

۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 0 \Rightarrow 3^{x+1} - 3^x - 18 = 0 \Rightarrow 3 \times 3^x - 3^x - 18 = 0 \Rightarrow 2 \times 3^x = 18 \Rightarrow 3^x = 9$$

$$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow M(2, 0)$$

$$x = 0 \Rightarrow 3^{0+1} - 3^0 - 18 = 3 - 1 - 18 = -16 = y \Rightarrow N(0, -16)$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{(2-0)^2 + (0-(-16))^2} = \sqrt{4+16^2} = \sqrt{4(1+16 \times 4)} = \sqrt{4 \times 65} = 2\sqrt{65}$$

۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

دامنه‌ی تابع $(-2, +\infty)$ است. پس $x_A = -2$. مساحت مستطیل برابر ۶ است، پس $y_C = 3$. نقطه‌ی $C(0, 3)$ در تابع صدق می‌کند، پس:

$$\log_{\frac{1}{5}} 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - \log_{\frac{1}{5}} 2 = \log_{\frac{1}{5}} 5^3 - \log_{\frac{1}{5}} 2 \Rightarrow b = \log_{\frac{1}{5}} \frac{125}{2}$$

۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در مخرج کسر به جای عدد ۱ عبارت $\log_{\frac{1}{3}} 3$ را قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \log_{\frac{1}{3}} 2} + 1 + \log_{\frac{1}{6}} 2 &= \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_{\frac{1}{3}} 2} + 1 + \log_{\frac{1}{6}} 2 \\ &= \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}} (3 \times 2)} + 1 + \log_{\frac{1}{6}} 2 = \log_{\frac{1}{6}} 3 + \log_{\frac{1}{6}} 2 + 1 = \log_{\frac{1}{6}} (3 \times 2) + 1 \\ &= \log_{\frac{1}{6}} 6 + 1 = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون جمعیت شهر، سالانه یک درصد کاهش می‌یابد، با یک دنباله هندسی با قدرنسبت

$$1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

جمعیت فعلی
(اولیه)

جمعیت در سال t

$$A \times (0.99)^t = \frac{A}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = (0.99)^t \xrightarrow{\text{از طرفین Log}} \log\left(\frac{1}{2}\right) = \log(0.99)^t$$

$$\log 1 - \log 2 = t \times \log \frac{99}{100} \Rightarrow 0 - 0.3 = t(\log 99 - \log 100)$$

$$-0.3 = t(1.995 - 2) \Rightarrow -0.3 = t \times (-0.005) \Rightarrow t = 60 \text{ سال}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{x}} + \log \sqrt[2]{x} &= \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{x}} \rightarrow \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{x}} = \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{x}} \\ \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{x}} &= \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{x}} \rightarrow x^{\sqrt[2]{2}} = \sqrt[2]{2} \begin{cases} x = \sqrt[2]{2} = m \\ x = -\sqrt[2]{2} \text{ غ ق ق} \end{cases} \\ \log \frac{m^{\sqrt[2]{2}}}{\sqrt[2]{2}} &= \log \frac{(\sqrt[2]{2})^{\sqrt[2]{2}}}{\sqrt[2]{2}} = \log \frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{2}} = \frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{2}} \log \sqrt[2]{2} = 1 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با شرط $x > 0$ از طرفین معادله، لگاریتم در پایه ۵ می‌گیریم:

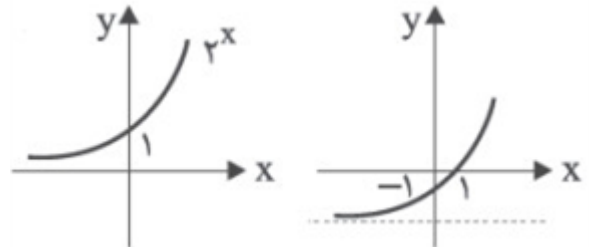
$$\begin{aligned} \log (\sqrt{x})^{\left(\log_{\frac{x}{5}} - 1\right)} &= \log_{\frac{x}{5}} \Rightarrow \left(\log_{\frac{x}{5}} - 1\right) \times \log_{\frac{x}{5}} \sqrt{x} = 1 \\ \left(\log_{\frac{x}{5}} - 1\right) \times \frac{1}{2} \log_{\frac{x}{5}} x &= 1 \Rightarrow \left(\log_{\frac{x}{5}} - 1\right) - \left(\log_{\frac{x}{5}} - 1\right) - 2 = 0 \\ \log_{\frac{x}{5}} x &= -1, \quad \log_{\frac{x}{5}} x = 2 \\ \downarrow & \quad \downarrow \\ x &= 5^{-1} \quad x = 5^2 \\ \downarrow & \quad \downarrow \\ \boxed{x_1 = \frac{1}{5}} & \quad \boxed{x_2 = 25} \\ x_1 x_2 &= \frac{1}{5} \times 25 = 5 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به علت وجود $\log x$ باید $x > 0$ پس برای اینکه زیر رادیکال منفی نشود، باید:

$$\log x > 0 \Rightarrow \log x > \log 1 \Rightarrow x < 1 \cap 0 < x < 1$$

این بازه شامل هیچ عدد صحیحی نمی‌شود.

$$\begin{aligned} & \rightarrow A \left| \begin{matrix} \cdot \\ 1 \end{matrix} \right. \Rightarrow f(\cdot) = 1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \\ y = x + 1 & \rightarrow B \left| \begin{matrix} -1 \\ \cdot \end{matrix} \right. \Rightarrow f(-1) = \cdot \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (b - a) = \cdot \\ b - a = 1 & \Rightarrow \frac{1}{2} - a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \log_{\frac{1}{2}} (x + \frac{1}{2}) \\ y = \log_{\frac{1}{2}} (x + \frac{1}{2}) & \Rightarrow x + \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^y \Rightarrow f^{-1}(x) = (\frac{1}{2})^x - \frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$x^{\log_{\frac{1}{2}} a} = a \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} a$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \log x = b & \Rightarrow \log x \log_{\frac{1}{2}} = \log b \\ \log a = \log b & \Rightarrow a = b \Rightarrow x^{\log_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \log x \\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \log x = 10 & \Rightarrow \frac{1}{4} \log x = 10 \Rightarrow \log x = 40 \Rightarrow \log x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt[4]{10} \\ \log_{\frac{1}{2}} (x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}) & = \log_{\frac{1}{2}} (10 - \frac{1}{2}) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{19}{2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2^{\frac{19}{2}}}{2^1} = \frac{19}{2} \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = \frac{19}{2} = 9 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق نمودار تابع نمایی $0 < a < 1$ و $y = a^x$ ، از نامساوی $a^{x_1} < a^{x_2}$ می‌توان نتیجه گرفت: $x_1 > x_2$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned} a^{\log(3x-1)} & < a^{\log(1-x)} \xrightarrow{0 < a < 1} \log(3x-1) > \log(1-x) \\ \Rightarrow 3x-1 > 1-x & \Rightarrow 4x > 2 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \quad (1) \\ \begin{cases} 3x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{3} \\ 1-x > 0 \Rightarrow x < 1 \end{cases} & \xrightarrow{\cap} \frac{1}{3} < x < 1 \quad (2) \\ \xrightarrow{1 \cap 2} \frac{1}{3} < x < 1 & \end{aligned}$$

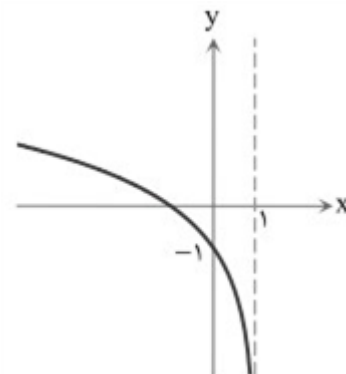
شرط دامنه لگاریتم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وارون تابع را به صورت تابع لگاریتمی پیدا می‌کنیم:

$$y = 1 - 2^{x+1} \Rightarrow 2^{x+1} = 1 - y \Rightarrow 2^x = \frac{1-y}{2}$$

$$\Rightarrow x = \text{Log} \left(\frac{1-y}{2} \right) \xrightarrow{\text{معکوس}} y = \text{Log} \left(\frac{1-x}{2} \right)$$

نمودار تابع معکوس به صورت زیر است:



دقت کنید تابع در بازه‌ی $(-\infty, 1)$ تعریف شده و نزولی است و از نقطه‌ی $(0, -1)$ عبور می‌کند. نمودار این تابع از ناحیه‌ی اول عبور نمی‌کند.

$$f(16) = \text{Log}_{125}^{25} = \text{Log}_{5^3}^{5^2} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$f(5) = \text{Log}_6^{36} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\text{Log}_{16}^{\sqrt[4]{2}} = \text{Log}_{2^4}^{(2^2 \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}} = \text{Log}_{2^4}^{2^{\frac{5}{4}}} = \frac{\frac{5}{4}}{4} = \frac{5}{16}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\text{Log}_{128}^4 = \text{Log}_{2^7}^{2^2} = \frac{2}{7} \text{Log}_2^2 = \frac{2}{7}$$

$$\text{Log}_{27}^{81} = \text{Log}_{3^3}^{3^4} = \frac{4}{3} \text{Log}_3^3 = \frac{4}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\text{Log}_{\frac{4}{3}}^4 = \text{Log}_4^4 - \text{Log}_3^3 = 2 \text{Log}_2^2 - \text{Log}_3^3 = 2a - b$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\text{Log}_{\frac{32}{4}}^{32} = \text{Log}_{2^5}^{2^5} = \frac{5}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$f(x) = 2^x - 1 \Rightarrow f(-1) = 2^{-1} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\log_{\frac{1}{2}} 7^{-2} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{7^{\frac{2}{3}}}{7^{\frac{1}{3}}} = \left(3 + \frac{4}{3} \right) + (-2) + 6 = \frac{25}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بازتاب جهت شکل را حفظ نمی‌کند.

۲۱

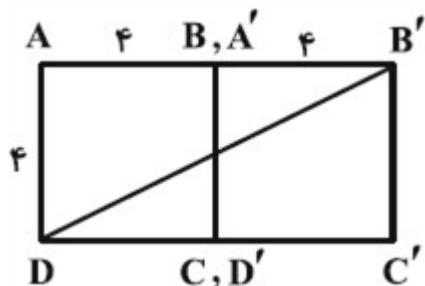
تذکر: سؤال موجود در دفترچه سازمان سنجش غلط بود و صورت سؤال به شکل صحیح ویرایش شد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولاً طول ضلع مربع برابر ۴ است. زیرا:

۲۲

$$\text{قطر مربع} = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 4$$

ثانیاً تبدیل مطلوب سؤال به صورت زیر است:



$$\text{قضیه فیثاغورس : } DB^2 = 4^2 + 8^2 = 80 \Rightarrow DB = 4\sqrt{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ترکیب یک بازتاب محوری با خودش، ترکیب دوران 180° با خودش و همچنین ترکیب

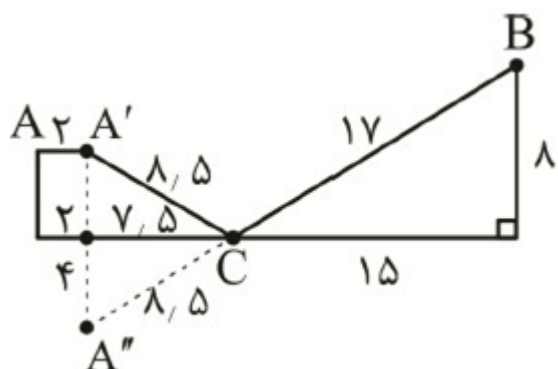
۲۳

تجانس با نسبت $k = -1$ با خودش، یک تبدیل همانی است ولی ترکیب انتقال (با بردار $\vec{u}$) با خودش، انتقالی با بردار

$\vec{u}$ است.

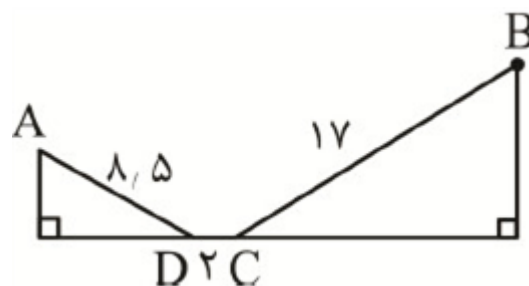
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نقطه A را به موازات خط d به اندازه ۲ کیلومتر به سمت راست منتقل می‌کنیم تا به نقطه A' برسیم. سپس قرینه A' نسبت به خط d می‌یابیم و آن را A'' می‌نامیم. نقطه A'' را به نقطه B وصل می‌کنیم. اگر پاره خط A'B، خط d را در نقطه C قطع کند، آنگاه با توجه به تشابه مثلث‌های سایه‌زده خواهیم داشت:

$$\frac{x}{4} = \frac{22/5 - x}{8} \Rightarrow 8x = 90 - 4x \Rightarrow 12x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{12} = 7.5 \Rightarrow 22/5 - x = 22/5 - 7.5 = 15$$

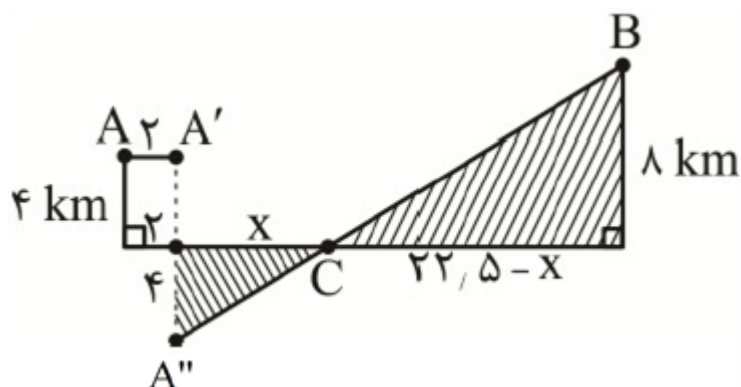


$$BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 \\ \Rightarrow BC = 17 \Rightarrow A''C = 8/5 \Rightarrow A'C = 8/5$$

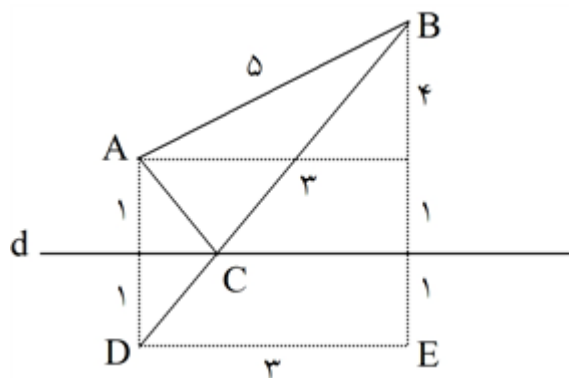
بنابراین کوتاه‌ترین مسیر ممکن مطابق شکل زیر است:



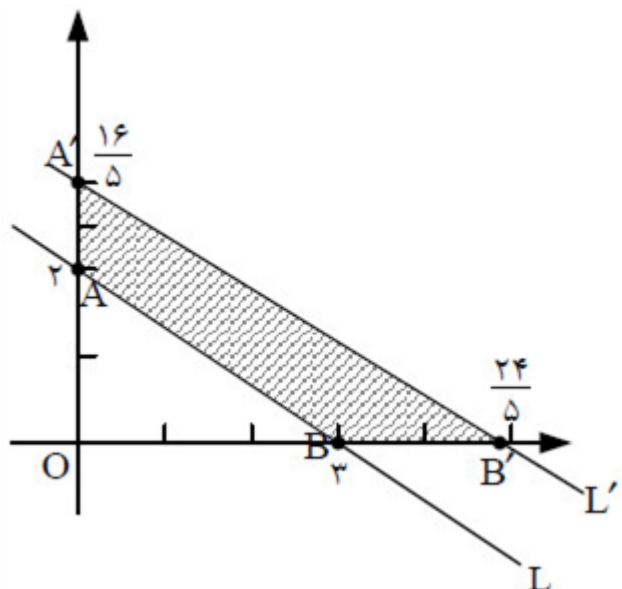
$$\text{طول کوتاه‌ترین مسیر} = 8/5 + 2 + 17 = 27/5 \text{ km}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\text{Min}(AC + BC) = BD \\ BD^2 = BE^2 + DE^2 \Rightarrow BD^2 = 6^2 + 3^2 \\ \Rightarrow B = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$



$$\begin{cases} OA' = K \times OA = \frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5} \\ OB' = K \times OB = \frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$S_{\text{هاشورخورده}} = S_{\triangle OA'B'} - S_{\triangle OAB}$$

$$S_{\text{هاشورخورده}} = \frac{1}{2} \times \frac{16}{5} \times \frac{24}{5} - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 4/68$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به مسئله همپیرامونی، کافی است بازتاب نقاط A و C و E و G را به ترتیب نسبت به محور بازتاب HB و BD و DF و FH به دست آورده و مساحت مثلث‌های ایجاد شده را حساب کنیم:

$$S_1 = 2S_{\triangle ABH} = 2 \times \frac{3 \times 4}{2} = 12$$

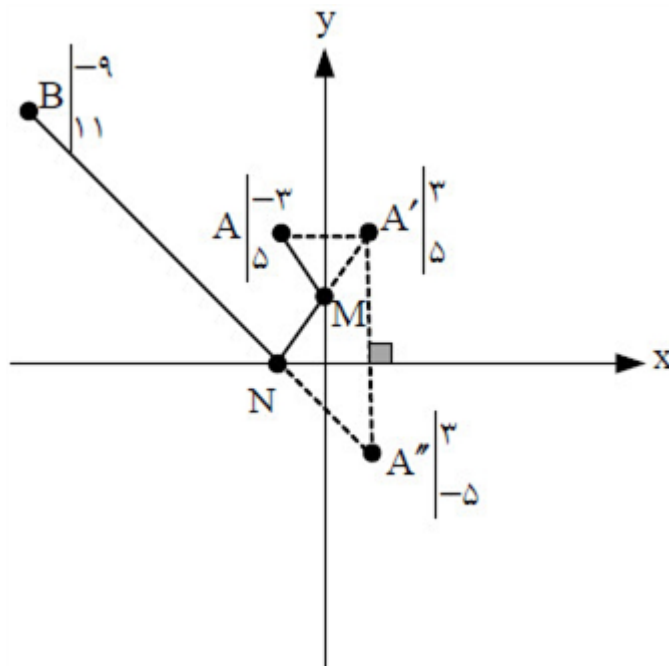
$$S_2 = 2S_{\triangle BCD} = 2 \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sin 135^\circ \right) = 12$$

$$S_3 = 2S_{\triangle DEF} = 2 \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sin 120^\circ \right) = 18$$

$$S_4 = 2S_{\triangle FGH} = 2 \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \frac{1}{2} \times \sin 150^\circ \right) = 9$$

$$\Delta S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 12 + 12 + 18 + 9 = 51$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق روش هرون و شکل زیر، اگر A' بازتاب A نسبت به محور y ها و A'' بازتاب A' نسبت به محور x ها باشد و از A'' به B وصل کنیم، آنگاه طول پاره خط $A''B$ کمترین مقدار خط شکسته $AMNB$ است.



$$\text{کمترین مقدار } AMNB = BA'' = \sqrt{(-9-3)^2 + (11-(-5))^2} = 20$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی 30° ، نصف طول وتر است. پس در مثلث AkB داریم:

$$\widehat{BAK} = 30^\circ \Rightarrow BK = \frac{1}{2}AB$$

$$\Rightarrow AB = 2 \times 3 = 6$$

بازتاب تبدیل طولپا است، بنابراین داریم:

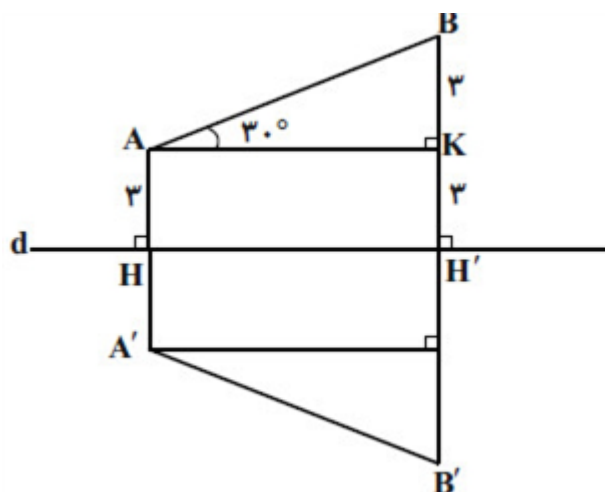
$$AA' = 2AH = 2 \times 3 = 6$$

$$BB' = 2BH' = 2 \times 6 = 12$$

$$A'B' = AB = 6$$

$$\text{محیط } AA'B'B' = AB + AA' + A'B' + BB'$$

$$= 6 + 6 + 6 + 12 = 30$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در تبدیل تجانس، اندازه‌ی تصویر هر پاره‌خط با نسبت تجانس k ، برابر با حاصل‌ضرب نسبت تجانس در طول پاره‌خط است. بنابراین بین اضلاع مثلث $A'B'C'$ و اضلاع مثلث ABC روابط زیر برقرار است.

$$\begin{cases} A'B' = \frac{1}{2} AB \\ A'C' = \frac{1}{2} AC \\ B'C' = \frac{1}{2} BC \end{cases} \Rightarrow \frac{\text{محیط } \triangle A'B'C'}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{A'B' + A'C' + B'C'}{AB + AC + BC}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC}{AB + AC + BC} = \frac{\frac{1}{2}(AB + AC + BC)}{(AB + AC + BC)} \Rightarrow \frac{\text{محیط } \triangle A'B'C'}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{1}{2}$$

در فعالیت صفحه ۴۶ و کار در کلاس صفحه ۴۹ کتاب نسبت مساحت‌ها و نسبت پاره‌خط‌ها در تجانس بیان شده است. در این سؤال نسبت محیط‌ها هم بیان شده تا با نسبت مساحت‌ها که برابر با مربع نسبت تجانس است اشتباه گرفته نشود.

نکته: در حالت کلی نسبت محیط تصویر شکل به محیط آن شکل تحت تبدیل تجانس، برابر نسبت تجانس است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آن دو داده‌ای که جابه‌جا شده، مطابق اطلاعات سؤال با هم برابر بوده‌اند، بنابراین پس از جابه‌جایی نیز واریانس تغییری نخواهد کرد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

همه‌ی متغیرهای گزینه‌ی (۳) کیفی اسمی هستند و متغیرهای سایر گزینه‌ها به صورت زیر می‌باشند.

(۱) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی، کیفی اسمی

(۲) کمی گسسته، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی، کیفی ترتیبی

(۴) کمی پیوسته، کمی پیوسته، کیفی اسمی، کیفی ترتیبی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون داده‌ها سه برابر شده است پس انحراف معیار نیز سه برابر می‌شود.

$$\sigma^2 = \frac{99}{12} = \frac{33}{4} \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow 3\sigma = \frac{3\sqrt{33}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم 120° دقیقاً $\frac{1}{3}$ دایره است، یعنی: $\frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$ پس فراوانی نسبی داده ۲ برابر $\frac{1}{3}$

است و داریم:

$$\frac{1}{3} = \frac{f_2}{n} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{m}{3 + m + 4 + 3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{m}{10 + m} \Rightarrow 3m = m + 10$$

$$\Rightarrow 2m = 10 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow \text{تعداد کل داده‌ها} = 10 + 5 = 15$$

اینگ فراوانی نسبی داده‌ی ۱ را به دست می‌آوریم:

$$\bar{f}_1 = \frac{f_1}{n} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0.2$$

یعنی ۲۰ درصد دایره و به عبارتی ۲ قسمت از دایره به داده ۱ اختصاص می‌یابد. پس گزینه‌ی (۲) پاسخ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر α_i زاویه مرکزی $\frac{w_i}{n}$ فراوانی نسبی مربوط به داده (دسته) i ام در نمودار دایره‌ای باشد،

$$\alpha_i = \frac{w_i}{n} \times 360^\circ$$

داریم:

با توجه به نمودار دایره‌ای $\alpha_{AB} = 90^\circ$ و $n = 20$ ، بنابراین:

$$90^\circ = \frac{w_{AB}}{20} \times 360^\circ \Rightarrow w_{AB} = 5$$

در داده‌های داده‌شده، یک نمونه‌ی گروه خونی AB وجود دارد، پس ۴ جای خالی دیگر را باید با گروه خونی AB تکمیل کرد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموع زوایای مرکزی همه‌ی دسته‌ها در نمودار دایره‌ای برابر 360° است؛

$$\alpha + 70^\circ + 10^\circ + 80^\circ + 65^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 135^\circ$$

بنابراین:

$$\frac{360^\circ}{100} = \frac{135^\circ}{x} \Rightarrow x = \frac{100 \times 135^\circ}{360^\circ} \Rightarrow x = \frac{100 \times 135^\circ}{360^\circ} = 37.5\%$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مشاهده‌ای که تفاوت بسیار زیادی با سایر مشاهدات مجموعه داده‌ها داشته باشد، میانگین داده‌ها را تحت تأثیر قرار داده در حالی که تأثیری بر میانه و مد داده‌ها ندارد. به این‌ها داده‌های دورافتاده می‌گویند، پس داده‌های دورافتاده بالاتر از ۱۶ بوده‌اند، چون میانگین را تحت تأثیر قرار داده‌اند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد داده‌ها برابر ۲۲ است، پس میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم برابر میانه است. همچنین میانه‌ی ۱۱ داده‌ی اول یعنی داده‌ی ششم برابر چارک اول و میانه‌ی ۱۱ داده‌ی آخر یعنی داده‌ی هفدهم برابر چارک سوم است. بنابراین $Q_1 = 13$ بوده و در نتیجه داریم:

$$Q_3 - Q_1 = 17 \Rightarrow Q_3 - 13 = 17 \Rightarrow Q_3 = 30$$

پس مقدار a لزوماً برابر ۳۰ است. میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 11 + 2 \times 12 + 6 \times 13 + 3 \times 14 + 2 \times 28 + 1 \times 30 + 5 \times 31}{22} = 19$$

واریانس داده‌ها از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^2 = \frac{3(-8)^2 + 2(-7)^2 + 6(-6)^2 + 3(-5)^2 + 2 \times 9^2 + 1 \times 11^2 + 5 \times 12^2}{22} = 72$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 72$$

از طرفی اضافه یا کم کردن عدد تأثیری در واریانس ندارد. پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون هریک از داده‌های آماری اولیه، سه برابر شده و با عدد ۲ جمع شده‌اند تا داده‌های آماری جدید به دست آمده است، سپس واریانس داده‌های جدید، ۹ برابر واریانس داده‌های اولیه خواهد بود (اگر داده‌های آماری اولیه، a برابر شده و با b جمع شوند، واریانس داده‌های جدید، a^2 برابر واریانس داده‌های اولیه خواهد بود) پس داریم:

$$\sigma_1^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20 \Rightarrow \text{جدید } \sigma_2^2 = 9 \times \sigma_1^2 = 9 \times 20 = 180$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 20 = \frac{\sum x_i}{4} \Rightarrow \sum_{i=1}^4 x_i = 20 \times 4 \Rightarrow \sum_{i=1}^4 x_i = 80$$

$$\bar{x}_6 = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i + 33 + 37}{4+2} = \frac{80+70}{6} = \frac{150}{6} \Rightarrow \bar{x}_6 = 25$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی همه گزینه‌ها: ۴۱

۱) درست. با افزایش شدت نور، مقاومت الکتریکی این نوع مقاومت‌ها کم می‌شود.

۲) درست. دیود یا یکسوکننده جریان را در یک جهت عبور می‌دهد و از عبور جریان در جهت دیگر مخالفت می‌کند.

۳) نادرست. در رئوستا با تغییر طول، مقدار مقاومت عوض می‌شود.

۴) درست. در رسانا با افزایش دما، مقاومت زیاد می‌شود در حالی‌که در نیمرساناها با افزایش دما، مقاومت الکتریکی کاهش می‌یابد.

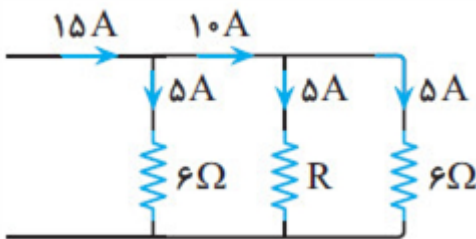
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای حل این سؤال باید به نکات زیر توجه کنیم: ۴۲

۱) هر سه شاخه با هم موازیند، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر است.

۲) جریان عبوری از دو شاخه موازی با مقاومت یکسان، برابر است.

۳) در این‌جا آمپرسنج، جریان کل مدار را نشان می‌دهد.

حال برای پیدا کردن R ، در ابتدا جریان عبوری از مقاومت 6Ω را می‌یابیم.



$$V = RI \xrightarrow[R=6\Omega]{V=30V} 30 = 6I \Rightarrow I = 5A$$

حال اگر $I = 15A$ را در شاخه‌ها تقسیم کنیم. درمی‌یابیم که جریان عبوری از مقاومت R نیز ۵ آمپر است و چون جریان شاخه‌های موازی یکسان شده، مقاومت‌ها با هم برابرند یعنی $R = 6\Omega$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. افزایش مقاومت رثوستا باعث افزایش مقاومت معادل مدار می‌شود.

$$I^{\downarrow} = \frac{\varepsilon}{R_T^{\uparrow} + r}$$

ولت‌سنج عدد کمتری نشان می‌دهد.

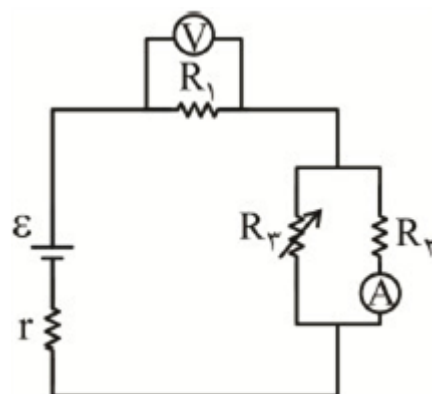
$$V_1^{\downarrow} = I^{\downarrow} R_1$$

$$V_T^{\uparrow} = \varepsilon - I^{\downarrow} r$$

آمپرسنج عدد بیشتری نشان می‌دهد.

$$V_T^{\uparrow} = V_1^{\downarrow} + V_2^{\uparrow}$$

$$I_2^{\uparrow} = \frac{V_2^{\uparrow}}{R_2}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حالتی که کلید باز است، از مدار جریانی عبور نمی‌کند. طبق رابطه $V = \varepsilon - Ir$ ، ولت‌سنج نیروی محرکه‌ی باتری را نشان می‌دهد.

$$V = \varepsilon = 12(V)$$

وقتی کلید بسته می‌شود، جریان در مدار برقرار شده و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. چون شدت جریان را نداریم، از رابطه‌ی مستقل از جریان استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} V = IR \\ I = \frac{\varepsilon}{R+r} \end{cases} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R}{R+r}$$

$$\xrightarrow[V=10V]{R=8+12=20\Omega} 10 = \frac{12 \times 20}{20 + r} \Rightarrow r = 4\Omega$$

ابتدا به کمک رابطه‌ی $V = \frac{m}{\rho}$ ، حجم سیم را به دست می‌آوریم که ρ در این رابطه چگالی سیم است. داریم:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{36 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^{-9} \text{ m}^3$$

$$V = A \cdot L \Rightarrow 4 \times 10^{-9} = A \times 2 \Rightarrow A = 2 \times 10^{-9} \text{ m}^2$$

اکنون به کمک رابطه‌ی $R = \rho \frac{L}{A}$ مقاومت سیم را محاسبه می‌کنیم که ρ در این رابطه مقاومت ویژه‌ی سیم است:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 5 \times 10^{-8} \times \frac{2}{2 \times 10^{-9}} = 50 \Omega$$

$$V = RI = 50 \times 0.4 = 20 \text{ V}$$

در نهایت به کمک قانون اهم داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. الف) نادرست، میدان الکتریکی خارجی باعث تقویت حرکت کاتوره‌ای الکترون‌ها نمی‌شود.

ب) درست، دیود نور گسیل (LED) از قانون اهم پیروی نمی‌کند و نمودار $I - V$ آن به صورت منحنی رسم می‌شود.

ج) نادرست، اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اهمی سه برابر شود، جریان الکتریکی عبوری نیز سه برابر می‌شود و مقاومت آن ثابت می‌ماند. مقاومت الکتریکی وابسته به مشخصات ساختمانی است.

د) درست، آمپر - ساعت یکای بار الکتریکی است و مشخص کننده‌ی حداکثر باری است که باتری می‌تواند به طور ایمن از مدار عبور دهد تا تخلیه شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

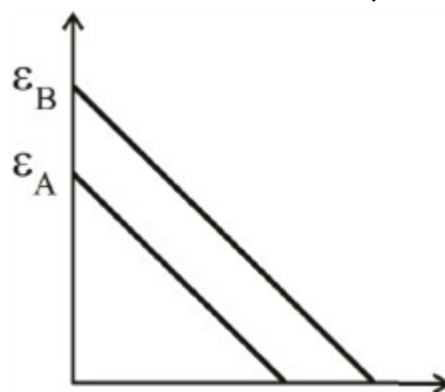
$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 12 = 18 - 2I \Rightarrow I = 3 \text{ A} = \frac{18}{2 + R_m}$$

$$R_m = 4 \text{ اهم} = 2 + \frac{\left(8 + \frac{R}{2}\right) \times 30}{8 + \frac{R}{2} + 30} \xrightarrow{\text{جایگذاری گزینه ها}} R = 14 \text{ اهم}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

عرض از مبدأ نمودارها، نیروی محرکه باتری است که مشخص است، $\varepsilon_B > \varepsilon_A$ از طرفی شیب نمودار $-r$ است که برابر

است. پس: $r_A = r_B$

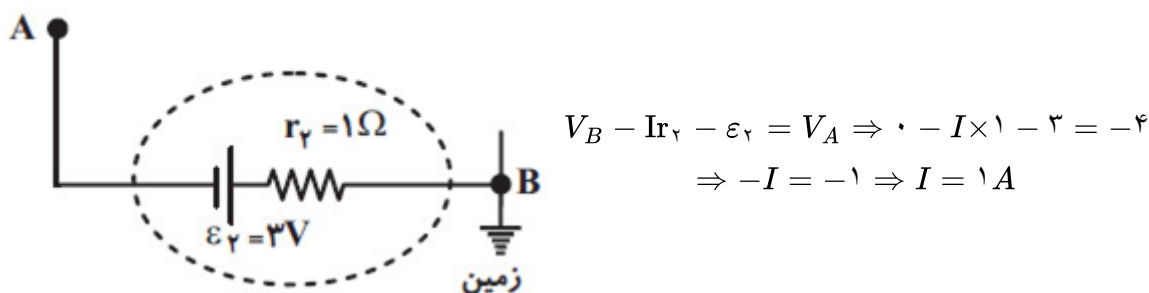


$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= I(r + R) \\ r &= \frac{1}{n}R \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{n}R + R} \Rightarrow I = \frac{n\varepsilon}{R(n+1)}$$

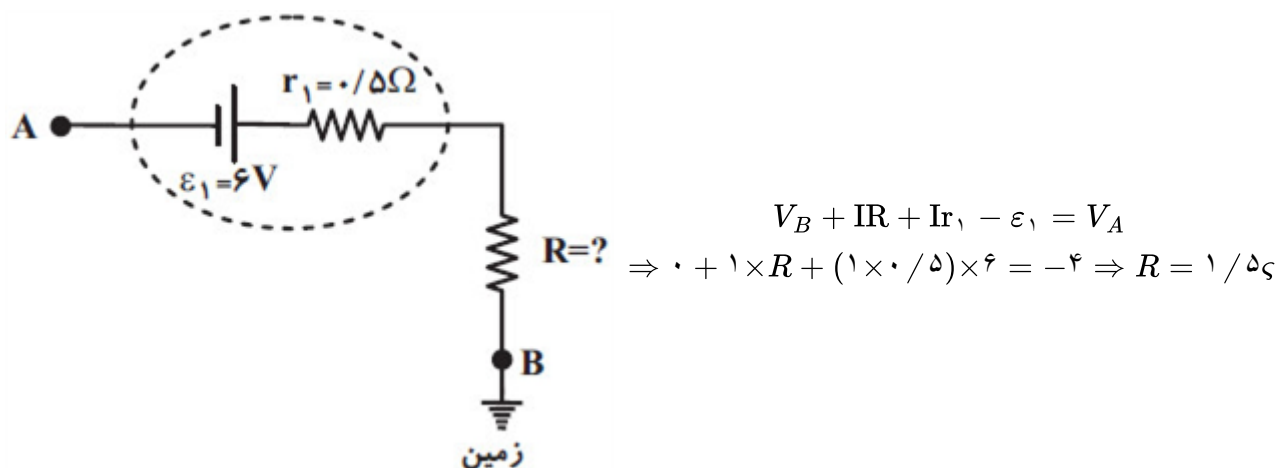
$$\text{اختلاف پتانسیل دو سر باتری} = IR = \frac{n\varepsilon}{R(n+1)} \times R = \frac{n\varepsilon}{n+1}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از آنجا که نیروی محرکه باتری ۱ بزرگتر است، بنابراین جریان درون مدار ساعتگرد است. از طرفی می‌دانیم نقطه‌ای که اتصال به زمین دارد دارای پتانسیل الکتریکی صفر است. ابتدا با حرکت از نقطه اتصال به زمین به صورت ساعتگرد تا رسیدن به نقطه A، جریان مدار را به دست می‌آوریم:



سپس با حرکت از نقطه B در جهت پادساعتگرد (خلاف جهت جریان) و رسیدن به نقطه A، اندازه مقاومت R را به دست می‌آوریم:



ابتدا مقاومت دو لامپ را با توجه به ولتاژ اسمی داده شده، محاسبه می‌کنیم:

$$R_A = \frac{V_A^2}{P_A} = \frac{10^2}{10} = 10\Omega$$

$$R_B = \frac{V_B^2}{P_B} = \frac{20^2}{20} = 20\Omega$$

در مدار (۱) داریم:

$$R_{eq} = R_A + R_B = 10 + 20 = 30\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}A$$

$$P_B = R_B I^2 = 20 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 5W$$

در مدار (۲) داریم:

$$P'_B = \frac{V^2}{R} = \frac{100}{20} = 5W$$

$$\frac{P_B}{P'_B} = \frac{5}{5} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. وقتی کلید باز است، مقاومت‌های R_1 و R_2 با یکدیگر موازی و معادل آن‌ها با R_3 متوالی

$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{R \times R}{2R} + R = \frac{3}{2}R$$

است:

جریان عبوری از شاخه اصلی و مقاومت R_3 برابر است با:

$$I_r = I_q = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon}{\frac{3}{2}R} = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{R}$$

با بستن کلید k ، مقاومت‌های R_1 و R_2 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

$$R'_{eq} = R_3 = R \Rightarrow I'_r = I'_{eq} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\frac{U'}{U} = \frac{R_3 I'^2 t}{R_2 I^2 t} = \left(\frac{\frac{\varepsilon}{R}}{\frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{R}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

حال داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۳

$$\text{باز } k \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow 4 = \frac{\varepsilon}{3 + 3} \Rightarrow \varepsilon = 24V$$

$$\text{بسته } k \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R' + r} = \frac{24}{\frac{3 \times 6}{3 + 6} + 3} = \frac{24}{5} = 4.8A$$

$$i = \frac{V}{R_1} = \frac{9/6}{3} = 3/2A$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۴

$$\Delta \rho = \rho_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta \Rightarrow \text{درصد} = \alpha \cdot \Delta \theta \times 100 \Rightarrow 4/5 = 9 \times 10^{-4} \times \Delta \theta \times 10^2 \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ C$$

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta = 1/8 \times 50 = 6.25^\circ F$$

در وضعیت (۱) مقاومت $\zeta 4$ در مدار قرار دارد:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{24}{6} = 4A$$

در وضعیت (۲) مقاومت $\zeta 6$ در مدار قرار دارد:

$$I' = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R' + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{24}{8} = 3A$$

بنابراین نسبت $\frac{I'}{I}$ برابر $\frac{3}{4}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P_1 = R_{eq} I^2 = R_{eq} \left(\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \right)^2 \Rightarrow P_1 = 0.64 P_2$$

$$P_2 = R'_{eq} \left(\frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \right)^2$$

$$\frac{0.64 R'_{eq}}{(R'_{eq} + r)^2} = \frac{R_{eq}}{(R_{eq} + r)^2} \xrightarrow{R_{eq} = 4 + R_2} \frac{0.64 R_2}{(R_2 + 4)^2} = \frac{R_{eq}}{(R_{eq} + 4)^2} \xrightarrow{R_{eq} = \frac{4 R_2}{4 + R_2}}$$

از جایگذاری گزینه‌ها استفاده می‌کنیم:

$$R_2 = 4\Omega \Rightarrow \begin{cases} R_{eq} = 8\Omega \\ R'_{eq} = 2\Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{0.64 \times 2}{16} = \frac{8}{100} \Rightarrow \text{برقرار}$$

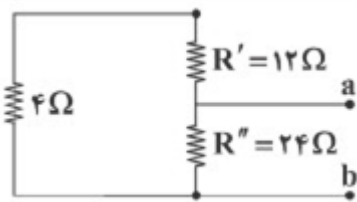
$$\begin{cases} P_1 = 600w \\ P_2 = 750w \\ P_3 = ? \\ I = 20A \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P_{\text{ج}} = VI = 110 \times 20 = 2200w \Rightarrow P_{\text{ج}} = P_1 + P_2 + P_3 \Rightarrow 2200 = 600 + 750 + P_3$$

$$\Rightarrow P_3 = 2200 - 1350 = 850w$$

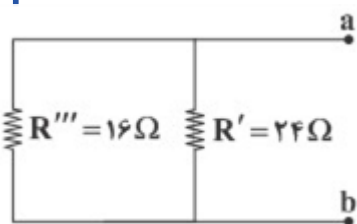
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مقاومت‌های ۲۰ و ۳۰ اهمی با یکدیگر موازی هستند. همچنین مقاومت‌های ۴۰ و ۶۰ اهمی نیز موازی هستند، زیرا هر دو سر آن‌ها به یکدیگر وصل است، پس داریم:



$$R' = \frac{20 \times 30}{20 + 30} = 12 \Omega$$

$$R'' = \frac{40 \times 60}{40 + 60} = 24 \Omega$$

حال مقاومت‌های ۱۲ و ۴ اهمی با یکدیگر متوالی هستند و داریم:



$$R''' = 12 + 4 = 16 \Omega$$

مقاومت‌های ۱۶ و ۲۴ اهمی نیز به صورت موازی به هم وصل هستند و مقاومت معادل عبارت است از:

$$R_{eq} = \frac{24 \times 16}{24 + 16} = \frac{48}{5} = 9.6 \Omega$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. توان معادل مقاومت ۱۵ / ۳۰، P در نظر می‌گیریم.

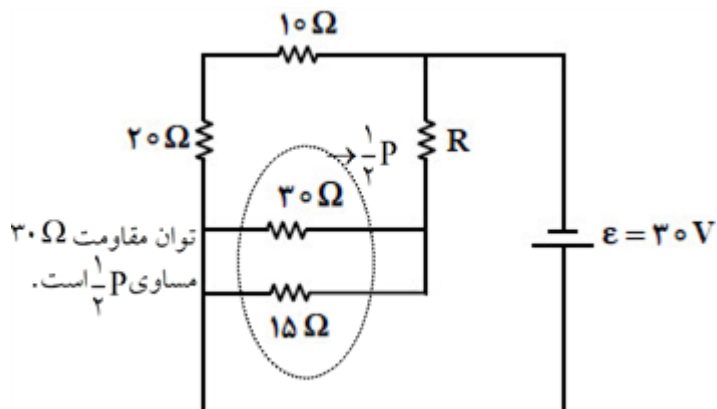
وقتی دو مقاومت موازی حاصل توان $\times$ مقاومت با هم برابر است پس توان به مقاومت دو مقاومت ۱۵ و ۳۰ با هم جمع می‌شود چون موازی هستند پس داریم:

$$R_T = 10$$

$$P = \frac{3}{4} P$$

$$\frac{\frac{3}{4} P}{10} = \frac{\frac{3}{4} P}{R} \Rightarrow R = 5 \Omega$$

وقتی دو مقاومت با هم سری باشند نسبت توان به مقاومت برابر است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کلید بسته: اختلاف پتانسیل دو سر باتری دوم بیشتر از ε آن است پس باتری مصرف‌کننده است.

$$\varepsilon_2 + Ir_2 = 11/5 \Rightarrow 11 + 1 \times I = 11/5 \Rightarrow I = \frac{1}{5} A$$

$$I = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon R} \Rightarrow \frac{\varepsilon_1 - 11}{2 + 1 + 3 + 4} = \frac{1}{5} \Rightarrow \varepsilon_1 = 16V \Rightarrow V = 16 - 1 = 15V \quad (I)$$

کلید باز: باتری دوم از مدار حذف می‌شود.

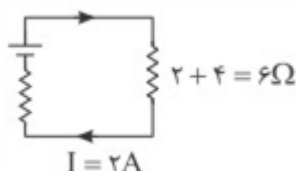
$$I = \frac{\varepsilon}{\varepsilon R} = \frac{16}{9} A \Rightarrow V = \varepsilon - Ir = 16 - \frac{32}{9} = \frac{144 - 32}{9} = \frac{112}{9} \quad (II)$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف دو حالت از هم} \quad 15 - \frac{112}{9} = \frac{23}{9} V$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به توان مقاومت ζ ، جریان عبوری از آن را به دست می‌آوریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow 8 = 2 \times I^2 \Rightarrow I = 2 A$$

مقاومت‌های ζ و ζ متوالی‌اند و به دو سر باتری بسته شده‌اند پس مقاومت معادل ζ و ζ موازی با باتری بوده و اختلاف پتانسیل آن با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است:



$$V_{\text{باتری}} = V_{\zeta} \Rightarrow V_{\text{باتری}} = 6 \times 2 = 12V$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر $\frac{1}{3}$ از سیم را کنار بگذاریم، مقاومت قسمت باقی مانده برابر است با:

$$R_1 = \frac{2}{3} R \quad (1)$$

اکنون اگر سیم جدید را ذوب کنیم و سیمی به طول $\frac{3}{4}L$ بسازیم، چون حجم سیم ثابت می‌ماند، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \xrightarrow[L_2 = \frac{3}{4}L]{L_1 = \frac{2}{3}L} A_1 \times \frac{2}{3}L = A_2 \times \frac{3}{4}L \Rightarrow A_1 = \frac{9}{8} A_2 \quad (2)$$

با توجه به رابطه مقاومت سیم برحسب مشخصات ساختمانی، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow[\rho_1 = \rho_2]{\rho_1 = \rho_2} \frac{R_2}{\frac{2}{3}R} = \frac{\frac{3}{4}L}{\frac{2}{3}L} \times \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{2}{3}R \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \Rightarrow R_2 = \frac{27}{32}R$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نسبت توان‌ها با توجه به این‌که دو سیم به صورت متوالی در مدار قرار گرفته‌اند و جریان عبوری از هر دو یکسان است، از رابطه $P = RI^2$ به دست می‌آید. پس نیاز است مقدار $R_1 + R_2$ به دست آید.

$$R_1 = \rho \frac{L_1}{A_1} = \rho \frac{3a}{2a^2} = \frac{3}{2} \frac{\rho}{a}$$

$$R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2} = \rho \frac{2a}{3a^2} = \frac{2}{3} \frac{\rho}{a}$$

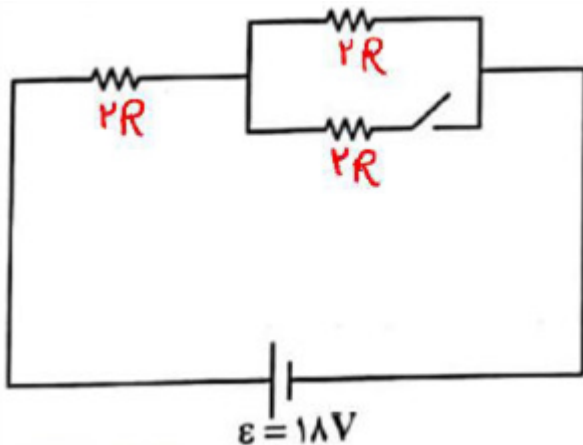
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1 I^2}{R_2 I^2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{3}{2} \frac{\rho}{a}}{\frac{2}{3} \frac{\rho}{a}} = \frac{9}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بدیهی است که نیروی محرکه مولدها یکسان است. ($I = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2$) از طرفی

می‌دانیم که شیب نمودار داده شده معادل $(-r)$ است. بنابراین داریم: (ε نیروی محرکه و r مقاومت درونی مولد است).

$$\begin{cases} r_1 = \frac{\varepsilon_1}{3} \\ r_2 = \frac{\varepsilon_2}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{\varepsilon_1}{3}}{\frac{\varepsilon_2}{4}} \xrightarrow{\varepsilon_1 = \varepsilon_2} \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید هر مقاومت R است.



کلید باز: $R_T = 4R$

$$P = \frac{V^2}{R_T} = \frac{18^2}{4R}$$

کلید بسته: $R_T = 2R$

$$P = \frac{V^2}{R_T} = \frac{18^2}{2R}$$

$$\frac{18^2}{2R} - \frac{18^2}{4R} = 9 \Rightarrow \frac{18^2}{R} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right] = 9 \Rightarrow R = \frac{18^2}{12 \times 9} \Rightarrow \frac{18 \times \cancel{18}}{12 \times \cancel{9}} = 3 \Rightarrow 2R = 6 \Omega$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$q = \begin{cases} I = \frac{q}{t} \rightarrow I = \frac{ne}{t} \\ q = ne \end{cases}$$

$$I = \frac{5 \times 10^{21} \times 1.6 \times 10^{-19}}{6/4} = \frac{8 \times 10^2}{6/4} = \frac{800}{6/4} = 125A$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{25}{125} = 0.2 \Omega$$

$$I = \frac{q}{t}$$

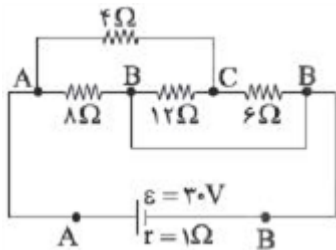
$$\Rightarrow 1A = \frac{1C}{1S} \text{ یک آمپر - یک کولن بار عبوری در یک ثانیه}$$

$$q = 2/4 A \times 1S = 2/4 C$$

حالا باید ببینیم در یک ثانیه چند الکترون از سیم می‌گذرد.

$$\left\{ \begin{array}{l} n = \frac{q}{e} = \frac{2/4 C}{1.6 \times 10^{-19} C} = 1.5 \times 10^{19} \\ I = 2/4 A \rightarrow \text{در هر ثانیه } 2/4 \text{ کولن بار از سیم گذشت} \end{array} \right.$$

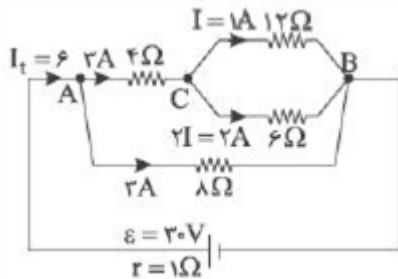
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۸



$$R_{eq} = 4\Omega$$

$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{30}{4+1} = 6A$$

اگر جریان کل که ۶ آمپر است، بین دو شاخه موازی که مقاومت هر یک ۸Ω است، تقسیم کنیم، از هر شاخه جریان ۳ آمپر می‌گذرد. از طرفی در شاخه بالایی اگر جریان ۳ آمپری را بین دو مقاومت ۱۲ و ۶ اهمی تقسیم کنیم، از جریان ۶ اهمی، جریان ۲ آمپر می‌گذرد پس:



$$U = RI^2 t = 6 \times 2^2 \times 5 = 120J$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سه مقاومت بیرون باتری‌ها به صورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند: ۶۹

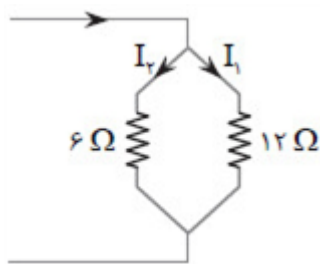
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \rightarrow \frac{1}{R_{ED}} = \frac{1}{24} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} \rightarrow R_{ed} = 2\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2 + R_{eq}} \rightarrow I = \frac{18 - 6}{1 + 1 + 2} = \frac{12}{4} = 3A$$

با توجه به موازی بودن سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 ، اختلاف پتانسیل دو سر این سه مقاومت با یکدیگر برابر است:

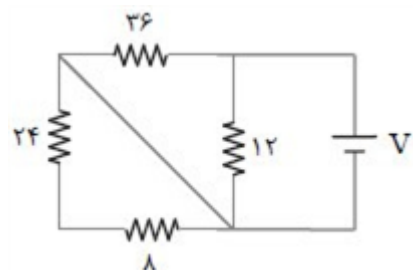
$$V = IR_{eq} \rightarrow V = 3 \times 2 = 6V \rightarrow I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{6}{24} = 0.25A$$

جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی برابر با $2/75 A$ با $3 - 0.25 = 2.75$ است.



$$6I_r = 12I_l \Rightarrow I_r = 2I_l$$

$$\frac{P_l}{P_r} = \frac{R_l I_l^2}{R_r I_r^2} = \frac{4 \times I_l^2}{5 \times (2I_l)^2} = \frac{1}{5}$$



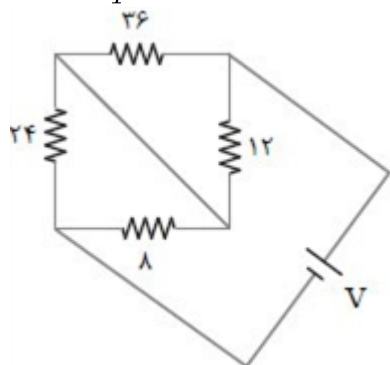
اگر سری‌های B و C را به بازی وصل کنیم به مدار روبه‌رو می‌رسیم:

که در آن مقاومت‌های ۲۴ و ۸ اهمی اتصال کوتاه هستند و مقاومت معادل مواد برابر است با:

$$R_T = R_{BC} \parallel R_{AB} = \frac{12 \times 36}{12 + 36} = 9 \Omega$$

$$P = \frac{V^2}{R_T} = \frac{V^2}{9}$$

و توان مدار برابر است با:



حال اگر سرهای B و D را به باتری وصل کنیم به این مدار می‌رسیم:

و مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R'_T = (R_{BC} \parallel R_{AB}) + (R_{AD} \parallel R_{DC}) = \frac{12 \times 36}{12 + 36} + \frac{8 \times 24}{8 + 24} = 9 + 6 = 15 \Omega$$

$$P' = \frac{V^2}{15}$$

و توان جدید مواد برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{P'} &= \frac{\frac{V^2}{9}}{\frac{V^2}{15}} = \frac{15}{9} \\ P &= 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P' = 9W$$

بنابراین:

بیشترین توان مصرفی طبق $P = \frac{V^2}{R}$ در ازای $R_{\min}$ است یعنی وقتی که هر دو کلید بسته شوند و دو مقاومت موازی باشند:

$$R_{\min} = \frac{V^2}{P_{\max}} = \frac{(220)^2}{150} = 323 \Omega$$

کمترین توان مربوط به حالتی است که $R_{\max}$ وجود دارد یعنی مقاومت بزرگتر به تنهایی در مدار عمل کند.

$$R_{\max} = \frac{V^2}{P_{\min}} = \frac{(220)^2}{50} = 968 \Omega$$

در حالتی که دو مقاومت موازی هستند، مقاومت معادل آن‌ها ۳۲۳ اهم است.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{323} = \frac{1}{R} + \frac{1}{968} \Rightarrow R = 485 \Omega$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \Rightarrow R_T = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 1.2 \Omega$$

اصلی $I = I_1 + I_2$

مقاومت‌های موازی: $V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = 6 A$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow 10 = \frac{20}{1.2 + r} \Rightarrow r = 0.8 \Omega$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با روشن کردن لامپ دمای رشته‌ی درون لامپ بالا می‌رود که باعث افزایش مقاومت

می‌شود. و چون در رابطه‌ی توان $\left(P = \frac{V^2}{R}\right)$ مقاومت در مخرج است، باعث کاهش توان و درست بودن نوشته‌ی روی لامپ می‌شود.

$$L = N(2\pi r) = 100 \times 2 \times \pi \times 0.1 = 20\pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1.7 \times 10^{-8} \times \frac{20\pi}{\pi \times (1 \times 10^{-3})^2} = 0.34 \Omega$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

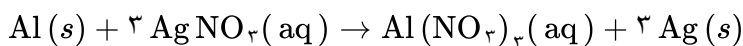
$$15 \text{ mol } H_2O \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 270 \text{ g } H_2O$$

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 27 \times 4 / 2 \times 10 = 1134 \text{ J}$$

$$2 \text{ mol } C_7H_8OH \times \frac{46 \text{ g } C_7H_8OH}{1 \text{ mol } C_7H_8OH} = 92 \text{ g } C_7H_8OH$$

$$Q_2 = mc\Delta\theta = 92 \times 2 / 4 \times 10 = 2208 \text{ J}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 3342 \text{ J} = 3.342 \text{ kJ}$$



$$?g\text{Al} = 200\text{ mL محلول} \times \frac{1\text{ L}}{1000\text{ mL}} \times \frac{0.3\text{ mol AgNO}_3}{1\text{ L محلول}} \times \frac{1\text{ mol Al}}{3\text{ mol AgNO}_3} \times \frac{27\text{ g Al}}{1\text{ mol Al}} = 0.54\text{ g Al}$$

$$?g\text{Ag} = 0.54\text{ g Al} \times \frac{1\text{ mol Al}}{27\text{ g Al}} \times \frac{3\text{ mol Ag}}{1\text{ mol Al}} \times \frac{108\text{ g Ag}}{1\text{ mol Ag}} = 6.48\text{ g Ag}$$

افزایش جرم $6.48 - 0.54 = 5.94$ = تغییر جرم تیغه

$$\bar{R}_{\text{Ag}} = \frac{\Delta n_{\text{Ag}}}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{6.48}{108}\right)\text{ mol}}{\frac{40}{60}\text{ min}} = 0.09\text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد دوم و سوم درست هستند. بررسی موارد:

مورد اول: ذرات سازندهی ماده دارای جنبش‌های نامنظم هستند.

مورد سوم: زیرا آب نسبت به روغن زیتون، گرمای ویژهی بیشتری دارد.

مورد چهارم: روغن در ساختار خود پیوندهای دوگانه بیشتری دارد و از چربی واکنش‌پذیرتر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به اینکه سرعت متوسط واکنش $0.04 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$ است، سرعت تولید گاز O_2 را می‌توان تعیین کرد:

$$\frac{R(O_2)}{3} = 0.04 \Rightarrow \bar{R}(O_2) = 0.12 \frac{\text{mol}}{\text{s}} = \frac{\frac{53.76}{22.4}\text{ mol}}{\Delta t(s)} \Rightarrow \Delta t = 20\text{ s}$$

حال می‌توان از حجم گاز O_2 تولید شده به جرم KClO_3 مصرف شده رسید:

$$53.76\text{ L } O_2 \times \frac{1\text{ mol } O_2}{22.4\text{ L } O_2} \times \frac{2\text{ mol KClO}_3}{3\text{ mol } O_2} \times \frac{122.5\text{ g KClO}_3}{1\text{ mol KClO}_3} = 196\text{ g KClO}_3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

عبارت اول نادرست است. دما معیاری برای توصیف میانگین تندی ذرات اجسام است هر چه دما بیشتر باشد میانگین انرژی جنبشی بیشتر است.

عبارت دوم نادرست است. دما کمیتی که میزان گرمی و سردی مواد را نشان می‌دهد. پس ظرف A گرم‌تر است.

عبارت سوم نادرست است. انرژی گرمایی با دو عامل دما و مقدار ماده رابطه مستقیم دارد. با وجود این که دمای ظرف A

بیشتر است، اما چون مقدار ماده ظرف B خیلی بیشتر از ظرف A است (۲۰ برابر) بنابراین در مجموع

انرژی گرمایی ظرف B بیشتر از ظرف A است.

عبارت چهارم درست است. اختلاط محتویات دو ظرف باعث کاهش دمای محتویات ظرف A و رسیدن به دمای تعادل

می‌شود که باعث می‌شود، میانگین تندی مولکول‌ها کاهش یابد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجایی که مول A و B در ابتدای واکنش غیرصفر و مول C برابر با صفر می‌باشد پس A و B واکنش دهنده و C فراورده است. پس معادله‌ی واکنش به صورت زیر خواهد بود: (x, y, z) ضرایب فرضی هستند.

$$xA(g) + yB(g) \rightarrow zC(g)$$

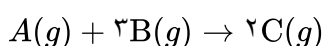
می‌دانیم در بازه‌ی زمانی یکسان، تغییرات غلظت مواد متناسب با ضریب استوکیومتری‌شان است پس:
بازه‌ی زمانی صفر تا ۳۰ ثانیه:

$$\frac{|\Delta n A|}{|\Delta n B|} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{1/25}{3/75} = \frac{x}{y} \Rightarrow y = 3x$$

بازه‌ی زمانی صفر تا ۱۵ ثانیه:

$$\frac{|\Delta n A|}{|\Delta n B|} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{0/75}{1/5} = \frac{x}{y} \Rightarrow z = 2x$$

با توجه به نسبت‌های محاسبه شده، واکنش مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:



برای محاسبه‌ی a و b به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{|1/25 - 2|}{|a - 2|} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2/75$$

بازه‌ی زمانی صفر تا ۱۵ ثانیه:

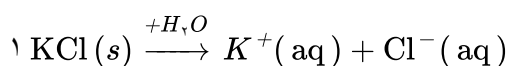
$$\frac{|0/75 - 1/25|}{|b - 1/5|} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 2/5$$

بازه‌ی زمانی ۱۵ تا ۳۰ ثانیه:

نسبت a به b برابر ۱/۱ خواهد بود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ماده‌ی جامد حل شده در آب KCl است که منجر به تولید یون K^+ در آب می‌شود.

$$\text{ppm}_{K^+} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 390 = \frac{m_{K^+}}{100 \times 10} \times 10^6 \Rightarrow m_{K^+} = 39g$$



$$? \text{ mol } O_2 = 39gK^+ \times \frac{1 \text{ mol } K^+}{39gK^+} \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } K^+} = 1/5 \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta [O_2]}{\Delta t} = \frac{\frac{1/5}{5}}{150s \times \frac{1 \text{ min}}{60s}} = \frac{0/6}{5} = 0/12 \frac{\text{mol}}{L \cdot \text{min}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد آ و پ صحیح هستند. بررسی موارد:

$$\Delta H = (391 \times 2) - (391 \times 3) = -391 \text{ kJ} \quad \text{مورد آ:}$$

مورد ب: ابتدا ΔH واکنش زیر را به دست می‌آوریم و در نهایت آن را در $\frac{3}{2}$ ضرب می‌کنیم:



$$\Delta H = (472 \times 4) - (472 \times 2) = 944 \text{ kJ} \Rightarrow \frac{3}{2} \text{CF}_4(g) \rightarrow \frac{3}{2} \text{CF}_2(g) + 3F(g)$$

$$\Delta H = 944 \times \frac{3}{2} = 1416 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = [945 + (2 \times 436)] - [163 - (4 \times 391)] = 90 \text{ kJ} \quad \text{مورد پ:}$$

$$\Delta H = [(4 \times 415) + (2 \times 495)] - [(2 \times 799) + (4 \times 463)] = -800 \text{ kJ} \quad \text{مورد ت:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

عبارت اول: نادرست است. زیرا دما میزان گرمی و سردی مواد را نشان می‌دهد.

عبارت دوم: نادرست است. زیرا دمای یک ماده معیاری برای توصیف میانگین تندی ذره‌های سازنده آن است.

عبارت سوم: نادرست است. زیرا دمای یک ماده معیاری برای توصیف میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن است.

عبارت چهارم: درست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

(آ) درست

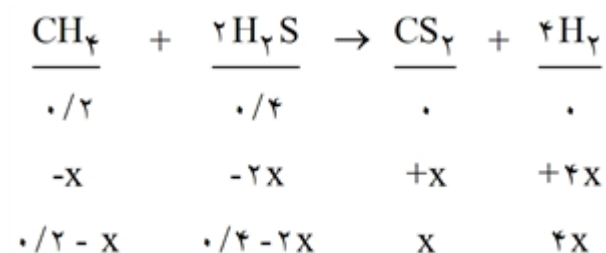
(ب) نادرست. گروه OH گروه هیدروکسیل (الکی) می‌باشد.

(پ) درست. فرمول مولکولی این ترکیب $C_{27}H_{44}O$ و فرمول مولکولی هپتان C_7H_{16} می‌باشد.

(ت) نادرست. به دلیل داشتن گروه عاملی الکی می‌تواند در واکنش استری شدن شرکت کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به صفحه ۶۱ کتاب درسی مراجعه شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$H_2 = \cdot/4$$

$$\frac{4x}{(\cdot/2 - x) + (\cdot/4 - 2x) + x + 2x} \times 100 = 50 \Rightarrow x = \cdot/1$$

$$R = \frac{\text{mol}}{L \cdot \text{min}} = \frac{\cdot/4}{1/25 \times \cdot/5} = \cdot/64$$

$$\text{واکنش } \bar{R} = \frac{RH_2}{4} \Rightarrow \frac{\cdot/64}{4} = \cdot/16$$

$$? \text{ mol CuSO}_4 = 250 \text{ mL CuSO}_4 \text{ محلول} \times \frac{1 \text{ L CuSO}_4 \text{ محلول}}{1000 \text{ mL CuSO}_4 \text{ محلول}} \times \frac{0.8 \text{ mol CuSO}_4}{1 \text{ L CuSO}_4 \text{ محلول}}$$

$$= 0.2 \text{ mol CuSO}_4$$

محلول مس (II) سولفات به سبب وجود یون‌های Cu^{2+} به رنگ آبی دیده می‌شود. چنانچه شدت رنگ به $\frac{4}{5}$ شدت رنگ اولیه رسیده است، به این معنی است که $\frac{4}{5}$ یون‌های Cu^{2+} باقی مانده و تنها $\frac{1}{5}$ مول‌های این یون معادل 0.04 مول Cu^{2+} $\left(0.2 \times \frac{1}{5} = 0.04\right)$ در واکنش وارد شده است.

$$0.04 \text{ mol CuSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol CuSO}_4} = 0.04 \text{ mol Cu}$$

$$\bar{R}(\text{Cu}) = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0.04 \text{ mol}}{4 \text{ min}} = 0.01 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$0.04 \text{ mol Cu} \times \frac{2 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{22.4 \text{ L NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} = 1.792 \text{ L NO}_2$$

$$\bar{R}(\text{NO}_2) = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{1.792 \text{ L}}{5 \text{ min}} \approx 0.358 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌توان برداشت کرد که:

$$2(C - C) < C \equiv C \quad (2)$$

$$2(C - O) < C = O \quad (1)$$

$$H - Cl < H - F \quad (4)$$

$$(C - C) + (C = C) > C \equiv C \quad (3)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های اول و دوم درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: برای تولید یک مول گاز اوزون از گاز اکسیژن، آنتالپی به اندازه 143 kJ افزایش می‌یابد؛ بنابراین محتوای انرژی اوزون از اکسیژن بالاتر و در نتیجه ناپایدارتر از اکسیژن است. عبارت چهارم: داد و ستد انرژی در واکنش‌ها به طور عمده به شکل گرما ظاهر می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. میانگین انرژی جنبشی ذرات (دما) و ظرفیت گرمایی ویژه با تغییر مقدار مواد ثابت، ولی ظرفیت گرمایی ظرف B افزایش می‌یابد. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: هیچ‌گاه توزیع انرژی بین همه ذرات سازنده یک ماده، یکسان نیست و همیشه میان آن‌ها اختلاف وجود دارد، به همین خاطر است که از واژه میانگین در بیان انرژی استفاده می‌شود. گزینه ۲: اشاره به گرمای یک نمونه ماده از نظر علمی نادرست است. گزینه ۴: هنگام هم دما شدن نمونه A با دمای اتاق، تغییر دمای سامانه آن مقداری منفی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2$ در واکنش موازنه شده، کم‌ترین ضریب را در بین محصولات دارد:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، انرژی گرمایی یک نمونه ماده، کمیتی است که به جرم ماده بستگی دارد.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = 250g \times 4/2 J.g.^{\circ}C^{-1} \times 10^{\circ}C = 10500J = 10/5 kJ$$

0/15 mol	10/5 kJ
1 mol	x

$$x = 70 kJ$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$12 = 1 \times c \times 5^{\circ}C \Rightarrow c = 2/4 J.g.^{\circ}C^{-1}$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

و برای یک مول از آن، داریم:

$$1104 = m \times 2/4 J.g.^{\circ}C^{-1} \times 5^{\circ}C \Rightarrow m = 92g$$

پس با توجه به جرم مولی، شمار اکسیژن‌های مولکول برابر ۳ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انرژی گرمایی به مقدار دمای ماده و جرم ماده بستگی دارد و انرژی گرمایی ۲۰۰ گرم آب $25^{\circ}C$ از انرژی گرمایی ۱۰۰g آب $25^{\circ}C$ بیش‌تر است.

$$Q = 20000g \times 4/2 J.g.^{\circ}C^{-1} \times 50^{\circ}C = 4/2 \times 10^6 J = 4200 kJ$$

22/4 LCH ₄	890 kJ
x	4200 kJ

$$\Rightarrow x = 105/7 L$$

در ۱۰۰ گرم پلاستیک مورد نظر، ۸۵ گرم کربن وجود دارد. جرم پلی‌اتن و پلی‌وینیل کلرید موجود در ۱۰۰ گرم پلاستیک را به ترتیب a و b در نظر می‌گیریم.

$$\frac{24ngC}{28ng \text{ پلی اتن}} \times \text{پلی اتن } ag = \frac{6a}{7}gC$$

$$\frac{24ngC}{62/5ng \text{ پلی وینیل کلرید}} \times \text{پلی اتن } bg = 0/384bgC$$

$$(a + b = 100g) \times \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{6}{7}a + 0/857b = 85/7$$

$$\Rightarrow 0/473b = 0/7 \Rightarrow b = 1/47$$

$$\frac{6a}{7} + 0/384b = 85g \Rightarrow \frac{6}{7}a + 0/384b = 85$$

$$\frac{1/47g}{100g} \times 100 = \%1/47$$

د خصوص مولکول‌های دو اتمی که تنها یک پیوند میان دو اتم وجود دارد (یگانه یا دوگانه یا سه‌گانه)، استفاده از لفظ «میانگین» برای بیان آنتالپی پیوند درست نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: ۱۰۲

$$\bar{R} = \frac{\left(\frac{X}{65}\right) - \left(\frac{10}{65}\right)}{7/5} = 0/04 \text{ mol. s}^{-1} \Rightarrow X = 29/5 \text{ g}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. انرژی پیوند، مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند و تبدیل آن به دو مول اتم جدا از هم گازی شکل است. ۱۰۳

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. $2A \rightarrow B$ ۱۰۴

$\frac{1 \text{ mol B تولیدی}}{2 \text{ mol A مصرفی}}$
 $\times 0/2 \text{ mol A مصرفی} = 0/1 \text{ mol B تولیدی}$

$$\rightarrow \text{سرعت} = \frac{\Delta n_B}{\Delta t} = \frac{0/1 \text{ mol}}{10} = 0/01 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

از طریق فرمول استوکیومتری به دست می‌آید.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تعداد مول‌های کلسیم از بین رفته را به دست می‌آوریم. ۱۰۵

$$? \text{ mol Ca} = 0/2 \cancel{\text{ Ca}} \times \frac{1 \text{ mol Ca}}{40 \cancel{\text{ Ca}}} = \frac{1}{200} \text{ mol Ca}$$

$$\bar{R}_{\text{Ca}} = -\frac{\Delta n}{\Delta t} = -\frac{\frac{-1}{200} \text{ mol}}{40 \text{ s}} = \frac{1}{8000} \text{ mol. s}^{-1}$$

