

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{عبارت} = (A - B) \cup \underbrace{[(B \cap A') \cup A'] \cap (A \cap B')}_{A'} = (A - B) \cup \underbrace{[A' \cap (A \cap B')]}_{\emptyset} = A - B$$

دنباله حسابی $۴, a, b, c, ۳۲, \dots$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} t_1 = ۴ \\ t_5 = ۳۲ \Rightarrow t_1 + ۴d = ۳۲ \Rightarrow ۴ + ۴d = ۳۲ \Rightarrow d = ۷ \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & +۷ & +۷ & +۷ & +۷ & & \\ \text{۴} & , & ۱۱ & , & ۱۸ & , & ۲۵ & , & ۳۲ \Rightarrow a = ۱۱, b = ۱۸, c = ۲۵ \end{array}$$

دنباله هندسی $۴, d, e, ۳۲, \dots$

$$\begin{cases} t_1 = ۴ \\ t_۴ = ۳۲ \Rightarrow t_1 t^۳ = ۳۲ \Rightarrow ۴r^۳ = ۳۲ \Rightarrow r^۳ = ۸ \Rightarrow r = ۲ \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & \times ۲ & \times ۲ & \times ۲ & & & \\ \text{۴} & , & ۸ & , & ۱۶ & , & ۳۲ \Rightarrow d = ۸, e = ۱۶ \end{array}$$

$$a + b + c + d + e = ۱۱ + ۱۸ + ۲۵ + ۸ + ۱۶ = ۷۸$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{(B \cap A')}_{(B - A)} \cup \underbrace{[(B \cap A) \cap (B \cup A)]}_{(B \cap A)} = B$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{۲}a + ۲b + \frac{۳}{۲}c + a + \left(-\frac{1}{۲}b\right) = \frac{۳}{۲}a + \frac{۳}{۲}b + \frac{۳}{۲}c = \frac{۳}{۲}(a + b + c) = ۲۷$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} x \in B' \Rightarrow x \in A \cup B' \\ x \in A \cap B \Rightarrow x \in B \Rightarrow B' \subset B \Rightarrow B' = \emptyset \Rightarrow B = U \end{array} \right\} \text{داریم: } A \cup B' \subset A \cap B$$

تذکر: از راه چک کردن گزینه‌ها نیز به سادگی تست حل می‌شود.

۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون میزان افزایش جمله t ام نسبت به جمله $t-۲$ $a_t - a_{t-۲} = ۲d$ دو برابر میزان افزایش جمله $t+۱$ ام نسبت به جمله t ام $a_{t+۱} - a_t = d$ است پس دنباله خطی است و $a = ۰$

$$a_n = bn + c \Rightarrow \begin{cases} a_۵ = ۵b + c = ۲۰ \\ a_{۱۰} = ۱۰b + c = ۴۵ \end{cases} \Rightarrow ۵b = ۲۵ \Rightarrow b = ۵$$

$$c = -۵$$

$$a_n = ۵n - ۵ \Rightarrow a_{۱۹} = ۵ \times ۱۹ - ۵ = ۹۰$$

۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر حاصل ضرب ۵ جمله اول را $t_۱$ و حاصل ضرب ۵ جمله دوم را $t_۲$ و حاصل ضرب ۵ جمله سوم را $t_۳$ در نظر بگیریم، می دانیم که $t_۱, t_۲, t_۳, \dots$ تشکیل دنباله هندسی می دهند. پس:

$$t_۱ \times t_۳ = t_۲^۲ \Rightarrow t_۱ \times \frac{۹^۶}{۲۵^۷} = \left(\frac{۳}{۲۵}\right)^۲ \Rightarrow t_۱ \times \frac{۳^{۱۲}}{۵^{۱۴}} = \frac{۳^۲}{۵^۴} \Rightarrow t_۱ = \frac{۵^{۱۰}}{۳^{۱۰}}$$

$$t_۱ = a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵ \Rightarrow a_۳ = ?$$

$$t_۱ = \frac{a_۱ \times a_۵ \times a_۲ \times a_۴ \times a_۳}{a_۳^۲ \times a_۳^۲} = a_۳^۵ = \left(\frac{۵}{۳}\right)^{۱۰} \Rightarrow a_۳ = \left(\frac{۵}{۳}\right)^۲ = \frac{۲۵}{۹}$$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم اگر a, b, c سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، آنگاه داریم:

$$ac = b^۲$$

$$(x-۳)(x+۳) = (x-۱)^۲ \quad \text{پس:}$$

$$x^۲ - ۹ = x^۲ - ۲x + ۱ \Rightarrow ۲x = ۱۰ \Rightarrow x = ۵$$

$$۲, ۴, ۸, ۳x + y, \dots \quad \text{دنباله را بازنویسی می کنیم:}$$

$$۳x + y = ۱۶ \xrightarrow{x=۵} ۳ \times ۵ + y = ۱۶ \Rightarrow y = ۱ \Rightarrow ۴x + ۲y = ۴ \times ۵ + ۲ \times ۱ = ۲۲$$

۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} ((A-B) \cup (B-A))' &= ((A \cap B') \cup (B \cap A'))' = (A \cap B')' \cap (B \cap A')' \\ &= (A' \cup B) \cap (B' \cup A) = (A' \cap B') \cup (A \cap B) \Rightarrow ((A-B) \cup (B-A))' \\ &= (A' \cap B') \cup (A \cap B) \end{aligned}$$

۱۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$k, a_۲, a_۳, a_۴, a_۵, ۲۲$$

$$\downarrow$$

$$\downarrow$$

$$a_۱$$

$$a_۶$$

$$a_۲ + a_۳ + a_۴ + a_۵ = (a_۱ + d) + (a_۱ + ۲d) + (a_۱ + ۳d) + (a_۱ + ۴d) = ۵۸$$

$$\Rightarrow ۴a_۱ + ۱۰d = ۵۸ \Rightarrow ۲a_۱ + ۵d = ۲۹$$

$$a_۱ + a_۶ = a_۱ + a_۱ + ۵d = ۲a_۱ + ۵d = ۲۹ \Rightarrow k + ۲۲ = ۲۹ \Rightarrow k = ۷$$

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه جملات $\frac{2}{a+b}, \frac{1}{b}, \frac{2}{b+c}$ جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 2\left(\frac{1}{b}\right) &= \frac{2}{b+c} + \frac{2}{a+b} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+b} \Rightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{a+b} = \frac{1}{b+c} \Rightarrow \frac{a+b-b}{b(a+b)} = \frac{1}{b+c} \\ \Rightarrow \frac{a}{b(a+b)} &= \frac{1}{b+c} \Rightarrow ab+ac=ab+b^2 \Rightarrow b^2=ac \Rightarrow b=\sqrt{ac}=\sqrt{a} \times \sqrt{c} \\ \Rightarrow (\sqrt{b})^2 &= \sqrt{a} \times \sqrt{c} \end{aligned}$$

۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون $3 \in [2n-1, 3n+2]$ است؛ داریم:

$$2n-1 \leq 3 \leq 3n+2 \Rightarrow 2n-1 \leq 3 \xrightarrow{+1} 2n \leq 4 \xrightarrow{\div 2} n \leq 2$$

$$3n+2 \geq 3 \xrightarrow{-2} 3n \geq 1 \xrightarrow{\div 3} n \geq \frac{1}{3}$$

بنابراین اشتراک دو حالت $n \leq 2$ و $n \geq \frac{1}{3}$ به صورت $n \in \left[\frac{1}{3}, 2\right]$ است. چون عددی طبیعی است، $n=2$ است.

۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} A \cap B' \subseteq A' \cup B \\ A' \cup B = (A \cap B')' \end{cases} \Rightarrow A \cap B' \subseteq (A \cap B')' \Rightarrow \begin{cases} A \cap B' = \phi \\ (A \cap B')' = M \end{cases}$$

$$A' \cup B = M$$

$$A \cap B' = \phi \Rightarrow A \subset B \Rightarrow \begin{cases} A' \cap B = B - A \\ A \cup B' = M - (B - A) \end{cases} \quad \text{بنابراین:}$$

$$(A \cup B') \cup (A' \cap B) = (B - A) \cup (M - (B - A)) = M$$

۱۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_n - a_1}{4} &= d \\ \frac{b_5 - b_1}{5} &= d' \end{aligned} \right\} \frac{d'}{d} = \frac{4}{5} \quad \begin{array}{l} \text{الگوی خطی: } b_n \\ \text{دنباله حسابی: } a_n \end{array}$$

$$b_{1,1} = 0 \Rightarrow b_1 + 9d' = 0$$

$$\frac{b_{1,5}}{d} = \frac{b_1 + 14d'}{d} = \frac{-9d' + 14d'}{d} = \frac{5d'}{d} = 5 \left(\frac{4}{5} \right) = 4$$

راه حل اول:

$$a_1 = \frac{2}{15} \times 1 = \frac{2}{15}$$

$$a_2 = 100 - \frac{1}{2} \times 2^2 = 100 - 2 = 98$$

$$a_3 = \frac{2}{15} \times 3 = \frac{2}{5}$$

.

$$a_{14} = 100 - \frac{1}{2} \times 14^2 = 100 - 98 = 2$$

$$\Rightarrow a_{14} = a_{15} = 2 \Rightarrow k = 2$$

$$a_{15} = \frac{2}{15} \times 15 = 2$$

$$a_{16} = 100 - \frac{1}{2} \times 16^2 = 100 - 128 = -28 \Rightarrow k - a_{16} = 2 - (-28) = 30.$$

راه حل دوم:

$$100 - \frac{n^2}{2} = \frac{2(n+1)}{15} \times 30 \rightarrow 3000 - 15n^2 = 4n + 4$$

$$\Rightarrow 15n^2 + 4n - 2996 = 0$$

$$\Delta = (4)^2 - (15)(4)(2996) = 179776$$

$$n_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm 424}{30} = \begin{cases} n_1 = 14 \text{ ق ق} \\ n_2 = -14/26 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$a_{14} = 100 - \frac{14^2}{2} = 2 = k \text{ و } a_{16} = 100 - \frac{16^2}{2} = 100 - 128 = -28 \Rightarrow k - a_{16} = 2 - (-28) = 30.$$

$$U = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

$$B = \{-3, 0, 3\}$$

$$C = A' - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{-3, 0, 3\} = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$(A \cap B') - C = (A - B) - C = \{-5, -4, -2, -1\} - \{1, 2, 4, 5\}$$

$$= \{-5, -4, -2, -1\} \Rightarrow 4 \text{ عضو دارد.}$$

پس از ۱ ماه

پس از ۲ ماه

$$a, a_1 = a + 0/1a = 1/1a, a_2 = a_1 + 0/1a_1 = (1/1)a_1, \dots$$

قیمت ابتدای سال

$$\Rightarrow a_3 = (1/1)a_2 = (1/1)(1/1)a_1 = (1/1)(1/1)(1/1)a = (1/1)^3 a$$

به همین ترتیب پس از ۶ ماه:

$$a_6 = (1/1)^6 a$$

$$(1/1)^6 = 1/21 \Rightarrow (1/1)^6 = (1/21)^3 = \overbrace{1/21 \times 1/21 \times 1/21}^{1/4641} \approx 1/77$$

پس بعد از ۶ ماه تقریباً $1/77$ برابر می شود و به قیمت ۱ میلیون و سیصد هزار می رسد:

$$1/77 \times 740,000 = 1,309,800$$

$$4x + 2, 6, x - 2, y, \dots$$

بنا به خاصیت دنباله های هندسی داریم:

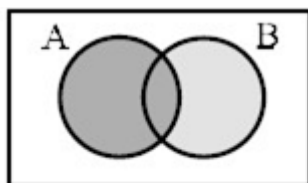
$$6^2 = (4x + 2)(x - 2) \Rightarrow 36 = 4x^2 - 8x + 2x - 4$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 6x - 40 = 0 \Rightarrow (2x)^2 - 3(2x) - 40 = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 8)(2x + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \\ 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

به همین ترتیب داریم:

$$(x - 2)^2 = 6y \Rightarrow (4 - 2)^2 = 6y \Rightarrow 4 = 6y \Rightarrow y = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



$$A \cup (B - A) = A \cup B$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = A' - B$$

در نتیجه متمم $A \cup B$ برابر است با:

$$y^2 = (2x + y)(2x - y) \Rightarrow y^2 = 4x^2 - y^2 \Rightarrow y^2 + y^2 = 4x^2$$

$$\Rightarrow 2y^2 = 4x^2 \Rightarrow y^2 = 2x^2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{2}x$$

$$\Rightarrow \text{جملات دنباله افزایشی: } (2 - \sqrt{2})x, \sqrt{2}x, (2 + \sqrt{2})x$$

$$q = \frac{\sqrt{2}x}{(2 - \sqrt{2})x} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{4 - 2} = \frac{\cancel{2}(\sqrt{2} + 1)}{\cancel{2}} = \sqrt{2} + 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموع زوایای B و C همان زاویه خارجی A می باشد پس $\widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{BAD}$ پس نقطه P روی نیمساز خارجی زاویه A قرار دارد.

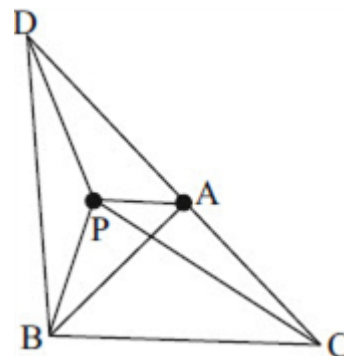
ضلع AC را از طرف A امتداد می دهیم به طوری که: $AD = AB$

از D به B وصل کرده و P روی نیمساز $\widehat{BAD}$ قرار دارد. چون مثلث ADB متساوی الساقین می باشد لذا نیمساز زاویه $\widehat{BAD}$ همان عمود منصف ضلع BD بوده و $PD = PB$ ؛ بنابراین در مثلث $\triangle PDC$ داریم:

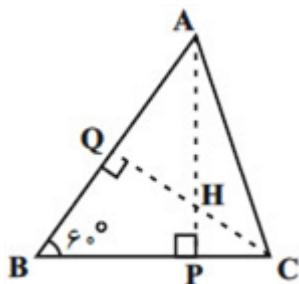
$$PD + PC > DC \Rightarrow DC < PB + PC$$

$$\text{یعنی: } AC + AD < PB + PC \xrightarrow{\text{چون } AD=AB} AC + AB < PB + PC$$

$$\Rightarrow AC < PB + PC - AB$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو ارتفاع AP و CQ را رسم می کنیم تا همدیگر را در نقطه H قطع کنند، در چهارضلعی BPHQ مجموع زاویه های داخلی 360° است، پس:



$$60^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \widehat{PHQ} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{PHQ} = 120^\circ$$

$$\widehat{CHA} = \widehat{PHQ} = 120^\circ$$

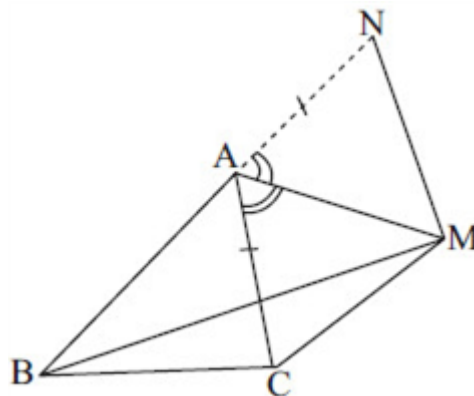
و از آنجا که $\widehat{PHQ}$ با $\widehat{CHA}$ متقابل به رأس است، داریم:

ضلع AB را از طرف A به اندازه ضلع AC امتداد می‌دهیم تا نقطه N به دست آید. حال می‌دانیم دو مثلث $\triangle AMN$ و $\triangle AMC$ به حالت دو ضلع و زاویه بین (ض ز ض) با یکدیگر هم‌نهشت‌اند، پس داریم $MN = MC$.
حال نامساوی مثلث را برای $\triangle BMN$ می‌نویسیم:

$$MN + MB > BN \xrightarrow[\substack{BN=AB+AN \\ MN=MC}]{}$$

$$MC + MB > AB + AN \xrightarrow{AN=AC}$$

$$MC + MB > AB + AC \xrightarrow[\substack{AB+AC > P \\ (P=\text{محیط})}]{} MC + MB > \frac{AB + BC + CA}{2}$$



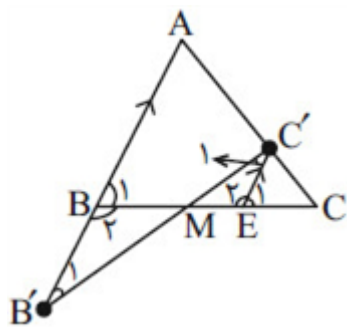
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از نقطه C' خطی موازی ضلع AB رسم می‌کنیم تا ضلع BC را در E قطع کند:

$$\left. \begin{array}{l} L'E \parallel AB \\ \text{مورب } BC \\ AB = AC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E}_1 \Rightarrow \hat{C} = \hat{E}_1 \Rightarrow CC' = C'E$$

چون $BB' = CC'$ پس $BB' = C'E$ از طرف دیگر

$$\hat{B}_2 = \hat{E}_2$$

$\hat{B}_2$ و $\hat{E}_2$ به ترتیب مکمل دو زاویه مساوی $\hat{B}_1$ و $\hat{E}_1$ هستند، بنابراین:



$$\left. \begin{array}{l} BB' \parallel C'E \\ \text{مورب } B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} BB' = EC \\ \hat{B}'_1 = \hat{C}'_1 \\ \hat{B}'_2 = \hat{E}'_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}}$$

$$\triangle BB'M \cong \triangle MC'E \Rightarrow B'M = MC' \Rightarrow \frac{MC'}{B'C'} = \frac{1}{2}$$

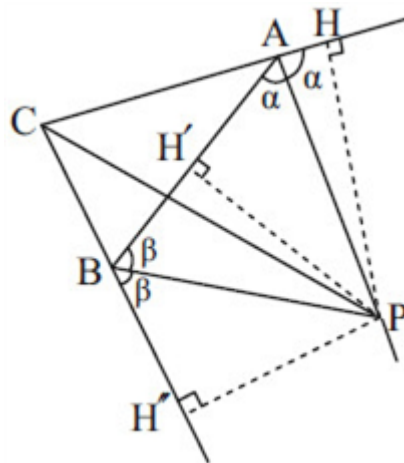
اگر نیمسازهای خارجی زوایای A و B یکدیگر را در نقطه P قطع نمایند:

چون P روی نیمساز خارجی A است: $PH = PH'$

چون P روی نیمساز خارجی B است: $PH' = PH''$

در نتیجه $PH = PH''$

پس P روی نیمساز داخلی زاویه C می باشد.



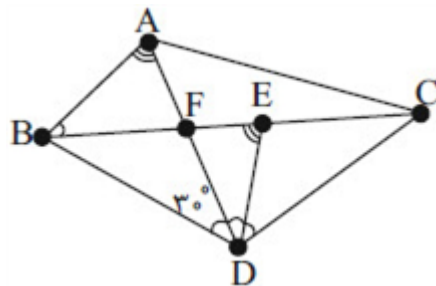
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 62^\circ + 68^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 50^\circ$$

$$\hat{A} < \hat{B} < \hat{C} \Rightarrow a < b < c$$

$$a < b \xrightarrow{+c} a + c < b + c$$

$$b < c \xrightarrow{+a} a + b < a + c \Rightarrow a + b < a + c < b + c$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نیمساز زاویه $\widehat{ADC}$ را رسم می کنیم تا BC را در E قطع کند.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ADC} = 2\widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{ABE} \\ \widehat{AFB} = \widehat{DFE} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BED}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{ABF} + \widehat{CBD} = \widehat{EDC} + \widehat{BCD} = \widehat{FED} = \widehat{BAD}$$

توجه کنید که تساوی بالا از این نتیجه شد که D روی عمودمنصف BC است و مثلث BDC متساوی الساقین است.

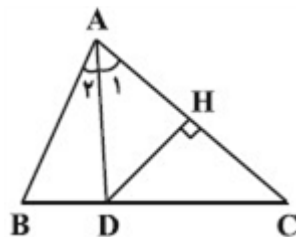
$$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BAD} \Rightarrow \widehat{BAD} \triangle BAD \Rightarrow \widehat{DAB} = \frac{180 - 30}{2} = 75^\circ$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فرض کنید نیمساز داخلی زاویه A ، عمودمنصف ضلع AC را در نقطه‌ای مانند D روی ضلع BC قطع کند. در این صورت داریم:

$$D \in AC \text{ عمودمنصف} \Rightarrow AD = DC \xrightarrow{\triangle ADC} \hat{A}_1 = \hat{C}$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = \hat{C} \Rightarrow \hat{A} = 2\hat{C} \xrightarrow{\hat{C} > 0} \hat{A} > \hat{C}$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه برتر}} BC > AB$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 75 + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 105^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 105^\circ - \hat{B} \quad (1)$$

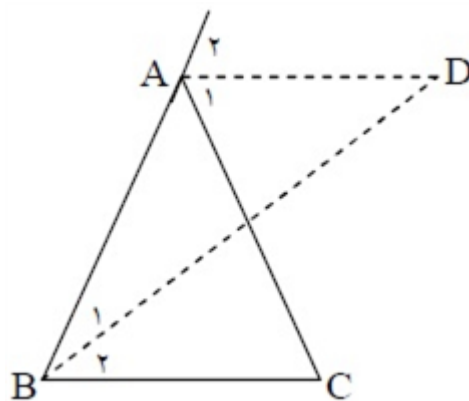
$$AC < AB \Rightarrow \hat{B} < \hat{C} \xrightarrow{(1)} \hat{B} < 105^\circ - \hat{B} \Rightarrow 2\hat{B} < 105^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} < \frac{105^\circ}{2} \Rightarrow \hat{B} < 52.5^\circ \Rightarrow B_{\max} = 52^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

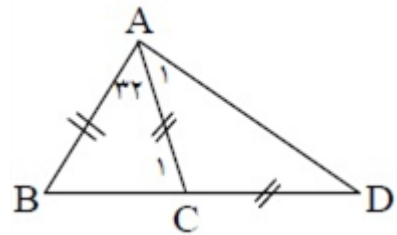
نیمساز خارجی AD با قاعده BC موازی است.

$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ \text{مورب } BD \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}_1 \Rightarrow AD = AB$$

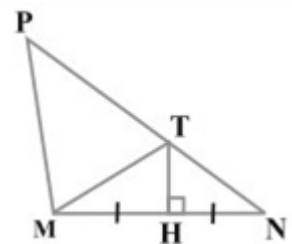


$$\widehat{C}_1 = \frac{180 - 32}{2} = 74$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{C}_1 = \widehat{A}_1 + \widehat{D} \\ \widehat{A}_1 = \widehat{D} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{C}_1 = 2\widehat{D} \Rightarrow 74 = 2\widehat{D} \Rightarrow \widehat{D} = 37$$



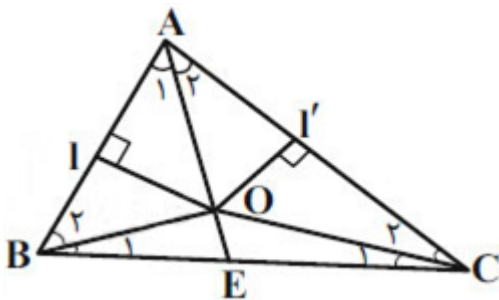
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. T روی عمودمنصف ضلع MN قرار دارد پس $MT = TN$ و در نتیجه $\widehat{TMN} = \widehat{PNM}$ که در این صورت داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{PTM} = \widehat{PNM} + \widehat{TMN} = 2\widehat{PNM} \\ \widehat{PMT} = \widehat{PMN} - \widehat{TMN} = 2\widehat{PNM} - \widehat{PNM} = \widehat{PNM} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{PTM} = \widehat{PMT} \Rightarrow PT = PM = 6$$

$$\Rightarrow MT = TN = PN - PT = 10 - 6 = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط از دوسر آن پاره خط به یک فاصله است. پس:



l روی عمودمنصف ضلع AB است $\Rightarrow OA = OB \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$

l' روی عمودمنصف ضلع AC است $\Rightarrow OA = OC \Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$

اگر مطابق شکل، امتداد پاره خط OA ، ضلع BC را در نقطه E قطع کند، آنگاه:

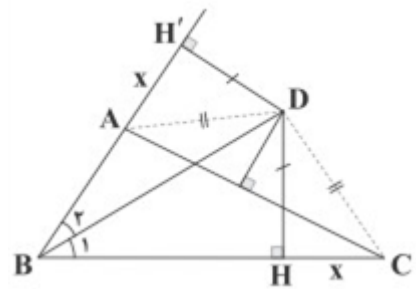
$$\widehat{BOC} = \widehat{BOE} + \widehat{COE} = (\widehat{A}_1 + \widehat{B}_2) + (\widehat{A}_2 + \widehat{C}_2) \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{A}_1 + 2\widehat{A}_2$$

$$= 2(\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2) = 2\widehat{A}$$

توجه کنید که چون $\widehat{A}$ حاده است، نقطه O درون مثلث قرار می گیرد. اگر $\widehat{A}$ منفرجه باشد آنگاه نقطه O خارج مثلث قرار دارد که

$$\widehat{BOC} = 360^\circ - 2\widehat{A}$$

در آن صورت داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} \text{ روی نیمساز } D \Rightarrow DH = DH' \\ AC \text{ روی عمود منصف } D \Rightarrow AD = DC \end{array} \right\}$$

وتر و یک ضلع قائمه $\xrightarrow{\triangle} \triangle DAH' \cong \triangle DHC \Rightarrow HC = AH' = x (*)$

$\left\{ \begin{array}{l} BD = BD \\ \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \text{ (نیمساز BD)} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \triangle BDH \cong \triangle BDH' \Rightarrow BH = BH'$

از طرفی داریم:

$$\begin{aligned} BH &= BC - x = 8 - x \quad (*) \\ BH' &= AB + x = 6 + x \\ \Rightarrow BH &= 8 - x = 6 + x \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \\ \Rightarrow BH &= 8 - x = 7 \Rightarrow \frac{BH}{CH} = \frac{7}{1} = 7 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت. ۳۵

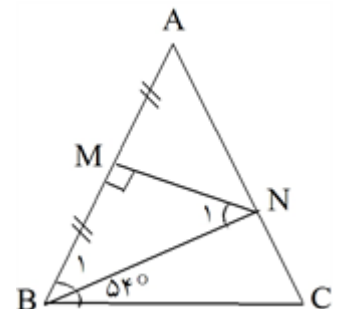
نقطه‌ی N روی عمود منصف AB است پس N از دو سر ضلع AB به یک فاصله است. یعنی NA = NB. بنابراین:

$$\widehat{B}_1 = \widehat{A} = \alpha \text{ در ضمن } AB = AC \text{ پس } \widehat{B}_1 + 54^\circ = \widehat{C} \text{ بنابراین:}$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC: \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \alpha + \widehat{B}_1 + 54^\circ + \widehat{B}_1 + 54^\circ = 180^\circ \\ \widehat{B}_1 = \alpha &\xrightarrow{\quad} 3\alpha = 180^\circ - 108^\circ \Rightarrow 3\alpha = 72^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{72^\circ}{3} = 24^\circ \end{aligned}$$

در نتیجه:

$$\triangle BMN: \widehat{M} + \widehat{N}_1 + \widehat{B}_1 = 180^\circ \xrightarrow{\widehat{B}_1 = 24^\circ} 90^\circ + \widehat{N}_1 + 24^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{N}_1 = 66^\circ$$

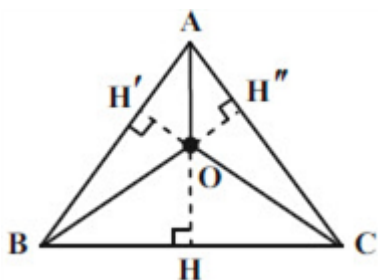


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث قائم الزاویه حکم گزینه‌ی ۱ را تأیید می‌کند و برای آن مثال نقض نیست. مثلث با زاویه منفرجه مثال نقض مناسب برای محل هم‌رسی ارتفاع‌ها در گزینه‌ی ۳ است. میانه‌های هر مثلث همواره درون مثلث هم‌رسند و مثال نقض ندارد (گزینه‌ی ۴). تعداد قطر‌ها در مثلث صفر است و از تعداد اضلاع کم‌تر است. همچنین در مربع تعداد قطر‌ها ۲ از تعداد اضلاع ۴ کم‌تر است ولی در پنج‌ضلعی تعداد اضلاع ۵ و تعداد اقطار ۵ یکسان است. در شش‌ضلعی و بالاتر همواره تعداد اقطار بیشتر از تعداد اضلاع است. اثبات:

$$\underbrace{\frac{n(n-3)}{2}}_{\text{تعداد اقطار در } n \text{ ضلعی محدب}} > n \rightarrow n^2 - 5n > 0 \rightarrow n \geq 6$$

↓
تعداد اضلاع

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی O روی نیمساز زاویه‌ی B قرار دارد. پس طبق خاصیت نیمساز فاصله‌اش از دو ضلع زاویه‌ی B برابر است. از طرفی O روی نیمساز زاویه‌ی A نیز قرار دارد. پس:



$$\left. \begin{array}{l} OH' = OH \\ OH' = OH'' \end{array} \right\} \Rightarrow OH = OH' = OH''$$

حال از O به C وصل می‌کنیم. در این صورت مثلث ABC به سه مثلث ABO، ACO و BCO تقسیم می‌شود.

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle ACO} + S_{\triangle BCO} \Rightarrow 18\sqrt{2} = \frac{OH' \times AB}{2} + \frac{OH'' \times AC}{2} + \frac{OH \times BC}{2}$$

$$\xrightarrow{OH=OH'=OH''} 18\sqrt{2} = \frac{OH \times AB}{2} + \frac{OH \times AC}{2} + \frac{OH \times BC}{2}$$

$$18\sqrt{2} = \frac{OH}{2} (AB + AC + BC) \Rightarrow 18\sqrt{2} = \frac{OH}{2} \times 36 \Rightarrow OH = \sqrt{2}$$

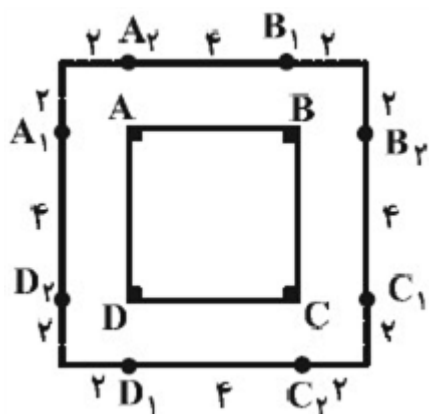
محیط = ۳۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای این که دایره‌ای به شعاع ۲، بر مربع مفروض مماس باشد بایستی فاصله‌ی مرکز آن دایره از نزدیک‌ترین ضلع برابر ۲ باشد.

برای مثال مراکز دایره‌ای به شعاع ۲ که به ضلع AD مماس هستند روی پاره‌خطی به اندازه ضلع AD، موازی با آن و به فاصله‌ی ۲ از آن قرار دارند.

بنابراین مجموعه نقاط دلخواه ما، چهار پاره‌خط موازی با اضلاع مربع و هم اندازه‌ی با آن‌ها و به فاصله‌ی ۲ از آن‌ها می‌باشند. حال کافی است که بیش‌ترین فاصله میان این نقاط را به دست آوریم.

توجه کنید در شکل زیر، پاره‌خط‌های A_1D_2 ، A_2B_1 ، B_2C_1 و C_2D_1 مجموع نقاط دلخواه ما می‌باشند و پاره‌خط‌های به شکل خط چین برای راحتی محاسبه به شکل اضافه شده‌اند. حال فاصله‌ی نقاط را از هم محاسبه می‌کنیم تا بیش‌ترین فاصله را به دست آوریم.



$$(A, A_2)^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow A, A_2 = 2\sqrt{2}$$

$$(A, B_1)^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow A, B_1 = 2\sqrt{10}$$

$$A, B_2 = A, A + AB + BB_2 \Rightarrow A, B_2 = 8$$

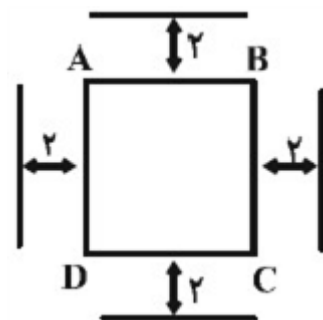
$$(A, C_1)^2 = (A, B_2)^2 + (B_2C_1)^2 = 8^2 + 4^2 = 80 \Rightarrow A, C_1 = 4\sqrt{5}$$

$$(A, C_2)^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \Rightarrow A, C_2 = 4\sqrt{2}$$

$$(A, D_1)^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow A, D_1 = 2\sqrt{10}$$

$$A, D_2 = 4$$

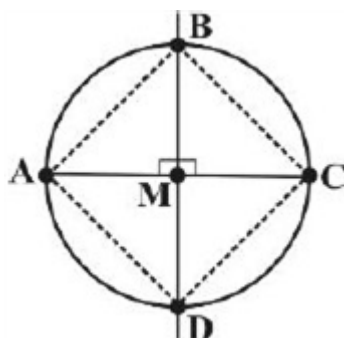
همان‌طور که محاسبه کردیم، بیش‌ترین فاصله مربوط به فاصله‌ی نقاط A_1 و C_1 از یک‌دیگر می‌باشد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در صورتی که در یک چهارضلعی، قطرها با یک‌دیگر برابر و عمودمنصف یک‌دیگر باشند، آن چهارضلعی مربع است.

حال با توجه به این که A, B, C, D نقاط روی دایره‌ای به مرکز M می‌باشند، داریم:

$$AM = MC = BM = MD \Rightarrow AM + MC = BM + MD \Rightarrow AC = BD \quad (1)$$



$$AM = MC = BM = MD \Rightarrow AM + MC$$

$$= BM + MD \Rightarrow AC = BD \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} AM = MC \\ BM = MD \\ AC \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow \text{BD و AC عمود منصف یکدیگرند} \quad (2)$$

از روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم که چهارضلعی ABCD یک مربع است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در صورتی این مسئله یک جواب دارد که مجموع یا تفاضل فاصله‌های نقطه‌ی موردنظر از A و B برابر ۷



باشد، یعنی $m + n = ۷$ باشد و تنها گزینه‌ی ۳ دارای این ویژگی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که جرم آلیاژ ۵۰ گرم و حجم آب بیرون ریخته شده ۴ سانتی‌متر مکعب است، می‌توان

نوشت:

$$\begin{cases} m_{\text{آلیاژ}} = m_A + m_B = \rho_A V_A + \rho_B V_B \\ V_{\text{آلیاژ}} = V_A + V_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۵۰ = ۱۹/۲ V_A + ۱۰/۵ V_B \\ ۴ = V_A + V_B \end{cases}$$

با حل این دستگاه دو معادله دو مجهولی، داریم:

$$\Rightarrow V_A \simeq ۰/۹۲ \text{ cm}^3, V_B \simeq ۳/۰۸ \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_{\text{آلیاژ}}} \times ۱۰۰ \simeq \%۲۳, \frac{V_B}{V_{\text{آلیاژ}}} \times ۱۰۰ \simeq \%۷۷$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای یافتن ارتفاعی از جیوه که معادل ارتفاع h_x از مایع X فشار وارد می‌کند، می‌توان از رابطه زیر

$$\rho_x h_x = ۱۳/۶ h \Rightarrow h = \frac{h_x \rho_x}{۱۳/۶}$$

استفاده نمود:

$$A : \rho_A h_A = ۱۳/۶ h \Rightarrow h = \frac{\rho_A h_A}{۱۳/۶} = \frac{۵/۱}{۱۳/۶} h_A = \frac{۳}{۸} h_A$$

$$B : \rho_B h_B = ۱۳/۶ h' \Rightarrow h' = \frac{\rho_B h_B}{۱۳/۶} = \frac{۶/۸}{۱۳/۶} h_B = \frac{۱}{۲} h_B$$

$$C : \rho_C h_C = ۱۳/۶ h'' \Rightarrow h'' = \frac{\rho_C h_C}{۱۳/۶} = \frac{۱۱/۹}{۱۳/۶} h_C = \frac{۷}{۸} h_C$$

$$P_{\text{ج}} = P. + P_A + P_B + P_C \Rightarrow ۱۰۰ = ۷۵ + h + h' + h'' \Rightarrow h + h' + h''$$

$$= \frac{۳}{۵} h_A + \frac{۱}{۲} h_B + \frac{۷}{۸} h_C = ۲۵ \text{ cm}$$

$$h_A + h_B + h_C = ۵۵ \text{ cm}$$

$$h_C = \frac{۱}{۷} h_A \Rightarrow \begin{cases} \frac{۸}{۷} h_A + h_B = ۵۵ \text{ cm} \quad (۱) \\ \frac{h_A}{۷} + \frac{h_B}{۲} = ۲۵ \text{ cm} \Rightarrow h_A + h_B = ۵۰ \text{ cm} \quad (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{۱}{۷} h_A = ۵ \text{ cm} \Rightarrow h_A = ۳۵ \text{ cm} \Rightarrow h_B = ۱۵ \text{ cm}$$

با حل معادلات بالا داریم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گام اول: با توجه به سازگاری یکاها در فیزیک کمیت‌های E^r و AB و C^r و $\frac{BD}{C^r}$ باید یکای یکسانی داشته باشند چون می‌توانیم آنها را با هم جمع یا تفریق کنیم پس:

$$[E]^r = [AB] = [C]^r = \left[\frac{BD}{C^r} \right] \quad (۱)$$

گام دوم: با توجه به رابطه ۱ و اینکه یکای E^r و یکای C^r برابر است پس:

$$[AB] = \left[\frac{BD}{C^r} \right] \Rightarrow [A] [B] = \frac{[B] [D]}{[C]^r} \xrightarrow[B \text{ از طرفین ساده}]{[C]^r = [E]^r = N^r \cdot m^r}$$

$$[D] = [A] [C]^r \xrightarrow{[A] = \frac{m \cdot kg}{s^r}} [D] = \frac{m \cdot kg}{s^r} \times N^r \times m^r \xrightarrow{N = \frac{kgm}{s^r}} \frac{m \cdot kg}{s^r} \times \left(\frac{kg \cdot m}{s^r} \right)^r \times m^r \xrightarrow{\text{ساده}} [D] = \frac{kg^r \times m^r}{s^r}$$

$$[D] = \frac{m \cdot kg}{s^r} \times \left(\frac{kg \cdot m}{s^r} \right)^r \times m^r \xrightarrow{\text{ساده}} [D] = \frac{kg^r \times m^r}{s^r}$$

گام سوم: الان می‌توانیم خواسته سؤال را حساب کنیم:

$$[\sqrt{D}] = \frac{kg^r \cdot m^r}{s^r} = kg^r \cdot m^r \cdot s^{-r} \Rightarrow \alpha = r, \beta = \frac{r}{2}, \gamma = -r \Rightarrow \alpha\beta - \gamma = r \times \frac{r}{2} + r = r + r = 2r = 11$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر لیتر، 1000 cm^3 است.

$$V = 4L \Rightarrow V = 4000 \text{ cm}^3$$

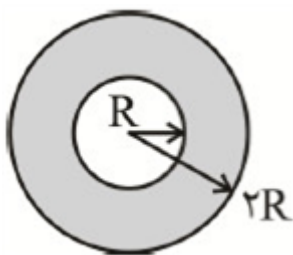
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/0.5 = \frac{m}{4000} \Rightarrow m = 4200 \text{ g} = 4/2 \text{ kg}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دماسنج A رقمی (دیجیتال) است و دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. $(0/0.1^\circ C)$

در دماسنج مدرج B، فاصله بین ۱ و ۲ به دو قسمت تقسیم شده و دقت آن $0/5^\circ C$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هفت کمیت طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشنایی، کمیت‌های اصلی در دستگاه بین‌المللی (SI) هستند. بنابراین تنها زمان و طول در موارد داده شده کمیت اصلی هستند که هر دوی آن‌ها نرده‌ای هستند؛ زیرا تنها با یک عدد و یکا بیان می‌شوند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\text{حجم ظاهری} = V = \frac{4}{3}\pi(2R)^3$$

$$\text{حجم مفید} = V' = \frac{4}{3}\pi(2R)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\rho' = \frac{m}{V} = \frac{\rho V'}{V} = \frac{V'}{V} \rho = \frac{8}{9} \times \rho = \frac{8}{9} \frac{g}{\text{cm}^3}$$

گام اول: حجم ظاهری مکعب را حساب می‌کنیم:

$$V = a^3 = 3^3 = 27 \text{ cm}^3$$

گام دوم: تغییر حجم مایع درون ظرف به سبب حجم واقعی مکعب برابر $20 \text{ cm}^3 = 70 - 50 = 20 \text{ cm}^3$ واقعی $V_{\text{واقعی}}$ است. حال حجم حفره

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 27 - 20 = 7 \text{ cm}^3$$

را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} = \frac{40}{20} = 2 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

گام سوم: چگالی ماده تشکیل دهنده جسم را حساب می‌کنیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$m_{\text{آب}} = 1 \text{ kg} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{1}{1000} \Rightarrow V = 10^{-3} \text{ m}^3$$

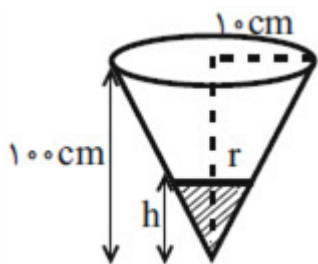
$$m = 100 \text{ g} \Rightarrow 0.1 \text{ kg} \quad (\text{جرم شکر})$$

$$1 \text{ kg} + 0.1 \text{ kg} = 1.1 \text{ kg} \quad (\text{جرم آب و شکر})$$

$$V = V_1 + 0.2 V_1 = 1.2 V_1 \Rightarrow V = 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad (\text{حجم کل محلول})$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{1.1 \text{ kg}}{1.2 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = \frac{1.1 \times 10^3}{1.2} \Rightarrow \rho \simeq 916.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (\text{چگالی محلول})$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون چگالی مایع B بیشتر است، پس ته‌نشین می‌شود و با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{r}{10} = \frac{h}{100} \Rightarrow h = 10r$$

حال با توجه به چگالی و جرم مایع B، حجم آن را به دست می‌آوریم:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{\rho_B = 4 \frac{g}{\text{cm}^3}} \frac{m_B = 320}{V_B} = 4 \Rightarrow V_B = 80 \text{ cm}^3$$

در نهایت با استفاده از رابطه حجم، ارتفاع مایع B را به دست می‌آوریم:

$$V_B = \frac{1}{3} \pi r^2 h \xrightarrow{h=10r} V_B = 10r^3 \Rightarrow 10r^3 = 80 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \text{ cm}$$

$$h = 10 \times 2 = 20 \text{ cm}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کمترین چگالی یعنی نسبت جرم به حجم کمتر (شیب نمودار کمتر) که با توجه به اعداد نوشته شده در نمودار، نسبت جرم به حجم در نمودار D از همه کمتر است.

$$\left. \begin{aligned} \rho_A &= \frac{m_A}{V_A} = \frac{1g}{4cm^3} = 1/4 \frac{g}{cm^3} \\ \rho_B &= \frac{m_B}{V_B} = \frac{1g}{5cm^3} = 1/5 \frac{g}{cm^3} \\ \rho_C &= \frac{m_C}{V_C} = \frac{1g}{1cm^3} = 1 \frac{g}{cm^3} \\ \rho_D &= \frac{m_D}{V_D} = \frac{1g}{2cm^3} = 1/2 \frac{g}{cm^3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho_A > \rho_B > \rho_C > \rho_D$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{4 \times 3 \times 5 = 60 m^3}{\Delta t = 2h} \rightarrow$ آهنگ متوسط خروج آب

$$\begin{aligned} \text{آهنگ خروج آب} &= \frac{60 m^3}{2h} = 30 \frac{m^3}{h} \\ 30 \frac{m^3}{h} &= 30 \frac{m^3}{h} \times \frac{1000L}{1m^3} \times \frac{1h}{60 \min} \times \frac{1 \min}{60s} = \frac{30 \times 1000 L}{60 \times 60 s} \simeq 8/33 \frac{L}{s} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به سازگاری یکاها در یک رابطه فیزیکی، باید یکای دو طرف رابطه با یکدیگر سازگاری داشته باشند و از طرفی چند کمیت فیزیکی زمانی با یکدیگر جمع می‌شوند که از یک جنس باشند، پس داریم:

چون یکای سمت چپ (x^2) بر حسب متر مربع می‌باشد، پس باید یکای هر یک از جمله‌های سمت راست نیز متر مربع

$$m^2 = \sqrt{\alpha s^2} \xrightarrow{\text{توان}} m^4 = \alpha s^2 \Rightarrow [\alpha] = \frac{m^4}{s^2} \quad (1) \quad \text{باشد.}$$

$$m^2 = \frac{\beta}{s} \Rightarrow [\beta] = m^2 s \quad (2)$$

حال با استفاده از رابطه‌های ۱ و ۲ خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{[\alpha]}{[\beta]} \xrightarrow{(1),(2)} \frac{\frac{m^4}{s^2}}{\frac{m^2 s}{1}} = \frac{m^4}{m^2 s^3} = \frac{m^2}{s^3}$$

ابتدا چگالی آلیاژ را به صورت زیر می یابیم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_1 + m_2}{v_1 + v_2} \Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_{\text{طلا}}} + \frac{m}{\rho_{\text{نقره}}}} = \frac{2m}{\frac{m}{19} + \frac{m}{11}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{2 \times 9 \times 11}{11 + 19} = \frac{2.9}{15} \frac{g}{cm^3}$$

اکنون حجم ۳۸۰ گرم از این آلیاژ را که برابر حجم روغن بیرون ریخته از ظرف است، می یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{2.9}{15} = \frac{380}{V} \Rightarrow V = \frac{300}{11} cm^3$$

در آخر با داشتن حجم روغن و چگالی آن، جرم آن را پیدا می کنیم و به دنبال آن وزنش را می یابیم:

$$\rho_{\text{روغن}} = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho_{\text{روغن}} = 0.88 \cdot \frac{kg}{m^3} = 0.88 \cdot \frac{g}{cm^3}} 0.88 \frac{m}{\frac{300}{11}}$$

$$\Rightarrow m = 0.88 \times \frac{300}{11} = 24g \xrightarrow{\div 1000} m = 0.024 kg$$

$$W = mg = 0.024 \times 10 = 0.24N$$

بر اساس قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \Rightarrow 1N = 1kg \times \frac{m}{s^2}$$

در تمامی گزینه ها، واحدها را به SI تبدیل می کنیم:

$$2kg \times 2 \cdot \frac{cm}{s^2} = 2kg \times 2 \cdot \frac{cm}{s^2} \times 10^{-2} \frac{m}{cm} = 0.04N$$

گزینه ۱ «۱»:

$$1kg \times 10 \cdot \frac{m}{s^2} = 10N = 10^{-2} kN$$

گزینه ۲ «۲»:

$$2kg \times 4 \cdot \frac{m}{s^2} = 2g \times \frac{10^{-3} kg}{1g} \times 4 \cdot \frac{m}{s^2} = 8 \times 10^{-3} N$$

گزینه ۳ «۳»:

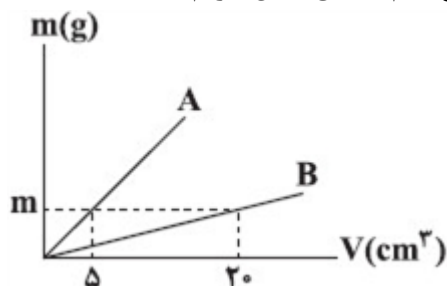
$$2Mg \times 4 \cdot \frac{mm}{s^2} = 2g \times \frac{10^3 kg}{1Mg} \times 4 \cdot \frac{mm}{s^2} \times \frac{10^{-3} m}{1mm} = 8N$$

گزینه ۴ «۴»:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سرعت و شتاب کمیت‌های فرعی هستند که یکای SI و فرعی آنها یکسان است.

نام کمیت	یکای فرعی	یکای SI
سرعت	$\frac{m}{s}$	$\frac{m}{s}$
شتاب	$\frac{m}{s^2}$	$\frac{m}{s^2}$
فشار	$\frac{kg}{m \cdot s^2}$	Pa
نیرو	$\frac{kg \cdot m}{s^2}$	N
انرژی	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	J

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم جسم و سپس با توجه به آن چگالی جسم A را می‌یابیم. مطابق شکل داریم:



$$m = \rho_B V_B = 5 \times 20 = 100 \text{ g}$$

$$\rho_A = \frac{m}{V_A} = \frac{100}{5} = 20 \frac{g}{cm^3}$$

$$m_A = 500 \text{ g} \Rightarrow V_A = \frac{m_A}{\rho_A} = \frac{500}{20} = 25 \text{ cm}^3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ارتفاع مایع‌ها را حساب می‌کنیم:

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow 1/2 \times A \times h_A = 0/8 \times A \times h_B \Rightarrow h_B = 1/5 h_A$$

$$h_A + h_B = 45 \text{ cm} \Rightarrow 2/5 h_A = 45 \Rightarrow h_A = 18 \text{ cm}, h_B = 27 \text{ cm}$$

$$V_A = A h_A \Rightarrow V_A = 40 \times 18 = 720 \text{ cm}^3, m_A = \rho_A V_A \Rightarrow m_A = 1/2 \times 720 = 846 \text{ g}$$

$$V_B = A h_B \Rightarrow V_B = 40 \times 27 = 1080 \text{ cm}^3, m_B = \rho_B V_B \Rightarrow m_B = 0/8 \times 1080 = 864 \text{ g}$$

اکنون چگالی مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{1710}{1800} = 0/95 \frac{g}{cm^3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اول جرم استخوان:

$$m = \frac{20}{100} \times 90 \text{ kg} = 18 \text{ kg}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{18}{1/44 \times 10^3} = 12/5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

حال حجم استخوان بر حسب m^3 :

در آخر برای تبدیل به لیتر، حجم را در (10^3) ضرب می‌کنیم:

$$V = 12/5 \times 10^{-3} \times 10^3 = 12/5 \text{ لیتر}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۰

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$\rho_1 = 0.8 \frac{g}{cm^3}, m_1 = 640g \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{640}{0.8} = 800 cm^3$$

$$\rho_2 = 0.9 \frac{g}{cm^3}, m_2 = m \Rightarrow V_2 = \frac{m}{0.9} = \frac{1.1m}{0.9} cm^3$$

$$\rho' = 1 \frac{g}{cm^3}, m' = m_2 + m_1, V' = \frac{1}{9}(V_1 + V_2)$$

$$\rho' V' = m' \Rightarrow 1 \times \frac{1}{9}(V_1 + V_2) = m_2 + m_1 \Rightarrow \frac{1}{9} \left(800 + \frac{1.1m}{0.9} \right) = (m + 640)g$$

$$640 + \frac{1.1}{9}m = 640 + m \Rightarrow \frac{1}{9}m = 0 \Rightarrow m = 560g = 0.56 kg$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 10 \times 10 \times \frac{15}{3} \times \pi = 1500 cm^3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = 500 cm^3$$

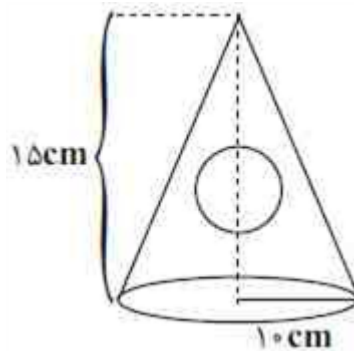
$$V_{\text{طلا}} = V_{\text{مخروط}} - V_{\text{کره}} = 1500 - 500 = 1000 cm^3$$

$$V_{\text{روغن}} = 500 cm^3$$

$$\Rightarrow m_{\text{طلا}} = 1000 \times 1.9 = 1900g = 1.9 kg$$

$$m_{\text{روغن}} = 500 \times 0.8 = 400 = 0.4 kg$$

$$m_{\text{کل}} = 1.9 + 0.4 = 2.3 kg$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو کمیت at^2 و $\frac{b}{2t-1}$ هم جنس و دارای یکای یکسان هستند و به همین دلیل است که توانسته‌ایم آن‌ها را جمع کنیم. یکای این دو کمیت با یکای x برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$[x] = [a] \times [t]^2 \Rightarrow m = [a] \times s^2 \Rightarrow [a] = \frac{m}{s^2}$$

$$[x] = \frac{[b]}{[2t-1]} \Rightarrow m = \frac{[b]}{s} \Rightarrow [b] = m \cdot s$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B - \Delta V} \xrightarrow{V_A=V_B=V, \Delta V=0.1V_A+0.2V_B}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V + V - 0.3V} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V + \rho_B V}{1.7V} = \frac{1.0(\rho_A + \rho_B)}{1.7}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا در تمامی گزینه‌ها، دقت اندازه‌گیری را بر حسب متر به دست می‌آوریم.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \text{ دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۱ \text{ km} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ m}}{۱ \text{ km}} = ۱۰ \text{ m}$$

$$۲) \text{ دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۰۱ \times ۱۰^{-۶} \text{ mm} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ m}}{۱ \text{ mm}} = ۱ \text{ m}$$

$$۳) \text{ دقت اندازه‌گیری} = ۱ \text{ cm} \times \frac{۱۰^{-۲} \text{ m}}{۱ \text{ cm}} = ۰/۰۱ \text{ m}$$

$$۴) \text{ دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۰۰۱ \times ۱۰^{-۳} \text{ m} = ۰/۱ \text{ m}$$

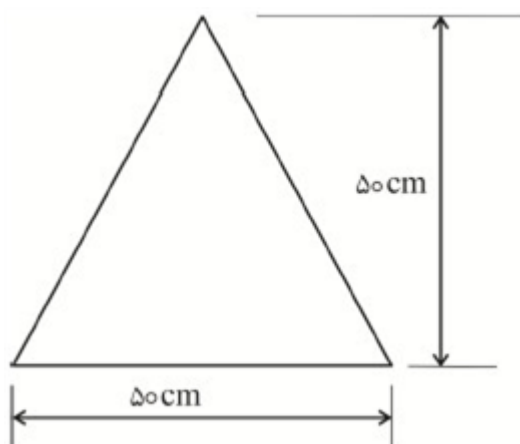
بنابراین هر چه کمینه درجه‌بندی وسیله اندازه‌گیری، کوچک‌تر باشد، یعنی دقت اندازه‌گیری آن بیشتر است، بنابراین دقت اندازه‌گیری در گزینه ۳ بیشتر از سایر گزینه‌ها است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۲۴۰ \frac{\text{mg cm}^2}{\text{s}^2} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ g}}{۱ \text{ mg}} \times \frac{۱ (\text{پاوند})}{۵۰۰ \text{ g}} \times \left(\frac{۱ \text{ فوت}}{۳۰ \text{ cm}} \right)^2 \times \left(\frac{۶۰ \text{ s}}{۱ \text{ دقیقه}} \right)^2 = ۱/۹۲ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{پاوند فوت مربع}}{\text{مجنور دقیقه}} \times ۱۰^{-۳}$$

$$= ۱/۹۲ \times ۱۰^{-۶} \frac{\text{کیلو پاوند فوت مربع}}{\text{مجنور دقیقه}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\text{جرم} = \frac{\text{چگالی}}{\text{حجم واقعی}} = \frac{۵۰ \text{ kg}}{۴ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = ۱۲/۵ \text{ dm}^3$$

$$V = ۱۲/۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم ظاهری} = V' = \frac{۱}{۳} \left(\frac{\pi \times D^2}{۴} \right) \times h$$

$$V' = \frac{۱}{۳} \times \frac{۳ \times ۵۰^2}{۴} \times ۵۰ = (۵۰^2 \times ۱۲/۵) \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = \text{حجم حفره} = V' - V = ۵۰^2 \times ۱۲/۵ - ۱۲/۵ \times ۱۰^{-۳} = ۱۲/۵ (۱۵۰۰) \text{ cm}^3$$

$$\frac{\text{حجم شکل}}{\text{حجم حفره}} = \frac{V'}{\Delta V} = \frac{۵۰^2 \times ۱۲/۵}{۱۲/۵ \times ۱۵۰۰} = \frac{۲۵۰۰}{۱۵۰۰} = \frac{۵}{۳}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

حجم حفره + حجم خالص ماده = حجم کره

$$\frac{۴}{۳} \pi R^3 = \frac{m}{\rho} + v$$

$$۴R^3 = \frac{۲۱۰۰}{۴} + ۱۵۰$$

$$۴R^3 = ۵۰۰ \rightarrow R^3 = ۱۲۵ \rightarrow R = ۵ \text{ cm}$$

۶۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت اندازه‌گیری در ابزارهای اندازه‌گیری دیجیتال برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار گزارش می‌کند؛ پس دقت اندازه‌گیری متر دیجیتال 0.01 m است. دقت اندازه‌گیری وسایل مدرج برابر با کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن ابزار است؛ لذا دقت اندازه‌گیری خط کش که بر حسب میلی‌متر مدرج شده است، برابر 1 mm است.

$$\frac{\text{دقت اندازه‌گیری متر دیجیتال}}{\text{دقت اندازه‌گیری خط کش}} = \frac{0.01\text{ m}}{1\text{ mm}} = \frac{0.01 \times 10^3\text{ mm}}{1\text{ mm}} = 10$$

۶۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پاسخ کافی است یکای همه را یکسان کنیم تا گزینه‌ای که با سایر موارد یکی نیست، مشخص گردد. به همین منظور بهتر است، همه را به m^2 تبدیل کنیم:

$$2 \times 10^{+8} \mu\text{m}^2 = 2 \times 10^{+8} \mu\text{m}^2 \times \frac{10^{-12} \text{m}^2}{1 \mu\text{m}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{m}^2 \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$2 \times 10^{-2} \text{dam}^2 = 2 \times 10^{-2} \text{dam}^2 \times \frac{10^2 \text{m}^2}{1 \text{dam}^2} = 2 \times 10^0 \text{m}^2 = 2 \text{m}^2 \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$2 \times 10^{+2} \text{mm}^2 = 2 \times 10^2 \text{mm}^2 \times \frac{10^{-6} \text{m}^2}{1 \text{mm}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{m}^2 \quad \text{گزینه ۳:}$$

$$2 \times 10^{-1} \text{km}^2 = 2 \times 10^{-1} \text{km}^2 \times \frac{10^6 \text{m}^2}{1 \text{km}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{m}^2 \quad \text{گزینه ۴:}$$

۷۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم مس به کاررفته در کره را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{0.27}{9000} = 3 \times 10^{-5} \text{m}^3 = 30 \text{cm}^3$$

حجم آب بیرون‌ریخته از ظرف برابر است با:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{50}{1} = 50 \text{cm}^3$$

حجم آب بیرون‌ریخته از ظرف برابر با حجم ظاهری کره است، در نتیجه:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - v_{\text{مس}} \Rightarrow v_{\text{حفره}} = 50 - 30 = 20 \text{cm}^3$$

۷۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دقت اندازه‌گیری در ابزارهای مدرج با کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن وسیله است و در ابزارهای دیجیتال، برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. حال دقت هریک از وسایل را می‌یابیم:

(الف) در این دماسنج هر 20°C به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است، پس دقت اندازه‌گیری آن برابر با 5°C است. $\frac{20^\circ\text{C}}{4}$

(ب) هر سانتی‌متر خط کش به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است، پس دقت اندازه‌گیری آن 0.2 cm است. $\frac{1\text{ cm}}{5}$

(پ) آخرین رقمی که آمپرسنج دیجیتال می‌خواند، از مرتبه‌ی صدم آمپر است، پس دقت اندازه‌گیری آمپرسنج 0.01 A است.

(ت) در تندی‌سنج هر $20 \frac{\text{mile}}{\text{h}}$ به دو قسمت مساوی تقسیم شده است، پس دقت اندازه‌گیری آن $10 \frac{\text{mile}}{\text{h}}$ است. $\frac{20}{2}$

۷۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زمان، دما و مقدار ماده همگی جزو کمیت‌های اصلی هستند و فشار، انرژی، سرعت و شتاب جزو کمیت‌های اصلی نمی‌باشند.

۷۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به $\rho = \frac{m}{V}$ ، شیب نمودار $V - m$ بیان‌گر $\frac{1}{\rho}$ است:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{3}{2}$$

با توجه به استوانه مدرج نشان داده شده در می‌یابیم که مایع پایینی، مایع B و مایع بالایی، مایع A است و $V_B = 30 \text{cm}^3$ و $V_A = 60 \text{cm}^3$. اکنون به کمک $m = \rho V$ داریم:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3} \times \frac{60}{30} = \frac{4}{3}$$

۷۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها مقدار $3/0.5$ دارای دقت $0.1/0$ است که می تواند توسط این زمان سنج اندازه گیری شده باشد، برای سه عدد دیگر دقت $0.1/0$ نیاز است.

۷۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2/0.04m \xrightarrow{A} \text{دقت اندازه گیری} = 0.1/0 \text{mA} = 1\mu A$$

۷۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

(آ) نادرست - فراوان ترین عنصر در مشتری، هیدروژن می باشد.

(ب) نادرست - از دو ایزوتوپ ${}^6_3\text{Li}$ و ${}^7_3\text{Li}$ درصد فراوانی ${}^6_3\text{Li}$ از ${}^7_3\text{Li}$ کمتر است!

(پ) درست - ایزوتوپ های طبیعی هیدروژن عبارت از ${}^1_1\text{H}$ ، ${}^2_1\text{H}$ و ${}^3_1\text{H}$ یک رادیوایزوتوپ با نیم عمر بیش از ۱۰ سال می باشد.

(ت) درست - شمار عنصرهای با نماد تک حرفی در ۴ دوره نخست جدول عبارتند از:

(II) یک عنصر : دوره ۱

(B, C, N, O, F) پنج عنصر : دوره ۲

(P, S) دو عنصر : دوره ۳

(K, V) دو عنصر : دوره ۴

۷۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت ها:

(آ) فراوان ترین عنصر سیاره مشتری هیدروژن است که ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی آن ${}^3_1\text{H}$ است. نسبت شمار نوترون به پروتون در این ایزوتوپ برابر با ۲ به ۱ است.

(ب) دومین عنصر پدید آمده، هلیوم (He) است.

(پ) مقایسه فراوانی ایزوتوپ های منیزیم به صورت: ${}^{24}\text{Mg} < {}^{26}\text{Mg} < {}^{25}\text{Mg}$ صحیح است. نسبت خواسته شده برابر است با:

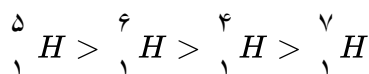
$$\frac{24}{25} = 0.96$$

(ت) همه Tc موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش های هسته ای ساخته شود.

۷۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت های ب و پ نادرست هستند. بررسی برخی عبارت ها:

(ب) سحابی ها در اثر کاهش دما و متراکم شدن (کاهش حجم) به وجود آمدند.

(پ) واکنش های تبدیل هیدروژن به هلیوم در خورشید، هسته ای می باشند.



(ت) مقایسه نیم عمر ایزوتوپ های ساختگی به صورت مقابل است:

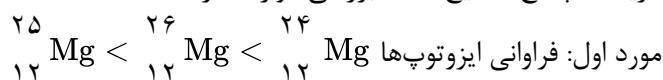
۷۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. درصد فراوانی گوگرد در زمین بیشتر از مشتری است.

۸۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط مورد پ نادرست است. فراوانی ${}^{235}\text{U}$ در مخلوط طبیعی آن کمتر از $0.7/0$ درصد است.

۸۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فقط برخی از اطلاعات شیمیایی یک عنصر در یک خانه از جدول نشان داده می شود.

۸۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد نادرست:



مورد اول: فراوانی ایزوتوپها $^{24}_{12}\text{Mg} < ^{26}_{12}\text{Mg} < ^{25}_{12}\text{Mg}$ به دلیل یکسان بودن خواص شیمیایی ایزوتوپها، سرعت واکنش ایزوتوپهای منیزیم با کلر در شرایط یکسان برابر است.

مورد پنجم: ایزوتوپها از نظر خواص شیمیایی مشابه هستند، پس برای جداسازی آنها از روش فیزیکی استفاده می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. موارد ب و ت نادرست هستند. هیدروژن در سیاره مشتری و آهن هم در سیاره زمین فراوانترین عناصر هستند. مرگ ستاره‌ها اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود عنصرهای تشکیل شده در آن در فضا پراکنده شوند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. یون حاوی تکنسیم با یون یدید اندازه مشابهی دارد.

بررسی گزینه ۲: شمار ایزوتوپهای ساختگی هیدروژن ۴ و شمار ایزوتوپهای طبیعی پایدار هیدروژن، ۲ عدد $\left(^1_1\text{H}, ^2_1\text{H} \right)$ می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به تحلیل موارد می‌پردازیم:

الف) فراوانی ایزوتوپ ^7Li از ^6Li بیشتر بوده و لذا برخلاف ایزوتوپهای طبیعی هیدروژن با افزایش نوترون ایزوتوپ پایدارتر شده است. ✓

ب) در نمونه طبیعی منیزیم ۳ نوع ایزوتوپ قابل مشاهده است. ✓

پ) $^3\text{H}_2\text{O}$ نسبت به $^1\text{H}_2\text{O}$ از نظر هسته‌ای ناپایدارتر است، اما چون ایزوتوپها از لحاظ شیمیایی ویژگی یکسانی دارند، پایداری شیمیایی آنها یکسان است. ✓

ت) شیمی‌دان‌ها ماده‌ای را عنصر می‌نامند که تنها از یک نوع اتم تشکیل شده باشد. ✗

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ذرات باردار یون، الکترون‌ها و پروتون‌ها و ذرات خنثای سازنده هسته، نوترون‌ها هستند.

$$\begin{array}{ll} ^{32}_{16}\text{A}^{2-} \rightarrow \frac{e+p}{n} = \frac{18+16}{16} = \frac{17}{8} (> 2) & ^{65}_{30}\text{B}^{2+} \rightarrow \frac{28+30}{35} = \frac{58}{35} \\ ^{31}_{15}\text{C}^{3-} \rightarrow \frac{18+15}{16} = \frac{33}{16} (> 2) & ^{27}_{13}\text{D}^{3+} \rightarrow \frac{10+13}{14} = \frac{23}{14} \end{array}$$

این نسبت در گزینه‌های ۱ و ۳ بیشتر از ۲ است. در گزینه ۲، به تقریب برابر با $1/66$ و در گزینه ۴ به تقریب برابر با $1/64$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مورد دوم صحیح می‌باشد. بررسی موارد نادرست:

مورد اول: طی واکنش‌های هسته‌ای از عنصرهای سبک‌تر در ستاره‌ها عنصرهای سنگین‌تر پدید می‌آیند.

مورد سوم: با گذشت زمان، کاهش دما و با افزایش تراکم گازهای هیدروژن و هلیوم، مجموعه‌های گازی به نام سحابی پدید آمد.

مورد چهارم: مرگ ستاره اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود عنصرهای تشکیل شده در فضا پراکنده شود.

مورد اول: نادرست - سیاره مشتری سیاره گازی است و در هشت عنصر فراوان تر آن عنصر فلزی یافت نمی شود.

مورد دوم: درست - در سیاره مشتری تفاوت درصد فراوانی دو عنصر اول حدود ۸۰٪ است ولی در زمین کمتر از ۱۰٪ می باشد.

مورد سوم: درست - مشتری یک عنصر (هیدروژن) با درصد فراوانی بیشتر از ۵۰٪ دارد اما سیاره زمین هیچ عنصری با درصد فراوانی بیشتر از ۵۰٪ ندارد.

مورد چهارم: نادرست - عناصر مشترک در بین ۸ عنصر فراوان تر، عناصر O و S هستند که درصد فراوانی آنها در سیاره زمین بیشتر از سیاره مشتری می باشد.

مورد پنجم: درست - در بین ۸ عنصر فراوان تر در سیاره های مشتری و زمین به ترتیب ۵ و ۲ عنصر با نماد شیمیایی تک حرفی یافت می شود.

عبارت ت نادرست است. زیرا زمین با داشتن عناصر سنگین تر، چگالی بیشتری نسبت به مشتری دارد.

ترتیب فراوانی ۸ عنصر زمین: $Fe > O > Si > Mg > Ni > S > Ca > Al$

ترتیب فراوانی ۸ عنصر مشتری: $H > He > C > O > N > S > Ar > Ne$

$$e = 36 - 3 = 33 \Rightarrow P = 33$$

$$n - p = 8 \Rightarrow n = 33 + 8 = 41$$

$$A = 41 + 33 = 74$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها مورد (پ) نادرست است. به عنوان مثال نیمه عمر 5_1H از نیمه عمر 6_1H و 4_1H بیشتر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار درست در گزینه ۱ نمایش داده شده است. ایزوتوپ های ساختگی هیدروژن از عدد جرمی ۴ تا ۷ در کتاب درسی ارائه شده است، از این رو گزینه ۲ نمی تواند درست باشد؛ زیرا از عدد جرمی ۳ تا ۶ را نمایش داده است. در ضمن با افزایش عدد جرمی، نیم عمر کاهش نمی یابد و روند منظمی ندارد.

$$\Delta h = 120 - 0 = 120 \text{ km}$$

$$\Delta \theta = -140 - (-20) = -120^\circ C$$

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta h} \times h = \text{دمای سطح سیاره} = \text{دما در هر ارتفاع}$$

$$\text{پس می توان گفت: } \frac{120}{120} \times h (\text{km}) = -20 - \frac{120}{120} \times h (\text{km}) = \text{دما در هر ارتفاع}$$

$$-40^\circ C = -20 - 20 = \text{دما در ارتفاع } 20 \text{ کیلومتری}$$

(الف) یون یدید با یونی که حاوی تکنسیم است اندازه مشابهی دارد.

(ب) نماد شیمیایی درست ایزوتوپ تکنسیم به صورت « ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ » است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به پاراگراف اول صفحه‌ی ۵ کتاب درسی عنصر ماده‌ای است که از یک نوع اتم تشکیل شده باشد. سایر گزینه‌ها با توجه به صفحه‌های ۲، ۳ و ۴ کتاب درسی درست هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
عبارت‌های «آ» و «ت» نادرست است.
بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست، در یک نمونه طبیعی آن سه ایزوتوپ یافت می‌شود که دو تای آن‌ها $(\text{}^1_1\text{H}, \text{}^2_1\text{H})$ پایدار است.

(ب) درست، در $\text{}^2_1\text{H}$ ، تعداد پروتون و الکترون و نوترون، یکسان و برابر ۱ است.

(پ) درست، درصد فراوانی $\text{}^1_1\text{H}$ حدود ۹۹/۹۸٪ است که جرم آن تقریباً ۱ amu است.

(ت) نادرست، نقطه جوش یک خاصیت فیزیکی وابسته به جرم است که در ایزوتوپ‌های مختلف متفاوت است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
ایزوتوپ‌های یک عنصر در برخی خواص فیزیکی وابسته به جرم با یکدیگر تفاوت دارند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فقط مورد الف نادرست است. برای مثال در $\text{}^{99}_{43}\text{Tc}$ که خاصیت پرتوزایی دارد این نسبت کم‌تر از ۱/۵ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه‌ی عبارات درست هستند. بررسی عبارت‌ها:
(آ) شمار عنصرها در دوره‌های جدول دوره‌ای به ترتیب از دوره‌ی اول تا هفتم برابر ۲، ۸، ۸، ۱۸، ۱۸، ۳۲ و ۳۲ است. پس در ۵ دوره‌ی اول، ۵۴ عنصر و در دو دوره‌ی آخر، $64 = (118 - 54)$ عنصر وجود دارد. (بیش‌تر از نصف عناصر در دو دوره آخر قرار دارند).
(ب) شمار ایزوتوپ‌های طبیعی پایدار هیدروژن، برابر ۲ است. شمار ایزوتوپ‌های پایدار یک نمونه ی طبیعی کلر هم ۲ است.
(پ) عنصر دوره‌ی ۳ و گروه ۱۷، $\text{}^{35}_{17}\text{Cl}$ (با عدد اتمی ۱۷) و سنگین‌ترین ایزوتوپ هیدروژن، $\text{}^3_1\text{H}$ (با عدد جرمی ۳) است که اختلاف خواسته شده برابر ۱۰ می‌شود که برابر عدد اتمی Ne است که پس از He و Ar، سومین گاز نجیب فراوان مشتری است.
(ت) ایزوتوپ کربن که مبنای جرم اتمی است همان ایزوتوپ $\text{}^{12}_6\text{C}$ است که ۶ پروتون و ۶ نوترون در هسته‌ی خود دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نخستین عنصر جدول هیدروژن است که دارای ۷ ایزوتوپ است. $\text{}^3_1\text{H}$ ایزوتوبی از هیدروژن است که تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در آن برابر ۱ است. درصد فراوانی $\text{}^3_1\text{H}$ در نمونه طبیعی آن ناچیز است.
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): چهل و سومین عنصر جدول، تکنسیم $(\text{}^{99}_{43}\text{Tc})$ است. نسبت $\frac{n}{p}$ در این رادیوایزوتوپ کم‌تر از ۱/۵ است.

$$\frac{n}{p} = \frac{99 - 43}{43} \cong 1/2$$

گزینه (۲): نود و دومین عنصر جدول دوره‌ای، اورانیوم است. $^{235}_{92}\text{U}$ به عنوان سوخت در راکتورهای هسته‌ای استفاده می‌شود. درصد فراوانی $^{235}_{92}\text{U}$ در نمونه طبیعی کم‌تر از ۰/۷٪ است.

گزینه (۴): پانزدهمین عنصر جدول دوره‌ای، فسفر (P) است. رادیوایزوتوپ فسفر از جمله رادیوایزوتوپ‌هایی است که در ایران تولید می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هیدروژن دارای پنج رادیو ایزوتوپ (H^3, H^4, H^5, H^6, H^7) است که اغلب آن‌ها (همه به جز H^3) ساختگی هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مرگ ستاره اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود عنصرهای تشکیل‌دهنده آن در فضا پراکنده شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱

$$\text{عبارت} = (A - B) \cup \underbrace{[(B \cap A') \cup A'] \cap (A \cap B')}_{A'} = (A - B) \cup \underbrace{[A' \cap (A \cap B')]}_{\emptyset} = A - B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲

دنباله حسابی $۴, a, b, c, ۳۲, \dots$

$$\begin{cases} t_1 = ۴ \\ t_5 = ۳۲ \Rightarrow t_1 + ۴d = ۳۲ \Rightarrow ۴ + ۴d = ۳۲ \Rightarrow d = ۷ \end{cases}$$

$$\begin{matrix} +۷ & +۷ & +۷ & +۷ \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{matrix}$$

$$۴, ۱۱, ۱۸, ۲۵, ۳۲ \Rightarrow a = ۱۱, b = ۱۸, c = ۲۵$$

دنباله هندسی $۴, d, e, ۳۲, \dots$

$$\begin{cases} t_1 = ۴ \\ t_۴ = ۳۲ \Rightarrow t_1 t_۳ = ۳۲ \Rightarrow ۴ r^۳ = ۳۲ \Rightarrow r^۳ = ۸ \Rightarrow r = ۲ \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \times ۲ & \times ۲ & \times ۲ \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{matrix}$$

$$۴, ۸, ۱۶, ۳۲ \Rightarrow d = ۸, e = ۱۶$$

$$a + b + c + d + e = ۱۱ + ۱۸ + ۲۵ + ۸ + ۱۶ = ۷۸$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳

$$(B \cap A') \cup [(B \cap A) \cap (B \cup A)] = B$$

$$\underbrace{(B - A)}_{(B - A)} \cup \underbrace{(B \cap A)}_{(B \cap A)} = B$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴

$$\frac{1}{۲}a + ۲b + \frac{۳}{۲}c + a + \left(-\frac{1}{۲}b\right) = \frac{۳}{۲}a + \frac{۳}{۲}b + \frac{۳}{۲}c = \frac{۳}{۲}(a + b + c) = ۲۷$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۵

$$\left. \begin{aligned} x \in B' &\Rightarrow x \in A \cup B' \\ A \cup B' &\subset A \cap B \end{aligned} \right\} x \in A \cap B \Rightarrow x \in B \Rightarrow B' \subset B \Rightarrow B' = \emptyset \Rightarrow B = U$$

داریم:

تذکر: از راه چک کردن گزینه‌ها نیز به سادگی تست حل می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون میزان افزایش جمله t ام نسبت به جمله $t-۲$ $t - ۲d \leftarrow t - ۲$ و دو برابر میزان افزایش

جمله $t+۱$ ام نسبت به جمله t ام $a_{t+۱} - a_t = d \leftarrow a_{t+۱} - a_t$ است و $a = ۰$

$$a_n = bn + c \Rightarrow \begin{cases} a_5 = ۵b + c = ۲۰ \\ a_{۱۰} = ۱۰b + c = ۴۵ \end{cases} \Rightarrow ۵b = ۲۵ \Rightarrow b = ۵$$

$$c = -۵$$

$$a_n = ۵n - ۵ \Rightarrow a_{۱۹} = ۵ \times ۱۹ - ۵ = ۹۰$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر حاصل ضرب ۵ جمله اول را $t_۱$ و حاصل ضرب ۵ جمله دوم را $t_۲$ و حاصل ضرب ۵ جمله سوم را $t_۳$

۷

در نظر بگیریم، می‌دانیم که $t_۱, t_۲, t_۳, \dots$ تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. پس:

$$۹۰ \quad (۳۱) \quad ۳۱۲ \quad ۳۱ \quad ۸۱۰$$

$$t_1 \times t_2 = t_3 \Rightarrow t_1 \times \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{25} \right) \Rightarrow t_1 \times \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5^2} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{3^{10}}$$

$$t_1 = a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \Rightarrow a_3 = ?$$

$$t_1 = \frac{a_1 \times a_5 \times a_2 \times a_4 \times a_3}{a_3^2 \times a_3^2} = a_3^5 = \left(\frac{5}{3} \right)^{10} \Rightarrow a_3 = \left(\frac{5}{3} \right)^2 = \frac{25}{9}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر a, b, c سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، آنگاه داریم:

$$ac = b^2$$

$$(x-3)(x+3) = (x-1)^2 \quad \text{پس:}$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

$$2, 4, 8, 3x + y, \dots \quad \text{دنباله را بازنویسی می‌کنیم:}$$

$$3x + y = 16 \xrightarrow{x=5} 3 \times 5 + y = 16 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 4x + 2y = 4 \times 5 + 2 \times 1 = 22$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} ((A-B) \cup (B-A))' &= ((A \cap B') \cup (B \cap A'))' = (A \cap B')' \cap (B \cap A')' \\ &= (A' \cup B) \cap (B' \cup A) = (A' \cap B') \cup (A \cap B) \Rightarrow ((A-B) \cup (B-A))' \\ &= (A' \cap B') \cup (A \cap B) \end{aligned}$$

$$k, a_2, a_3, a_4, a_5, 22$$

.....