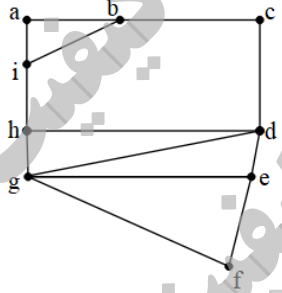


|                                                                                                  |                         |                     |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                            | تعداد صفحه: ۲           | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دوازدهم                                                                                          | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹ | نام و نام خانوادگی: | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |                         |                     |                      |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir                             |                         |                     |                      |

| ردیف | سؤالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | نمره |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | جملات زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید.<br>(الف) اگر $a, b$ دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $27 b$ ، $9a b$ آنگاه $a = \dots$ است.<br>(ب) اگر در گراف $G$ از مرتبه ۷ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر با ..... است.<br>(پ) مجموع درایه های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ۴ برابر با ..... است.                      | ۰/۷۵ |
| ۲    | درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.<br>(الف) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد.<br>(ب) اگر $\alpha, \beta$ دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ عددی گنگ است.<br>(پ) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر با ۱۵ است.                                                     | ۰/۷۵ |
| ۳    | اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a 3m - 4$ ، $2a 5m - 2$ جوابهای صحیح $a$ را مشخص کنید؟ ( $m \in \mathbb{Z}$ )                                                                                                                                                                                                                                                    | ۱/۵  |
| ۴    | اگر $m, n$ دو عدد طبیعی و $a, b$ دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ و $a^n \equiv b^m$ نشان دهید، $a^n \equiv b^n$ .                                                                                                                                                                                                                                          | ۱    |
| ۵    | برای دو عدد حقیقی $x, y$ نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱/۲۵ |
| ۶    | اگر $a, b$ دو عدد صحیح باشند و $5ab$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است.                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱/۲۵ |
| ۷    | شخصی در یک مسابقه پرتاب دarts، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتابهای ۹ امتیازی او چندتاست؟                                                                                                                                                                                                                      | ۱/۵  |
| ۸    | گراف $G$ با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم:<br>$N_G(d) = \{a, b, c\}$ ، $N_G(c) = \{d, b\}$ ، $N_G(b) = \{a, d, c\}$<br>(الف) گراف $G$ را رسم کنید.<br>(ب) یک دور به طول ۴ از گراف $G$ بنویسید.<br>(پ) دو زیر گراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف $G$ رسم کنید.<br>(ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید. | ۲    |
| ۹    | مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یالهای گراف $G$ اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می شود.<br>مرتبه گراف $G$ چقدر است؟                                                                                                                                                                                                                              | ۱    |

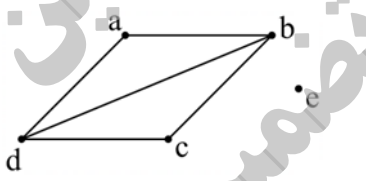
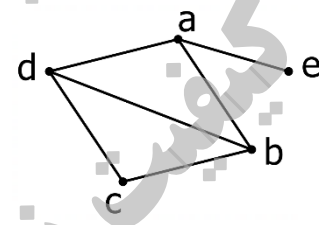
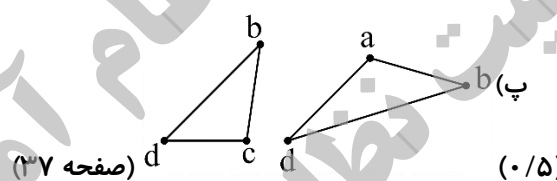
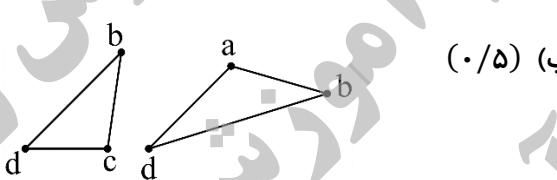
|                                                                                                  |                         |                     |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                            | تعداد صفحه: ۲           | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دوازدهم                                                                                          | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹ | نام و نام خانوادگی: | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |                         |                     |                      |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir                             |                         |                     |                      |

| ردیف        | سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)                                                                                                                                                                                                                                | نمره |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۰          | یک گراف ۴ راسی غیر تهی $k$ - منتظم رسم کنید که:<br>(الف) بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.<br>(ب) کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.                                                                                                                                                           | ۱    |
| ۱۱          | (الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی از گراف مقابل را بنویسید.<br>(ب) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید.                                                                                                                                                                | ۱/۵  |
|             |                                                                                                                                                                                                             |      |
| ۱۲          | به چند طریق می‌توان ۶ نفر را در سه اتاق ۱، ۲، ۳ نفره اسکان داد؟                                                                                                                                                                                                                              | ۰/۷۵ |
| ۱۳          | معادله $X_1 + 2\sqrt{X_2} + X_3 + X_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟                                                                                                                                                                                                                        | ۱/۷۵ |
| ۱۴          | (الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را $A$ بنامید.<br>(ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت<br>$\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین $A$ بسازید و آن را $B$ بنامید.<br>(پ) آیا $A, B$ متعامدند؟ چرا؟ | ۱    |
| ۱۵          | در بین اعداد مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۴ بخش پذیر نباشند.                                                                                                                                                             | ۱/۵  |
| ۱۶          | ۱۳ نقطه درون یک مستطیل $3 \times 4$ قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است.                                                                                                                                                | ۱/۵  |
| جمع نمره    | موفق باشید                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۲۰   |
| صفحه ۲ از ۲ |                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |

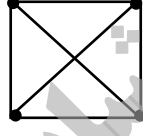
|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                     |  | رشته: ریاضی و فیزیک                                                  |                      |
| دوازدهم                                                                                          |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹                                               | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir |                      |
|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | نمره |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | الف) $a=3$ (صفحه ۱۱) ب) $\Delta(G)=6$ (صفحه ۵۳) پ) $(\cdot/25)$ ۱۰ (صفحه ۶۲)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۰/۷۵ |
| ۲    | الف) $(\cdot/25)$ درست (صفحه ۴۰) ب) $(\cdot/25)$ نادرست (صفحه ۳) پ) $(\cdot/25)$ نادرست (صفحه ۷۸)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۰/۷۵ |
| ۳    | $2a 5m-2 \Rightarrow 2a 15m-6$ (صفحه ۱۲)<br>$\Rightarrow 2a 14$ (صفحه ۱۲) $\Rightarrow a 7$ (صفحه ۱۲)<br>$2a 3m-4 \Rightarrow 2a 15m-20$ (صفحه ۱۲)<br>$\Rightarrow a = \pm 1, \pm 7$ (صفحه ۱۲)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۱/۵  |
| ۴    | $a \equiv b \Rightarrow m a-b$ (صفحه ۲۰)<br>$\Rightarrow m (a-b)(a^{n-1}+ba^{n-2}+\dots+b^{n-1})$ (صفحه ۲۰)<br>$\Rightarrow m a^n-b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n$ (صفحه ۲۰)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱    |
| ۵    | نامساوی همواره برقرار است. $(\cdot/25)$ چه با استفاده از نماد $(\Leftrightarrow)$ و چه به صورت توضیحی، به برگشت پذیر بودن مراحل اشاره شود. (نمره تعلق بگیرد.)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱/۲۵ |
| ۶    | روش اول:<br>$ab \Rightarrow ab$ فرد $(\cdot/25) \Rightarrow a, b$ هر دو فرد $(\cdot/25) \Rightarrow (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 =$<br>$4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 2 \left( \underbrace{2k^2 + 2k + 2k'^2 + 2k' + 1}_q \right)$ (صفحه ۵)<br>$a^2 + b^2 = 2q$ (صفحه ۵)<br>روش دوم: مربع هر عدد فرد به صورت $4k+1$ است. وقتی $ab$ فرد است، بنابر این $a$ و $b$ هر دو فرد هستند. $(\cdot/25)$ بنابر این $a^2 + b^2 = (4k+1) + (4k'+1) = 2 \left( \underbrace{2k^2 + 2k + 2k'^2 + 2k' + 1}_q \right) = 2q$ (صفحه ۵) عددی زوج می شود. $(\cdot/25)$<br>روش سوم: وقتی $ab$ فرد است، بنابر این $a, b$ هر دو فرد هستند. در نتیجه توان دوم آن ها یعنی $a^2, b^2$ هر دو فرد هستند. از آن جا که مجموع دو عدد فرد عددی زوج است $(\cdot/25)$ ، بنابر این $a^2 + b^2$ عددی زوج است. | ۱/۲۵ |

|                                                                                                  |  |                                                |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                     |  | رشته: ریاضی و فیزیک                            |                      |
| دوازدهم                                                                                          |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹                         | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه                                                                             |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش |                      |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |  | azmoon.medu.gov.ir                             |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | نمره |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۷    | <p>(صفحه ۲۸) روش اول:</p> $7x + 9y = 183 \rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \pmod{25} \xrightarrow{+18} 7x \equiv 21 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 3 \pmod{25}$ $\Rightarrow x = 9k + 3 \pmod{25} \Rightarrow 7(9k + 3) + 9y = 183 \pmod{25} \Rightarrow y = 18 - 7k \pmod{25}$ <p>حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی <math>y = 18 \pmod{25}</math></p> <p>روش دوم:</p> $7x + 9y = 183 \rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \pmod{25} \xrightarrow{+25} 9y \equiv 26 \xrightarrow{\div 9} y \equiv 4 \pmod{25}$ $\Rightarrow y = 7k + 4 \pmod{25} \Rightarrow 7x + 9(7k + 4) = 183 \pmod{25} \Rightarrow x = 21 - 9k \pmod{25}$ <p>حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی <math>y = 18 \pmod{25}</math></p> <p>(به روش‌های صحیح دیگر، به تناسب نمره تعلق گیرد.)</p> | ۱/۵  |
| ۸    | <p>روش اول: الف) (صفحه ۵۳) (۰/۵)</p>  <p>ت) <math>4 + 5 = 9 \pmod{5}</math> (صفحه ۳۸)</p> <p>روش دوم: الف) رسم شکل (۰/۵)</p>  <p>ت) <math>3 + 4 = 7 \pmod{5}</math> (همکار گرامی دانش آموز هر کدام از حالتها را درست نوشت، لطفاً نمره کامل تعلق گیرد)</p> <p>ب) <math>abcd a \pmod{5}</math> (صفحه ۳۸) (۰/۵)</p> <p>یا <math>(adcba, bcdab, badcb, cdabc, dabcd, dcba d)</math></p> <p>پ) (۰/۵)</p>          | ۲    |
| ۹    | <p>روش اول: (صفحه ۳۹ یا ۴۲)</p> $2q = 24 \pmod{25} \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \pmod{25} \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6 \pmod{25}$ <p>روش دوم: اگر یالی به گراف اضافه گردد، مجموع درجات گراف جدید، ۲ واحد از مجموع درجات گراف قبل بیشتر است، بنابراین با اضافه شدن ۳ یال جدید، ۶ واحد به مجموع درجات راس‌های گراف <math>G</math> اضافه می‌شود. (۰/۲۵)</p> $2q(G) + 6 = 2q(K_n) = n(n-1) \pmod{25}$ <p>بنابر این، <math>30 = n^2 - n \pmod{25}</math>، در نتیجه <math>n = 6 \pmod{25}</math></p>                                                                                                                                                                                                                         | ۱    |
|      | صفحه ۲ از ۴                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |

|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                     |  | رشته: ریاضی و فیزیک                                                  |                      |
| دوازدهم                                                                                          |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹                                               | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir |                      |
|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | نمره |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۰   | (صفحه ۴۲)<br>(الف)<br><br>(۰/۵)<br>(ب)<br><br>(۰/۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۱    |
| ۱۱   | (صفحه ۴۷ یا ۵۲)<br>(الف) (به مجموعه های مینیمال سه عضوی دیگر بارم تعلق گیرد) (۰/۵)<br>$D = \{e, b, h\}$<br>(ب) روش اول: $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{4+1} \right\rceil = 2$ (۰/۵)<br>طرفی مجموعه $D = \{g, b\}$ (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است. پس: $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵)<br>روش دوم: با توجه به اینکه $D = \{g, b\}$ (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است و همچنین هیچ مجموعه احاطه گر یک عضوی وجود ندارد، (۰/۲۵) (گراف با یک راس احاطه نمی شود. زیرا گراف مرتبه ۹ است و هیچ راسی از درجه ۸ وجود ندارد.) بنابر این عدد احاطه گری برابر ۲ است. (۰/۵) | ۱/۵  |
| ۱۲   | (صفحه ۵۹) روش اول: $\frac{6! \cdot (0/25)}{2! \cdot (0/25) \times 3! \cdot (0/25)} = 60$<br>روش دوم: $\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} = 60$<br>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۰/۷۵ |
| ۱۳   | (صفحه ۷۱)<br>$x_1 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5$ (۰/۲۵) $\rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21$ (۰/۲۵)<br>$x_1 = 1 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3$ (۰/۲۵) $\rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10$ (۰/۲۵)<br>$x_1 = 4 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3$ (۰/۲۵)<br>$21 + 10 + 3 = 34$ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۱/۷۵ |
| ۱۴   | (الف)<br>$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵)<br>(ب)<br>$B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵)<br>$\Rightarrow \begin{pmatrix} 14 & 23 & 32 & 41 \\ 41 & 14 & 23 & 32 \\ 32 & 41 & 14 & 23 \\ 23 & 32 & 41 & 14 \end{pmatrix}$<br>(پ) خیر - (۰/۲۵) زیرا مربع لاتین ادغام شده، دارای درایه های تکراری است. (۰/۲۵)<br>(صفحه ۶۴)                                                                                                                                                    | ۱    |

|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                     |  | رشته: ریاضی و فیزیک                                                  |                      |
| دوازدهم                                                                                          |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹                                               | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir |                      |
|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |

| ردیف        | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | نمره |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۵          | <p>(صفحه ۷۴)</p> $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 \mid n\} \Rightarrow  A  = \left[ \frac{400}{6} \right] = 66 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \mid n\} \Rightarrow  B  = \left[ \frac{400}{4} \right] = 100 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 12 \mid n\} \Rightarrow  A \cap B  = \left[ \frac{400}{12} \right] = 33 \text{ (} ۰/۵ \text{)}$ $ \overline{A \cup B}  =  S  - ( A  +  B  -  A \cap B ) \text{ (} ۰/۲۵ \text{)} = 400 - (66 + 100 - 33) = 267 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ | ۱/۵  |
| ۱۶          | <p>مستطیل را به ۱۲ خانه مربع شکل <math>1 \times 1</math> تقسیم می کنیم (۰/۲۵).</p> <p>۱۳ نقطه را تعداد کبوترها (۰/۲۵) و ۱۲ خانه را تعداد لانه ها (۰/۲۵)</p> <p>در نظر می گیریم. بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) چون تعداد کبوترها از یک برابر تعداد لانه ها ۱ واحد بیشتر است، لذا خانه ای وجود دارد که شامل بیش از یک کبوتر است. در هر خانه مربع شکل حداکثر فاصله نقاط برابر قطر مربع یعنی <math>\sqrt{2}</math> است. <math>AB &lt; d = \sqrt{2}</math> (۰/۵)</p> <p>(صفحه ۸۴)</p>                                                       | ۱/۵  |
|             | جمع                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۲۰   |
| صفحه ۴ از ۴ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |