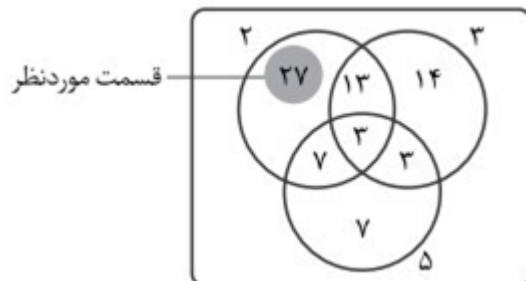


۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مجموعه‌های A ، B و C را مضارب ۲ و ۳ و ۵ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\begin{aligned} n(A \cap B' \cap C') &= n(A \cap (B' \cap C')) = n(A \cap (B \cup C)') = n(A) - n(A \cap (B \cup C)) \\ &= n(A) - n((A \cap B) \cup (A \cap C)) = n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\ &= \left[\frac{100}{2} \right] - \left[\frac{100}{6} \right] - \left[\frac{100}{10} \right] + \left[\frac{100}{30} \right] = 50 - 16 - 10 + 3 = 27 \end{aligned}$$

راه حل دوم: استفاده از نمودار ون



$27 =$ اعدادی که فقط در مضارب ۲ قرار دارند = تعداد مورد نظر

۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sim p : d \rightarrow p : n$$

$$q : d \rightarrow \sim q : n$$

$$\sim((\sim q \wedge r) \wedge p) \wedge r \equiv \sim((\text{دلخواه} \wedge n) \wedge \text{دلخواه})$$

$$\equiv \sim(n \wedge n) \wedge \text{دلخواه} \equiv \sim(n) \wedge \text{دلخواه} \equiv (d) \wedge \text{دلخواه} \equiv \text{دلخواه}$$

$$(p \vee q) \text{ درست} \Rightarrow p \text{ درست}$$

ترکیب فصلی $(p \vee q)$ با هر گزاره‌ی دیگری درست است. $\Rightarrow$

۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-x^2 + 2x - 2 : \text{عبارت درجه دو بادلتهای منفی}$$

همواره موافق علامت ضریب x^2 یعنی منفی است.

$$\sim(\forall P |x|) \equiv \exists \sim P |x| \text{ توجه}$$

۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} n(S) = 2^5 \text{ (تایی مرتب: (د د د د د))} \\ n(A) = \binom{5}{2} \rightarrow \text{در مکان دختر و مابقی پسر ۲} \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

6

در این صورت یکی از دو حالت زیر امکان پذیر است:

حالت اول: $a = 4$ باشد. در این صورت داریم:

در این حالت، برای برقراری تساوی دو مجموعه‌ی A و B ، لازم است $b = 3$ و $b + 1 = 2$ باشد که امکان‌پذیر نیست.

حالت دوم: $b + 1 = 4$ باشد. در این صورت $b = 3$ است و داریم:

$$A = \{a, \mathfrak{r}, \mathfrak{s}\}, B = \left\{ \mathfrak{r}, \frac{a}{\mathfrak{r}}, \mathfrak{s} \right\}$$

در این حالت، برای برقراری تساوی دو مجموعه‌ی A و B ، کافی است $a = \frac{a}{4}$ باشد که در نتیجه $a = 0$ است.

تذکر: در حالت دوم، مجموعه‌های A و B حتماً ۳ عضوی هستند، چون در غیر این صورت a باید برابر ۳ یا ۴ باشد که در این صورت $\frac{a}{4}$ مخالف ۳ و ۴ خواهد بود.

Y

۴ از جعبه اول	۸ سالم	۱۴ سالم
۶ از جعبه دوم	۲ فاسد	۴ فاسد

جعبه جدید (۱۰ سیب) جعبه دوم (۱۰ سیب) جعبه اول (۱۸ سیب)

احتمال اینکه سیب خارج

شده از جعبه اول باشد.

احتمال اینکه سیب

خارج شده از جعبه دوم

باشد.

$$P = \frac{4}{10} \times \frac{4}{18} + \frac{6}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{47}{225}$$

احتمال فاسد بودن سیب
جعبه اول

احتمال فاسد بودن سیب
جعبه دوم

人

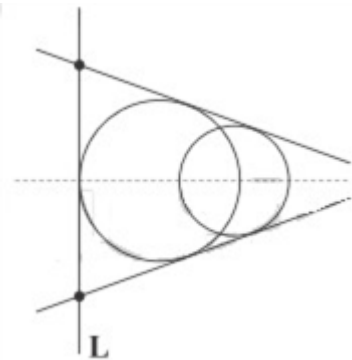
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{6}{10} \rightarrow \text{مهره زرد} \quad \left(\begin{array}{l} \text{مهره زرد ۸} \\ \text{مهره قرمز ۵} \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{\binom{5}{2}}{\binom{13}{2}}} \text{مهره قرمز ۲} \\ \frac{4}{10} \rightarrow \text{مهره قرمز} \quad \left(\begin{array}{l} \text{مهره زرد ۷} \\ \text{مهره قرمز ۶} \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{\binom{6}{2}}{\binom{13}{2}}} \text{مهره قرمز ۲} \end{array} \right.$$

ظرف اول
(مرحله اول انتخاب)

$$\text{(مرحله دوم انتخاب)} \quad \binom{6}{2} = 15, \binom{5}{2} = 10, \binom{13}{2} = 78$$

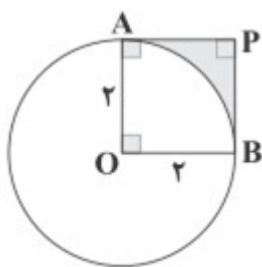
$$\Rightarrow \text{جواب} = \frac{6}{10} \times \frac{10}{78} + \frac{4}{10} \times \frac{15}{78} = \frac{2}{13}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از آنجایی که $1 < 8 < 9$ ، پس $|R - R'| < OO' < R + R'$ ، بنابراین دو دایره متقاطع هستند و شکل آن‌ها به صورت زیر است:



پس ۲ نقطه روی خط L می‌توان یافت که از آن‌ها بر دو دایره، خطی مماس باشد.

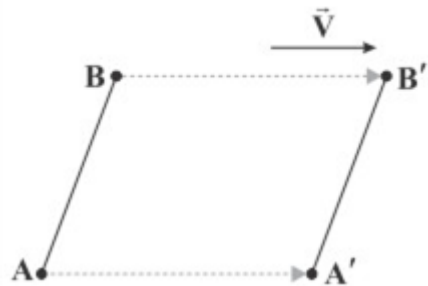
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این که شعاع در نقطه‌ی تماس بر مماس عمود است، بنابراین مطابق شکل $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ و چهارضلعی PAOB مربع خواهد بود، (زیرا دارای ۴ زاویه‌ی قائمه و اضلاع مجاورش با هم برابرند). بنابراین داریم:



$$S_{\text{هشور}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{ربع دایره}} = (OA)^2 - \frac{1}{4} \pi R^2 = 4 - \pi$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اولاً: می‌دانیم انتقال شیب خط را حفظ می‌کند، پس:

$$A'B' \parallel AB$$



ثانیاً: می‌دانیم در انتقال خطوطی که هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کنند با بردار انتقال موازیند، پس:

$$AA' \parallel BB' \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که چهارضلعی $ABB'A'$ متوازی‌الاضلاع است.

دقت کنید: چهارضلعی $ABB'A'$ الزاماً متوازی‌الاضلاع است و در حالات خاص ممکن است لوزی یا مستطیل باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

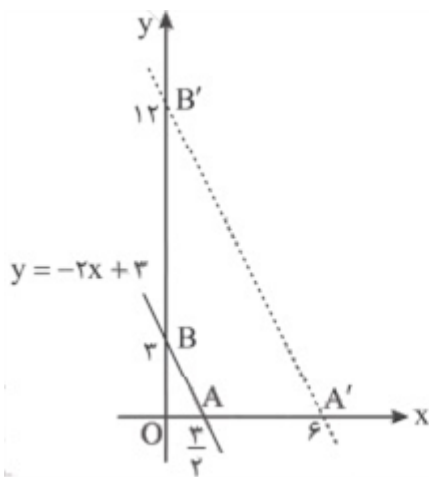
$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 4^2 \times 5 + 6^2 \times 3 = AD^2 \times 8 + 3 \times 5 \times 8 \Rightarrow 80 + 108 = 8AD^2 + 120$$

$$\Rightarrow 8AD^2 = 68 \Rightarrow AD^2 = \frac{17}{2} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳

خط $y = -2x + 3$ ، محور طول‌ها را در نقطه‌ای قطع می‌کند که $y = 0$ باشد. پس داریم:



$$0 = -2x + 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

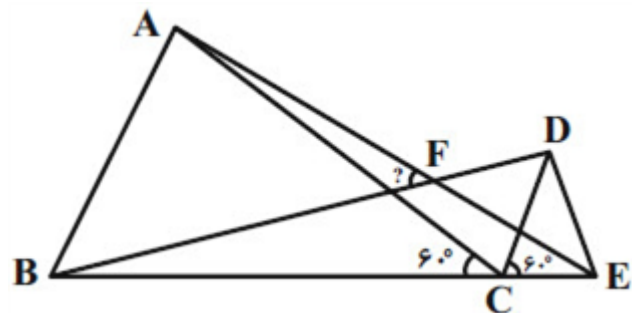
تصویر آن محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۶ قطع می‌کند، پس نسبت تجانس برابر است با:

$$K = \frac{6}{\frac{3}{2}} = 4 \Rightarrow \frac{OB'}{OB} = 4 \Rightarrow OB' = 3 \times 4 = 12$$

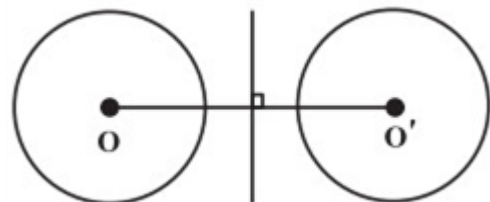
$$S_{ABB'A'} = S_{\triangle OAB'} - S_{\triangle OAB} = \frac{6 \times 12}{2} - \frac{\frac{3}{2} \times 3}{2} = 36 - \frac{9}{4} = 33\frac{3}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل نقطه E با یک دوران به مرکز C و زاویه 60° به نقطه D نگاشته می‌شود. ۱۴

نقطه A نیز با یک دوران 60° به مرکز C به نقطه B نگاشته می‌شود. در واقع با این دوران، مثلث ACE روی مثلث BCD تصویر می‌شود. بنابراین زاویه $\angle AFB$ برابر 60° خواهد بود.

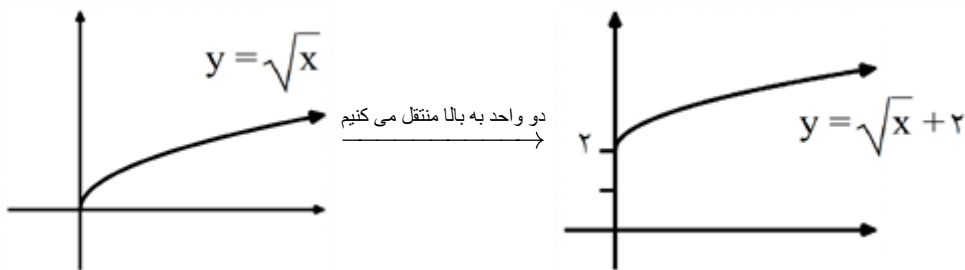


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵



اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه عمودمنصف پاره‌خط OO' (خط‌المركزین دو دایره)، محور بازتابی است که یک دایره را بر دیگری تصویر می‌کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید نمودار $y = \sqrt{x}$ را دو واحد به بالا منتقل کنیم.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این نمودار چون در ربع اول و دوم است باید گزینه‌ای انتخاب شود که دامنه آن $R - \{0\}$ و برد آن $(0, +\infty)$ باشد که $y = \frac{1}{|x|}$ این شرایط را دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 7 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -7 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{7}{-7} = -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} [x] = [5^-] = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x(x-5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} x^2 + 5x = 1 - 5 = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} ax - x = -a + 1$$

$$f(-1) = -a + 1$$

شرط پیوستگی:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = f(-1)$$

$$-a + 1 = -4 \Rightarrow a = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع را به صورت دو ضابطه می‌نویسیم:

$$f(x) = y = \begin{cases} (a+1)x - 2 & x \geq 2 \\ (a-1)x + 2 & x < 2 \end{cases}$$

به شرطی این تابع پیوسته، یک به یک است که هر دو ضابطه یا اکیداً صعودی باشند و یا اکیداً نزولی. پس شیب دو خط یا هر دو

$$\begin{cases} a+1 > 0, a-1 > 0 \Rightarrow a > 1 \\ a+1 < 0, a-1 < 0 \Rightarrow a < -1 \end{cases}$$

مثبت‌اند یا هر دو منفی.

پس به ازای $-1 \leq a \leq 1$ این تابع وارون‌پذیر نیست برای a سه عدد صحیح ۱ و ۰ و -۱ وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_4 + a_5 + a_6 = a_7 + a_8$$

$$\Rightarrow a + 3d + a + 4d + a + 5d = a + 6d + a + 7d \Rightarrow a = d$$

$$\frac{\text{جمله نهم}}{\text{جمله سوم}} = \frac{a + 8d}{a + 2d} = \frac{9d}{3d} = 3$$

$$A(a, 3), B(6, 4a + 1), O(0, 0)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۴)

سه نقطه‌ی A، B و O در یک راستا هستند، هرگاه:

$$m_{OA} = m_{OB}$$

$$m_{OA} = \frac{3 - 0}{a - 0} = \frac{3}{a}, m_{OB} = \frac{4a + 1 - 0}{6 - 0} = \frac{4a + 1}{6}$$

$$\frac{3}{a} = \frac{4a + 1}{6} \Rightarrow 4a^2 + a - 18 = 0 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(4)(-18)}}{2(4)} = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{8} \Rightarrow a = 2, \frac{-9}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون $r = 5$ و $L = 2$ است. پس داریم: (۲۵)

$$L = r\theta \Rightarrow 2 = 5\theta \Rightarrow \theta = \frac{2}{5}$$

$\theta = \frac{2}{5}$ که بر حسب رادیان است را بر حسب درجه به دست می‌آوریم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{\frac{2}{5}}{\pi} \Rightarrow D = \frac{72^\circ}{\pi}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۶)

$$A = \log_4 \sqrt[2]{4} = \log_{4^{\frac{1}{2}}} 4^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \log_{4^{\frac{1}{2}}} 4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$B = \log_9 \sqrt[3]{3} = \log_{9^{\frac{1}{3}}} 3^{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} \log_{9^{\frac{1}{3}}} 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. متمم زاویه‌ی 20° برابر 70° است. زاویه 70° را بر حسب رادیان می‌نویسیم. (۲۷)

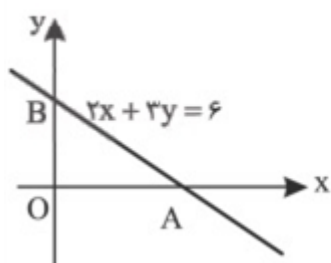
$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ}$$

$$\frac{R}{\pi} = \frac{70^\circ}{180^\circ} \Rightarrow R = \frac{7\pi}{18} \text{ رادیان}$$

$$\text{رادیان } 20^\circ : \frac{7\pi}{18} + \frac{\pi}{2} = \frac{8\pi}{9}$$

اختلاف مکمل و متمم هر زاویه برابر $\frac{\pi}{2}$ است. بنابراین داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم: (۲۸)



$$2x + 3y = 6 \quad \begin{cases} x_B = 0 \\ y_A = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_B = 2 \Rightarrow B(0, 2) \\ x_A = 3 \Rightarrow A(3, 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. محل برخورد خط با محورهای مختصات را به دست می آوریم:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \xrightarrow{x=0} \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow y = b \Rightarrow (0, b)$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \xrightarrow{y=0} \frac{x}{a} = 1 \Rightarrow x = a \Rightarrow (a, 0)$$

پس خط مورد نظر در هر شرایطی محور طول ها را در نقطه به طول a و محور عرض ها را در نقطه به عرض b قطع می کند که فقط در گزینه ۴ برقرار نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $x^2 - 3x - 1 = 0, \Delta = 9 + 4 = 13 > 0$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = 3 = S \\ \alpha\beta = -1 = P \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2PS = 27 - 3(-1)(3) = 36$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم برای اینکه مجموع ۲ عدد زوج باشد، باید هر دو زوج یا هر دو فرد باشند:

$$P(\text{مجموع زوج}) = \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{3}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{3+1}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{12+10}{60} = \frac{22}{60} = \frac{11}{30}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

جذب B

$B \cap A$

$$A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B]) = A' \cup ((B \cap A) \cap [B]) = A' \cup (B \cap A) \\ = (A' \cup B) \cap (A' \cup A) = A' \cup B = (A \cap B')' = (A - B)'$$

M مرجع

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{اندازه‌ی مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{11}$$

$$\text{اندازه‌ی مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{35}$$

$$\Rightarrow d^2 - (R + R')^2 = 11 \quad (1)$$

$$\Rightarrow d^2 - (R - R')^2 = 35 \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow (R + R')^2 - (R - R')^2 = 24 \Rightarrow 4RR' = 24 \Rightarrow RR' = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با فرض $AD = x$ و با استفاده از قضیه‌ی نیمساز زاویه‌ی داخلی می نویسیم:

$$\triangle ADC : \text{DE نیمساز} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{x}{DC} \Rightarrow DC = 2x$$

$$\triangle ABC : \text{AD نیمساز} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{2x} = \frac{3}{6} \Rightarrow BD = x$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی طول نیمساز داخلی داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow x^2 = 3 \times 6 - x \times 2x$$

$$\Rightarrow x^2 = 18 - 2x^2 \Rightarrow 3x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۵

طبق قضیه هرون داریم:

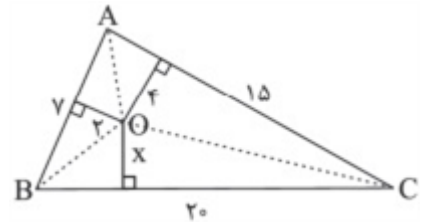
$$P = \frac{7 + 15 + 20}{2} = 21$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{21(21-7)(21-15)(21-20)} = 42$$

با وصل کردن O به سه رأس مثلث داریم:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} \Rightarrow 42 = \frac{7 \times 7}{2} + \frac{4 \times 15}{2} + \frac{x \times 20}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شرط پیوستگی تابع f در نقطه‌ی $x = 0$ این است که حد تابع در نقطه‌ی $x = 0$ موجود و با $f(0)$ برابر باشد، بنابراین داریم: ۳۶

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

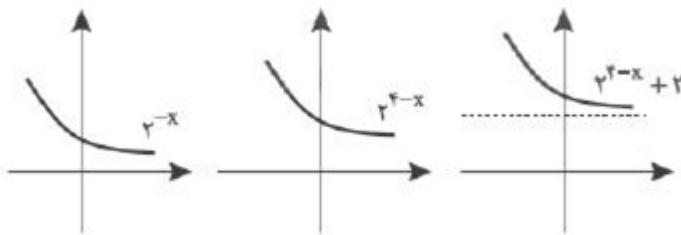
$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} \times \frac{\cos x + \sqrt{\cos x}}{\cos x + \sqrt{\cos x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos x}{(1 - \cos^2 x)(\cos x + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos x - 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)(\cos x + \sqrt{\cos x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{(1 + \cos x)(\cos x + \sqrt{\cos x})} = \frac{-1}{4} \Rightarrow f(0) = a \xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} a = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۷

خط $x = -4$ ریشه داخل پرانتز جلوی لگاریتم است.



$$b + x = 0 \Rightarrow b = -x = 4$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow 0 = a - \log_2(4 + 0) \Rightarrow a = 2$$

$$y = 2^{b-x} + a = 2^{4-x} + 2$$

$$\sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow[\text{به توان ۲ می رسانیم}]{x>4} x+2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \text{ ق ق} \\ x=2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$x=7 \Rightarrow \frac{a}{8} + \frac{2}{7} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{a}{8} = \frac{1}{2} - \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{a}{8} = \frac{7-4}{14} \Rightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{14} \Rightarrow a = \frac{12}{7}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع جزء صحیح، به هر عدد صحیح k و تمام اعداد میان دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ ، را نسبت می‌دهد.

$$\left[\frac{2x-1}{3} \right] = 5 \Rightarrow 5 \leq \frac{2x-1}{3} < 6 \xrightarrow{\times 3} 15 \leq 2x-1 < 18$$

$$\xrightarrow{+1} 16 \leq 2x < 19 \xrightarrow{\div 2} 8 \leq x < \frac{19}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$ داریم:

$$\log(x+1) - \log \sqrt{x+5} = 1 - \log \sqrt{50} \Rightarrow \log \frac{x+1}{\sqrt{x+5}} = \log \sqrt{100} - \log \sqrt{50}$$

$$\Rightarrow \log \frac{x+1}{\sqrt{x+5}} = \log \sqrt{\frac{100}{50}} \Rightarrow \frac{x+1}{\sqrt{x+5}} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \frac{x^2 + 2x + 1}{x+5} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1}{x+5} = 2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x + 10 \Rightarrow x^2 = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=3 \text{ (ق ق)} \\ x=-3 \Rightarrow \text{غیر قابل قبول، زیرا در دامنه لگاریتم قرار ندارد} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=3 \Rightarrow \log \frac{\sqrt{x}}{9} = \log \frac{\sqrt{3}}{9} = \log \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^2} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{3^4} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: تندی الکترون‌های آزاد $10^6 \frac{m}{s}$ است.

گزینه ۲: سرعت سوق تقریباً $10^{-4} \frac{m}{s}$ یا $10^{-5} \frac{m}{s}$ است.

گزینه ۳: هر حرکت باری، معنای جریان الکتریکی ندارد؛ بار خالص باید در رسانا شارش یابد تا جریان الکتریکی داشته باشیم.

$$Nd = L \Rightarrow \frac{N}{L} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سیم‌ها به هم چسبیده‌اند.

$$B = \mu \cdot \frac{N}{L} I \Rightarrow B = \frac{\mu \cdot I}{d} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 0 / 5}{3 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-4} T = 2 G$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$q' = -nc = -2/5 \times 10^{11} \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow q' = -40 \times 10^{-9} C = -40 nC$$

$$q_t = q_i + q' = +30 - 40 = -10 nC$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۴

در اثر القای الکتریکی دو کره فلزی A و B دارای بار یکسان القایی می‌شوند یعنی کره A دارای بار مثبت (+Q) و کره B به همان اندازه دارای بار منفی (-Q) می‌شود بنابراین:

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \frac{\frac{Q_B}{A_B}}{\frac{Q_A}{A_A}} = \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی از رابطه $\Delta U = q\Delta V$ به دست می‌آید. داریم:

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow U_B - U_A = q(V_B - V_A) \Rightarrow \Delta U = -2 \times 10^{-6} \times (20 - (-10)) = -6 \times 10^{-5} J$$

$$\Rightarrow U_B - U_A = -6 \times 10^{-5} \Rightarrow 0.8 \times 10^{-2} - U_A = -6 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{-4} - U_A = -0.6 \times 10^{-4} \Rightarrow U_A = 8.6 \times 10^{-4} J = 0.86 mJ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مادامی که خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن با اختلاف پتانسیل الکتریکی باتری، برابر است، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سرش ثابت می‌ماند و از طرفی هم وقتی صفحات خازن را از باتری جدا می‌کنیم، راهی برای جابه‌جا شدن بارها وجود ندارد، پس بار ذخیره‌شده روی صفحات خازن، ثابت می‌ماند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه مقاومت سیم برحسب ساختمان آن، داریم:

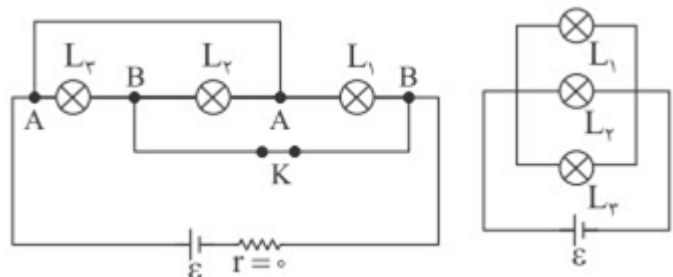
$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\rho_2=\rho_1, A_2=A_1} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\xrightarrow{L_2=(L_1-3)m} \frac{1}{4} = \frac{L_1-3}{L_1} \Rightarrow L_1 = 4L_1 - 12 \Rightarrow 3L_1 = 12 \Rightarrow L_1 = 4m$$

$$R_2 = R_1 - \frac{75}{4} R_1 = \frac{1}{4} R_1$$

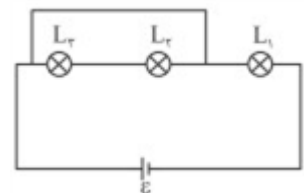
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۸

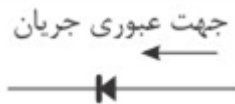
دقت کنید که باتری آرمانی است و اختلاف پتانسیل باتری $\mathcal{E}$ است. در حالت اول سه لامپ موازی بسته شده‌اند پس اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_1 و $\mathcal{E}$ است.



با باز شدن کلید، لامپ‌های L_2 و L_3 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند و تنها لامپ L_1 به باتری متصل است، اما مجدد اختلاف پتانسیل باتری همان $\mathcal{E}$ باقی می‌ماند.

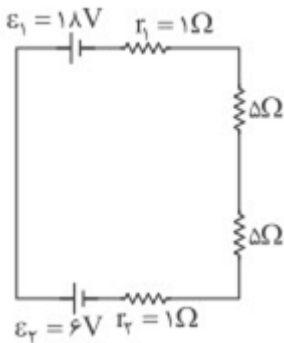
چون اختلاف پتانسیل لامپ تغییر نکرده، توان مصرفی آن ثابت مانده و روشنایی لامپ تغییر نمی‌کند.





دیود یکسوکننده بوده و تنها جریان از یک طرف آن عبور می‌کند:

با توجه به جهت قرارگیری دیود، جریان از شاخه‌ی وسطی مدار عبور نمی‌کند:



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_T + r_T} \Rightarrow I = \frac{18 - 6}{10 + 2} = 1 \text{ A}$$

توان ورود باتری (۲) برابر است با: $P_r = \varepsilon_r I + r_r I^2 \Rightarrow P_r = 6 + 1 = 7 \text{ W}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از رابطه‌ی توان خروجی باتری داریم: $P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - r I^2$ ۵۰

و با توجه به فرض مسئله $I' = 2I$ و $P'_{\text{خروجی}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{4}$ است. بنابراین داریم:

$$P'_{\text{خروجی}} = \frac{1}{4} P_{\text{خروجی}} \Rightarrow \varepsilon I' - r I'^2 = \frac{1}{4} (\varepsilon I - r I^2) \xrightarrow{I'=2I} 2\varepsilon I - 4r I^2 = \frac{1}{4} (\varepsilon I - r I^2)$$

$$\Rightarrow 3\varepsilon I = 4r I^2 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = \frac{4}{3} I$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یکای SI شار مغناطیسی وبر (Wb) و یکای SI ضریب القاوری اهم ثانیه است که هانری (H) نامیده می‌شود و شار مغناطیسی همانند ضریب القاوری، کمیتی نرده‌ای است. ۵۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با افزایش جریان عبوری از سیم راست، طبق قاعده‌ی دست راست، میدان مغناطیسی درون سوی حاصل از جریان آن در محل حلقه افزایش یافته و بنابراین طبق قانون لنز، با افزایش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، جریان پایدستگردد در حلقه القا می‌شود تا با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند. ۵۲

با ثابت بودن جریان و دور شدن حلقه، اندازه‌ی میدان مغناطیسی در محل حلقه کاهش یافته و بنابراین شار عبوری از حلقه کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، با کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، جریانی ساعستگردد در حلقه القا می‌شود تا با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ظرفیت خازن به مشخصات ساختمان خازن بستگی دارد و با تغییرات ولتاژ و بار خازن، تغییری نمی‌کند. بنابراین داریم: ۵۳

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} \Rightarrow 25 = \frac{50}{0.2V_1} \Rightarrow V_1 = 10 \text{ (V)} \Rightarrow V_2 = 1/2 V_1 = 5 \text{ (V)} \Rightarrow U_2 = \frac{1}{2} C V_2^2$$

$$= \frac{1}{2} (25 \times 10^{-6}) (5)^2 = 18 \times 10^{-6} \text{ J} = 1/8 \text{ (mJ)}$$

الف) درست

ب) درست، هیچ یک از اتم‌های مواد دیامغناطیسی دارای دوقطبی مغناطیسی خالص نیستند.

پ) نادرست، در آهنرباهای الکتریکی از مواد فرومغناطیسی نرم استفاده می‌شود.

ت) نادرست، حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مدار تک‌حلقه اگر باتری‌ها مخالف هم بسته شده باشند، جهت جریان مدار را باتری قوی‌تر مشخص می‌کند. چون $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ است، جهت جریان با ε_1 تعیین می‌شود یعنی ساعتگرد است. برای محاسبهٔ جریان در مدار تک‌حلقه از

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{10 - 5}{2 + 2 + 1} = 1A \quad \text{رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:}$$

حال برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار کافی است از یک نقطه به نقطهٔ دیگر روی مدار حرکت کنیم و جمع جبری اختلاف پتانسیل دو سر اجزای مدار را بنویسیم:

$$V_a + \varepsilon_2 + Ir_2 = V_c \Rightarrow |V_a - V_c| = \varepsilon_2 + Ir_2 = 5 + 1 \times 1 = 6V$$

$$V_a + \varepsilon_1 + Ir_1 = V_b \Rightarrow |V_a - V_b| = \varepsilon_1 + Ir_1 = 10 - 1 \times 2 = 8V$$

$$\Rightarrow \frac{|V_{ab}|}{|V_{ac}|} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا اندازهٔ مقاومت ترکیبی را تعیین می‌کنیم. چون مقاومت ترکیبی حلقهٔ چهارم ندارد، به معنای تِلرانس ۲۰ درصد است. در نتیجه محدودهٔ این مقاومت را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که دو حلقهٔ اول (از آن طرفی که به یک سر مقاومت نزدیک‌تر است) رقم اول و دوم را نشان می‌دهند و حلقهٔ سوم ضریبی است که به صورت 10^n مشخص می‌شود:

$$R = ab \times 10^n \pm \text{تلرانس} \xrightarrow[n=0, n=1 \text{ (سیاه)}, b=5 \text{ (سبز)}]{a=3 \text{ (نارنجی)}} R = 35 \times 10^0 \pm 0.25(35 \times 10^0)$$

$$\Rightarrow R = 35 \pm 7 \Rightarrow 28 < R < 42$$

$$V = IR \Rightarrow I = \frac{V}{R} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{5/6}{28} = 0.29A \\ I_2 = \frac{5/6}{42} = 0.19A \end{cases} \quad \text{طبق قانون اهم داریم:}$$

یعنی عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد بین دو عدد $0.19A$ و $0.29A$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مدار مقاومت 5Ω اتصال کوتاه شده و دو مقاومت 12Ω و 6Ω موازی هستند، در نتیجه مقاومت معادل

$$R_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega \quad \text{برابر است با:}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{4 + 1} = 4A \quad \text{شدت جریان مدار برابر است با:}$$

$$P = \varepsilon I - rI^2 = R_{eq} I_T^2 = 4(4)^2 = 64W$$

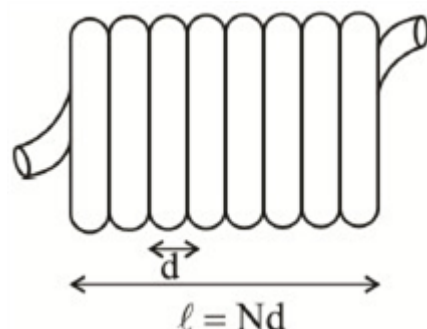
۵۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید تعداد حلقه‌ها در هر سیملوله N برابر حاصل تقسیم طول سیم بر محیط استوانه است و در هر سیملوله عدد یکسانی است.

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 A}{L}$$

طول سیملوله N برابر قطر سیم است؛ پس طول سیملوله A ، ۲ برابر B است.

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{L_B}{L_A} = \frac{1}{2}$$



۵۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

B داخل رسانا است و داخل رسانا باری وجود ندارد، در نتیجه:

$$\sigma_A > \sigma_B = 0$$

$$V_A = V_B$$

همه نقاط رسانا، هم‌پتانسیل هستند.

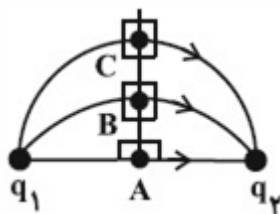


۶۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حالت اول: خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج می‌شوند. همچنین با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. بنابراین هر چه از بار مثبت دورتر شویم، پتانسیل کاهش می‌یابد.

$$(V_A > V_B > V_C)$$

حالت دوم: مطابق شکل زیر، سه نقطه در یک خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار دارند. بنابراین همه آن‌ها پتانسیل الکتریکی یکسان دارند.



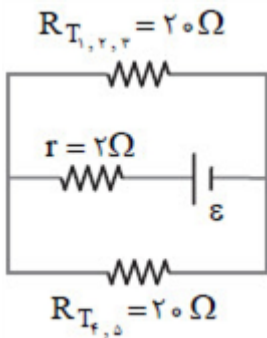
$$(V_A = V_B = V_C)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$P_r = R_r I_r^2 \Rightarrow I_r^2 = \frac{10}{40} \Rightarrow I_r = 0.5 A$$

$$R_r I_r = R_v I_v \Rightarrow I_v = 2 A \Rightarrow I_1 = 2/5 A$$

با توجه به این که شاخه‌ی پایین با شاخه‌ی بالا موازی است و مقدار مقاومت آن‌ها برابر است، داریم:

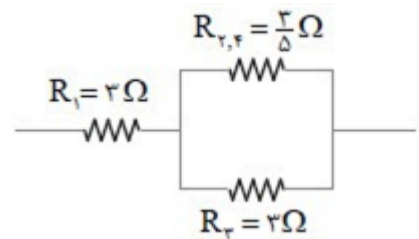


$$R_{t_{r,r}} = \frac{40 \times 10}{5} = 80$$

$$\left. \begin{aligned} R_{t_{1,r,r}} &= 200 \\ R_{t_{r,d}} &= 200 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_t = 100, I_{t_{1,r,r}} = I_{t_{r,d}} = 2/5$$

$$\Rightarrow I_t = 5 A$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۲



با استفاده از توزیع جریان خواهیم داشت:

$$\frac{P_1}{P_r} = \frac{R_1 I_1^2}{R_r I_r^2} = \frac{3 I^2}{3 \left(\frac{I}{6}\right)^2} = 36$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون سیم مقاومت‌دار به نسبت ۳ به ۱ بریده شده پس شعاع حلقه‌ها و نیز مقاومت سیم‌ها به همان

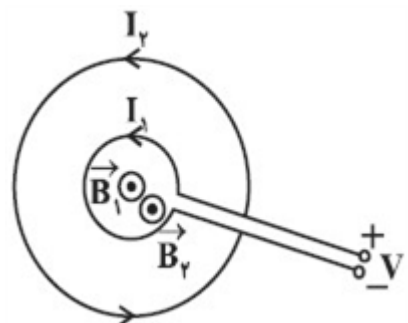
نسبت خواهد شد. یعنی $r_2 = 3r_1$ و $R_2 = 3R_1$ (مقاومت حلقه‌ها)

از قانون اهم $\left(I = \frac{V}{R}\right)$ جریان عبوری از حلقه‌ی بزرگ‌تر $\frac{1}{3}$ جریان عبوری از حلقه‌ی کوچک‌تر خواهد شد $\left(I_r = \frac{1}{3} I_1\right)$

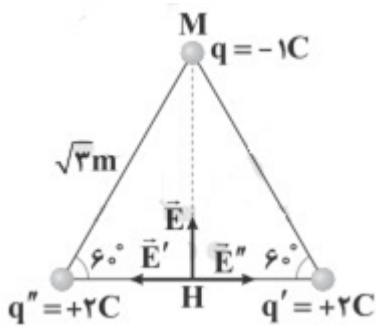
حال اگر یک رابطه‌ی مقایسه‌ای برای میدان‌های حاصل از دو حلقه که هر دو برون‌سو هستند، بنویسیم خواهیم داشت:

$$\frac{B_r}{B_1} = \frac{I_r}{I_1} \times \frac{r_1}{r_r} \Rightarrow \frac{B_r}{B_1} = \frac{\frac{1}{3} I_1}{I_1} \times \frac{r_1}{3r_1} = \frac{1}{9} \Rightarrow B_r = \frac{1}{9} B_1$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_r \Rightarrow B_T = B_1 + \frac{1}{9} B_1 = \frac{10}{9} B_1$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q' و q'' در نقطه‌ی H یک‌دیگر را خنثی می‌کنند (چون مساوی و هم‌جهت هستند)، پس فقط میدان بار q را در نقطه‌ی H داریم، بنابراین:



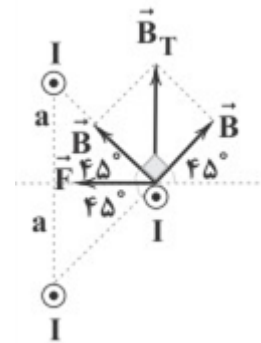
$$\sin 60^\circ = \frac{MH}{\sqrt{r}}$$

$$\Rightarrow MH = \sqrt{r} \times \frac{\sqrt{r}}{2} = \frac{r}{2} m$$

پس بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q در نقطه‌ی H برابر است با:

$$E = \frac{k|q|}{(MH)^2} \Rightarrow E = \frac{9 \times 10^9 \times 1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow E = 4 \times 10^9 \frac{N}{C}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل زیر، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از جریان در سیم‌ها روی سیم Δ برابر است با:



$$B_T = 2 B \cos \frac{90^\circ}{2} = \sqrt{2} B = 0.7 \sqrt{2} T$$

بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم Δ برابر است با:

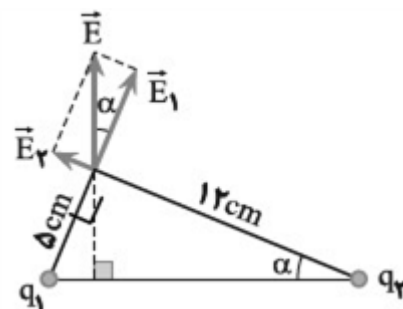
$$F_\Delta = I B_T \sin 90^\circ = 20 \times 0.7 \times 0.7 \sqrt{2} \times 1 = 0.8 \sqrt{2} N$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به جهت بردار میدان الکتریکی برآیند، باید بارهای q_1 و q_2 مثبت باشند تا برآیند میدان‌های

آن‌ها برابر $\vec{E}$ شود. بنابراین با توجه به شکل مقابل نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را پیدا می‌کنیم.

دقت کنید، هرگاه اضلاع دو زاویه بر هم عمود باشند آن دو زاویه با هم مساوی‌اند.

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{E_2}{E_1} = \frac{k \frac{|q_2|}{r_2^2}}{k \frac{|q_1|}{r_1^2}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{5}{12}} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \quad \begin{matrix} r_1 = 5 \text{ cm} \\ r_2 = 12 \text{ cm} \end{matrix} \\ \frac{5}{12} &= \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \frac{5}{12} \times \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{5}{12} \quad \begin{matrix} q_1 > 0 \\ q_2 > 0 \end{matrix} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{5}{12} \end{aligned}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مدار، ثابت است، بنابراین بهتر است برای محاسبه‌ی توان

مصرفی در مجموع مقاومت‌ها از رابطه‌ی $P = \frac{V^2}{R_{eq}}$ استفاده کنیم. با توجه به رابطه چون V ثابت است، بنابراین توان با مقاومت معادل، رابطه‌ی عکس داشته و بیشترین توان مربوط به کمترین مقاومت معادل و کمترین توان مربوط به بیشترین مقاومت معادل است.

حالت‌های ممکن برای مدار با باز و بسته کردن کلیدهای K_1 و K_2 به صورت زیر است:

$$R_1 = 5 \Omega$$

حالت اول: K_1 بسته و K_2 باز باشد، در این حالت مقاومت معادل مدار برابر است با:

حالت دوم: K_1 باز و K_2 بسته باشد، در این صورت مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_2 = \frac{20 \times 4}{20 + 4} = \frac{80}{24} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \Omega$$

حالت سوم: K_1 بسته و K_2 نیز بسته باشد، در این صورت مقاومت معادل مدار برابر است با:

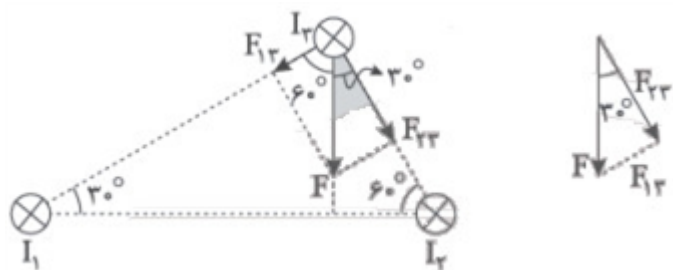
$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5} = \frac{5 + 1 + 4}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_3 = 2 \Omega$$

بنابراین کمترین مقاومت معادل مدار مربوط به حالت سوم و بیشترین مقاومت معادل مدار مربوط به حالت اول است، بنابراین:

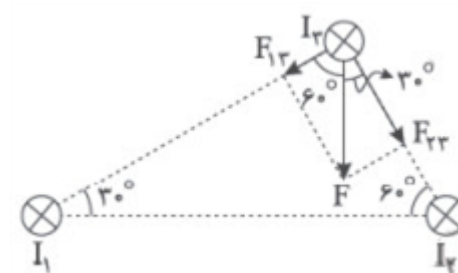
$$\begin{cases} P_{\min} = \frac{V^2}{R_1} \Rightarrow P_{\min} = \frac{V^2}{5} \\ P_{\max} = \frac{V^2}{R_3} \Rightarrow P_{\max} = \frac{V^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\frac{V^2}{2}}{\frac{V^2}{5}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

F را روی اضلاع تجزیه می‌کنیم. دیده می‌شود که سیم I_1 و I_2 هر دو I_3 را می‌ریایند. جهت جریان سیم‌ها با سیم I_3 همسو بوده و جریان آن‌ها نیز درون‌سو باشد:

در مثلث هاشورخورده‌ی زیر، $\tan 30^\circ$ برابر نسبت ضلع روبه‌رو به ضلع مجاور یعنی $\frac{F_{13}}{F_{23}}$ است:



$$\tan 30^\circ = \frac{F_{13}}{F_{23}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{F_{13}}{F_{23}}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به بار مثبت از طرف میدان الکتریکی، در جهت خط‌های میدان نیروی الکتریکی وارد می‌شود. با توجه به اینکه جهت حرکت با مثبت در خلاف جهت خط‌های میدان است، ذره دارای بار مثبت تا زمانی به حرکت خود ادامه می‌دهد که تندی نهایی آن صفر شود یا به صفحه مثبت برخورد کند. ابتدا مسافتی را که ذره طی می‌کند تا تندی صفر شود، محاسبه می‌کنیم. چون نیروهای خارجی نداریم، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \Rightarrow \Delta U = -(K_2 - K_1) \xrightarrow{K_2=0} \Delta U = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} \times 3/2 \times 10^{-6} \times (10^3)^2 = 1/6 J$$

حال با توجه به تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -|q|Ed \cos \theta \Rightarrow 1/6 = -4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^6 \times d \times (-1) \Rightarrow d = 0.1 m = 10 \text{ cm}$$

بنابراین ذره پس از طی مسافت ۱۰ cm متوقف می‌شود و چون فاصله دو صفحه برابر با ۳۰ cm است، ذره در فاصله ۲۰ سانتی‌متری صفحه مثبت متوقف می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اختلاف پتانسیل بین دو نقطه دلخواه این میدان، از رابطه $V = Ed$ به دست می‌آید، که در آن E اندازه میدان الکتریکی یکنواخت و d فاصله آن دو نقطه بر حسب مؤلفه هم‌راستا با خطوط میدان است. پس:

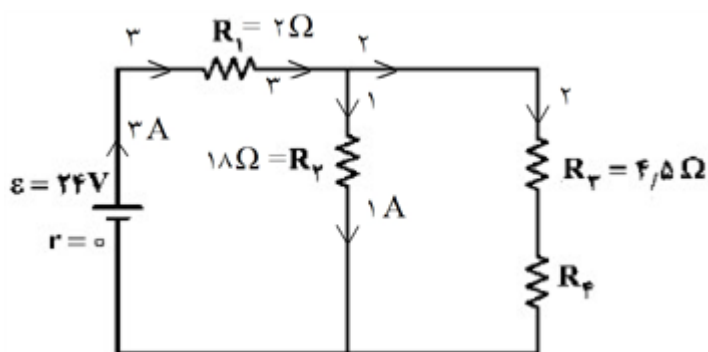
$$V_{BA} = \underbrace{4 \times 10^2}_{E} \times \underbrace{\frac{1}{2} \times \cos 53^\circ}_{d} = 120$$

و با توجه به اینکه با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس V_A از V_C بزرگ است و $V_A - V_C$ عددی مثبت است.

$$V_{CB} = \underbrace{4 \times 10^2}_{E} \times \underbrace{\frac{1}{5}}_d = 80 \text{ V}$$

$$|V_A - V_C| = 200 \text{ V} \xrightarrow{V_A > V_C} V_A - V_C = 200 \text{ V}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$R'' = \frac{15}{n+1} = \frac{18}{3} = 6 \Omega$$

$$P'' = 3p$$

$$I'' = I_1 \text{ موازی } \frac{1}{3} P = I_1^2 R_1 \frac{1}{3}$$

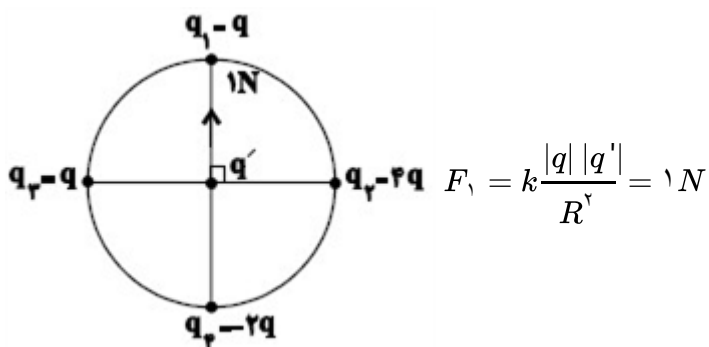
$$V' = V_r \text{ موازی}$$

$$\frac{1}{2} P = \frac{V^2}{R^2}$$

$$I_3 = I_4 \text{ متوالی}$$

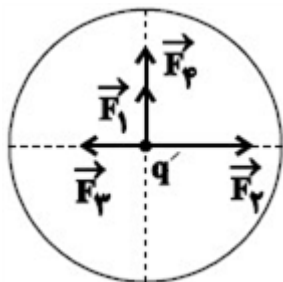
$$P_3 = P_4 \Rightarrow R_3 = R_4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نیروی بین بار q_1 و q' در شکل نشان داده شده است.



که در آن R شعاع دایره است.

نیروهای وارد بر q' از طرف بارهای دیگر را محاسبه می‌کنیم.

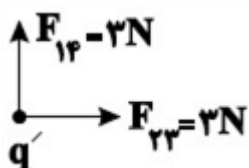


$$F_2 = 4F_1 = 4N$$

$$F_3 = F_1 = 1N$$

$$F_4 = 2F_1 = 2N$$

برایند نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ برابر $F_{23} = 4 - 1 = 3N$ و برایند نیروهای $\vec{F}_4$ و $\vec{F}_1$ برابر $F_{14} = 3N$ خواهد شد. از رابطه‌ی فیثاغورس برایند کل محاسبه می‌شود.

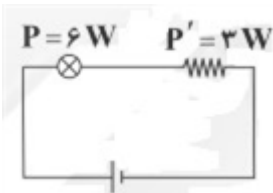


$$F_t = 3\sqrt{2}N$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. توان مصرفی لامپ برابر است با:

$$U = Pt \Rightarrow 0.36 \times 10^3 = 60 \times P \Rightarrow P = 6W$$

پس لامپ روی توانی که برای آن طراحی شده است، کار می‌کند. در این صورت اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن نیز ۱۲ ولت است، توان خروجی یا مفید باتری به دو توان تقسیم شده، یکی توان لامپ ($P = 6W$) و دیگری توانی که در یک مقاومت بسته‌شده به طور متوالی به لامپ می‌باشد.



$$P_{\text{خروجی باتری}} = P + P' \Rightarrow 9 = 6 + P' \\ \Rightarrow P' = 3W$$

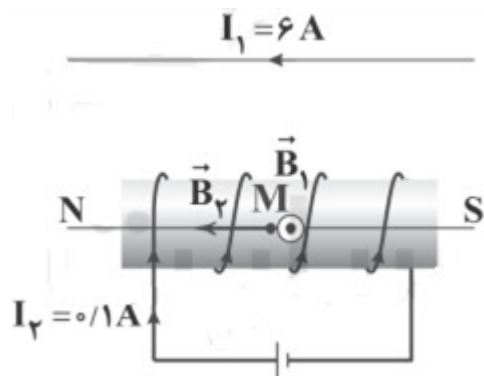
$$P = VI \Rightarrow 6 = 12I \Rightarrow I = 0.5A$$

جریان عبوری از لامپ و مقاومت برابر است با:

$$P' = R'I^2 \Rightarrow 3 = R' \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow R' = 12\Omega$$

بنابراین برای مقاومت داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک قاعده‌ی دست راست، جهت میدان‌های ناشی از سیم راست و سیملوله را در نقطه‌ی M پیدا می‌کنیم:



همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید بردارهای $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ را به دست آوریم:

$$B_1 = \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi R_1} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 6}{2 \times 3 \times 10^{-2}} = 6 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$B_2 = \frac{\mu \cdot NI_2}{l} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 20 \times 0.1}{0.3} = 8 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$B_{\text{کل}} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 10^{-6} \times \sqrt{36 + 64} = 10 \times 10^{-6} \text{ T} = 10 \mu\text{T}$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که هر دو رسانا، مسی هستند، بنابراین چگالی و مقاومت ویژه‌ی برابر دارند:

$$m_A = 2m_B \xrightarrow[\rho_A = \rho_B]{m = \rho V} V_A = 2V_B \Rightarrow \pi r_A^2 L_A = 2\pi r_B^2 L_B$$

$$\xrightarrow{r_A = r_B} \pi (r_B)^2 L_A = 2\pi r_B^2 L_B$$

برای مقایسه‌ی مقاومت الکتریکی رسانای A و رسانای B طبق رابطه‌ی $R = \rho \frac{L}{A}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow[\rho_A = \rho_B]{A = \pi r^2} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{128}$$

با توجه به این که جریان در شاخه‌های موازی با اندازه‌ی مقاومت، رابطه‌ی عکس دارد، جریان گذرنده از رسانای A ، 128×8 برابر جریان گذرنده از رسانای B است. از طرفی مجموع جریان آن‌ها برابر $2/58 \text{ A}$ می‌باشد، بنابراین:

$$I_A + I_B = 2/58$$

$$\Rightarrow 128 I_B + I_B = 2/58 \Rightarrow I_B = \frac{2/58}{129} = 0.02 \text{ A}$$

$$I_A = 128 I_B = 128 \times 0.02 = 2.56 \text{ A}$$

بنابراین:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در مورد گزینه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

واکنش پذیری : آلکین ها < آلکن ها < آلکان ها

و در مورد گزینه‌های (۳) و (۴) می‌دانیم که پیوند کربن - کربن در مولکول اتان، یگانه و در مولکول اتن، دوگانه و در مولکول اتین، سه‌گانه است. با افزایش درجه‌ی پیوند، انرژی پیوند افزایش می‌یابد، بنابراین می‌توان نوشت:

انرژی پیوند کربن - کربن : اتین < اتن < اتان

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هنگامی که به یک جسم گرما می‌دهیم، انرژی داده شده صرف حرکات نامنظم انتقالی، چرخشی و ارتعاشی (و نیروهای بین ذرات) می‌شود، یعنی انرژی داده شده بین آن‌ها تقسیم می‌شود و باعث می‌شود که سرعت حرکات نامنظم ذرات، بیش‌تر شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع بوده اما چربی جامد است. از دیدگاه شیمیایی در ساختار مولکول‌های روغن، پیوندهای دوگانه بیش‌تری وجود داشته و واکنش‌پذیری بیش‌تری نیز دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌های:

- (۱) سرانه‌ی مصرف ماده‌ی غذایی، مقدار میانگین مصرف آن را به ازای هر فرد در یک گستره‌ی زمانی معین نشان می‌دهد.
- (۲) شیر و فراورده‌های آن، منبع مهمی برای تأمین پروتئین و به ویژه کلسیم است.
- (۳) سرانه‌ی مصرف جهانی برنج، همانند نان، کم‌تر از سرانه‌ی مصرف در ایران است.

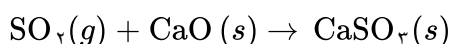
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر چه سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر و هر چه سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر باشد، مقدار گرمای آزادشده بیش‌تر است.

از آن‌جا که سطح انرژی $O_2(g)$ بالاتر از $O_2(l)$ و سطح انرژی $H_2O(l)$ پایین‌تر از $H_2O(g)$ است، در واکنش گزینه‌ی (۲) گرمای بیش‌تری آزاد می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

موارد (آ)، (ب) و (پ) نادرست هستند. بررسی عبارت‌ها:

- (آ) نادرست، سوخت هواپیما به طور عمده از نفت سفید تهیه می‌شود که شامل آلکان‌هایی از ده تا پانزده کربن است.
- (ب) نادرست، متان گاز سبک، بی‌بو و بی‌رنگ است که هرگاه مقدار آن در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد، احتمال انفجار وجود دارد.
- (پ) نادرست، یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال‌سنگ به دام انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها با عبور گازهای خروجی از روی کلسیم اکسید است.



(ت) درست

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد دوم و چهارم نادرست هستند. بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و نمی‌توان برای پلیمرها فرمول مولکولی و جرم مولی دقیقی تعیین کرد.

مورد چهارم: هر ترکیب آلی که در ساختار خود پیوند $\text{C}=\text{C}$ داشته باشد، می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌های نادرست:

- گزینه ۲: عنصرهایی که آرایش الکترونی لایه ظرفیت مشابهی دارند، اغلب در یک گروه قرار می‌گیرند.
- گزینه ۳: به عنوان مثال هلیوم در گروه ۱۸ جدول تناوبی است و در لایه آخر خود فقط ۲ الکترون دارد.
- گزینه ۴: نماد عدد اتمی، Z است و A ، نماد عدد جرمی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هرچه هیدروکربنی دارای تعداد کربن کمتری باشد، دارای نیروی بین مولکولی، گرانروی و نقطه جوش کمتری خواهد بود. ۸۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روغن زیتون نوعی درشت مولکول غیر پلیمری (فاقد واحد تکرارشونده) محسوب می شود. ۸۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن آنتالپی واکنش موردنظر با استفاده از قانون هس، ابتدا واکنش اول را بدون تغییر و واکنش دوم را در $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ضرب کنیم؛ سپس آنتالپی واکنش های به دست آمده را با هم جمع می کنیم:

$$\Delta H_T = \Delta H_1 + \left(-\frac{\Delta H_2}{2}\right) = -286 + \left(-\frac{(-196)}{2}\right) = -188 \text{ kJ}$$

در ادامه برای حل قسمت دوم سؤال می توان نوشت:

$$1 \text{ mol } H_2O_2 \sim -188 \text{ kJ} \Rightarrow ? \text{ kJ} = 6/8 g H_2O_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2O_2}{34 g H_2O_2} \times \frac{-188 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } H_2O_2} = -37/6 \text{ kJ}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۷



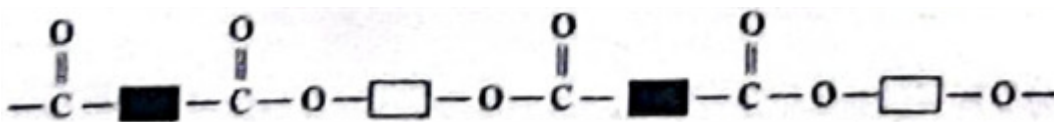
$$48 g CH_3OH \times \frac{80 g \text{ عملی}}{100 g \text{ نظری}} \times \frac{1 \text{ mol } CH_3OH}{32 g CH_3OH} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5O_2}{1 \text{ mol } CH_3OH} \times \frac{74 g C_2H_5O_2}{1 \text{ mol } C_2H_5O_2} = 88/8 g C_2H_5O_2 = 0/0888 kg C_2H_5O_2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کاهش مصرف گوشت و لبنیات و همچنین استفاده از غذاهای بومی و فصلی از الگوهای کاهش رد پای غذا هستند و بیان متناظر با شیمی سبز آن ها به ترتیب «کاهش ورود مواد شیمیایی ناخواسته به محیط زیست» و «کاهش مصرف انرژی» می باشد. ۸۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر چهار عبارت پیشنهاد شده نادرست هستند. بررسی عبارت ها:

- مالتوز، قند موجود در جوانه گندم است، نه میوه ها!
- چهره آشکار رد پای غذا نشان می دهد که سالانه حدود ۳۰٪ غذایی که در جهان فراهم می شود به مصرف نمی رسد و به زباله تبدیل می شود.
- با فرض این که جمعیت جهان ثابت بماند، باز هم تقاضا برای غذا افزایش می یابد.
- سهم تولید گاز CO₂ در رد پای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت ها در خودروها، کارخانه ها و ... است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل زیر الگویی از ساختار کلی پلی استرها را نشان می دهد. ۹۰



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این عبارت همواره درست نیست، زیرا عنصر He با اینکه در گروه ۱۸ جدول دوره ای عنصرها جای دارد، اما آرایش الکترونی لایه ی ظرفیت آن با دیگر گازهای نجیب متفاوت است. ۹۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. موارد دوم و سوم درست است. بررسی موارد نادرست:

مورد اول: عنصر He متعلق به دسته ی s جدول تناوبی است که با داشتن ۲ الکترون ظرفیتی در گروه ۱۸ قرار دارد.

مورد چهارم: نماد شیمیایی همه ی عناصر واسطه ی دوره ی چهارم به جز وانادیم (V) دوحرفی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) نشان‌دهنده اثر سطح تماس می‌باشد.

(ت) نشان‌دهنده اثر ماهیت واکنش‌دهنده می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) نسبت خواسته شده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{MnCO}_3 \rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون ها}}{\text{شمار آنیون ها}} = \frac{1}{1}, \text{AlPO}_4 \rightarrow \frac{\text{شمار آنیون ها}}{\text{شمار کاتیون ها}} = \frac{1}{1}$$

(۲) درست است.

(۳) فلز آهن در سطح جهان بیشترین مصرف سالیانه را دارد که در طبیعت اغلب به شکل اکسید یافت می‌شود.

(۴) کاتیون Fe^{3+} در زنگ آهن وجود دارد.

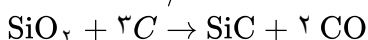


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به دلیل واکنش‌پذیری بیشتر آهن نسبت به مس و واکنش‌پذیری بیشتر سدیم نسبت به کربن،

واکنش‌های پ و ت در شرایط طبیعی انجام نمی‌شوند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{80}{100} = \frac{\text{مقدار عملی}}{1/2} \rightarrow \text{مقدار عملی} = 0/96 \text{ kg} = 960 \text{ gr SiO}_2$$

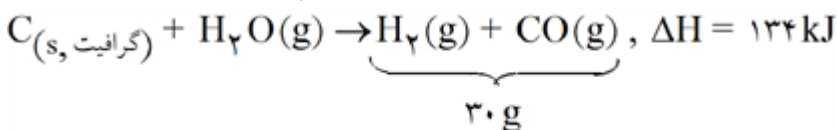
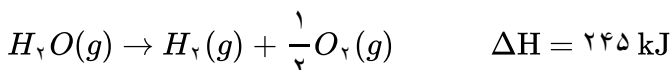
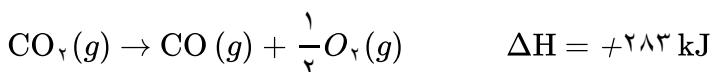


$$60 \text{ gr} \quad 2 \times 28 \text{ gr}$$

$$960 \quad x = \frac{960 \times 2 \times 28}{60} = 896 \text{ gr}$$

$$P = \frac{m}{V} \rightarrow 1/6 = \frac{896}{V} \rightarrow V = 537.6 \text{ L}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. واکنش کل، حاصل جمع واکنش‌های زیر است:



$$1000 \text{ g آب} \times \frac{134 \text{ kJ}}{30 \text{ g آب}} = 4466.7 \text{ kJ}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ترکیب موردنظر ۲ و ۲ و ۵- تری متیل هگزان با فرمول مولکولی C_9H_{20} است.

مورد اول: فرمول مولکولی ۳- متیل اوکتان نیز C_9H_{20} است و این دو مولکول همپار هستند. (درست)

مورد دوم: جرم مولی آن ۱۲۸ گرم و جرم مولی متانول ۳۲ است. (درست)

مورد سوم: از ۱۲۸ گرم جرم مولی آن ۱۰۸ گرم مربوط به کربن است $\left(\frac{108}{128} \times 100 = 84/3\right)$. (نادرست)

مورد چهارم: مجموع عددها در نام آن برابر با $9 = 5 + 2 + 2$ است. (درست)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه‌ی موارد استفاده شده در ساخت دوچرخه از کمره‌ی زمین به دست می‌آیند.
نکته: همه‌ی مواد طبیعی و مصنوعی از کمره‌ی زمین به دست می‌آیند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

- (۱) دارای دو نوع گروه عاملی الکلی و اتری است.
- (۲) به دلیل وجود H متصل به O، امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- (۳) فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $C_{14}H_{20}O_4$ و فرمول مولکولی بوتان C_4H_{10} است.
- (۴) شمار عامل هیدروکسیل $\leftarrow$ دو عدد، اتیلک گلیکول $(C_2H_4O_2) \leftarrow$ ۱۲ اتم کربن

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همه عبارت‌ها درست‌اند.

$$\text{مورد اول: } ?LN_2 = 0/14 gN_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 gN_2} \times \frac{20 LN_2}{1 \text{ mol } N_2} = 0/1 LN_2$$

مورد دوم:

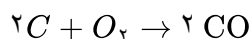
$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 1 \text{ atm} \times 10 L = P_2 \times 2 L \Rightarrow P_2 = 5 \text{ atm} \Rightarrow \Delta P = 5 - 1 = 4 \text{ atm}$$

فشار ۴ اتمسفر افزایش می‌یابد.

مورد سوم: براساس رابطه میان مول و حجم گازها که نخستین بار توسط آووگادرو ارائه شد، در دما و فشار ثابت حاصل تقسیم حجم گاز بر مقدار مول آن مقدار ثابتی است و بین حجم و مول گاز رابطه مستقیم وجود دارد.

$$\text{مورد چهارم: } 22/4 \frac{L}{\text{mol}} \times \frac{0/9 g}{1 L} = 20/16 g \cdot \text{mol}^{-1}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



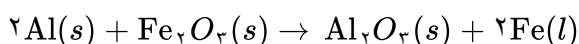
$$\text{mol } C : 5/6 L CO \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4} \times \frac{2 \text{ mol } CO}{2 \text{ mol } C} = 0/25 \text{ mol } C$$

به ازای ۲ mol CO $\leftarrow$ ۵۶۴ kJ پس به ازای ۰/۲۵ kJ $\leftarrow$ ۷۰/۵ کیلو ژول

$$(70/5) + (\text{مول کربن} \times 393) = 201/5 \quad x = 0/33 \text{ mol } C$$

$$0/33 \times 12 = 4 \text{ gr کربن}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی واکنش ترمیت به صورت:



است و فراورده‌ی فلزی آن آهن مذاب می‌باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) آهن فلزی است که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد.
- (۲) برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن و گوگرد به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.
- (۴) یون OH^- با کاتیون‌های Fe^{2+} و Fe^{3+} تشکیل رسوب می‌دهد، در نتیجه با توجه به رنگ رسوب تشکیل شده می‌توان به نوع کاتیون موجود در محلول پی برد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه $Q = mc\Delta\theta$ عبارت اول درست است. همچنین اعداد داده شده گرمای ویژه را نشان

می‌دهند که وابسته به جرم ماده نیست دمای ماده معیاری از میانگین تندی ذرات ماده است و طبق اطلاعات گزینه ۲ دمای ماده B از دمای ماده A بیشتر است. پس گزینه ۲ نادرست است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عناصر این گروه به ترتیب شامل: کربن (نافلز)، سیلیسیم و ژرمانیم (شبه فلز) و قلع و سرب (فلز) هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: عناصر C ، Si و Ge در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

گزینه ۲: تنها عنصر C دارای سطح تیره است و سه عنصر ابتدایی این گروه در اثر ضربه خرد می‌شوند.

گزینه ۳: همه عناصر این گروه رسانای جریان الکتریسیته هستند.

گزینه ۴: عنصر Ge برخلاف C (گرافیت)، رسانایی گرمایی دارد.

