌الزاویه است. بنابه رابطه فیثاغورس در مثلث MOC داریم:

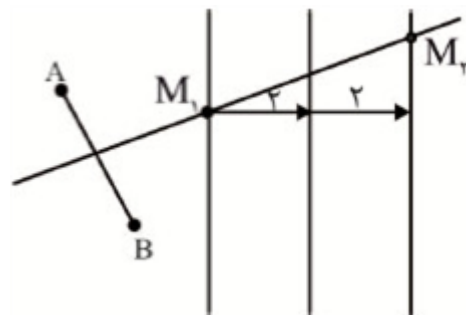
$$MO^2 = MC^2 - OC^2 = 100 \Rightarrow MO = 10$$

پس مساحت مثلث MAC برابر است با:

$$\frac{1}{2} \times AC \times MO = 10 \sqrt{69}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو خط به موازات خط Δ و به فاصله ۲ از آن به هم‌اره عمودمنصف پاره خط AB را رسم می‌کنیم چون دو خط Δ و AB موازی نیست محل برخورد دو نقطه می‌باشد و دو برخورد M_1 و M_2 جواب می‌باشد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{L\pi((1/a)^2 - a^2)} \Rightarrow \frac{8}{\pi} = \frac{2100}{(10a)\pi(0.21a^2)} \Rightarrow 8(2/1a^3) = 2100$$

$$a^3 = 125 \Rightarrow a = 5 \text{ cm}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم ظاهری کره را محاسبه می‌کنیم. ۴۲

$$V_{\text{ظاهری کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \xrightarrow[R=5 \text{ cm}]{\pi=3} V_{\text{ظاهری کره}} = \frac{4}{3} \times 3 \times 125 = 500 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = 120 \text{ mL} = 120 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم حفره با حجم مایع برابر است. در نتیجه داریم:}$$

در نتیجه حجم واقعی کره برابر است با:

$$V_{\text{واقعی کره}} = V_{\text{ظاهری کره}} - V_{\text{حفره}} \Rightarrow V_{\text{واقعی کره}} = 500 - 120 = 380 \text{ cm}^3$$

با پر شدن حفره توسط مایع، جرم کره ۱۲/۵ درصد افزایش می‌یابد، در نتیجه داریم:

$$m_{\text{مایع}} = \frac{12/5}{100} m_{\text{کره}} \Rightarrow m_{\text{کره}} = 8 m_{\text{مایع}} \xrightarrow[m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}}]{} m_{\text{کره}} = 8 \times 0.95 \times 120 = 912 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{m_{\text{کره}}}{V_{\text{واقعی کره}}} \Rightarrow \rho = \frac{912}{380} = 2.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{در نتیجه چگالی ماده سازنده کره برابر است با:}$$

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{کل بیرون ریخته شده}} = \frac{m_{\text{کل}}}{\rho_{\text{کل}}} = \frac{16}{0.8} = 20 \text{ cm}^3 \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۳}$$

$$V_{(\text{Au})} = \frac{m_{(\text{Au})}}{\rho_{(\text{Au})}} = \frac{76}{19} = 4 \text{ cm}^3$$

$$\left(19000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

$$V_{\text{ناخالصی}} = V_{\text{فلز}} - V_{\text{Au}} = 20 - 4 = 16 \text{ cm}^3$$

$$\text{درصد حجم ناخالصی: } \frac{V_{\text{ناخالصی}}}{V_{\text{فلز}}} \times 100 = \frac{16}{20} \times 100 = 80\%$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقتی دو مایع در یک ظرف ریخته شوند، مایع با چگالی کمتر بالاتر قرار می‌گیرد و ممکن است بخشی ۴۴

از آن از طرف بیرون بریزد، پس مایع ۲ همان مایع با چگالی کمتر است، پس حجم مایع ۲، ۳ برابر حجم مایع ۱ است. ۵۰g مایع ۲ معادل ۱/۳ کل آن است، پس جرم اولیه مایع ۲ برابر ۱۵۰g = ۳ × ۵۰ بوده است.

$$m_2 = \rho_2 \times 3V = 150 \Rightarrow \rho_2 V = 50 \quad (1)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{5}{53} \Rightarrow \rho_1 = \frac{53}{5} \rho_2 \quad (2)$$

مجموع جرم دو مایع با کمک روابط ۱ و ۲ به دست می‌آید:

$$m_{\text{کل}} = m_1 + m_2 = \rho_1 V + 150 = \frac{53}{5} \rho_2 V + 150 = \frac{53}{5} \times 50 + 150 = 680 \text{ g}$$

$$m = 1/0.1 \times 10^{-4} \text{ kg} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{10^{12} \text{ pg}}{1 \text{ g}} \Rightarrow m = 1/0 \times 10^{11} \text{ pg} \Rightarrow A = 1/0 \times 10^{11}$$

$$m = 1/0 \times 10^{-4} \text{ kg} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} \Rightarrow B = 1/0 \times 10^2$$

$$\text{قطر هسته اورانیوم} = 1/17 \times 10^{-14} \text{ m} \times \frac{10^9 \text{ nm}}{1 \text{ m}} \Rightarrow \text{قطر} = 1/17 \times 10^{-5} \text{ nm} \Rightarrow C = 1/17 \times 10^{-5}$$

$$\text{قطر هسته اورانیوم} = 1/17 \times 10^{-14} \text{ m} \times \frac{10^6 \text{ }\mu\text{m}}{1 \text{ m}} \Rightarrow \text{قطر} = 1/17 \times 10^{-8} \text{ }\mu\text{m} \Rightarrow D = 1/17 \times 10^{-8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اندازه هر کمیت فیزیکی، که به صورت نمادگذاری علمی بیان می‌شود، باید شامل سه قسمت باشد. قسمت‌های اول و دوم، دربرگیرنده حاصل ضرب عددی از ۱ تا ۱۰ در توان صحیحی از ۱۰ است و در قسمت سوم، یکای آن کمیت نوشته می‌شود. حال به بررسی موارد می‌پردازیم.

الف) $38/9 \times 10^8 \text{ m} = 3/89 \times 10^1 \times 10^8 \text{ m} = 3/89 \times 10^9 \text{ m} = 3/89 \times 10^9 \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}}$

= $3/89 \times 10^6 \text{ km}$ درست

ب) $0/00168 \text{ s} = 1/68 \times 10^{-3} \text{ s}$ نادرست

پ) $1695400 \text{ m} = 1/6954 \times 10^6 \text{ m} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 1/6954 \times 10^3 \text{ km}$ نادرست

ت) $0/000007860 \text{ s} = 7/860 \times 10^{-6} \text{ s} = 7/860 \times 10^0 \text{ }\mu\text{s}$ درست

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حالت غوطه‌وری، اگر جسم توپر باشد، چگالی آلیاژ با چگالی مایع (جیوه) برابر می‌شود،

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

یعنی:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1=V_2=V} \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{V + V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

$$\Rightarrow 13/5 = \frac{19 + \rho_A}{2} \Rightarrow \rho_A = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم جسم را به دست می‌آوریم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{780}{6/5} = 120 \text{ cm}^3$$

پس از قرار دادن جسم در آب، سطح جسم ۵۰ خط نشانه بالا می‌آید، پس فاصله دو خط نشانه که کمینه درجه‌بندی یا همان دقت اندازه‌گیری استوانه مدرج است، برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری استوانه مدرج} : \frac{125 \text{ cm}^3}{50} = 2/5 \text{ cm}^3$$

حجم حفره داخل جسم برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 5^3 - 120 = 5 \text{ cm}^3$$

$$\frac{\text{حجم حفره}}{\text{دقت استوانه}} = \frac{5 \text{ cm}^3}{2/5 \text{ cm}^3} = 2 \quad \text{پس داریم:}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 1050 \times 5 = 5250 \text{ g} = 5/25 \text{ kg}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۹)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۵۰)

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1=V_2=V}$$

$$\rho' = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{2V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

$$\rho'' = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \xrightarrow{m_1=m_2=m}$$

$$\rho'' = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \Rightarrow \rho' \times \rho'' = \rho_1\rho_2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زمانی که یک کمیت را چند بار اندازه می‌گیریم، بایستی از داده‌های پرت صرف نظر شود. در اینجا دو داده ۳۰۰ و ۳۱۰ گرم از بقیه اعداد پرت هستند. حال از اعداد باقی مانده، میانگین‌گیری می‌کنیم.

$$\bar{m} = \frac{235 + 245 + 240 + 235 + 240 + 245}{6} = 240 \text{ g}$$

$$\bar{m} = 240 \text{ g} = 2/4 \times 10^2 \text{ g}$$

در نهایت عدد به دست آمده را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گزاره‌های ب، ج و د نادرست هستند. بررسی نادرستی گزاره‌ها:

(ب) با انتخاب وسایل اندازه‌گیری دقیق و روش‌های درست اندازه‌گیری، می‌توان خطای اندازه‌گیری را به حداقل مقدار ممکن کاهش داد، ولی نمی‌توان خطای اندازه‌گیری را به صفر رساند.

(ج) انرژی یک کمیت نرده‌ای است.

(د) یکی از نیروهای مهم وارد بر هواپیما، نیروی رو به بالای شناوری است و نمی‌توان از آن صرف نظر کرد. نیروی مهم دیگری که هوا به هواپیما وارد می‌کند، نیروی مقاومت هواست که به دلیل تندی قابل توجه هواپیما، مقدار آن قابل توجه بوده و قابل صرف نظر کردن نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا چگالی مخلوط دو مایع را می‌یابیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_{\text{مخلوط}}} \xrightarrow{V_1 = \frac{20}{100} V_{\text{مخلوط}}, V_2 = \frac{80}{100} V_{\text{مخلوط}}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2 \times \frac{20}{100} V_{\text{مخلوط}} + 0.75 \times \frac{80}{100} V_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}$$

$$= \frac{V_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

حجم کل مکعب برابر $125 \text{ cm}^3 = 5^3$ می‌باشد. اگر حجم حفره را V بنامیم، حجم قسمت توپر مکعب برابر $(125 - V)$ خواهد بود. پس:

$$m_{\text{مکعب}} = m_{\text{مایع درون حفره}} + m_{\text{قسمت توپر (فلزی)}} \xrightarrow{m=\rho V} m_{\text{مکعب}} = \rho_{\text{مخلوط}} V + \rho_{\text{فلز}} (125 - V)$$

$$\Rightarrow 776 = 1 \times V + 8(125 - V) \Rightarrow 776 = 1000 - 7V \Rightarrow 7V = 224 \Rightarrow V = 32 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow 32 = \frac{4}{3} \times 3 \times r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \text{ cm}$$

$$12/5 \times 10^2 \frac{\text{cm}^3}{h} \times \frac{24h}{1 \text{ روز}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 0/3 \frac{\text{m}^3}{\text{روز}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۵۴)

$$0/3 \frac{\text{m}^3}{\text{روز}} \text{ یعنی در هر روز } 0/3 \text{ m}^3 \text{ خالی می شود؛ بنابراین: روز } 3 = \frac{0/9}{0/3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم واحد فرعی پاسکال $\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$ است. (۵۵)

$$72 \frac{\text{kg}}{\text{cm} \cdot \text{s}^2} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 7200 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = 7200 \text{ Pa} (*)$$

بنابراین:

$$72 \frac{\text{kg}}{\text{cm} \cdot \text{s}^2} + \square = 8 \times 10^4 \text{ Pa} \xrightarrow{(*)} 7200 \text{ Pa} + \square = 8 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow \square = (8 \times 10^4 - 7200) \text{ Pa} = 800 \text{ Pa}$$

بررسی گزینه ها:

$$1) 800 \frac{\text{kg}}{\text{cm} \cdot \text{s}^2} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 8 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = 8 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$2) 728 \frac{\text{kg}}{\text{km} \cdot \text{s}^2} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 728 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = 728 \times 10^{-3} \text{ Pa}$$

$$3) 2/88 \times 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{km} \cdot \text{min}^2} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ min}^2}{(60)^2 \text{ s}^2} = 8 \times 10^{-4} \times 10^9 = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = 800 \text{ Pa}$$

$$4) 800 \frac{\text{kg}}{\text{km} \cdot \text{min}^2} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ min}^2}{(60)^2 \text{ s}^2} = \frac{2}{9} \times 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = \frac{2}{9} \times 10^{-2} \text{ Pa}$$

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۵۶)

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{1/5 \times \frac{V}{3} + 2/5 \times \frac{V}{3} + 3/5 \times \frac{V}{3}}{\frac{V}{3} + \frac{V}{3} + \frac{V}{3}} = \frac{\frac{V}{3}(1/5 + 2/5 + 3/5)}{V}$$

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\frac{V}{3} \times 7/5}{V} = 2/5 \frac{g}{\text{cm}^3} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حجم ظاهری مکعب فلزی برابر است با: (۵۷)

$$V_{\text{ظاهری}} = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$$

با استفاده از پارامترهای m و ρ ، حجم واقعی مکعب فلزی را محاسبه می کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{0/185 \times 10^3}{5} = 37 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم حفره برابر است با:

$$V_{\text{ظاهری}} = V_{\text{واقعی}} + V_{\text{حفره}} \Rightarrow 64 = 37 + V_{\text{حفره}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 27 \text{ cm}^3$$

بنابراین ضلع مکعب حفره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = a^3 \Rightarrow 27 = a^3 \Rightarrow a = 3 \text{ cm}$$

سپس با استفاده از روش تبدیل واحد زنجیره ای داریم:

$$3 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} \times \frac{10 \text{ dm}}{1 \text{ m}} = 0/3 \text{ dm}$$

$$\text{الف)} \left\{ \begin{aligned} 12 \frac{\text{mm}^r}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ m}^r}{10^3 \text{ mm}^r} &= 2 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^r}{\text{s}} \\ 2 \frac{\text{cm}^r}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ m}^r}{10^2 \text{ cm}^r} &= 2 \times 10^{-2} \frac{\text{m}^r}{\text{s}} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^r}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ m}^r}{10^2 \text{ cm}^r} < 2 \times 10^{-2} \frac{\text{m}^r}{\text{s}} \quad (\checkmark)$$

$$\text{ب)} \left\{ \begin{aligned} 20000 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^r} &= 2 \times 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^r} \\ &= 0.02 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^r} \end{aligned} \right.$$

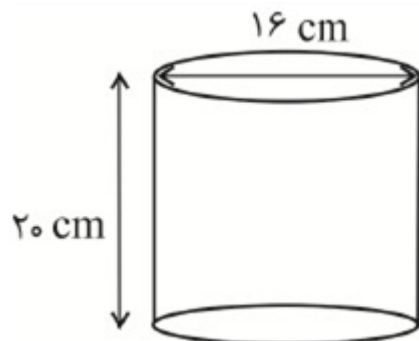
$$\Rightarrow 0.02 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^r} > 0.01 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^r} \quad (\checkmark)$$

$$\text{ج)} \left\{ \begin{aligned} 10^5 \frac{\text{mN}}{\text{hm}^r} \times \frac{1 \text{ hm}^r}{10^3 \text{ m}^r} \times \frac{1 \text{ N}}{10^3 \text{ mN}} &= 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}^r} \\ 1000 \frac{\mu\text{N}}{\text{m}^r} \times \frac{1 \text{ N}}{10^6 \mu\text{N}} &= 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}^r} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow 0.01 \frac{\text{N}}{\text{m}^r} > 0.001 \frac{\text{N}}{\text{m}^r} \quad (\checkmark)$$

$$\text{د)} \left\{ \begin{aligned} 1/6 \times 10^{-5} \frac{\text{kJ}}{\text{mg}} \times \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ kg}} &= 1/6 \times 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{kg}} \\ 800 \frac{\text{dJ}}{\text{kg}} \times \frac{1 \text{ J}}{10 \text{ dJ}} &= 80 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow 16000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} > 80 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad (\checkmark)$$



$$r = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$\left\{ \begin{aligned} V &= 3 \times (8)^2 \times 20 = 3 \times 64 \times 20 = 3840 \text{ cm}^r \\ V &= 3840 \times 10^{-6} = 3/84 \times 10^{-2} \text{ m}^r \end{aligned} \right.$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{21/12}{3/84 \times 10^{-2}}$$

$$\rho = 5/5 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^r}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اول مساحت یخچال طبیعی:



$$r = 20 \text{ km}$$

$$A = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{3 \times (2 \times 10^4)^2}{2} = 6 \times 10^8 \text{ m}^2$$

$$V = h \times A = 2 \text{ m} \times 6 \times 10^8 \text{ m}^2 = 12 \times 10^8 \text{ m}^3$$

حال حجم یخچال:

$$m = \rho V = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 12 \times 10^8 \text{ m}^3$$

$$m = 96 \times 10^{11} \text{ kg} = 96 \times 10^9 \text{ ton} \Rightarrow m = 9/6 \times 10^8 \text{ ton}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فیزیکدانان گستره‌ی وسیعی از پدیده‌ها را بررسی می‌کنند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$V_{\text{ع}} \frac{m}{\rho_{\text{ع}}} = \frac{2000}{2} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ر}} \frac{m}{\rho_{\text{ر}}} = \frac{2000}{1/6} = 1200 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = V_{\text{ر}} - V_{\text{ع}} = 1200 - 1000 = 200 \text{ cm}^3$$

$$V_A = V_B = V$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \Rightarrow 6 = \frac{8 + \rho_B}{2}$$

$$12 = 8 + \rho_B \Rightarrow \rho_B = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حجم‌های دو فلز مذاب برابر هستند:

می‌توان چگالی مخلوط را با رابطه‌ی مقابل محاسبه کرد:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

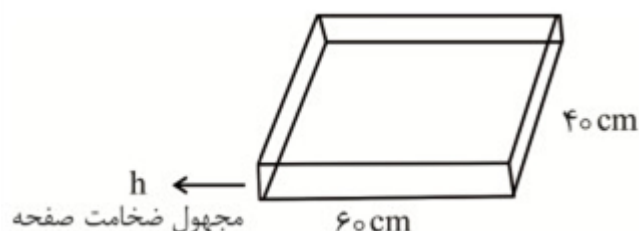
$$m = 45 \text{ kg} = 45000 \text{ g}$$

$$V = 60 \times 40 \times h = 2400 h (\text{cm}^3)$$

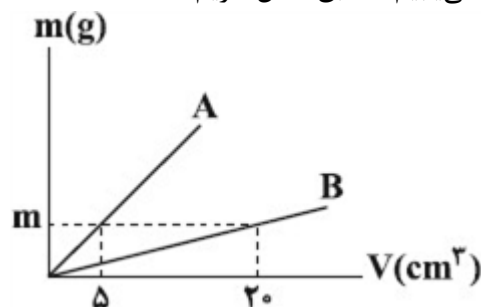
$$m = V \times \rho$$

$$45000 \text{ g} = (2400 \times h) \text{ cm}^3 \times 7/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$h = \frac{45000 \text{ g}}{18000 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 2/5 \text{ cm}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم جسم و سپس با توجه به آن چگالی جسم A را می‌یابیم. مطابق شکل داریم:



$$m = \rho_A V_B = 5 \times 20 = 100 \text{ g}$$

$$\rho_A = \frac{m}{V_A} = \frac{100}{5} = 20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$m_A = 500 \text{ g}$$

$$\rho_A = 20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V_A = \frac{m_A}{\rho_A} = \frac{500}{20} = 25 \text{ cm}^3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر یک از حالت‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

(۱) اگر حجم برابری از مایع‌ها مخلوط شوند: در این حالت فرض می‌کنیم حجم هر دو مایع برابر V باشد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\rho_1 = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V + \rho_B V}{V + V} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2}$$

(۲) اگر جرم برابری از مایع‌ها مخلوط شوند: در این حالت فرض می‌کنیم جرم هر کدام از مایع‌ها m باشد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\rho_2 = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{m}{\rho_B}} = \frac{2}{\frac{1}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B}} = \frac{2\rho_A\rho_B}{\rho_A + \rho_B}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{2\rho_A\rho_B}{\frac{\rho_A + \rho_B}{2}} = \frac{4\rho_A\rho_B}{(\rho_A + \rho_B)^2}$$

بنابراین خواسته‌ی سؤال برابر است با:

$$0.0001200 \text{ kg} = 0.1200 \text{ g} \Rightarrow 0.1200 \text{ g} = 120.0 \text{ mg}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از قاعده‌ی تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$1 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}} = 1 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}} \times \left(\frac{12 \text{ inch}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right)^3 \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ day}} \Rightarrow 1 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}}$$

$$= 1 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}} \times \left(\frac{3 \text{ m}}{10 \text{ ft}} \right)^3 \times 60 \times 24 \frac{\text{min}}{\text{day}} = 1 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}} \times \frac{27}{1000} \frac{\text{m}^3}{\text{ft}^3} \times 60 \times 24 \times \frac{\text{min}}{\text{day}}$$

$$= \frac{27}{1000} \times 60 \times 24 \frac{\text{m}^3}{\text{day}} \Rightarrow 1 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}} = 38.88 \frac{\text{m}^3}{\text{day}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه‌ی چگالی، ابتدا حجم آلیاژ را می‌یابیم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}} \xrightarrow[\rho_{\text{آلیاژ}} = 15/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}]{m_{\text{آلیاژ}} = 77.0 \text{ g}} V_{\text{آلیاژ}} = \frac{77.0}{15/4} = 20.53 \text{ cm}^3$$

حال حجم طلای به کار رفته در آلیاژ را می‌یابیم:

$$V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}} = V_{\text{آلیاژ}} \quad \frac{V_{\text{طلا}} = 1/5 V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}} = 20.53 \text{ cm}^3} \Rightarrow 1/5 V_{\text{نقره}} + V_{\text{نقره}} = 20.53$$

$$\Rightarrow 2/5 V_{\text{نقره}} = 20.53 \Rightarrow V_{\text{نقره}} = 51.33 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_{\text{طلا}} = 10.27 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{طلا}} = \rho_{\text{طلا}} V_{\text{طلا}} = 19 \times 10.27 = 195.13 \text{ g}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یکای انرژی در SI برحسب یکاهای اصلی به صورت $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ است. پس $\alpha = 1$ ، $\beta = 2$ و $\gamma = -2$

است، حال مقدار عبارت سؤال را برحسب یکاهای اصلی می‌یابیم:

$$1.0^{1+2-2} \text{ ng} \frac{(\text{mm})^2}{(\mu\text{s})^2} = 1.0 \text{ ng} \frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}^2}$$

$$1.0 \text{ ng} \frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}^2} = 1.0 \text{ ng} \frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}^2} \times \frac{10^{-9} \text{ g}}{1 \text{ ng}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \left(\frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} \right)^2 \times \left(\frac{1 \mu\text{s}}{10^{-6} \text{ s}} \right)^2$$

$$= 1.0 \text{ ng} \frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}^2} \times \frac{10^{-9} \text{ g}}{1 \text{ ng}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^{-6} \text{ m}^2}{1 \text{ mm}^2} \times \frac{1 \mu\text{s}^2}{10^{-12} \text{ s}^2} = 1.0 \times \frac{10^{-9} \times 10^{-6}}{10^3 \times 10^{-12}} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 10^{-5} \text{ J}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$\frac{3/6}{12} \frac{\text{متر}}{\text{روز}} = \frac{3/6 \times 10^6}{12 \times 24} \frac{\text{میکرومتر}}{\text{ساعت}} = \frac{10^5}{8} = 1/25 \times 10^4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هم نیروی هم چسبی و هم نیروی دگرچسبی کوتاه برد هستند. ۷۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی عبارات نادرست: ۷۳

گزینه ۱: اگر فاصله بین اتم‌های مایع از حدی کمتر شود، نیروی رانشی ظاهر می‌شود. (نه همواره!)
گزینه ۲: علت تراکم‌پذیری گازها، بیشتر بودن فاصله بین مولکولی در گازها نسبت به جامدات و مایعات است.
گزینه ۳: نیروی بین مولکولی عمدتاً از نوع الکتریکی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۴

الف) نادرست - شاره هم برای گاز و هم برای مایع کاربرد دارد.

ب) نادرست

ج) نادرست - حرکت کاتوره‌ای ذرات آب باعث پخش خواهد شد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. افزایش دمای مایع، باعث کاهش نیروهای هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع و در نتیجه کاهش کشش ۷۵

سطحی مایع می‌شود. بقیه‌ی گزینه‌ها نادرست است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. Cu^{+2} و Zn^{+2} دارای تعداد e^{-} برابر هستند نه جرم برابر چون جرم مولی متفاوت دارند. ۷۶

جرم یک مول اتم روبیدوم با تقریب خوبی برابر جرم یک مول از یون پایدار آن است.

شمار اتم‌ها برابر است.

$$\frac{\text{تعداد اتم}}{1 \text{ mol Na}} = \frac{\text{تعداد اتم}}{1 \text{ mol Ca}}$$

$$m_{\text{Ar}} = 1/5 \times 40 = 60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$m_{\text{Al}} = \frac{18/0.6 \times 10^{23}}{6/0.2 \times 10^{23}} \times 27 = 81 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$m_{\text{Ar}} < m_{\text{Al}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۷

$$M_r = 26/6 + 2 = 28/6$$

$$28/2 M_1 + \frac{2 \times 80}{100} \Rightarrow M_1 = 26/6$$

$$^{20}\text{B} \rightarrow f_1 = 10\%, M_1 = 20 \text{ amu}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۸

$$^{22}\text{B} \rightarrow f_2 = ?, M_2 = 22 \text{ amu}$$

$$^{24}\text{B} \rightarrow f_3 = ?, M_3 = 24 \text{ amu}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_2 = 4f_3 \\ f_1 + f_2 + f_3 = 100\% \\ f_1 = 10\% \end{array} \right\} \Rightarrow 10 + f_2 + 4f_3 = 100 \Rightarrow \begin{cases} f_2 = 18\% \\ f_3 = 72\% \end{cases}$$

$$\bar{M} = M_1 + \left(\frac{f_2}{100} \right) (M_2 - M_1) + \left(\frac{f_3}{100} \right) (M_3 - M_1)$$

$$= 20 + \frac{18}{100} \times (22 - 20) + \frac{72}{100} \times (24 - 20) = 23/24 \text{ amu}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه ۱: } ? \text{ mol CH}_4 = 4g\text{CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16g\text{CH}_4} = 0.25 \text{ mol CH}_4$$

گزینه ۲:

$$O_2 \text{ مولکول} = 1/6gO_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32gO_2} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 3/0.1 \times 10^{23} \text{ مولکول } O_2$$

گزینه ۳:

$$O \text{ اتم} = 40g\text{CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100g\text{CaCO}_3} \times \frac{3 \text{ mol O}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ اتم } O}{1 \text{ mol O}} = 7/224 \times 10^{23} \text{ اتم } O$$

$$\text{گزینه ۴: } ? \text{ mol O} = 2/2g\text{CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44g\text{CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol O}}{1 \text{ mol CO}_2} = 0.1 \text{ mol O}$$

بنابراین تنها گزینه ۳ جمله داده شده را به درستی کامل می‌کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$m_B = 24m_A = 24 \times 2/1 \text{ amu} = 24 \times 2/1 \times \frac{1}{12} C = 4/2^{12} C$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت آ: نادرست - 3_1H ایزوتوپ طبیعی است ولی پایدار نیست.

عبارت ب: نادرست 3_1H رادیوایزوتوپ است ولی ساختگی نیست.

عبارت پ: نادرست - 3_1H ناپایدار است اما نیم‌عمر آن $12/32$ سال است.

عبارت ت: درست - همه ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن پرتوزا هستند.

عبارت ث: نادرست - ترتیب نیم‌عمر ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن به صورت ${}^3_1H > {}^4_1H > {}^2_1H$ است.

عبارت ج: درست - ایزوتوپ 2_1H و ایزوتوپ‌های سنگین‌تر از آن همگی درصد فراوانی کمتر از $1/100\%$ در طبیعت دارند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{100} \Rightarrow 6/94 = \frac{6 \times F_1 + 7(100 + F_1)}{100} \Rightarrow 694 = 6F_1 - 7F_1 + 700$$

$$\Rightarrow F_1 = 6, F_2 = 94$$

$$\left. \begin{array}{l} n - e = 6 \\ e = Z + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow n - (Z + 1) = 6 \Rightarrow n = Z + 7$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قسمت اول:

$$A = n + p = Z + 7 + Z = 2Z + 7$$

قسمت دوم: در هر اتم X ، شمار پروتون، الکترون و نوترون به ترتیب برابر با Z ، Z و $Z + 7$ است؛ در نتیجه در هر اتم $2Z + 7$

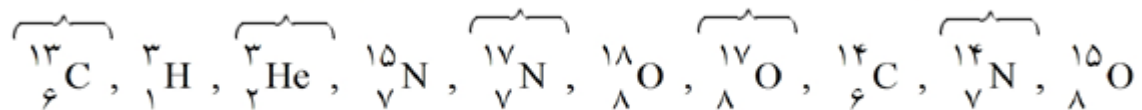
ذره زیراتمی موجود است. بنابراین داریم:

$$? \text{ mol ذره زیراتمی} = 9/0.3 \times 10^{23} \text{ اتم} \times \frac{(2Z+7) \text{ ذره زیراتمی}}{X \text{ اتم}} \times \frac{1 \text{ mol ذره زیراتمی}}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ ذره زیراتمی}} = 0.45Z + 1/0.5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید تعداد پروتون‌ها را از عدد جرمی کم کنیم تا تعداد نوترون‌ها به دست آید و سپس تعداد پروتون‌ها را از تعداد نوترون‌ها کم کنیم تا $N - Z$ محاسبه شود. در زیر می‌بینید که $N - Z$ برابر با $A - 2Z$ است. می‌توانیم به طرفین یک معادله مقادیر یکسانی اضافه کنیم.

$$A = N + Z \Rightarrow A - Z - Z = N + Z - Z - Z \Rightarrow A - 2Z = N - Z$$

$$13 - 2 \times 6 = 1 \quad 3 - 2 \times 2 = -1 \quad 17 - 2 \times 7 = 3 \quad 17 - 2 \times 8 = 1 \quad 14 - 2 \times 7 = 0$$



$$\underbrace{3 - 2 \times 1 = 1} \quad \underbrace{15 - 2 \times 7 = 1} \quad \underbrace{18 - 2 \times 8 = 2} \quad \underbrace{14 - 2 \times 6 = 2} \quad \underbrace{15 - 2 \times 8 = -1}$$

همان‌طور که می‌بینید، ۴ عدد از آن‌ها در این خصوصیت یکسان هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول نادرست است. زیرا در $^{56}_{26}\text{Fe}^{3+}$ ، تفاوت نوترون و الکترون برابر است با $(n - e = 30 - 23 = 7)$ اما در

$^{79}_{34}\text{Se}^{2-}$ ، تفاوت نوترون و الکترون برابر است با: $(n - e = 45 - 36 = 9)$

عبارت دوم درست است. X و Y هر دو هالوزن هستند و خواص شیمیایی نسبتاً مشابهی دارند. ایزوتوپ‌ها، دارای خواص فیزیکی وابسته به جرم متفاوتی هستند.

عبارت سوم نادرست است. ایزوتوپ ^3H در طبیعت یافت می‌شود.

عبارت چهارم درست است. هر چه طول موج یک پرتو کوتاه‌تر باشد، پرتوی عبوری از منشور به میزان بیشتری منحرف می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) برخی از عناصر با عدد اتمی کوچک، مانند (^{98}Tc) در طبیعت یافت نمی‌شوند و کاملاً ساختگی هستند.

(۲) ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی مشابهی دارند.

(۳) در اتم خنثی، شمار الکترون و پروتون برابر است.

$$\frac{A}{Z} = p + \frac{n}{p} = 2/5 \Rightarrow n = 1/5p$$

$$1/5p + p + p = 266$$

$$p = 76 \Rightarrow n = 1/5 \times 76 = 114$$

(۴) انرژی هسته‌ای در ستاره‌های جوان، باعث تشکیل عنصرهای سنگین از عنصرهای سبک می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، جایگاه عنصرها در جدول، به تعداد پروتون‌ها و نه نوترون‌ها بستگی دارد. عدد جرمی به دلیل

کاهش n ، کاهش می‌یابد و جرم اتمی میانگین به تبع آن کاهش می‌یابد ولی اتم جدید، ایزوتوپی از همان عنصر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عنصر X دارای دو ایزوتوپ ^{12}X و ^{13}X می‌باشد.

$$\text{جرم اتمی میانگین} = X_1 + \frac{F_2}{100}(X_2 - X_1) = 12 + \frac{20}{100}(13 - 12) = 12/2 \text{ amu}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون ایزوتوپ سنگین تر آن ۴۰٪ است، پس ایزوتوپ سبک تر آن ۶۰٪ خواهد بود، یعنی داریم:

$$M_1 = 63 - 63 = 0 \Rightarrow F_1 = 60\%$$

$$M_2 = 65 - 63 = 2 \Rightarrow F_2 = 40\%$$

$$\overline{M} = \frac{(0 \times 60) + (2 \times 40)}{100} = 0.8 + 63 = 63.8 \text{ amu}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$X_{\text{amu}} = A \times \frac{1}{12} \times \text{mass}_{C_{12}}$$

$$X \times \frac{1}{12} \times 19/932 \times 10^{-24} \Rightarrow 31 \text{ amu} = 31 \times \frac{1}{12} \times 19/932 \times 10^{-24} \approx 5/1 \times 10^{-23}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا داریم:

$$35/45 = \frac{35F_1 + 37(100 - F_1)}{100} \Rightarrow F_1 = 77/5, F_2 = 22/5$$

$$? \text{ atom Cl} = 6/0.8g \times \frac{1 \text{ amu}}{1/66 \times 10^{-24} g} \times \frac{1 \text{ atom Cl}}{35/45 \text{ amu}} \times \frac{22/5 \text{ atom } ^{37}\text{Cl}}{100 \text{ atom Cl}} \approx 2/32 \times 10^{22} \text{ gCl}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(600 \times 45) + (350 \times 47) + (50 \times 50)}{1000} = 45/95$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، در این صورت $42 \div 6 = 7$ و $0/167 \div 6 = 0$ واحد جرم خواهند داشت.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم اتمی میانگین بور را به دست می آوریم:

$$\overline{M} = \frac{(10 \times 1) + (11 \times 4)}{1 + 4} = \frac{54}{5} = 10.8 \text{ amu}$$

$$?g = 1 \text{ atom B} \times \frac{10.8 \text{ amu}}{1 \text{ atom B}} \times \frac{1 \text{ atom } ^{12}\text{C}}{12 \text{ amu}} \times \frac{1 \text{ mol } ^{12}\text{C}}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ atom } ^{12}\text{C}} \times \frac{12g}{1 \text{ mol } ^{12}\text{C}} = 1/794 \times 10^{-23}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} F_2 + F_3 = 94 \\ F_1 + F_2 + F_3 = 100 \Rightarrow F_1 + 94 = 100 \Rightarrow F_1 = 6 \end{cases}$$

$$F_1 = 3F_2 \Rightarrow F_2 = 2 \Rightarrow F_3 = 92$$

$$\overline{M} = \frac{F_1 M_1 + F_2 M_2 + F_3 M_3}{100} = \frac{(6 \times 54) + (2 \times 56) + (92 \times 57)}{100} \Rightarrow \overline{M} = 55/9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$0/399 = \text{فراوانی ایزوتوپ سنگین تر} \Rightarrow 39/9\% = 39/100\% - 60\% = 100\% - 60\% = 40\%$$

$$\overline{M} = (\text{فراوانی ایزوتوپ سنگین تر} \times \text{تفاوت جرم دو ایزوتوپ}) + \text{جرم ایزوتوپ سبک تر}$$

$$\Rightarrow \overline{M} = 68/92 + (2 \times 0/399) = 68/92 + 0/798 = 69/718 \text{ amu}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۹۷)

الف) از ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ استفاده می‌شود. (نادرست)
 ب) مانع از جذب گلوکز معمولی نمی‌شود. (نادرست)

پ) درست است.
$$\begin{cases} \frac{A}{Z}X = e_X = Z \\ \frac{A}{Z}Y^{m-} = e_Y m- = Z' + m \end{cases} \Rightarrow Z = Z' + m$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۹۸)

عدد $2/33$ را می‌توان معادل $\frac{7}{3}$ در نظر گرفت.

ایزوتوپ پایدارتر M همان ایزوتوپ سبک‌تر آن است که فراوانی آن نیز بیشتر می‌باشد.
 ایزوتوپ پایدارتر: M_1 ایزوتوپ ناپایدارتر: M_2

$$\bar{M} = \frac{(M_1 \times 7) + [(M_1 + 2) \times 3]}{7 + 3} = 63/6 \Rightarrow M_1 = 63$$

خانه‌ی بیست و نهم جدول $\Rightarrow p = 29 \Rightarrow p(p + 5) = 63 \Rightarrow p + n = 63 =$ عدد جرمی

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۹۹)

$$\text{نوترون} = 2/8 \text{ gFe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ gFe}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{30 \text{ نوترون}}{1 \text{ atom Fe}} = 9/03 \times 10^{23} \text{ نوترون}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: (۱۰۰)

$$\bar{M} = 52 = \frac{50F_1 + 60F_2}{40}, F_1 = 40 - F_2 \Rightarrow 52 = \frac{50(40 - F_2) + 60F_2}{40} \Rightarrow F_2 = 8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: (۱۰۱)

$$\left. \begin{aligned} ?e_{Ca} &= 8 \text{ gCa} \times \frac{1 \text{ mol Ca}}{40 \text{ gCa}} \times \frac{N_A \text{ atom Ca}}{1 \text{ mol Ca}} \times \frac{20e}{1 \text{ atom Ca}} = 4N_A \\ ?N_O &= 5 \text{ gO} \times \frac{1 \text{ mol O}}{16 \text{ gO}} \times \frac{N_A \text{ atom O}}{1 \text{ mol O}} \times \frac{8N}{1 \text{ atom O}} = 2/5 N_A \end{aligned} \right\} \frac{4N_A}{2/5 N_A} = 1/6$$

$$\bar{M} = \frac{(58 \times 4) + (62 \times 21)}{25} = 61/36 \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۰۲)}$$

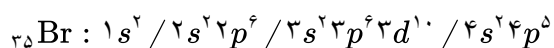
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. استفاده از روابط استوکیومتری (۱۰۳)

$$?g N_2 = 0/3 \text{ mol } N_2 \times \frac{28 \text{ g } N_2}{1 \text{ mol } N_2} = 8/4 \text{ g } N_2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه زیر می‌توان جرم اتمی میانگین عنصر داده شده را محاسبه نمود: (۱۰۴)

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_1}{F_1 + F_2} (M_2 - M_1) \Rightarrow \bar{M} = 44 + \frac{1}{3+1} (45 - 44) = 44/25 \text{ amu}$$

(۱) چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای Kr ۳۶ است و عنصر قبل از آن Br ۳۵ با آرایش الکترونی زیر است:



این عنصر دارای ۱۷ الکترون در زیرلایه‌های p بوده و متعلق به گروه ۱۷ جدول دوره‌ای است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. درصد فراوانی ایزوتوپ‌های ^{56}Fe و ^{54}Fe را در نمونه اولیه به دست می‌آوریم:

$$55/92 = 54 + \frac{F_2}{100}(56 - 54) + \frac{4}{100}(57 - 54) \Rightarrow 55/92 = 54 + \frac{2F_2}{100} + 0/12 \Rightarrow \%F_2 = \%90$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100 \Rightarrow F_1 + 90 + 4 = 100 \Rightarrow \%F_1 = \%6$$

اکنون فرض می‌کنیم فراوانی ایزوتوپ ^{56}Fe به میزان m درصد کاهش یابد:

$$55/90 = 54 + \frac{90 - m}{100 - m}(56 - 54) + \frac{4}{100 - m}(57 - 54) \Rightarrow m = 20$$

به این ترتیب در نمونه‌ای شامل ۲۰۰ اتم آهن، شمار ایزوتوپ‌های از بین رفته ^{56}Fe برابر با ۴۰ خواهد بود.

