

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{16}}{16} = 16 \Rightarrow \sum_{i=1}^{16} x_i = 16 \times 16$$

$$\text{مجموع داده‌های جدید} = \sum_{i=18}^{19} y_i = (16 \times 16 - 16) + (3 + 4 + 5) = 252$$

$$\text{میانگین داده‌های جدید} = \frac{\sum_{i=18}^{19} y_i}{18} = \frac{252}{18} = 14$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر مرکز دسته‌ی اول را x در نظر بگیریم، با توجه به این که طول دسته‌ها برابر ۲ است،

مراکز دسته‌های دیگر برابر با $x + 2$ ، $x + 4$ و $x + 6$ خواهد بود. با توجه به نمودار و رابطه‌ی میانگین وزن‌دار داریم:

$$5 = \frac{3(x) + 4(x+2) + 3(x+4) + 2(x+6)}{3+4+3+2}$$

$$\Rightarrow 5 \times 12 = 3x + 4x + 8 + 3x + 12 + 2x + 12 \Rightarrow 60 = 12x + 32$$

$$\Rightarrow 28 = 12x \Rightarrow x = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مناسب‌ترین روش برای بررسی وزن محصولات تولیدی یک کارخانه‌ی روغن‌های خوراکی،

مشاهده‌ی وزن آن‌ها است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

شهر نفر اول، کیفی اسمی و تعداد مبتلایان متغیر، کمی گسسته است.

بررسی سایر گزینه‌ها: نوع متغیرها به ترتیب عبارتند از:

۲) کیفی اسمی - کمی پیوسته

۳) کمی پیوسته - کیفی اسمی

۴) کمی گسسته - کیفی ترتیبی

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{45}{360} \text{ یا } 6 \text{ نفر نمرة } (16 - 12) \text{ و } \frac{165}{360} \text{ یا } 22 \text{ نفر هم نمرة } (20 - 16) \text{ کسب کرده‌اند که روی هم می‌شود } 28 \text{ نفر.}$$

$$\alpha_i = \frac{f_i}{N} \times 360^\circ \text{ توجه}$$

α_i = زاویه هر دسته

f_i = فراوانی مطلق هر دسته

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = \frac{1+1+\dots+1+0}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sigma = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضریب تغییرات داده‌های ۵۰ و ۴۰ و ۳۰ و ۲۰ و ۱۰ را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{10 + 20 + 30 + 40 + 50}{5} = \frac{150}{5} = 30$$

$$\sigma^2 = \frac{(-20)^2 + (-10)^2 + 0^2 + 10^2 + 20^2}{5} = \frac{1000}{5} = 200 \Rightarrow \sigma = 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow cv = \frac{10\sqrt{2}}{30} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\bar{x} = \frac{3 + 6 + 4 + 5 + 7}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = \frac{(3-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 1 + 0 + 4}{5} = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2} \Rightarrow \bar{x} + \sigma = 5 + \sqrt{2}$$

بنابراین نمودار گزینه‌ی ۳ درست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a, 7, 10, 14, 11, 16, 18, 9, 20 \Rightarrow \bar{x} = \frac{a + 7 + 10 + 14 + 11 + 16 + 18 + 9 + 20}{9} = 13$$

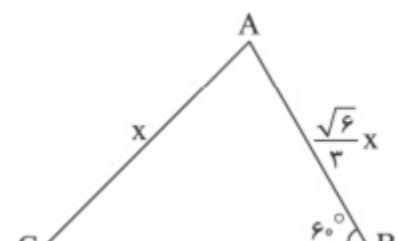
$$\Rightarrow a + 105 = 117 \Rightarrow a = 12 \xrightarrow{\text{داده ها به ترتیب صعودی}} 7, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 20$$

میانه

$$\rightarrow 12$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

طبق قضیه‌ی سینوس‌ها داریم:



$$\frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}x}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{C} = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با استفاده از داده‌ی سؤال فرض کنیم در مثلث ABC داشته باشیم $AB = 9$ و $AC = 5$. در این صورت داریم:

$$\text{محیط} = 21 \Rightarrow AB + AC + BC = 21 \Rightarrow 9 + 5 + BC = 21 \Rightarrow BC = 7$$

از آنجا که $AB = 9$ بزرگ‌ترین ضلع است پس زاویه‌ی مقابل آن یعنی زاویه‌ی $\hat{C}$ بزرگ‌ترین زاویه است. اکنون با

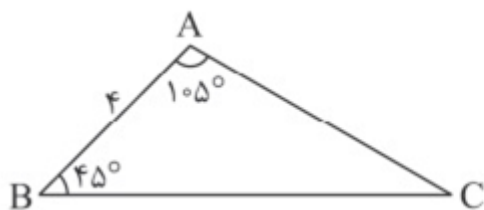
استفاده از قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \cos \hat{C}$$

$$9^2 = 5^2 + 49 - 70 \cos \hat{C} \Rightarrow \cos \hat{C} = -0.1$$

می‌دانیم مجموع زاویه‌های مثلث 180° است. پس:

$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \\ \Rightarrow 105^\circ + 45^\circ + \hat{C} &= 180^\circ \\ \Rightarrow \hat{C} &= 30^\circ\end{aligned}$$



اندازه‌های AB و $\hat{C}$ را داریم پس با استفاده از قضیه سینوس‌ها می‌نویسیم:

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \frac{4}{\sin 30^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{4}{\frac{1}{2}} = 2R \Rightarrow R = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک قضیه سینوس‌ها، داریم:

$$\begin{aligned}\frac{BC}{\sin \hat{A}} &= \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{\sin 120^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{\sin \hat{C}} \\ \Rightarrow \sin \hat{C} &= \frac{\frac{\sqrt{6}}{2} \times \sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{18}}{6\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ \text{ یا } \hat{C} = 150^\circ\end{aligned}$$

ولی مسلماً $\hat{C} = 150^\circ$ قابل قبول نیست بنابراین:

$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$$

و اینک به کمک فرمول مساحت مثلث از طریق دو ضلع و سینوس زاویه بین، خواهیم داشت:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \times BC \times \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{12} = \frac{6}{2} \sqrt{3} = \frac{3}{2} \sqrt{3}$$

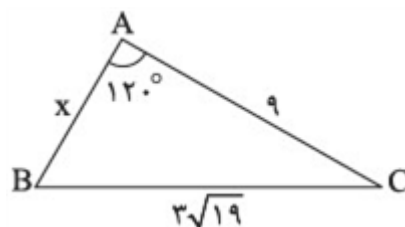
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$(3\sqrt{19})^2 = x^2 + (9)^2 - 2(x)(9) \underbrace{\cos 120^\circ}_{\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$171 = x^2 + 81 + 9x \Rightarrow x^2 + 9x - 90 = 0$$

$$(x - 6)(x + 15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -15 \text{ غلط..} \end{cases}$$



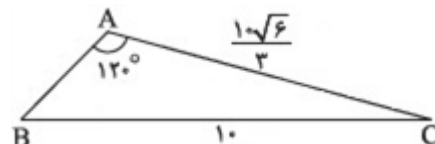
با نوشتن قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = \frac{\frac{10\sqrt{6}}{3}}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{10\sqrt{6}}{3}}{\sin \hat{B}}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

زاویه B می‌تواند 45° یا 135° باشد ولی چون $\hat{A} = 120^\circ$ است پس $\hat{B} = 135^\circ$ قابل قبول نیست. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = 120^\circ \\ \hat{B} = 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (120^\circ + 45^\circ) = 15^\circ$$

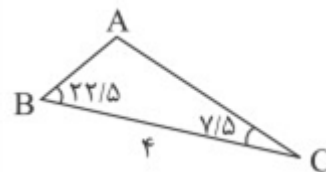


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \xrightarrow{\text{ویژگی‌های تناسب}} \frac{a+b+c}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C} = \frac{a+b+c}{2R} \Rightarrow \frac{1}{6}(a+b+c) = \frac{a+b+c}{2R} \Rightarrow 2R = 6 \Rightarrow R = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه سینوس‌ها می‌نویسیم:



$$\hat{A} = 180^\circ - (22/5^\circ + 7/5^\circ) = 150^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \rightarrow \frac{4}{\sin 150^\circ} = 2R \rightarrow R = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنا بر قضیه سینوس‌ها داریم:

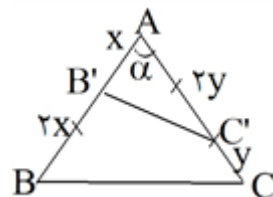
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{a}{2R}, \sin \hat{B} = \frac{b}{2R}, \sin \hat{C} = \frac{c}{2R}$$

بنا بر فرض سؤال $\sin^2 \hat{A} = \sin^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{C}$ بنابراین:

$$\frac{a^2}{4R^2} = \frac{b^2}{4R^2} + \frac{c^2}{4R^2} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب طول دو ضلع مجاور در سینوس زاویه‌ی بین آن‌ها، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \frac{\frac{1}{2}(r_x)(r_y) \sin \alpha}{\frac{1}{2}x(r_y) \sin \alpha} = \frac{r}{x}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر α برحسب رادیان باشد آنگاه: $L = r\alpha$ نکته:

$$\frac{\pi}{180} \text{ رادیان} = \text{یک درجه}$$

ابتدا شعاع دایره را به دست می‌آوریم:

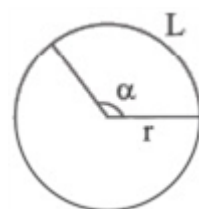
$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 \Rightarrow \frac{16}{\pi} = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{16}{\pi^2} \xrightarrow{r>0} r = \frac{4}{\pi} \text{ cm}$$

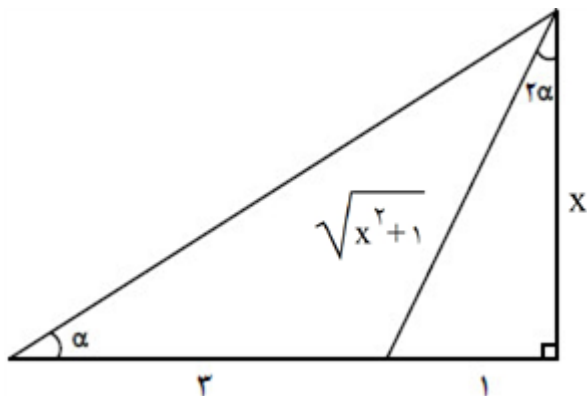
اکنون زاویه‌ی $\alpha = 80^\circ$ را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$80^\circ = 80 \times \frac{\pi}{180} \text{ رادیان} = \frac{4\pi}{9} \text{ رادیان}$$

حال می‌خواهیم در دایره‌ای به شعاع $r = \frac{4}{\pi} \text{ cm}$ طول کمان روبه‌رو به زاویه‌ی $\alpha = \frac{4\pi}{9}$ رادیان را به دست آوریم، بنابراین داریم:

$$L = \frac{4}{\pi} \times \frac{4\pi}{9} \Rightarrow L = \frac{16}{9} \text{ cm}$$





$$\tan \alpha = \frac{x}{4}, \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{x}{4}}{1 - \frac{x^2}{16}} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{16} \Rightarrow \frac{3x^2}{16} = 1 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}$$

روش اول: به ازای $\alpha = 0$ حاصل عبارت برابر ۱ و به ازای $\alpha = \frac{\pi}{4}$ برابر -۱ است که این تساویها فقط در گزینه ۳ دیده

می‌شود.

روش دوم:

$$\sin^4 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha)^2 = \cos^4 \alpha - 2 \cos^2 \alpha + 1$$

$$\cos^4 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha)^2 = \sin^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 1$$

$$\Rightarrow T = \frac{\cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + 1} = \frac{(\cos^2 \alpha + 1)^2}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{(\sin^2 \alpha + 1)^2}{\sin^2 \alpha + 1}$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب خط AB برابر -۴ و $m_1 = -\frac{3}{5}$ و شیب خط AC برابر $m_2 = -\frac{3}{5}$ است.

$$\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{-4 + \frac{3}{5}}{1 + \frac{12}{25}} \right| = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\cot \left(2\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \cot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \tan \frac{\pi}{4} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{1 + \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\sin 520^\circ = \sin (360^\circ + 160^\circ) = \sin (180^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ$$

$$\cos 200^\circ = \cos (180^\circ + 20^\circ) = -\cos 20^\circ$$

$$\cos 110^\circ = \cos (90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ$$

$$\sin 320^\circ = \sin (360^\circ - 40^\circ) = \sin (90^\circ - 20^\circ) = \cos 20^\circ$$

$$\frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ} \div \cos 20^\circ \rightarrow \frac{\tan 20^\circ + 1}{-\tan 20^\circ + 1}$$

$$\xrightarrow{\cot 20^\circ = \tan 70^\circ = 0.7} \frac{0.7 + 1}{-0.7 + 1} = \frac{1.7}{0.3} = \frac{17}{3}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$f(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = \cos x - \sin x \neq -f(x)$$

گزینه (۲):

$$f(-x) = \tan(-x) + \cos(-x) = \cos x - \tan x \neq -f(x)$$

گزینه (۳):

$$f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x$$

$$= -(\tan x + \cot x) = -f(x)$$

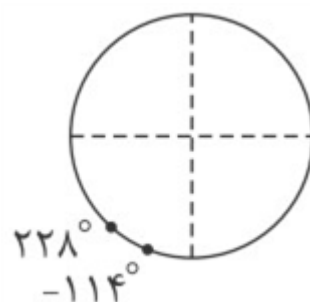
گزینه (۴):

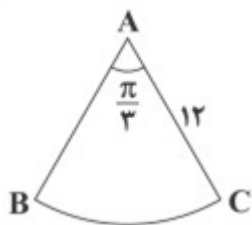
$$f(-x) = \sin^2(-x) + \cos^2(-x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \neq -f(x)$$

هر یک رادیان تقریباً 57° است.

ناحیه ۳ $\approx 4 \times 57^\circ = 228^\circ$ رادیان

ناحیه ۳ $\approx -2 \times 57^\circ = -114^\circ$ رادیان





$$\text{طول کمان BC} = r\theta = 12 \times \frac{\pi}{3} = 4\pi$$

کمان BC در حقیقت گسترده‌ی محیط قاعده‌ی مخروط است، پس:

$$BC = 2\pi R \Rightarrow 4\pi = 2\pi R \Rightarrow R = 2 \text{ (شعاع قاعده ی مخروط)}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای دو زاویه ی θ_1 و θ_2 داریم:

$$\begin{cases} \theta_1 + \theta_2 = \pi \\ \theta_1 = 2\theta_2 \end{cases} \Rightarrow 3\theta_2 = \pi \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{3}, \theta_1 = \frac{2\pi}{3}$$

$$L = R\theta_1 \xrightarrow{\theta_1 = \frac{2\pi}{3}} L = 2 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

۱ و ۴) ۳ رادیان در ناحیه‌ی دوم قرار دارد، پس:

$$\sin 3 > 0 \Rightarrow -\sin 3 < 0, \tan 3 < 0$$

۲) ۴ رادیان در ناحیه‌ی سوم قرار دارد، پس $\sin 4 < 0$ است.

۳) ۶ رادیان در ناحیه‌ی چهارم قرار دارد، پس $\cos 6 > 0$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 3 \Rightarrow 2 \cot 2\alpha = 3 \Rightarrow \cot 2\alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2}{3}$$

به کمک رابطه‌ی $\tan \theta + \cot \theta = \frac{2}{\sin 2\theta}$ داریم:

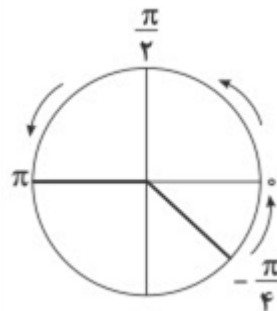
$$\tan 2\alpha + \cot 2\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{2}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{13}{6} = \frac{2}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{12}{13}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \frac{\sin \alpha \sin \left(\frac{\pi}{3} + \beta \right)}{\cos \beta \cos (\pi + \alpha)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \beta (-\cos \alpha)}$$

$$\Rightarrow A = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\tan \alpha$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در دایره‌ی مثلثاتی اگر زاویه‌ی x از $-\frac{\pi}{4}$ تا π افزایش یابد، کسینوس آن بین -۱ تا ۱ تغییر می‌کند.



$$-\frac{\pi}{4} < x \leq \pi \Rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{1}{1-m} \leq 1 \Rightarrow \left| \frac{1}{1-m} \right| \leq 1$$

$$\xrightarrow{m \neq 1} |1-m| \geq 1 \Rightarrow |m-1| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} m-1 \geq 1 \\ \text{یا} \\ m-1 \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ \text{یا} \\ m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m \in (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cot x - \tan x = 2 \cot 2x = 3 \Rightarrow \cot 2x = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan 2x = \frac{2}{3}$$

$$\text{می‌دانیم } \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan 2x}{1 + \tan^2 2x} = \frac{2 \left(\frac{2}{3} \right)}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{13}{9}} = \frac{12}{13}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دقت کنید که:

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{8}{3} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{3}{8} \quad \text{پس:}$$

$$|\sin x - \cos x| = \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x}$$

$$= \sqrt{1 - 2 \times \frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

بنابراین:

می‌دانیم همواره $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$ ، پس:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

حال رابطه‌ی داده‌شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{-\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = 2 \Rightarrow \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -2 \Rightarrow \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^\circ \xrightarrow{\text{بر حسب رادیان}} \theta = \frac{\pi}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$L = r\theta \Rightarrow L = 6 \times \frac{\pi}{3} = 2\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\pi} \Rightarrow D = 150^\circ$$

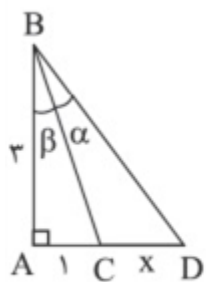
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\frac{10\pi}{3}}{\pi} \Rightarrow D = 600^\circ$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{120}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\tan \beta = \tan \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{x+1}{3} \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{x+1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{9}{4} = \frac{27}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه سرعت ذره منفی است پس ذره در خلاف جهت محور x ها حرکت کرده است.

همچنین شتاب بار الکتریکی در لحظه ورود برابر با:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= -\frac{q}{m} \vec{g} \\ \vec{g} &= -10 \vec{j} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{q}{m}(-10) = 40 \frac{m}{s^2} \vec{j}\end{aligned}$$

پس شتاب بار الکتریکی در امتداد قائم و رو به بالا است.

طبق قانون دوم نیوتون:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m \vec{a} \Rightarrow (10 \times 10^{-3}) \times 40 \vec{j} = 0.4 \vec{j} (N)$$

به جسم در لحظه ورود به میدان مغناطیسی، دو نیروی وزن و نیروی مغناطیسی وارد می‌شود و چون $\vec{F}_{\text{net}}$ رو به

بالاست و $\vec{W} = m \vec{g}$ رو به پایین است، پس $\vec{F}_B$ بایستگی در جهت قائم، رو به بالا و اندازه آن بزرگتر از نیروی وزن

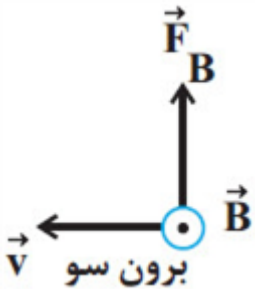
باشد تا نیروی خالص ($\vec{F}_{\text{net}}$) وارد بر ذره در جهت قائم رو به بالا باشد.

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{net}} &= 0.4 \vec{j} \\ \vec{W} = m \vec{g} &= -0.1 \vec{j}\end{aligned}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0.4 \vec{j}$$

$$\vec{W} = m \vec{g} = -0.1 \vec{j}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{net}} &= \vec{F}_B + m \vec{g} \Rightarrow \vec{F}_B = \vec{F}_{\text{net}} - m \vec{g} \Rightarrow \vec{F}_B = (0.4 - (-0.1)) \vec{j} \\ &\Rightarrow \vec{F}_B = 0.5 \vec{j}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}F_B &= |q| v B \sin \alpha \Rightarrow 0.5 = 200 \times 10^{-6} \times 100 \times B \times \sin 90^\circ \\ &\Rightarrow B = 25 T\end{aligned}$$

طبق قاعده دست راست، چون بار ذره مثبت است، جهت میدان مغناطیسی برون سو خواهد بود.

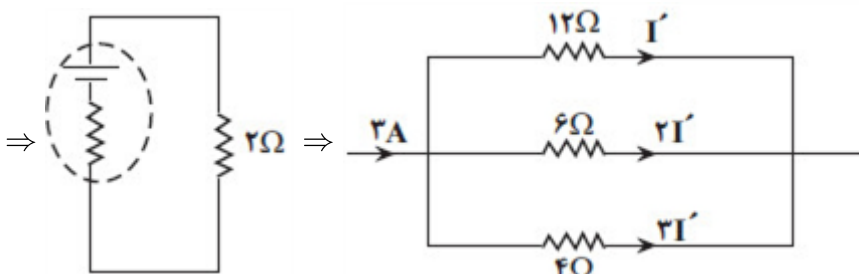
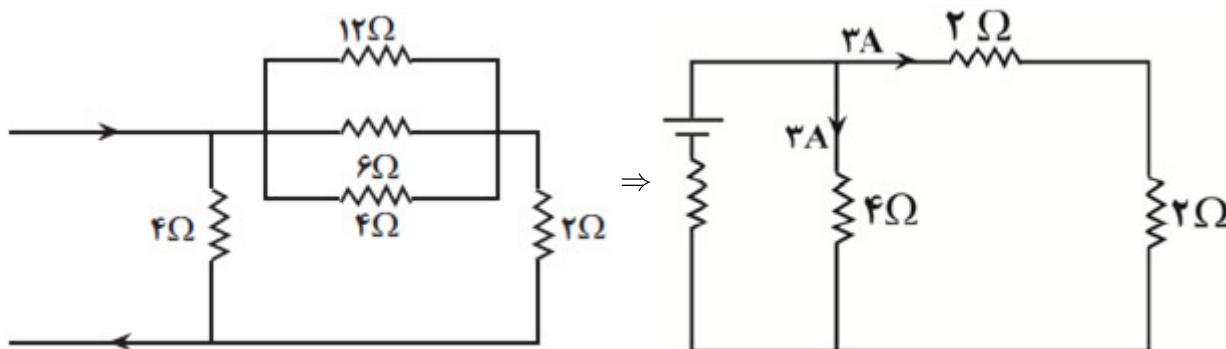
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آمپرسنج ایده‌آل مانند سیم بدون مقاومت و ولتسنج ایده‌آل دارای مقاومت بی‌نهایت است. مدار را ساده می‌کنیم و جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{18}{2 + 1} = 6A$$

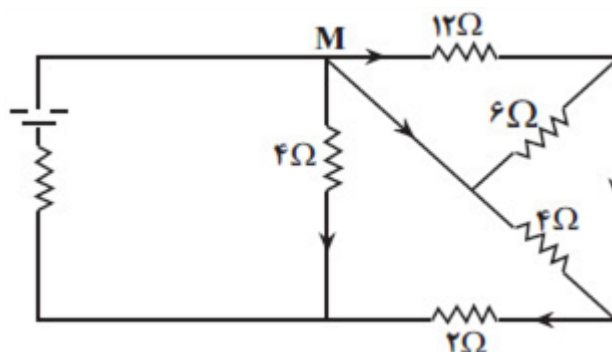
مطابق مدار نشان داده شده جریان عبوری از آمپرسنج‌های A_1 و A_2 برابر است با:

$$I_1 = I_{r_s} + I_{r_s}$$

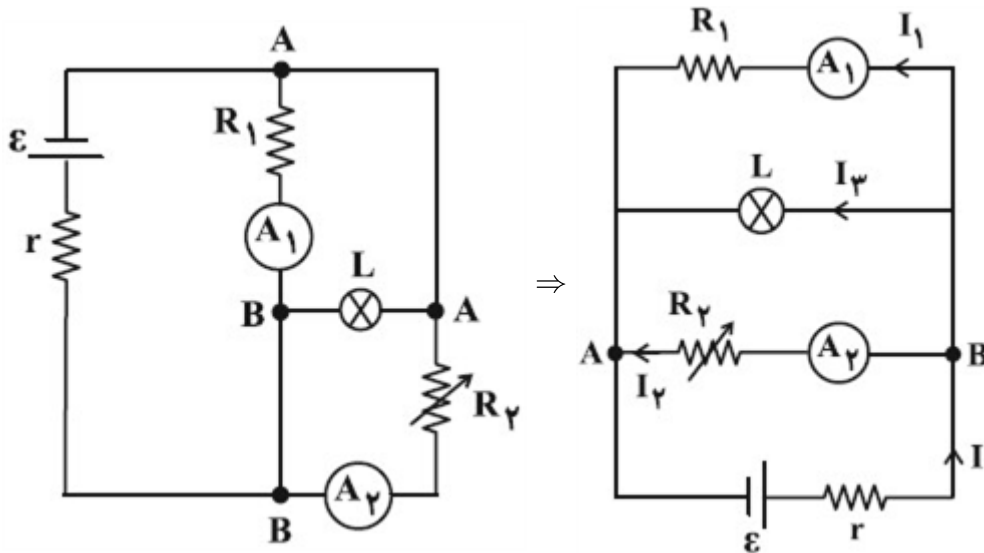
$$I_2 = I_{r_s} + I_{r_s} \Rightarrow I_1 - I_2 = I_{r_s} - I_{r_s}$$



$$I' + 2I' + 2I' = 3A \Rightarrow I' = \frac{1}{3}A \begin{cases} I_{r_s} = \frac{1}{3}A \\ I_{r_s} = \frac{2}{3}A \end{cases} \Rightarrow I_1 - I_2 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}A$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با مشخص کردن نقاط هم‌پتانسیل، مدار را به شکل زیر ساده می‌کنیم:



مشخص است که مقاومت‌های R_1 ، R_2 و لامپ موازی‌اند و اختلاف پتانسیل هر سه، برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است. اگر نور لامپ L افزایش یافته است، پس می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف پتانسیل دو سر آن یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش یافته است. پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 نیز افزایش می‌یابد و این به معنی افزایش جریان I_1 است. در نتیجه عدد آمپرسنج ۱ افزایش می‌یابد. از طرفی طبق رابطه $V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir$ برای افزایش ولتاژ دو سر باتری، باید جریان عبوری از باتری کاهش یابد:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \xrightarrow{\substack{I_1 \text{ و } I_2 \text{ افزایش می‌یابد} \\ I \text{ کاهش می‌یابد}}} \text{عدد آمپرسنج ۲ کاهش می‌یابد}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان، داریم:

$$F = BIL \sin \theta \Rightarrow [F] = [B] [I] [L] \Rightarrow N = T \cdot A \cdot m \Rightarrow T = \frac{N}{A \cdot m}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا بار ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌نماییم:

$$Q = CV = 3 \times 10^{-2} \times 10 = 3 \times 10^{-2} \text{ C}$$

حال برای محاسبه جریان متوسط:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{3 \times 10^{-2}}{0.2} = \frac{3 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-2}} = 1.5 \text{ A}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی محاسبه‌ی مقاومت الکتریکی بر حسب مشخصات ساختمانی می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

از طرفی با استفاده از قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I}$$

پس خواهیم داشت:

$$\rho \frac{L}{A} = \frac{V}{I} \Rightarrow \rho = \frac{VA}{LI} = \frac{10 \times 2 \times 10^{-6}}{2 \times 2} = 5 \times 10^{-6} \text{ } \Omega \cdot m$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P_1 = \frac{\left(\frac{4}{2}\right)^2}{R} = \frac{4^2}{4R} = P_2 \Rightarrow P_1 + P_2 = \frac{4^2}{2R}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$P_2 = P_1 = \frac{4^2}{4R} \Rightarrow P_2 + P_1 = \frac{2 \cdot 4^2}{4R}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را می‌یابیم. با توجه به نمودار به ازای اختلاف پتانسیل یکسان V ، جریان ۴۸

الکتریکی مقاومت A برابر $I_A = 2A$ و جریان الکتریکی مقاومت B برابر $I_B = 4A$ است. بنابراین، با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B = V \Rightarrow R_A I_A = R_B I_B \Rightarrow R_A \times 2 = R_B \times 4 \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ و با توجه به این‌که $A = \pi \frac{D^2}{4}$ است، می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi \frac{D^2}{4}} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \xrightarrow[\substack{\rho_B = \rho_A \\ L_A = 4L_B}]{}$$

$$\frac{1}{2} = 1 \times \frac{L_B}{4L_B} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{D_A}{D_B} = \sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۹

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) جهت جریان در یک سیم فلزی از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.

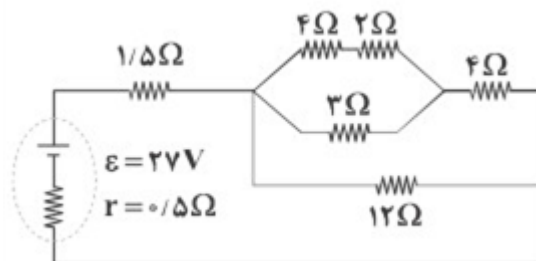
(۳) اگر درون یک جسم رسانا میدان الکتریکی ایجاد کنیم، الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را کمی تغییر می‌دهند و با سرعتی متوسط، موسوم به سرعت سوق حرکت می‌کنند.

(۴) مقاومت ویژه‌ی نیم‌رساناها در دمای اتاق کمتر از نارساها و بیشتر از رساناها است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم تا با به دست آوردن مقاومت معادل مدار، مقدار جریان اصلی مدار را به دست آوریم.

دو مقاومت ۲ و ۴ اهمی متوالی هستند و معادل آن‌ها با مقاومت ۳ اهمی موازی است و داریم:

$$R' = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$



این مقاومت با مقاومت ۴ اهمی متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت ۱۲ اهمی موازی است و داریم:

$$R'' = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4 \Omega$$

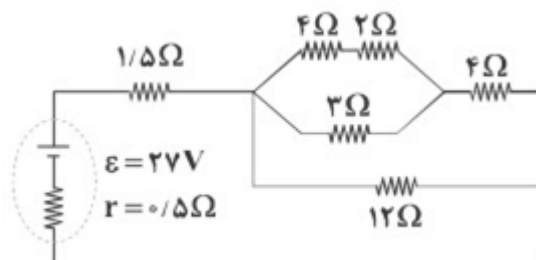
$$R_{eq} = 4 + 1.5 = 5.5 \Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{27}{5.5 + 0.5} = 4.5 A$$

پس مقاومت معادل کل مدار برابر ۵/۵ اهم است و داریم:

جریان ۴/۵ A مطابق شکل زیر، بین دو مقاومت ۶ و ۱۲ اهمی به نسبت عکس مقاومت‌ها پخش می‌شود. همچنین از جریان ۳ آمپری شاخه‌ی بالا ۲ آمپر وارد مقاومت ۳ اهمی و ۱ آمپر وارد دو مقاومت ۴ و ۲ اهمی بالا می‌شود، پس داریم:

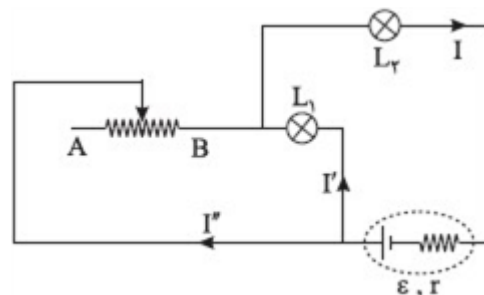


$$P = RI^2 = 2 \times 1^2 = 2 W$$

با حرکت لغزنده به سمت نقطه‌ی A مقدار مقاومت رئوستا افزایش یافته در نتیجه مقاومت معادل مدار زیاد می‌شود، پس جریان عبوری از مولد کاهش خواهد یافت، لذا جریان عبوری از لامپ L_2 کاهش یافته و براسا رابطه‌ی $P_2 = R_2 I^2$ توان مصرفی و نور لامپ L_2 نیز کاهش خواهد یافت.

با توجه به کاهش جریان عبوری از مدار، طبق رابطه $(V_{\text{مولد}} = \varepsilon - rI)$ اختلاف پتانسیل دو سر مولد افزایش می‌یابد و با توجه کاهش اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_2 طبق رابطه $V_{\text{مولد}} = V_{L_1} + V_{L_2}$ و V_{L_1} حتماً افزایش خواهد یافت و در

نتیجه طبق رابطه‌ی $P_1 = \frac{V_{L_1}^2}{R_1}$ توان و نور لامپ L_1 بیش‌تر خواهد شد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که ذره باردار با سرعت ثابت حرکت می‌کند، نیروی خالص وارد بر آن صفر است. بنابراین با توجه به شکل زیر، ابتدا تندی حرکت ذره باردار را می‌یابیم:

$$\begin{aligned}
 & \vec{F}_B \uparrow, \vec{mg} \downarrow, \vec{v} \rightarrow, \vec{B} \odot \\
 & mg = F_B \xrightarrow{F_B = |q| v B \sin \theta} mg = |q| v B \sin \theta \\
 & m = 2 \times 10^{-6} \text{ kg}, |q| = 2 \mu\text{C} = 2 \times 10^{-6} \text{ C} \\
 & B = 500 \text{ G} = 500 \times 10^{-3} \text{ T} = 5 \times 10^{-2} \text{ T} \\
 & 2 \times 10^{-6} \times 10 = 2 \times 10^{-6} \times v \times 5 \times 10^{-2} \times 1 \\
 & \Rightarrow v = 2 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

اکنون با استفاده از رابطه $d = v \Delta t$ ، زمانی طی مسیر AC را می‌یابیم:

$$t = \frac{d}{v} \xrightarrow{d = 8 \text{ cm} = 8 \times 10^{-2} \text{ m}, v = 2 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} t = \frac{8 \times 10^{-2}}{2 \times 10^5} = 4 \times 10^{-7} \text{ s} \xrightarrow{10^{-7} \text{ s} = 1 \text{ ms}} \Delta t = 4 \text{ ms}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نیروی مؤثر وارد بر پروتون، نیروی میدان مغناطیسی است. از این رو:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} F = |q| v B \sin \theta \\ F = ma \end{cases} \Rightarrow |q| v B \sin \theta = ma \Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times v \times 3/4 \times \frac{1}{2} = 1/7 \times 10^{-27} \times 3/2 \times 10^{13} \\
 & \Rightarrow v = 2 \times 10^5 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

اکنون تندی را برحسب km/h به دست می‌آوریم:

$$v = 2 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \Rightarrow v = 7/2 \times 10^5 \text{ km/h}$$

۵۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جهت میدان مغناطیسی درون یک آهنربا خلاف جهت میدان مغناطیسی در خارج آهنربا است، بنابراین جهت میدان مغناطیسی درون کره ی زمین خلاف جهت میدان مغناطیسی در خارج آن است. قطب شمال مغناطیسی (N) زمین در جنوب جغرافیایی آن قرار دارد، بنابراین در خارج کره ی زمین جهت میدان مغناطیسی به سمت شمال جغرافیایی و درون آن به سمت جنوب جغرافیایی (قطب جنوب) می باشد.

۵۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باتری ها آرمانی می باشند، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_2 ثابت و همواره برابر $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ است. اندازه ی مقاومت R_2 نیز تغییر نکرده و ثابت است در نتیجه شدت جریان گذرنده از مقاومت R_2 ، یعنی عددی که آمپرسنج نشان می دهد، ثابت مانده و تغییر نمی کند.

۵۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به جریان های عبوری از مقاومت 2Ω و R_2 ، جریان عبوری از مقاومت 6Ω برابر $0.5A$ خواهد شد.

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω با مقاومت R_2 برابر است. پس داریم:

$$V = IR \Rightarrow 6 \times 0.5 = R_2 \times 1 \Rightarrow R_2 = 3\Omega$$

مقاومت شاخه سمت راست بین دو نقطه A و B را محاسبه می کنیم.

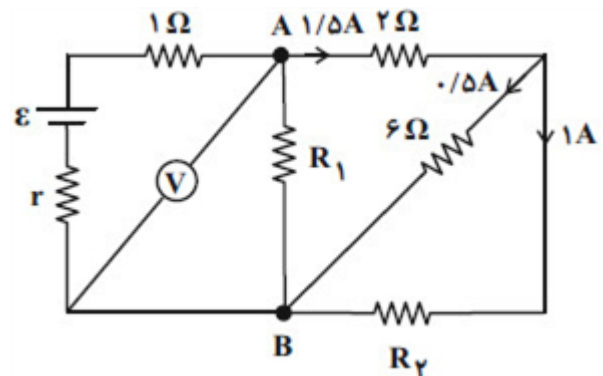
$$R' = \frac{R_2 \times 6}{R_2 + 6} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

$$R'' = 2 + 2 = 4\Omega$$

پس اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B برابر است با:

$$V_{AB} = R'' \times I \Rightarrow V_{AB} = 1/5 \times 4 = 6V$$

عددی که ولتسنج نشان می دهد، همان اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B است.



۵۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار خط ، اختلاف پتانسیل دو سر مولد $\Delta V = \varepsilon - Ir$ را برحسب جریان نشان می دهد.

$$V = 36 = \varepsilon - 0 \times r \Rightarrow \varepsilon = 36V \text{ است:}$$

با توجه به اختلاف پتانسیل دو سر مولد هنگامی که جریان ۸ آمپر است، داریم:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 12 = 36 - 8r \Rightarrow 8r = 24 \Rightarrow r = 3\Omega$$

حال بیشینه توان خروجی مولد را باید به دست آورد. توان خروجی مولد از رابطه $\varepsilon I - rI^2 = P_{\text{خروجی}}$ به دست می آید که رأس این نمودار درجه دو همان نقطه بیشینه است و بنابراین مقدار I برای این رأس برابر است با $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ و در نتیجه

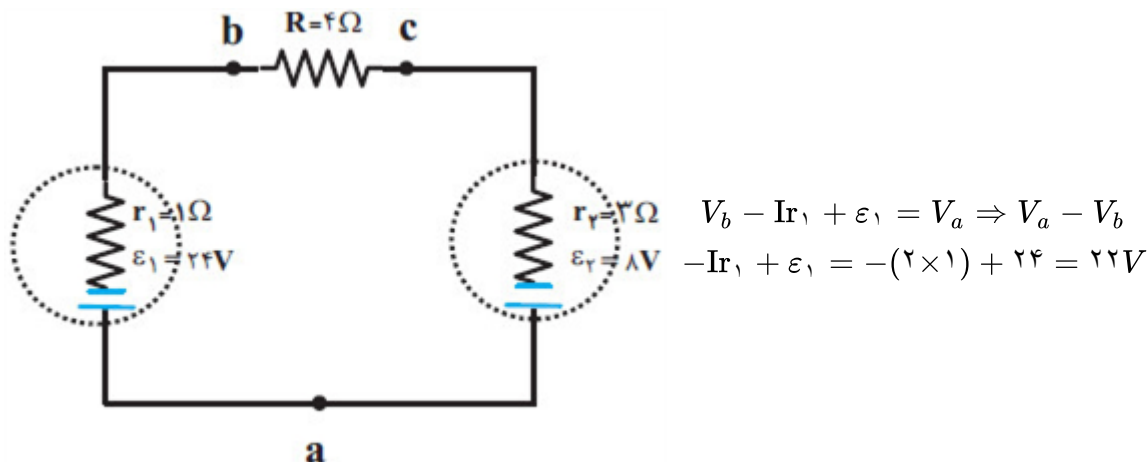
بیشینه مقدار توان خروجی مولد به دست می آید:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right) - r \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{(36)^2}{4 \times 3} = 108W$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطهٔ جریان در مدارهای تکحلقه، جریان الکتریکی عبوری از مدار را به دست می‌آوریم: (ε_1 محرکه و ε_2 ضد محرکه است).

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{24 - 8}{4 + 1 + 3} = 2A$$

اندازهٔ اختلاف پتانسیل بین دو سر باتری ۱ را با حرکت از نقطهٔ b به سمت نقطهٔ a در جهت جریان به دست می‌آوریم:



اندازهٔ اختلاف پتانسیل بین دو سر باتری ۲ را با حرکت از نقطهٔ c به سمت نقطهٔ a در خلاف جهت جریان به دست می‌آوریم:

$$V_c + Ir_2 + \varepsilon_2 = V_a \Rightarrow V_a - V_c = Ir_2 + \varepsilon_2 = (2 \times 3) + 8 = 14V$$

در نهایت نسبت اندازهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۱ به باتری ۲ برابر است با:

$$\frac{V_a - V_b}{V_a - V_c} = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}$$

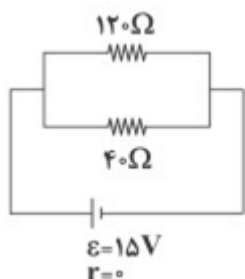
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید مقدار مقاومت‌ها را بیابیم. با توجه به فرمول $R = \overline{ab} = 10^n$ داریم:

$$R_{\text{بالا}} = 15 \times 10^1 = 150\Omega \pm 20\% \Rightarrow R_{\text{max}} = 180\Omega \text{ و } R_{\text{min}} = 120\Omega$$

$$R_{\text{پایین}} = 5 \times 10^1 = 50\Omega \pm 20\% \Rightarrow R_{\text{max}} = 60\Omega \text{ و } R_{\text{min}} = 40\Omega$$

دقت کنید: نبود نوار چهارم به معنای آن است که تolerانس ۲۰ درصد است.

از آنجا که سوال حداکثر جریان را از ما خواسته، ما باید از حداقل مقاومت استفاده کنیم تا حداکثر جریان به دست آید، پس داریم:

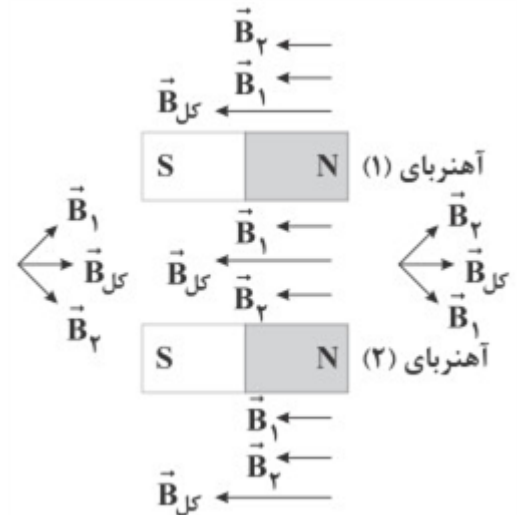


$$R_{\text{eq}} = \frac{120 \times 40}{120 + 40} = 30\Omega$$

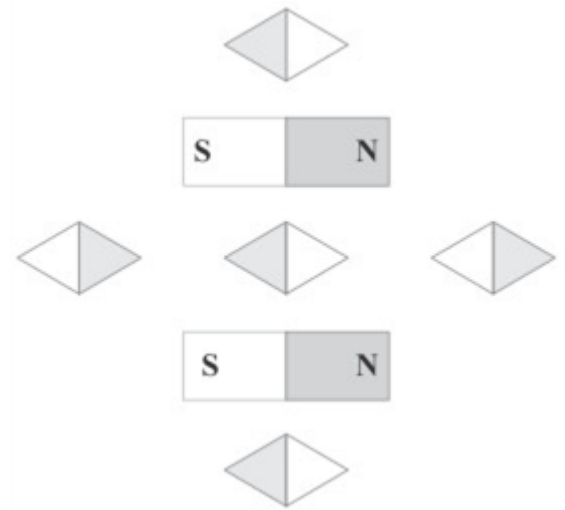
بنابراین جریان اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{V}{R_{\text{eq}} + r} = \frac{15}{30 + 0} = 0.5A$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شکل زیر، جهت میدان مغناطیسی را در نقاط مختلف در نزدیکی دو آهنربا نشان می‌دهد. دقت کنید که خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N خارج شده و به قطب S وارد می‌شوند.



با توجه به این که عقربه‌های مغناطیسی هم‌راستا با میدان مغناطیسی قرار می‌گیرند، به گونه‌ای که قطب N آن‌ها در جهت میدان باشد، شکل زیر نحوه‌ی صحیح قرارگیری عقربه‌ها را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، فقط یکی از عقربه‌ها به درستی رسم شده‌اند.



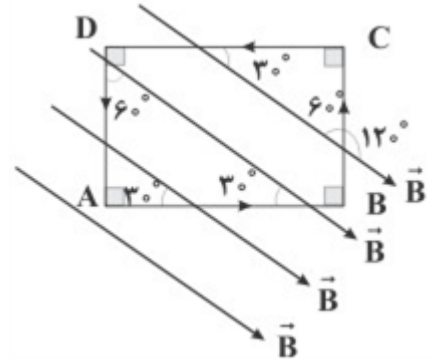
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم AB داریم:

$$F_{AB} = I l_{AB} B \sin 30^\circ \Rightarrow F = \frac{1}{2} I \times 2 \times B \Rightarrow IB = F (*)$$

بنابراین بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم BC برابر است با:

$$F_{BC} = I l_{BC} B \sin 120^\circ = I \times 1.5 \times B \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\xrightarrow{(*)} F_{BC} = F \times 1.5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F_{BC} = \frac{9\sqrt{3}}{2} N$$

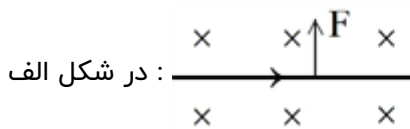


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی مقاومت الکتریکی یک رسانا براساس مشخصات ساختمانی داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = \frac{1}{4} \times \frac{1.5}{3} \times \frac{\pi(4^2 - 2^2)}{\pi(3^2 - 1^2)}$$

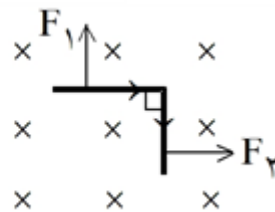
$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1.5}{12} \times \frac{12}{8} = \frac{1.5}{8} = \frac{3}{16}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$F = BIL$$

در شکل ب: $F_1 = F_2 = \frac{BIL}{2} = \frac{1}{2} F$



$$F' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} F \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} F}{F} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} = \frac{1}{2} \Rightarrow R' = \frac{R}{2}$$

وقتی طول ۲۵ درصد زیاد شود داریم:

$$L'' = \frac{5}{4} L'$$

$$A'' = \frac{4}{5} A'$$

$$\frac{R''}{R'} = \frac{L''}{L'} \times \frac{A'}{A''} = \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$$

$$\frac{R''}{R} = \frac{25}{16} \times \frac{1}{2} = \frac{25}{32}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مقاومت‌های R_2 و R_3 موازی هستند، بنابراین: ۶۵

$$V_2 = V_3 \Rightarrow \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_2}{R_3} \Rightarrow \frac{I}{I_3} = \frac{4}{8} \Rightarrow I_3 = 2I$$

$$I_1 = I_3 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = I_3 = 3I$$

بنابراین:

بنابراین توان تلف‌شده در هر مقاومت برابر است با:

$$P = RI^2 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 2 \times (3I)^2 = 18I^2 \\ P_2 = 4 \times (2I)^2 = 16I^2 \\ P_3 = 8I^2 \\ P_4 = 4 \times (3I)^2 = 36I^2 \end{cases}$$

بنابراین مقاومت R_4 بیشترین توان تلف‌شده را دارد.

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} A \Rightarrow V = \varepsilon - Ir = 12$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$P = VI = (12) \left(\frac{1}{2} \right) = 6W$$

پس از بستن کلید مقاومت معادل مدار ۱۶ اهم می‌شود.

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'+r} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} A \Rightarrow P' = VI' = (12) \left(\frac{3}{4} \right) = 9W$$

یعنی توان مصرفی از ۶ وات به ۹ وات می‌رسد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مقدار سیم در راستای عمود بر میدان مغناطیسی در رابطه نیروی مغناطیسی موثر است که ۶۷

در هر دو حالت همان پهنای میدان یعنی ۱۰cm است. بنابراین نیرو تغییری نمی‌کند.

$$F = IB (l \sin \theta) = 0.2 \times 0.5 \times 0.1 = 0.01 N$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا اثر تغییر دما بر مقاومت ویژه را معلوم می‌کنیم:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

$$\Rightarrow \rho = 5 \times 10^{-5} \left[1 + 2 \times 10^{-3}(100) \right] = 6 \times 10^{-5} \text{ } \Omega \cdot m$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = (6 \times 10^{-5}) \frac{(1)}{(3 \times 10^{-7})} = 20 \text{ } \Omega$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مورد مقاومت‌های LDR، گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$F = qVB \sin \alpha \Rightarrow N = C \times \frac{m}{s} \times T \Rightarrow 1T = 1 \frac{N \cdot s}{C \cdot m}$$

$$F = ILB \sin \alpha \rightarrow N = A \times m \times T \Rightarrow 1T = 1 \frac{N}{A \cdot m}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق قاعده‌ی دست راست، نیروی وارد بر این بار مثبت، درون سو خواهد بود.

$$F = qVB \sin \alpha$$

$$F = 25 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times 0.8 = 4N$$

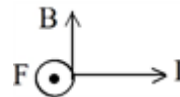
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شدت جریان در هر حالت را تعیین می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{در حالت الف)} I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \\ \text{در حالت ب)} I' = \frac{\mathcal{E}}{R+\frac{r}{2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{I}{I'} = \frac{\frac{r}{R+\frac{r}{2}}}{\frac{r}{R+r}} = \frac{2R+r}{R+r} = K$$

چون $R < r$ است صورت کسر کوچک‌تر از مخرج است بنابراین:

$$(R < r \rightarrow R+r < 2r \rightarrow 2R+r < 2r+R) K < 1$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. طبق قاعده‌ی دست راست نیروی وارد بر میله AB حساب می‌شود.



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{A_2}{A_1}, A_1 > A_2 \rightarrow R_1 < R_2$$

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} \rightarrow P_1 > P_2$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که جهت میدان مغناطیسی زمین از جنوب به شمال است، مطابق شکل روبه‌رو جهت نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی زمین برسیم وارد می‌شود. به سمت بالا است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲: پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام نیمه‌رساناها ساخته می‌شوند. در گروه ۱۴ جدول دوره‌ی، سیلیسیم یک نیمه‌رسانا است.

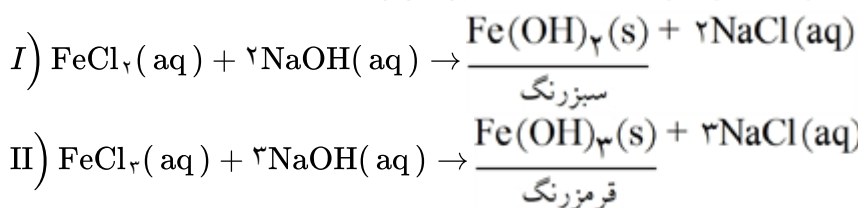
گزینه ۳: دانش شیمی به ما کمک می‌کند تا بهره‌برداری درست از هدایای زمینی را بیاموزیم.

گزینه ۴: گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ی نادرست: کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیواره رگ‌ها رسوب می‌کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ذره‌های سازنده‌ی یک ماده در سه حالت فیزیکی یکسان بوده و پیوسته در جنب‌وجوش هستند. اما میزان جنبش‌های نامنظم ذره‌ها در حالت گاز شدیدتر از مایع و آن هم شدیدتر از حالت جامد است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:

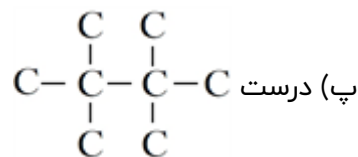


بررسی گزینه‌ها:

- ۲) زیرا یون OH^- با یون‌های آهن تشکیل رسوب می‌دهد و از روی رنگ رسوب، می‌توان کاتیون آهن را شناسایی نمود.
 ۳) ضریب استوکیومتری NaCl در دو واکنش برابر نیست.
 ۴) در زنگ آهن یون Fe^{2+} وجود دارد.

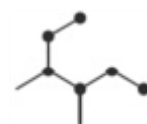
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در نمودار داده شده، A ، B و C به ترتیب نشان دهنده‌ی مواد معدنی، فلزها و سوخت‌های فسیلی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آ نام درست این آلکان مطابق قاعده‌ی آیوپاک ۳، ۴ - دی متیل هگزان می‌باشد.
 ب) درست، فرمول مولکولی آن C_8H_{18} می‌باشد.



ت) نادرست، در ساختار آن ۲ واحد CH_2 و ۴ واحد CH_3 وجود دارد.

ث) درست



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

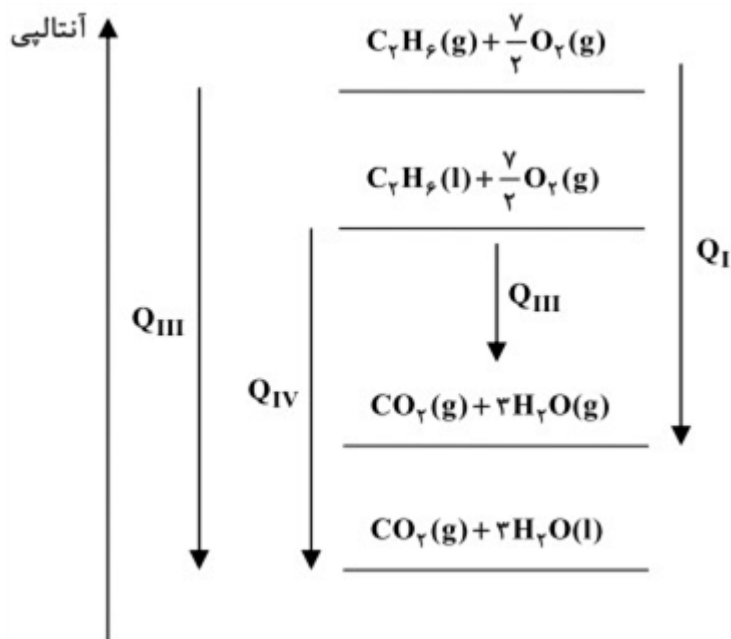
با توجه به اینکه سرعت متوسط واکنش $\frac{0.04}{s} \text{ mol}$ است، سرعت تولید گاز O_2 را می‌توان تعیین کرد:

$$\frac{R(\text{O}_2)}{3} = 0.04 \Rightarrow \bar{R}(\text{O}_2) = 0.12 \frac{\text{mol}}{s} = \frac{\frac{53/76}{22/4} \text{ mol}}{\Delta t(s)} \Rightarrow \Delta t = 20 \text{ s}$$

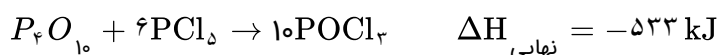
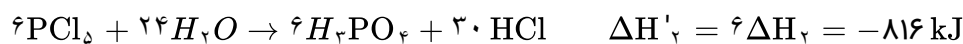
حال می‌توان از حجم گاز O_2 تولید شده به جرم KClO_3 مصرف شده رسید:

$$53/76 \text{ L O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ L O}_2} \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} \times \frac{122/5 \text{ KClO}_3}{1 \text{ mol KClO}_3} = 196 \text{ g KClO}_3$$

با توجه به نمودار، اختلاف سطح انرژی $C_2H_6(g)$ و $C_2H_6(l)$ کمتر از اختلاف سطح انرژی $H_2O(g)$ و $H_2O(l)$ است، چون نیروهای جاذبه‌ی بین مولکولی آب (پیوند هیدروژنی) قوی‌تر از نیروهای جاذبه واندروالسی میان مولکول‌های C_2H_6 است. پس $Q_{IV} > Q_I$ خواهد بود.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. واکنش اول را ثابت، واکنش دوم را ضربدر ۶ و واکنش سوم را معکوس و ضربدر ۱۰ می‌کنیم؛ بنابراین می‌توان نوشت:



$$?LPOCl_3 = 1066 \text{ kJ} \times \frac{10 \text{ mol } POCl_3}{533 \text{ kJ}} \times \frac{22/4 LPOCl_3}{1 \text{ mol } POCl_3} = 448 LPOCl_3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. میانگین میزان جنب و جوش ذرات در یک ماده معین به حالت فیزیکی و دمای نمونه بستگی دارد. هر چه دمای ماده‌ای بالاتر باشد، جنبش ذرات آن نیز بیشتر است، همچنین ترتیب میزان جنبش ذرات در دمای معین به صورت: جامد > مایع > گاز است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد اول و سوم نادرست است. بررسی موارد: مورد اول: نام صحیح ۳ - اتیل - ۴ - متیل هگزان است.

مورد دوم: فرمول مولکولی کلی آلکن‌ها به صورت C_nH_{2n} است، بنابراین:

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{12n}{2n} = 6$$

مورد سوم: برای مثال اتین (C_2H_2) یک نوع آلکین است.

مورد چهارم: ساده‌ترین سیکلوآلکان، سیکلوپروپان (C_3H_6) و دومین عضو خانواده‌ی آلکن‌ها پروپن است. فرمول مولکولی هر دو به صورت C_3H_6 است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال (aq) و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شود، استفاده می‌گردد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(آ) درست، از میان دو جسم مختلف با جرم یکسان، به‌ازای دادن گرمای یکسان آن ماده‌ای که ظرفیت گرمایی ویژه‌ی بیشتری دارد، افزایش دمای کمتری پیدا می‌کند.

$$Q = mC_{\text{ویژه}} \Delta\theta \rightarrow \uparrow C_{\text{ویژه}} = \frac{Q}{m\Delta\theta_{\downarrow}}$$

(۲) نادرست، افزایش دما سرعت واکنش‌های گرماگیر و گرماده را افزایش می‌دهد.

(۳) نادرست، گرما هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی است که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود.

(۴) نادرست، هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییررنگ، تولید رسوب آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد، اما ویژگی بنیادی در همه‌ی آنها دادوستد گرما با محیط پیرامون است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

دقت داشته باشید که در آلکان‌ها هرچه شمار اتم‌های کربن بیشتر باشد، جرم مولکول بیشتر و اندازه‌ی آن بزرگ‌تر است و بنابراین قدرت نیروی جاذبه بین مولکول‌ها نیز بیشتر می‌شود. در این صورت نقطه جوش، گران‌روی و چسبندگی آلکان‌ها بیشتر بوده اما میزان فراریت آنها کاهش می‌یابد. همچنین آلکان‌ها همگی ناقطبی هستند. بنابراین در آب نامحلول‌اند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

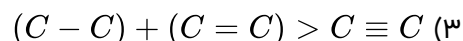
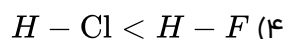
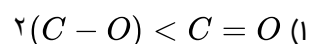
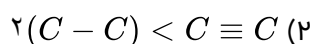
(آ) درست - رجوع به متن کتاب (صفحه‌ی ۷۷)

(ب) نادرست - این واکنش سریع است.

(پ) نادرست - در این واکنش سلولز تجزیه می‌شود.

(ت) درست - ترکیب COOH C_6H_5 همان بنزوئیک اسید است که در میوه‌هایی مانند تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌توان برداشت کرد که:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

عبارت‌های «پ» و «ت» درست می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) میانگین انرژی جنبشی مولکول‌ها یعنی دما. با توجه به این‌که مقدار ماده سوختنی و نوع ماده سوختنی در شکل (۲) و (۳) یکسان است، پس دما در ظرف شماره (۳) بالاتر خواهد رفت چون نسبت به ظرف شماره (۲) آب کم‌تری دارد.

(ب) با توجه به این‌که سوختن یک گرم مغز گردو از یک گرم ماکارونی، گرمای بیش‌تری تولید می‌کند پس دمای آب در ظرف (۲) از ظرف (۱) بیش‌تر خواهد بود و چون مقدار آب در دو ظرف یکسان است، می‌توان نتیجه گرفت مجموع انرژی جنبشی مولکول‌های آب درون لوله (۲) بیش‌تر است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.
«داغی یا خنکی نوشیدنی» و «سردی یا گرمی هوا» نشانه‌ای از تفاوت میان دمای آنها است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارتهای ب و پ درست‌اند. بررسی موارد:

(آ) تعداد ترکیب‌های شناخته شده از نیتروژن محدود است.

(ب) اتم کربن افزون بر تشکیل پیوندهای یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی دوگانه و سه‌گانه را نیز دارد.

(پ) در آلکان‌های شاخه‌دار، برخی اتم‌های کربن به سه یا چهار اتم کربن دیگر متصل‌اند.

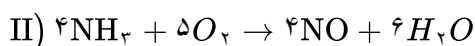
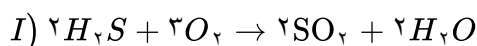
(ت) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، جرم و اندازه‌ی مولکول افزایش یافته و گرانیروی افزایش می‌یابد اما فشاریت کاهش می‌یابد.

(ث) آلکان‌ها واکنش‌پذیری کمی دارند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت نادرست:

عبارت پ: جرم کل مواد موجود در کره‌ی زمین تقریباً ثابت است. زیرا وقتی یک ماده یا محصول با استفاده از منابع طبیعی گوناگون ساخته می‌شود، پس از مدتی تقریباً به طور کامل به طبیعت بازمی‌گردد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:



جرم آب تولید شده در واکنش (I):

$$?gH_2O = mgH_2S \times \frac{1 \text{ mol } H_2S}{34gH_2S} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } H_2S} \times \frac{18gH_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{100}{100} = \frac{36m}{100}gH_2O$$

جرم آب تولید شده در واکنش (II):

$$?gH_2O = mgNH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17gNH_3} \times \frac{6 \text{ mol } H_2O}{4 \text{ mol } NH_3} \times \frac{18gH_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{100}{100} = \frac{54m}{100}gH_2O$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{\frac{54m}{100}}{\frac{36m}{100}} = 1/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در هر گروه از جدول دوره‌ای عنصرها از بالا به پایین، خصلت فلزی زیاد می‌شود، پس مورد «ب» و «پ» درست است. در هر تناوب نیز از راست به چپ، خصلت فلزی زیاد می‌شود، پس مورد «آ» درست است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱: توزیع ناهمگون عناصر در جهان، دلیلی بر پیدایش تجارت جهانی است.

گزینه‌ی ۲: گسترش صنعت الکترونیک بر اجرایی مبتنی است از موادی به نام نیمه‌رساناها ساخته می‌شود.

گزینه‌ی ۳: جرم کل مواد در زمین تقریباً ثابت است.

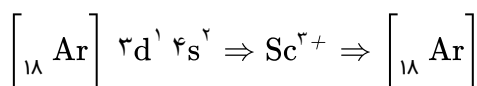
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

هرچه گرمای ویژه یک ماده کم‌تر باشد، تغییر دمای آن بر اثر سرد کردن یا گرم کردن بیش‌تر است.

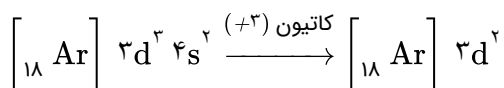
موارد «ب» و «د» صحیح هستند. بررسی موارد:

الف) کاتیون حاصل از اغلب (نه همه) فلزهای اصلی به آرایش پایدار گاز نجیب می‌رسند.

ب) فلز مورد نظر اسکاندیم است.



ج) سومین فلز واسطه دوره چهارم دارای ۳ الکترون در زیرلایه ۳d است، ۲ الکترون از ۴s و ۱ الکترون از ۳d کنده می‌شود.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت الف: انسان‌های پیشین فقط از برخی مواد طبیعی مانند چوب، سنگ، پشم و پوست بهره می‌بردند. اما با گذشت زمان توانستند برخی فلزها را نیز استخراج کنند.

عبارت ب: پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از مواد نیمه‌رسانا تشکیل شده‌اند.

عبارت پ: با توجه به چرخه مواد در طبیعت می‌توان دریافت که به تقریب جرم کل مواد در زمین ثابت است.

عبارت ت: فولاد زنگ‌نزن یک ماده ساختگی است که کشف آن باعث گسترش صنعت خودرو شد. در کتاب در مورد نقش فولاد زنگ‌نزن در صنعت خودرو گفته نشده است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا اقدام به محاسبه‌ی گرمای آزاد شده در واکنش می‌نماییم، با توجه به این‌که گرمای ویژه‌ی محلول آغازی و پایانی تقریباً یکسان فرض شده پس می‌توان برای محاسبه‌ی گرمای آزاد شده یک محلول را در نظر گرفت که دمای آن از 25°C به 27°C می‌رسد.

$$Q = m \times c \times \Delta\theta \Rightarrow \left((25 + 50) \text{ mL} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \right) \times 4/2 \times (27 - 25) = 630 \text{ J}$$

حال گرمای آزاد شده در واکنش را به ازای ۱ مول HCl محاسبه می‌نماییم.

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{0.5 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{630 \text{ J}}{25 \text{ mL HCl}} \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} = 50/4 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta H = -50/4 \text{ kJ}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مورد پ اشتباه است.

این آرایش الکترونی می‌تواند متعلق به کاتیون Sc^{3+} باشد.

این آرایش الکترونی می‌تواند متعلق به آنیون عنصر S، Cl و P باشد.

اگر عنصر مربوط به این گونه در گروه ۱۷ جای داشته باشد، یک عنصر قبل از آن (S) با سه عنصر بعد از آن (Ca)

تشکیل ترکیب یونی به فرمول Ca_3S و نه CaS می‌دهند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تعداد مول‌های کلسیم از بین رفته را به دست می‌آوریم.

$$x \text{ mol Ca} = 0.2 \text{ Ca} \times \frac{1 \text{ mol Ca}}{40 \text{ Ca}} = \frac{1}{200} \text{ mol Ca}$$

$$\bar{R}_{\text{Ca}} = -\frac{\Delta n}{\Delta t} = -\frac{\frac{-1}{200} \text{ mol}}{40 \text{ s}} = \frac{1}{8000} \text{ mol. s}^{-1}$$

